EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

EVCLIDE MEGARENSE
ACVTISSIMO PHILOSOPHO
SOLO INTRODVTTORE DELLE
SCIENTIE MATHEMATICE.

DILIGENTEMENTE RASSETTATO,
& alla integrità ridotto, per il degno professore di tal Scientie Nicolò Tartalea Brisciano.

SECONDO LE DVE TRADOTTIONI.

CON VNA AMPLA ESPOSITIONE DELLO ISTESSO tradottore di nuouo aggiunta, talmente chiara, che ogni mediocre ingegno, senza la notitia, ouer suffragio di alcun'altra scientia con facilità serà capace a poterlo intendere.

Di nuouo con ogni diligenza ben corretto, e ristampato.

IN VENETIA,
Appresso gli Heredi di Troian Nauo, alla libraria dal Leone.
M D L X X X V.

ALL'ILLVSTRISSIMO
SIGNOR FEDERICO
CONTARINI
DI S. MARCO PROCVRATORE
DIGNISSIMO, ET NOSTRO SIGNORE
OSSERVANDISSIMO S.

TANTA è stata l'ispeditione (Signor Illustrissimo) che hanno hauute le opere del famosissimo Euclide, nella nostra volgar lingua dal dotto Tartaglia già tradotte; ch'essendo da virtuosi ingegni molto ben'adoprate, e tenute care, piu hormai non se ne ritrouaua. La doue conoscendo noi, come non pochi peregrini ingegni, che al monte della immortal fama ascender bramano, erano da tal penuria impediti: senza hauer risguardo a spesa, ò fatica, volontieri per ben commune, ogn'industria habbiamo usato; acciò ristampate di nuouo piu belle, & meglio corrette, et in piu copia uenessero in luce. E douendo noi Heredi del già Troian Nauo, secondo l'usanza delli antichi, fino al presente osseruata; dedicare quest'opera a qualche personaggio illustre, sotto la cui protettione auanti ciascheduno piu uaga comparisse: Hauendo da molti e molti inteso come V. S. Illustriß. con il suo nobilissimo aspetto, maniere affabili, & opre uirtuose, si fa ciascheduno, che la conosce affettionatissimo: & con tal vnoli di cortesia li lega, che mai piu sciogliere si possono: Noi dunque mossi da cosi buona fama, acquistata dal suo proprio ingegno, & animo eccellente, indicio manifesto, che sopra ogni altra cosa la gloria stima: Non ostante, che molti letterati nelle loro auttentiche scritture habbino registrato a memoria perpetua lo essemplare nome di V. S. Illustrissima, come quella che sempre è stata loro fautrice: A noi ancora e' parso conueneuole di seguitare le uestigie sicure di cosi dotti huomini, quali dicono, li Prencipi, Re, & Imperatori douer essere laudati & honorati non tanto per li gradi loro, ma molto piu celebrati deuono essere quelli huomini, quali generosamente, & santamente uiuendo come fa V. S. Illustrissima meritano perciò corone & Imperij: Vogliamo inferire, che auenga che per lo antichissimo & Illustrissimo sangue Contarino V. S. Illustrissima meriti ogni honore, molto piu meritate possisima Signore, per li gesti egreggi, che in honore & gloria della Republica, & in seruitio de' poueri continuamente usate: dono il maggiore, che Dio all'huomo concedere possa. Per il che non essendo in questa religiosissima Republica persona, che sopr auanzi V. S. Illustrissima in fare altrui gratie & fauori, da tanta sua bontà & ualore inanimati, habbiamo preso ardire, con ogni humiltà però, farle questo dono benche picciolissimo rispetto alli meriti suoi, che sono grandissimi. Et con pregar Dio che a V. S. Illustrissima ogni prosperità conceda, rimouendo da lei ogni sinistro caso, di tutto core con ogni riuerenza sotto della protettion sua ci raccomandiamo. Di Venetia li XV. Decembre. M D LXXXV.

Di V. Illustrissima S.

Humilissimi Seruitori

Li Eredi di Troian Naua.

LETTIONE DE NICOLO TARTALEA BRISCIANO.

SOPRA TVTTA LA OPERA DI EVCLIDE MEGARENSE Acutissimo mathematico.

1 TVTTI gli huomini, Magnifici e Preclarissimi Auditori, come scriue Aristotele nel primo della Methaphisica naturalmente desiderano di sapere, & nel primo della posteriora conchiude, che il sapere non è altro, che intendere per demostratione. Platone poi diffinisce la sapientia non esser altro che una cognitione delle cose diuine & humane: & tutti gli antiqui Philosophi dicono, le parti della sapientia esser due, cioè speculatione, & operatione, ouer Theorica, & Pratica. Et Aristotele nel secondo della Methaphisica dice, che'l fine della speculatione, ouer della scientia speculatiua non è altro, che la uerità, & della operatione, ouer pratica, è l'opera compita: Anchora li detti antiqui inuestigatori delle cose, affermano come si tocca piu la uerità nelle Mathematice discipline, che in qualunque altra scientia ouer arte liberale: Per il che hanno assolutamente determinato quelle esser nel primo grado di certezza: & pero uediamo, come dice il Cardinal di Cusa, tutti quelli, che gustano di queste discipline, accostarse a quelle con amor mirabile; & questo non è per altro, se non perche in quelle si contiene il uero cibo della uita intellettuale.

2 Queste tal Scientie, ouer discipline sono state tãto intrinsicamente conosciute da nostri sui antiqui, che da quelli fu determinato, che la prima cosa, che se douesse far imparare a tutti quelli, che si dedicauano alla sapienza, fusseno le discipline mathematice, cioè, si come al presente si costuma fare della grammatica. Et questa determinatione ouer costitutione ferno per tre cause: Prima perche le dette scientie, ouer discipline, approuano l'ingegno dell'huomo, se egli è atto a far frutto nelle altre scientie, o nõ: perche tra quelli si costumaua questo prouerbio. Sicut aurum probatur igni, & ingenium Mathematicis: cioè che si come la bontà de l'oro uien conosciuta, & approbata con il fuoco, con l'ingegno dell'huomo uien conosciuto & approuato con le Discipline Mathematice. Et pero quando per sorte trouauano alcuno, che di tai scientie non fusse capace, lo leuauano da tal cominciato studio, & lo applicauano ad altro essercitio, perche in effetto comprendeuano, come dice Vitruuio Polione al primo capo del suo primo libro, che la dottrina senza lo ingegno, ne lo

ingegno senza la dottrina puo fare un perfetto artefice.

3 La seconda causa, perche li nostri antiqui voleuano che le mathematice discipline fussero le prime imparate, è questa, perche alla intelligentia di quelle non vi occorre alcuna altra scientia. La causa è che per se medesime si sostentano, per se medesime si verificano, per se medesime si approuano, & non per auttorita, ouer opinione di huomini, come fanno le altre scientie, ma per demostratione.

4 La terza causa, che conoscemo tutte le altre scientie, arti, ouer discipline, hauer delle Mathematice bisogno, & non solamente le liberali, & sue dependenti, ma anchora tutte le arte Mecanice come al presente sotto breuita, in parte si fara manifesto.

5 Primamente egli e cosa notta, che per mezzo di queste tai scientie ouer discipline, nelle occorrentie naturali noi conoscemo in materia, la descriptione, qualita, & quantita de ogni figura geometrica cioe de triangoli, & quadrangoli, Penthagoni, Essagoni, Rhombi, & Rhomboidi, & de ogni altra figura piana. Et similmente de ogni corpo solido, si regulare, come irregulare, come sono pyramidi, prisme, ouer seraili, sphere, coni, chilindri ouer colone, cubi, ottobase, dodici base, vinti base, & altri suoi dependenti, con tutte le sue proprieta & proportioni, come geometricamente descriue & forma el nostro egregio Authore Euclide in 15. Libri, delli quali 11. sono de geometria, cioe el primo el 2. & el 3. el 4. el 6. el 10. lo 11. lo 12. il 13. il 14. & il 15. Et tre sono di Arithmetica, cioe el 7. lo 8. & il 9. El quinto a tutti questi è commune, il quale è della proportione & proportionalita, la qual proportion & proportionalita cosi se aspetta al numero, come alla misura.

6 Certa cosa è anchora, che queste tai scientie, ouer Discipline mathematice sono nutrice, & matre delli musici: Impero che con li numeri & sue proprieta proportione & proportionalita noi conosciamo la proportione dupla, che da pratici è detta ottaua, esser composta d'una sesquitertia & de una sesquialtera: & similmente sapiamo la sesquitertia esser composta de duoi toni, & de un semiton menore, & la sesquialtera esser composta de tre toni & de un semiton menore, per il che si manifesta la detta dupla, ouer ottaua esser composta de cinque toni & de duoi semitoni menori, cioè meno una coma de sei toni, & similmente sapiamo el tono esser piu di otto come & men di 9. Anchora per vigor di queste tai discipline sapiamo esser impossibile a diuidere il detto tono, & ogni altra superparticolare rationabilmente in due parti equale, il che dimostra il nostro Euclide, nella ottaua propositione del ottauo libro.

7 Piu oltra, non per altra causa alli presenti tempi e penuria de boni & eccelenti Astronomi, che per diffetto delle antedette discipli-

ne,

ne, perche di ben intendere l'Almagesto di Ptolomeo, & similmente Giouan de Monte Reggio senza le Euclidiane Institutioni, niun certo si puo mantare: & quantunque si lega nel ecclesiastico al primo Capitolo. Altitudinem celi, & latitudinem terræ, & profundum abissi quis dimensus est? Nondimeno tanta è la virtù di queste scientie, ouer discipline, che per mezzo delle proportioni, non solamente li nostri antiqui hanno conosciuto quanta sia la rotondità di tutta la terra, & quanto sia il Diametro suo & similmente delli altri elementi; ma anchora hanno conosciuto la grandezza del Sole, & della Luna, delle stelle, si fisse come erratice, & la conuersione del loro Cielo, come dimostra Ptolomeo nel Almagesto, & Alphonso nelle sue Tauole.

8 Queste medesime scientie ouer discipline, danno la uia all'arte giudiciaria detta astrologia, & similmente alla Pyromantia, Hydromantia, Geomantia Nicromantia, & altri sorti legi, come scriue Isidoro, & Giorgio Valla, & similmente, Cornelio Agrippa nel secondo di Occulta Philosophia.

9 Che diremo della Geographia? Non ci dimostra Ptolomeo & tutti gli altri eccellentissimi Geographi, quanto li sia necessario el numero, la misura, la proportione, & proportionalità. Quando che di tutto l'uniuerso debitamente proportionando li gradi della lor longhezza & larghezza, in una picol carta, tutte le famose prouincie, città, castelli, monti, fiumi, isole, penisule, & altri siti maritimi, & mediterranei ci hanno ridotto.

10 Quanto che queste siano necessarie alla Corographia, cioè al modo di mettere rettamente in disegno un particolar sito, ouer paese, & similmente la pianta de una città lo habbiamo dimostrato nel quinto libro delli nostri quesiti, & inuention diuerse.

11 Anchora considerando bene, e studiando la scientia Perspettiua, senza dubbio si trouerà, che nulla sarebbe se la Geometria, come madre sua, non se gli accomodasse. Questo non solamente ci uerifica il nostro Euclide, nella sua Specularia & Perspettiua, & similmente lo Arciuescouo Giouanne Cantuariense. Ma piu abondantemente Viteleone, quel gran Perspettiuo, ilquale ogni sua propositione approua & dimostra con le Euclidiane propositioni.

12 Che queste tai scientie ouer Discipline siano necessarie all'arte Pittoria, non uoglio star a prouarlo particularmente, perche mi basta che Alberto duro alli tempi nostri Pittor eccellentissimo, nelle opera sua non solamente lo confessa & afferma: ma ancora attualmente lo dimostra al senso.

13 Quanto queste siano opportune all'arte horologica, cioè alla compositione, descritione, ouer costruttione delli horologij, si horizon-

tali come narrati Sebastiano Mustero non solamente in Pratica, ma in Theorica lo fa manifesto.

14 Da queste medesime discipline germoglia, & nasce la scientia de Pesi, come apertamente dimostra Giordano in quello de ponderibus, il che medesimamente verificamo & approuiamo nel quinto libro delli nostri quesiti & inuentioni diuerse, con la qual scientia Aristotile nelle sue questioni Mecanice allega la causa di ogni ingeniosa mecanica inuentione.

15 Tanto è generale la uirtu, ouer potentia di queste tai discipline piene di certezza, che Archimede Siracusano per lo studio di quelle, con suoi mecanici ingegni difese un tẽpo la città di Siracusa contra l'imperio di Marco Marcello Consule Romano, per il che acquisto il nome della immortalità.

16 per mezzo di queste si fano uarij & diuersi modelli, fabricandosi ponti quasi alla natura impossibile.

17 Anchora se con lo intelletto ben consideramo & guardano tutte le sorte de antique & moderne machine, & stromenti bellici si offensiui come difensiui, come sono bastioni, repari, bricole, trabocchi, catapulce, scorpioni, baliste, ariete, testudine, helepoli, (come dimostra Vetruuio nel decimo.) Et similmente Vegetio, Valturio, & Lion Battista delli Alberti, sempre con forza de numeri & misure le loro proportioni si trouano formate & fabricate.

18 Delle noue inuentioni per noi trouate sopra el tirar delle moderne machine tormentarie, dette dal uulgo artegliarie, non uoglio replicar lo per hauerlo altroue detto & in parte publicato: Basta solamente a dire, che per consiglio di queste, senza alcuna isperienza ne praticar in tal essercitio la maggior parte ritrouai.

19 Similmente per uirtu di queste habbiamo ancor trouato di mandar a essecutione tutti quei modi (recitati da Vegetio, & da Frontino Valturio,) che usauano li nostri antiqui nell'ordinare gli esserciti in battaglia sotto uarie & diuerse forme, cioè in forma quadra di gẽte, ouer di terreno, & similmente el modo di formar el cuneo, la forfice, la sega, el rhombo, la forma circulare e la lunare, le qual cose alli presenti tempi quasi in tutto sono perdute.

Di quanto aiuto et subsidio sian le dette discipline alla Architettura, Vitruuio Polione nel suo proemio lo fa manifesto.

Queste tai scientie, ouer discipline non solamente acuiscono l'in-
21 gegno del huomo, & lo fanno atto a poter con facilità penetrare in qual si uoglia altra scientia: Ma anchora lo preparano a poter agilmente discorrere ouer caminare di longo alla sapientia: Anzi che Boetio Seuerino uol che queste tai scientie, ouer discipline siano le proprie uie di ascendere a quella, & finalmente conchiude senza queste

tai

tai scientie overo discipline esser impossibile di potere rettamente filosofare.

22 Questo medesimo viene a essere stato verificato con li effetti da quel Platone padre e maestro de philosophi, el quale non volea che alcun scolaro intrasse nella sua scola, over studio, se non era prima in Geometria ben isperto.

23 Et pero non è da maravigliarsi, se molti passi nella Phisica, Methaphisica, & Posteriora de Aristotile, & similmente in quei de Celo & mundo paiono oscuri, & difficili alli nostri moderni, che la maggior parte nõ procede da altro, che per non saper le predette discipline.

24 Queste medesime danno l'essere alla Pratica speculatiua di Algebra, & Almucabala, volgarmente detta la Regola della cosa over arte Magna, e queste, non solamente Maumeth figliuolo de Moise Arabo gia di tal scientia primo inventore. Ma ancora frate Luca dal Borgo, Michel Stifelio, e Leonardo Pisano Geometricamente lo fanno manifesto.

25 Essendo un giorno interrogato il diuino Platone, per che causa lo huomo fra el genere de gli animali era chiamato animal rationale, & tutti li altri erano detti irrationali & brutti, lui rispose per che lo huomo sa numerare & le bestie non. Se adonque cosi minima parte di tai discipline (che è il numerare) per esser commune a tutti, ne fa differenti da gli animali brutti, & ne priuileggia di questo nome rationale; Egli è adunque cosa chiara che quanto maggior parte apprendiamo di quelle, tanto piu saremo rationali, & lontani dalli irrationali.

26 Da queste medesime discipline se raccoglie & prende (dico inarte dottamente) parte della Dialettica, cioè la prattica & il modo di sapere argomentare nel disputar le cose, & a confutare lo auersario, & concludere il proposito per varie & diuerse vie, come che procedendo in quelle si farà manifesto.

27 Piu forte Bartolo da Sassoferrato (famoso legista) nella sua Tyberiana sue figure geometrice usando, non solamente ne manifesta lui essere stato nelle Mathematice ottimamente instrutto & corroborato, ma anchora ne admonisse la geometria esser necessario in iure.

28 Che diremo della guida & scorta di nostra salute sacra Theologia? Non dimostra il Reuerendissimo Cardinal Nicolo di Cusa nella penultima parte de l'opera sua, senza la geometria non potersi a gli intelletti nostri communicare, laqual parte e intitolata Complementum theologicum figuratum in Complementis Mathematicis.

29 Ma egli è di tanta necessità questa geometrica disciplina & scientia, che non solamente noi huomini mortali nelle nostre cose commensurabili usiamo quella, come piu volte è stato detto, ma anchora il magno

Iddio, il quale è misura di tutte le cose, in formar le parti del corpo humano, non si gouerna senza quella, con laquale, anchora quelli compositori de imagini, & Pittori eccellenti si conformano, ad ogni membro usando el suo compasso: perche anchora li peritissimi Architetti, come ci manifesta Vetruuio Pollione al primo cap. del suo terzo lib. Cercano con ogni diligentia di proportionare le case & altri suoi publici & priuati edifici alla similitudine del detto corpo humano, per esser quello, come è detto, dal sommo Architettore con debite misure fabricato.

30 Finalmente si conosce anchora la nobilita, eccellentia & altezza di queste discipline, per la gran fama & nome di quelli, iquali hanno dato opera ad essornare & studiare dette scientie, come furno Mercurio Termegisto philosopho sacerdote & Re d'Egitto, similmente Pytagora, Platone, Plotino, Aristotele, Auerois, Hypocrates, el nostro Euclides, Ptolomeo, Archimede syracusano, Apollonio Pergeo, Iordano, Vitruuio Architetto. Et molti altri, quali per breuità lasso, per nõ ui tediar in tempo, basta in conclusione, che non si trouarà alcuno che sia stato di gran nome & fama in alcuna facultà senza le Mathematice.

31 Queste poche parole ho uoluto preponere in questo nostro principio, acciochè uoi conosciate che la presente dottrina non è cosa uile, ne mecanica, ne da essere sprezzata, ma dignissima & da eser appreciata da ogn'uno, senza laquale ogni altra scientia è imperfetta, & cosi per oggi faremo fine, dimane poi cominciaremo a dechiarare alcuni termini alla materia nostra pertinenti.

32 Finalmente acciochè non para che io sia ingrato della benignissima attione & audientia, che per uostra humanità me haueti prestata. Vi rendo infinite gratie.

SECONDA LETTIONE

1 ESSENDO il proposito nostro Magnifici & Eccellentissimi auditori, di uoler dar principio a isponere, ouer dechiarare quelle scientie, arti ouer discipline, che da Greci sono dette Mathematice, che in nostra lingua non uol dir altro che scientie, ouer arti dottrinabile; per proceder regolatamente, prima diffiniremo quale, & quante siano queste tai scientie, ouer discipline, & qual sia il loro proprio sogetto: Et da poi questo, distingueremo le specie di caduna di quelle, & li suoi termini principali.

2 Le scientie Arti, ouer Discipline Mathematice, secondo il uulgo sono molte, cioè Arithmetica, Geometria, Musica, Astronomia, Astrologia, la Cosmographia, la Corographia, la Perspettiua, la Spe-

cularia,

Specularia, la scientia di pesi, la Architettura & molte altre. Ma Boetio Seuerino, & Giorgio Valla volendo tal opinione da alcuni Greci vogliono, che le dette discipline Mathematice siano solamente quattro, cioè Arithmetica, Geometria, Musica, & Astronomia, & che tutte le altre siano subalternate, cioè dependenti dalle dette quattro. Ma Fra Luca dal Borgo sansepulcro, vuole che le dette discipline Mathematice siano, ouer amente cinque (aggiongendo alle predette quattro la perspettiua) ouer amēte tre, escludēdo dalle predette quattro la Musica: & per sostentare tal sua opinione, aduce ragioni & argumenti assai, liquali per non esser cosa de importantia lasciaremo da banda. Niente dimeno il Reuerend. Sig. Pietro de Aliaco Cardinale, nella prima questione sopra Giouanne di Sacrobusto, cōchiude, la Musica, & la Astronomia, & similmente la Perspettiua non esser pure Mathematice (come è il vero) ma medie fra le mathematice, & la scientia naturale: Per ilche seguita solamente la Arithmetica, & la Geometria esser le pure Mathematice, tutte l'altre esser medie, ouer dependenti, & miste delle Mathematice discipline & della scientia naturale, eccettuando la Strologia giudiciaria, laqual egli conchiude esser pura naturale, in quanto alla sua essentia.

3 Concluderemo adunque che solamente la Arithmetica, & la Geometria, delle quali specialmente tratta el nostro Euclide, siano le pure discipline Mathematice.

4 Et perche il primo libro del detto nostro Authore, come fu detto hieri, è di geometria, il sugetto della quale geometria è la quantità continua, le specie della qual quātità continua, secondo el logico sono cinque, cioè, linea, superficie, corpo, luogo, & tempo. Ma secondo il mathematico sono solamēte tre cioè linea, superficie, & corpo. Et perche il piu puro & principal termine di queste tai specie de quantità è il ponto, però conuenientemente il nostro Authore ne diffinisse quello nella sua prima diffinitione. Dicendo.

5 Punctus est cuius pars non est. Cioè il ponto è quello, la parte del quale non è, cioè che non si troua parte di quello, che in sostantia non vol inferire altro, saluo che il ponto è quello che non ha parte alcuna, cioè che di quello non si potria tuore ne dar ne trouar ne anchora imaginare la mità, cioè, che non se potria tuor ne dar ne trouar ne imaginar vn mezzo ponto, & non potendo tuor ne dar vn mezzo ponto, meno potremo tuor ne dare vn mezzo terzo, ne vn mezzo quarto, ne alcuna altra parte simile a quello, per laqual diffinitione ne dinota il detto ponto esser indiuisibile, & cōsequentemente non esser quantità, perche ogni quantità continua è diuisibile in infinito.

6 Alcuno potrebe dire, per tutto quello che tu me hai detto fin a questa hora, io non so ne intendo che cosa sia questo punto.

Etio

7 Et io rispondo, che caduno de uoi per natural istinto sa che cosa egli è, & che sia il uero, lo farò confessare a uoi medesimi. Essempli gratia.

8 Se io adimando a qual si uoglia di uoi, come se chiama la estremità di questo ago ouer gucchia, senza dubbio caduno di uoi dirà che se chiama ponta, se ui adimandarò per che ragione se chiama da cosi ponta, uoi me risponderesti, perche è cosi sutilmente appontita, & che ua cosi a terminare in niente: se adunque tal termine sarà niente, el non receuerà diuisione, cioè chel non si porrà diuidere in due ne in piu parti, & pero non haueria parte alcuna & non hauendo parte per la diffinitione del nostro Euclide saria un punto, & questa è la ragione che uoi la chiamati ponta, adunque egli è tempo assai che uoi sapeti che cosa è ponto.

9 Questo tal ponto nelle operationi geometrice si intende & piglia per ogni picol segno fatto uolontariamente ouer a caso con qualche stiletto apontito in qualche spatio, come saria a questo modo, oueramente con qualche materia colorita, come saria a dire con la ponta de la penna in qualche foglio di carta questo modo. Oueramente con qualche altro material colore, come saria con questo gesso, a questo modo.

10 Alcun porria dire, questo tal ponto artificialmente fatto, non hauer alcuna conuenientia con quello, che diffinisse lo Authore, attento che lo operante geometrico mai non lo puo constituire ne segnar talmente picolo, che non possa esser sempre piu picolo, ouer che non sia sempre diuisibile appresso all'intelletto.

11 Considerando fra me medesimo Magnifici & Preclarissimi Auditori qualmente alcuni delle nobiltà uostre hanno appresso di se l'opera del nostro Euclide secondo la prima tradottione dal Campano, & alcuni altri secondo la seconda, fatta da Bartolameo Zamberto Veneto, che uiue ancora. Alcuni altri secondo la stampa di Parise, ouer d'Alemagna, nellaquale hanno incluso le predette ambodue traduttioni, ma per un certo modo qual è piu presto atto a generare confusione in caduno studente, che altramente, come nel nostro processo faremo chiaramente conoscere, & alcuni altri l'hanno secondo la nostra traduttione fatta in uolgare, & acciò che per tal uariatione alcun dipoi non resti confuso, me ha parso di uolere sotto breuità repetere tutta la lettione de hieri secondo caduna de dette traduttione, acciochè si ueda la differentia che sia da l'una a l'altra, & laqual cosa non sarà inutile alli giouani principianti: da poi questo se dichiarirà anchora, almeno le due altre seguenti diffinitioni.

EVCLIDE MEGARENSE

ACVTISSIMO PHILOSOPHO, ET PERSPICACISSIMO MATHEMATICO.

LIBRO PRIMO.

NICOLO TARTALEA TRADOTTORE.

PER intelligentia delle cose che seguitano è da notare, qualmente egli è usanza (anzi è debito) di ciascheduno che voglia trattar di qualche scientia, overo disciplina, diffinire primieramente il soggetto di quella tal scientia, overo disciplina con tutti li suoi occorrenti termini. Et perche la Geometria è una scientia, overo disciplina contemplativa, la descrittione delle figure, over forme della quantità continua immobile, detta magnitudine. Per il che il soggetto generale di detta Geometria verria ad esser la detta magnitudine immobile: le specie della quale sono tre, cioè, Linea, Superficie, e Corpo. Et perche queste specie sono comprese, & speculate sotto a varij, & diversi termini, & figure, denominate per diversi nomi; per tanto l'Auttore, inanzi che dia alcuna propositione, ci ha voluto ordinatamente diffinir tutte quelle cose di che s'ha a trattar in questo primo Libro, come di sotto il tutto chiaro si potrà vedere.

DIFFINITIONE PRIMA.

1 *IL ponto è quello, che non ha parte.*

IL TRADOTTORE.

IN questa prima diffinitione l'Auttor ci diffinisce il principio della quantità continua (che è il ponto) & dice, che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè, quello del quale non si puo tuogliere, ne trovar, ne anchora imaginar la mitade, over il terzo, over il quarto, ne alcuna altra parte simile: Per laqual diffinitione ci dinota, il detto ponto non esser alcuna quantità, ma solamente esser un semplice termine fatto dalla natura, overo dall'arte, over a caso, over con la mente imaginato, dinotante il principio over il mezzo, overo il fine di alcuna quantità, overamente qualche altra conditionata parte d'una linea, over qualche effetto accadente in una, overo più linee, o altre quantità, come nelle cose che seguitano si vederà palese. Et questo tal ponto (nelle operationi Geometrice) se intende, & piglia per ogni piccolo segno fatto volontariamente, overo a caso con qualche stilo pontuto,

overo

ouero depinto cõ qualche materia colorata, in qualche spatio: come p essempio hauemo descritto, ouer segnato in margine. Ma perche alcuno potria arguir, et dire, tal sorte di ponto (artificialmente fatto dall'operante) nõ hauer alcuna cõuenientia con quello che diffinisce l'Auttore: atteso che l'operante nõ mai il puo cõstituire, ne segnar, talmẽte piccolo, che'l nõ possa esser sẽpre piu piccolo, ouer che'l nõ sia sempre diuisibile appresso all'intelletto, & per tal causa nõ esser di alcuna consideratione appresso l'Auttore, per esser in tutto al contrario della sua diffinitione: Onde per risoluer questo dubbio, rispondo, come habbiamo detto nel principio del prohemio, che tutte le operationi, e costruttioni fatte dall'operãte in materia, cioè, in carta, ouer in terra, ouer in qual si voglia altra materia, mai possono esser cosi uere, e precise che non possano esser piu uere, e piu precise: Et sebẽ il mathematico considera & guarda con l'occhio sensibile le cose congionte con la materia, secondo l'esser suo, tamen secondo la ragione sempre li considera, & guarda con la mente astratta da quella materia, doue sono, secondo che sono simplicemente in se, cioè, secondo l'intention dell'operante, e nõ secõdo l'opra: e l'intẽtione dell'operante, Geometrico è sempre di far le cose che construisse in materia, a tutto suo poter, secondo che son semplicemente in se, e bẽche non mai le fa cosi precise: facẽdo adonque un põto, con intẽtion di farlo secondo che è semplicemẽte in se, cioè, indiuisibile, seguita, quel tal ponto (tolto secondo l'intentione del operãte) esser indiuisibile. Il medesimo in sustantia afferma Arist. nel 6. della meta. qual dice, che la scientia mathematica non cõsidera le cose congionte con la materia, secondo l'esser suo: ma separate da quella secondo la ragione: e che la scientia naturale le considera cõ la detta materia all'un e l'altro modo, cioè, secondo l'esser e secondo la ragione: perilche seguita che considerando il detto ponto secõdo l'esser e secõdo la ragione, per tanto quãto è realmente quel material color negro di põto nel margine di questo foglio di carta, tal consideration serà naturale, e tal ponto secondo questa consideration non si puo negar che non sia diuisibile in infinito. Ma considerandolo con la mente separato da quella materia sensibile, secondo la ragione, cioè, secondo la diffinitione, tal consideratione serà mathematica, e secõdo quella serà indiuisibile: si che il naturale è differente al mathematico in questo, che egli cõsidera le cose vestite, il mathematico nude d'ogni materia sẽsibile.

Ponto.

Comparatione del Ponto.

IL ponto in Geometria, e simile alla unità nella Arithmetica: la qual è principio del numero, & nõ è numero: Similmẽte è simile al suono nella Musica, come afferma Frãchin di Gaffori nel. 2. capitolo del suo primo libro: similmente è simile allo istãte nel tẽpo, ouer nel moto, come ci manifesta Aristotele nel. 6. della Physica, testo, 24. E forsi che non seria fuor di proposito a dir che il detto ponto fusse simile alla materia prima, nelli principij delle cose naturale. Anchora si puo dir che'l ponto sia simil alla lettera consonante in Grãmatica, pche in uero quella nõ è uoce, & è principio della uoce. Vero è che alcuni Grammatici dicõ esser una uoce indiuiduamma quẽti tali, secõdo il mio parere, se ingannano: perche ogni uoce è diuisibile in infinito: La ragion è questa, che ogni uoce è proferta in tempo, & è

misur

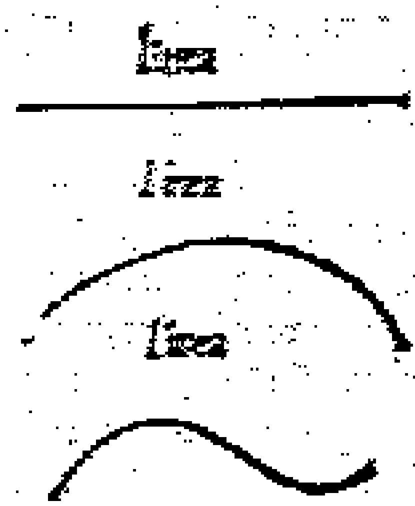
misurata da quello: & ogni tẽpo è diuisibile in infinito, per esser specie del cõtinuo, adõque ogni uoce è diuisibile in infinito: perche, se la misura è diuisibile in infinito per commune sciẽtia, seguita che la cosa misurata sia medesimamente diuisibile in infinito. E pero nõ si puo dire, che alcuna uoce sia indiuisibile, si come nõ si puo dir, che il põto sia una quãtità cõtinua indiuisibile, perche seria cõtradittione. Si uede adõque che il põto ha similitudine con tutte le cose, ma molto ha grã similitudine con Iddio: & per questa causa li Sapienti hãno attribuito q̃sto nome põto a esso Iddio, come nelli suoi settanta duoi nomi manifestamẽte appare. Questo põto nella secõda tradottione è detto segno, ma perche q̃sto nome põto è piu cõmune, & piu frequẽtato, fra li Latini e uolgari che segno, Ponto e nõ segno, m'è parso chiamarlo. Questo medesimo stile ho usato nelle altre diffinitioni, etiam nelle propositioni: perche non mi è parso de imitare, gli Alemani, liquali hãno stãpato una propositione della prima tradottione de uerbo ad uerbũ precisamẽte come sta co'l suo commẽto. Et consequentemẽte a quella una della seconda tradottione, pur de uerbo ad uerbum come sta co'l suo commẽto: laqual mistione nõ è altro, che una cõfusione alli studenti: et massime, doue le propositioni sono diuerse in cõclusione: Anzi ho osseruato questo, che tutte quelle propositioni che sono simili in cõclusione, in l'una & l'altra tradottione: siano doue si uogliano, quantũque nel dire, ouer nel proferir gli sia qualche differẽtia, come è stato del ponto, ne ho formato una sola propositione in uolgare: formãdo la maggior parte de testi uolgari sopra quella, che ha uocaboli piu cõmuni, cioè, sopra la prima: E questo medesimo ordine ho tenuto nelli suoi commenti ouero espositioni: perche, in uero la prima tradottione, si nelli testi come nelli cõmenti usa generalmente uocaboli piu communi & piu usitati, che, la seconda: uero è che la seconda pur in molti testi parla piu correttamente, che la prima, come procedendo in molti luoghi si uedrà palese: & massime, nel decimo.

Diffinitione. 2.

2 La linea è una longhezza senza larghezza: li termini dellaquale sono duoi 2. ponti.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Auttore ci diffinisce la prima specie della quantità continua, che è la linea. Et dice che la linea è una longhezza, senza alcuna larghezza: & che li termini di quella sono duoi ponti, (essendo però intesa terminata) perche sono molte linee, che non son terminate com'è la circõferẽtia di un cerchio, & altre simili. Ma bisogna notare, qualmẽte sono alcune linee fatte dalla natura: alcune dall'arte: alcune, e cosi e alcune, imaginate con la mẽte. Quelle che sono fatte dalla natura, sono le sẽplice longhezze, ouero le sẽplice larghezze, ouero grossezze, che sono naturalmẽte in ogni qualità de corpi materiali dalla natura prodotti, ouero

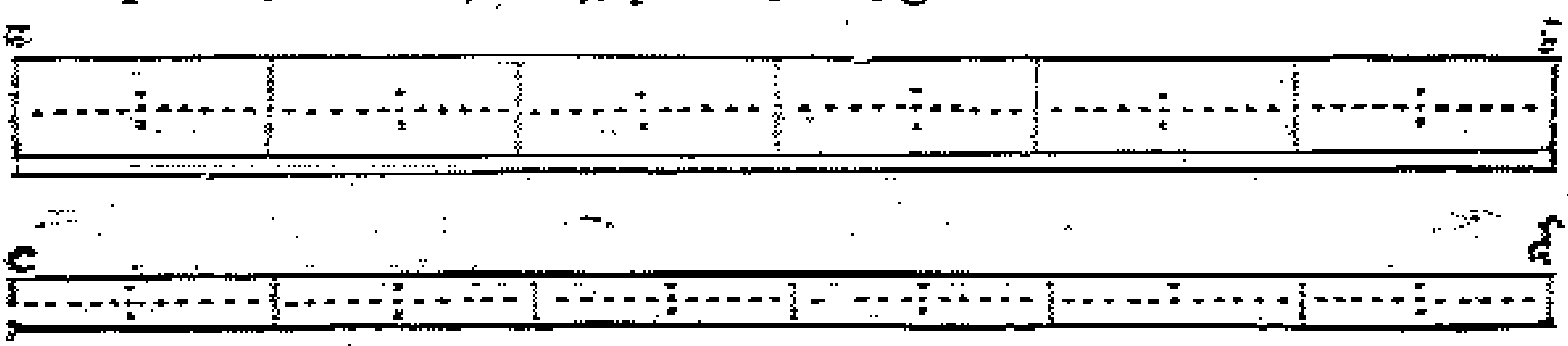


dall'arte

dall'arte fabricati, & sono ancora li superficiali termini de detti [illegible] terminanti detti corpi. Ma perche ancora non si è diffinito che cosa sia superficie, ne corpo, al presente ne è licito di parlarne, ma nel processo si vedrà manifestamente cosa siano. Ma le linee fatte dell'arte, ouero che sono fatte col penello, ouero con la ca[illegible] so dall'operante Geometrico co qualche suo stile ponto, ouero co qualche materia colorata, in qualche parte, come per essempio (in varij modi si come che varij modi possono accadere) hauemo designato di sopra. Vero è, che a chi potria dir (come fu detto del ponto) queste tali linee artificialmente fatte dall'operante hanno conuenientia alcuna co la linea diffinita dallo egregio nostro Auttore Euclide, atteso che no mai possono esser tirate, ouero designate tanto sotil, che quelle no habbiano qualche larghezza in se. Non dimeno questo dubio è [illegible] secondo quello del ponto, cioe chi vol considerar ciascaduna di dette linee o altre simili, e similmente quelle, che sono in ogni qualità di superficie et corpo, cosi secondo la ragione, come secondo l'essere, cioe congionte co quella materia di negro colore o altro simile, che ce le fa visibile in larghezza (come fa il naturale) senza dubbio secondo tal consideratione haueranno sempre qualche larghezza, et ancor grossezza, per causa della sua veste materiale. Ma chi considera dette linee, pur congionte con detta materia, secondo l'esser, ma poi secondo la ragione, separate da quella cioe, nude e spogliate di quella sua veste materiale del negro o [illegible], come fa il mathematico, secondo tal consideratione si trouerà esser resolto il dubio. Si vede adunque che il mathematico, e il naturale, nel considerar le cose si accordano in una parte, perche ciascaduno le considera secondo l'esser congionte co la materia [illegible] & similmente si discordano in un'altra, cioe, secondo la ragione: perche il naturale secondo la ragione le considera medesimamente congionte e vestite di quella sua veste materiale sensibile: & il mathematico, separate, cioe, nude & spogliate della detta sua veste materiale come fu detto sopra il ponto. E tutto questo afferma Aristotile nel preallegato sesto della Metaphysica, testo 2. et similmente il Commentatore sopra il primo de celo et mundo, commento primo, ma piu diffusamente Aristotile nel secondo della Physica, testo xx. cosi dechiara. Et accio che ogni mediocre ingegno meglio apprehenda et intenda questa differentia, che è fra il naturale et il mathematico nel considerar le cose, voglio addur anchora uno essempio molto facile da capire. Hor poniamo che siano due misure material di alcun metallo, ouer di legno (si come sono quelle, che usano questi mechanici, a misurar le cose occorrente) et che dette misure siano di equal longhezza, come sarebbe che fussino duoi passi & che ciascheduno di essi passi fusse diuiso in cinque piedi, li quali piedi siano di onze xii come si costuma fra li architetti: & poniamo che dette due misure siano di legno, ma che una sia d'un legno molto grosso cioe il passo. a. b. et l'altra sia d'un legno sotile cioe il passo. c. d. dico che chi vol considerar queste due misure ouero quantità naturalmente secondo che sono cioe secondo la materia senza dubio si concluderà [illegible] maggior dell'altra cioe la. a. b. esser maggior della. c. d. perche egli è piu materia dentro cioe piu quantità di legno per la sua maggior larghezza et grossezza, et questa tal consideratione sarà naturale, la qual se restringe alla

materia,

teria, che si vede, cioè, alla quantità del legno. Ma chi vuol cõsiderar queste due misure secondo il Geometra, over mathematico (il quale non ha alcun rispetto alla materia secondo la ragione) dirassi queste due misure esser equal, come è il vero, per che sono tolte & considerate secondo la intention dell'operante, che le ha fabricate il quale le ha fatte con intentione di far vna semplice longhezza: il medesimo se intende d'ogni altra sorte di famose misura, cioè pertiche, brazza, cane, cauezzi, et altre simili, o siano, over di legno: grosse o sottile, non importa; perche tal grossezza non vien considerata. E pero si patria dir che la linea, è vna longhezza senza alcuna considerata larghezza, over grossezza. E che sia il vero, che ciascuna delle sopradette famose misure siano intese tolte p linee, oltra che Euclide ce lo manifesta nel decimo chiamando ciascuna simile linea d ata rationale, come al suo luoco si dirà. Il sapientissimo Commentatore Auerrois sopra il secõdo della Physica, comemento xx. volendo dechiarare la consideratione del prospettiuo (circa alle linea) essere media fra la consideratione del naturale e del mathematico, ce lo vien fa con queste precise parole. Geometria enim considerat de magnitudinib. abstractis a materia, natur alis vero cõsiderat de eis secũdum quod sunt in materia. Aspectiuus autem considerat de lineis in dispositione media inter istas duas cõsideratiões, non enim considerat de linea secundum quod est linea simpliciter, vt Geometer, neque secundum quod est linea lignea, ut area, et naturalis, sed secundum quod visualis. Per il che è da sapere che p la linea lignea, ouero metallica se piglia naturalmente come è detto di sopra vero, e che la scrittura di tal commento dice, linea ignea, aut area ma io credo che sia stato mal tradotto, & che voglia dire, come habbiamo detto di sopra, cioè linea, aut area: Et questo credo sarà bastante alla intelligentia della differentia della consideratione naturale & mathematica, con la qual si resoluerà varii dubbii sopra le cose che seguitano.

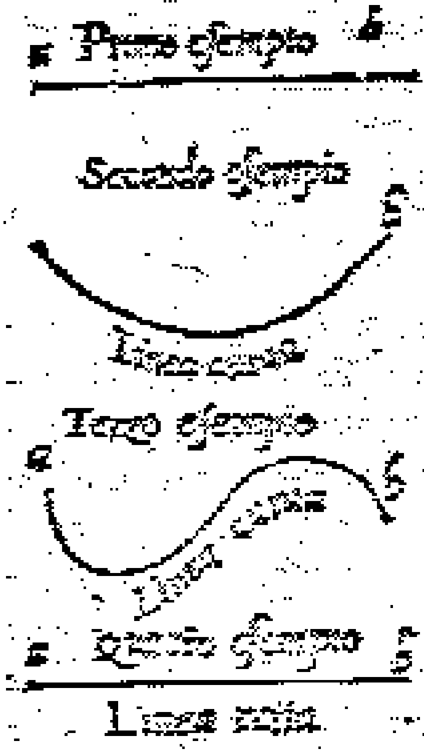


Diffinitione. 3.

3 La linea retta è la breuissima estensione da vno ponto ad vn'altro che r
4 tiene l'vno e l'altro di quelli nelle sue estremità.

Il Tradottore.

Hauendo lo Auttore nella precedente diffinitione diffinito, che cosa sia la linea in genere. (Perche questo genere de linea se diuide in due specie principale, cioè, in retta, e curua, pero nella presente diffinitione ci vol dar a conoscer qual sia la retta, se dice che la linea retta e la piu breuissima estesione, over tratta che tirar si posse



in alto, ouero con la mente da un ponto a un'altro, ricercando nelle sue estremità siano li quelli, come per lo essempio si vederà. Siano li duoi ponti .a. & b. come qui potrai vedere nel primo essempio. Dico che dal ponto a. al ponto b. si possono tirar infinite linee una maggior dell'altra, al modo che habbiamo posto qui di dentro nel secondo essempio: & similmente infinite altre nella forma & maniera che habbiamo posto nel terzo essempio, et in altri varij modi: ma la piu breue che tirar si possa dal detto ponto a. al ponto b. poniamo che sia quella che qui dentro sono, e che habbiamo tirata rettamente nel quarto essempio: essendo adunque la piu breuissima che tirar si possa dall'uno all'altro di detti ponti sera detta linea retta per la presente diffinitione. Et questo basta per dechiaratione della linea retta, & cosi per notitia della curua: perche chi cognosce il dritto de una cosa è sforzato a cognoscere etiam il contrario, e pero lo Auttore non ha voluto diffinir altramente la linea curua, per esser cosa superflua, imaginandosi nel cognitione esser espressa a chi hauera notitia della retta. Ideo &c.

Diffinitione 4.

4 / 5.6 La superficie è quella che ha solamente longhezza & larghezza: li termini dellaquale sono linee.

Il Tradottore.

In questa quarta diffinitione l'Auttor ci diffinisse la seconda specie della quantità continua (che è la superficie) & dice che la superficie è quella che ha solamente longhezza e larghezza, cioè, che gli manca la profondità, ouer grossezza: li termini dellaquale (essendo terminata) sono linee. Dico essendo terminata, perche sono molte superficie che non sono terminate, come saria la superficie de una balla tonda, ouer d'uno ouo, & altri corpi simili. Ma per intender bene questa diffinitione bisogna notare, qualmente sono alcune superficie fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune a caso, & alcune imagine con la mente. Le superficie fatte dalla natura sono le superficie di tutti termini terminanti ogni qualità di corpo dalla natura produtto, ouer dall'arte fabricato, ma per non esser ancora diffinito che cosa sia corpo, metteremo questo parlar da banda, per non preterir l'ordine dell'auttore, ilqual non costuma parlare d'una cosa auanti la diffinitione di quella: ma le superficie fatte dall'arte, ouer a caso sono quelle, che vengono fatte, ouer dessegnate volontariamente, ouer a caso dall'operante geometrico, ouer pittorico, con qualche stillo appontito, ouer con qualche materia colorata in qualche altra superficie, come per essempio hauemo dessegnato in margine, ilqual margine è pur una superficie di questo foglio di carta. Ma

an

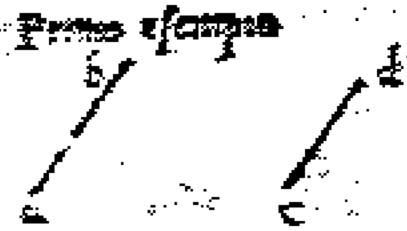
dui dubij ponno occorrere nella mente del lettore circa alla sopradetta diffinitione, & circa alla nostra espositione uno di quali è questo. Potria dire, la diffinitione dice, che la superficie ha solamente longhezza, e larghezza, & trouo la maggior parte delle superficie hauer piu longhezze e piu larghezze, come appar nella superficie a.b.c.d. laquale ha due longhezze, cioè il lato a.b. & il lato c.d. et due diuerse larghezze, cioè il lato a.d. & il lato b.c. Circa a questo dubbio rispondo, che la longhezza & la larghezza d'una superficie è una cosa, & li lati, ouer linee, che la terminano sono un'altra perche le linee che terminano ogni qualità di superficie (siano quante si vogliano) se dicono solamente termini di quella superficie, e non longhezze, ne larghezze di quella, uero è che per mezzo de detti termini noi uegniamo in cognitione della uera e simplice longhezza e larghezza de ogni qualità di superficie, & poi per mezzo della detta uera e simplice longhezza & larghezza noi uegniamo in cognitione della quantità di cadauna tal superficie, come nel 2 libro si uederà manifesto. & per questo si dice che la superficie ha solamente longhezza, & larghezza, & che li termini di quella sono linee, ma nō dice che le linee che la terminano siano la sua longhezza, ouer larghezza: & questo basti per dechiaratione del primo dubbio. El secondo è simile a quello della linea, cioè, che se potria dire, che quelle superficie artificialmente fatte ouer dessignate, ouero dipinte con qualche liquor corporeo colorato, hauer in se sempre qualche grossezza, ouer profondità, ma questo dubbio se risolue come quello del ponto, ouer della linea, cioè, che il Geometra le considera (secondo la ragione) nude, & spogliate di quella materia colorata secondo che sono in se, cioè, senza profondità, ouer grossezza & questo basta per delucidatione della superficie in genere.

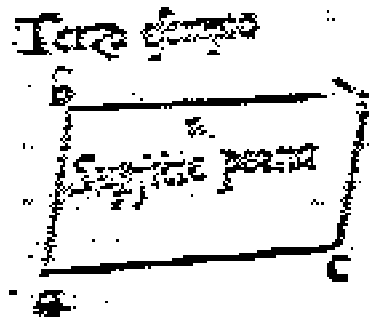
Diffinitione 5.

5 La superficie piana è la breuissima estensione da una linea a un'altra, che riceue nelle sue estremità l'una e l'altra di quelle.

Il Tradotore.

Hauendo l'Auttor di sopra diffinito che cosa sia superficie in generale, e perche sono due specie principali de superficie, cioè, piana, e gibbosa, ouer conuessa, ouer sferica, ouer concaua, e però in questa diffinitione ne diffinisse la piana, & dice, che la superficie piana è la piu breuissima estension che si possa estendere da una linea a un'altra, riceuendo nelle sue estremità ciascuna di quelle: per laqual cosa bisogna notare che questa diffinitione è quasi simile a quella della linea retta. Oltra di questo bisogna auertire che da una linea a un'altra si può estendere infinite, ouer cō la mente infinite superficie, che riceueranno nelle sue estremità ciascaduna di quelle, tamen se non una sola se ne può estendere che sia piana, e non piu: e quella sarà la piu breuissima



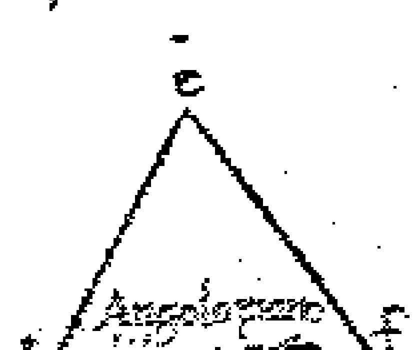


de tutte le altre che estender si possano: come (esempli gratia) sono le due linee a.b. & c.d. come qui si vede. Nel primo esempio dico, che dalla linea a.b. alla linea c.d. si puo estendere in uno, over con la mente, infinite superficie, alla similitudine della superficie .m. ultima superficie, nel secondo esempio che una sera maggior dell'altra, et in altri modi: ma di tutte la piu breuissima che estender si possa, sera quella che sera estesa breuemente, & rettamente dalla detta linea a.b. alla linea c.d. alla similitudine della superficie .n. del terzo esempio: laquale, essendo la piu breuissima, sera detta superficie piana, per la presente diffinitione, dimostra che la sua estesa [illegible] che ella receue nelle sue estremita causata di quelle proposte linee: questo dico, perche se ne potra tirar di piu breue di quella, & che le dette linee, che ui saranno piu ne, ma ui ricercariano le dette due linee a.b. et c.d. nelle sue estremita, e pero fu forza a continuar la diffinitione: Et questo credo sia bastare alla dechiaratione della superficie piana et cosi della non piana (come dissi della linea retta) chi cognosce la superficie piana è necessario che etiam cognosca la non piana: e pero non fu bisogno diffinirla altramente.

Diffinitione 6.

6 L'angolo piano è il toccamento, & la applicatione non diretta, de l'una
8 e l'altra due linee insieme la espansione dellequale è sopra la superficie.

Il Tradottore.

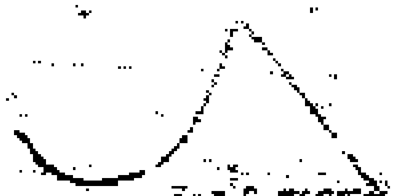


In questa diffinitione l'Auttore ci da a considerare qualmente l'angolo piano è composto sotto tre conditioni. La prima è il toccamento di due linee, tamen il toccamento per se non formaria l'angolo, quando l'applicatione delle due linee fusse diretta alla similitudine delle due linee .a.b. & b.c. lequale si toccano in ponto .b. d'una applicatione diretta: et per esser tal applicatione di retta, non formano angolo, anzi delle dette due linee se ne fa una sola linea che è tutta .a.b.c. ma se le dette due linee si toccassero d'una applicatione non diretta, alla similitudine delle due linee .d.e. et .e.f. in ponto .e. ben formariano l'angolo in ponto .e. tamen se le dette due linee .d.e. & .e.f. se expandessero, over estendessero sopra

una

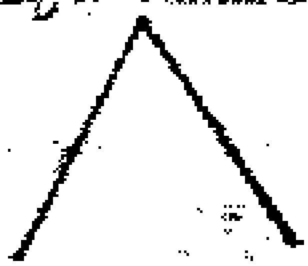
una superficie gibbosa, over montuosa el detto angolo non saria angolo piano, ma montuoso, over curvo: perche douendo esser angolo piano, bisogna che habbia la terza conditione, cioe, che le dette due linee se espandano, over estendano per la superficie cioe, per la superficie diffinita nella precedente diffinitione, & ben che l'Auttor non la specifica: Ma egli e suo costume, che ogni volta che gli nomina linea, over superficie, senza altra conditione, egli vole che se intenda di quella linea, over superficie che è stata diffinita, & non altramente circa ci bisogna avvertire [illegible] che dunque le due linee dette se espandino per una superficie piana, l'angolo e detto piano, perche dall'angolo piano all'angolo non piano superficiale, non è altra differentia salvo che la espansione delle due linee del non piano e in una superficie non piana, tamen li angoli piani possono esser contenuti da due linee curve, over da una curva, e l'altra retta, pur che ambedue le due linee siano in una superficie piana, come per esempio have mo disegnato: & questo credo sia bastante alla declaratione dell'angolo piano, etiam del non piano superficiale, over superficiale, accio non se intendesse dell'angolo solido, del quale se ne parlarà nell'undecimo Libro, ma in questo loco non è a proposito di parlarne.


Angolo piano curvilineo.


angolo piano

Diffinitione 7.

Angolo rettilineo.



7 Ma quando due linee rette contenemo un'angolo
9 quell'angolo è detto rettilineo.

Il Tradottore.

Per che delli angoli piani (come dissi, et esemplificai nella precedente diffinitione) alcuni sono contenuti da linee rette, alcuni, da curve, & alcuni, da una curva, & una retta, per tanto l'Auttor ci advertisse, come quello angolo, che è contenuto da due linee rette, si chiama, angolo rettilineo.

Diffinitione 8.

8 Quando una linea retta starà sopra una linea retta, & che li dui angoli
10 contenuti dall'una e l'altra parte siano eguali: l'uno e l'altro di quelli sarà retto.

Il Tradottore.

Le specie principali dell'angolo rettilineo sono due, cioe, retto e non retto: ma perche l'angolo non retto si divide etiam in altre due specie, cioe, in maggior del retto, e minor del retto, per che potremo dire, le specie dell'angolo rettilineo esser tre, cioe, retto, maggior del retto, e minor del retto: Onde l'Auttore p la presente diffinitione

Con la evidentia di questa se puo conoscer se una squadra è giusta.

tione ci da a cognoscer l'angolo retto, laqual dice, che quando una linea retta starà sopra d'una linea retta, (cioe, come sta la linea a b sopra alla linea c d.) facendo che li dui angoli contenuti dall'una e l'altra parte delle dette due linee siano equali fra loro (cioe, che l'angolo contenuto dalla linea a b & della parte d b dell'altra sia equale all'altro angolo contenuto dalla medema linea a b & dall'altra parte c b della medesima c d.) che ciascuno delli detti angoli se dice angolo retto, &c. Però per intelligentia delle cose che seguitano bisogna notare, che quando se vol denotare in scrittura un angolo, quello si proferisse, la maggior parte per tre lettere, delle quai la lettera media sempre sarà quella, che denotarà il ponto doue termina il detto angolo: Esempli gratia. Volendo proferir, over dire quello che havemo detto di sopra (secondo si costumarà nelle cose seguenti) faremo in questo modo. Se l'angolo a b d sarà equale al angolo a b c l'uno l'altro sarà retto. Onde per l'angolo a b d bisogna intendere l'angolo contenuto dalla linea a b & dalla linea b d in ponto b & per l'angolo a b c l'angolo contenuto dalla medema linea a b & dalla linea c b in ponto b & cosi si deue intendere nelle cose sequenti.

Diffinitione 9.

9 Et la linea sopra stante è detta perpendicolare sopra a quella, doue sopra sta.

Il Tradottore.

Breuemente in questa diffinitione consequentemente si conclude, che la linea a b della figura precedente si dice perpendicolare sopra alla linea c d. & questa diffinitione si debbe intendere congionta alla precedente, quantunque ella sia disgionta & segregata.

Diffinitione 10.

10 Et l'angolo ch'è maggior del retto, si dice ottuso.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Auttor ci aduertisse, qualmente l'angolo che è maggiore dell'angolo retto, si chiama angolo ottuso: esempli gratia se la linea a b starà inclinata sopra alla linea c d (come appar in questa seconda figuratione) essa formarà dui angoli inequali, uno de quali serà maggior del retto, cioè l'angolo a b d & l'altro serà minore, cioè l'angolo a b c. L'angolo adonque a b d per la presente diffinitione serà detto ottuso, l'altro ch'è minor del retto si diffinisse nella sequente diffinitione: & questa diffinitione insieme cō la sequente si debbeno intender per

congionte

congiunte con la ottusa, si come fu detto anchora della precedente.

Diffinitione 11.

11/12 Et l'angolo che è minor del retto, è detto acuto.

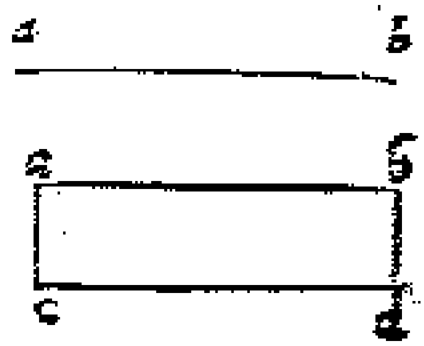
Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Auttor similmente ci auisa qualmente l'angolo minore dell'angolo retto si chiama angolo acuto: adonque l'angolo a.b.c. della precedente figura si chiamerà angolo acuto, e l'angolo a.b.d. ottuso (come di sopra fu detto) & questo basta per la dechiaratione delle tre specie delli angoli piani rettilinei.

12/13 Diffinitione 12.

Il termine è quello, che è fine della cosa.

Il Tradottore.



Quiui l'Auttor sotto breuità ci diffinisse che cosa sia termine, et dice, che il termine è il fine di ciascuna cosa, essempli gratia, sia la linea a.b. e similmente la superficie a.b.c.d. et perche ciascun delli dui ponti a. & b. sono principio e fine della detta linea a.b. adonque ciascuno delli detti dui ponti a. & b. puo esser detto termine della detta linea a.b. similmente perche la superficie a.b.c.d. finisse nelle quattro linee a.b. a.c. c.d. & b.d. adonque ciascuna delle dette quattro linee sarà termine della detta superficie.

Diffinitione 13.

13/14 La figura è quella, che è contenuta sotto uno, ouer piu termini.

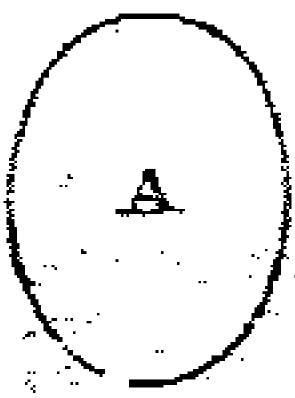
Il Tradottore.

In questa diffinitione ci da a cognoscere qualmente la figura è compresa sotto uno, ouero piu termini, & quel siano quelle figure che sono contenute sotto uno termine, & quale siano quelle che sono contenute sotto dui, ouer tre, ouer quattro, ouer piu termini, nelle seguente diffinitioni si farà manifesto, ma sono di quelle di che si ha a trattare, e parlar nelle cose che seguitano, perche tal cosa si ha a parlarne in questo luoco, e in quello, e pero non poso senza altro essempio.

Diffinitione 14.

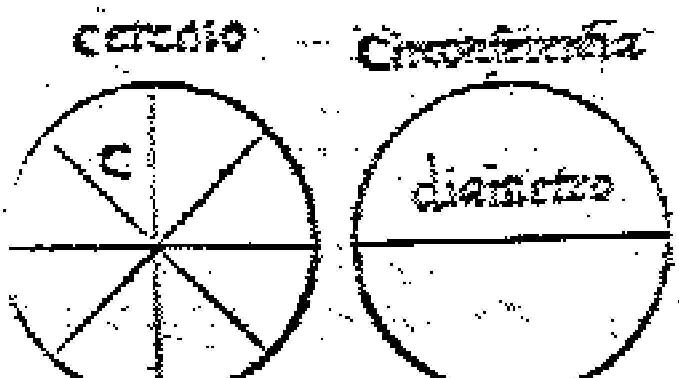
14/15.16 Il cerchio è una figura piana contenuta da una sola linea, laquale è chiamata circonferentia, in mezzo dellaqual figura è un ponto, dalqual tutte le linee rette, ch'escano, & vadano alla circonferentia sono fra loro equali, & quel tale ponto è detto centro del cerchio.

Il Tradottore.



In questa diffinitione l'Author ci da a cognoscere qualmente il cerchio è compreso sotto tre conditioni la prima è, che è una figura piana, cioè superficie piana, e non concaua ne conuessa, quanto montuosa, la seconda, che è contenuta da un sol termine, ouero da una sola linea, chiamata circonferentia: la terza, che nel mezzo di quello è un ponto cosi conditionato, che tutte le linee menate da quello alla circonferentia son fra loro equali, siche ogni figura che habbia queste tre conditioni è detta cerchio, per il che seguita, che ogni figura, che manchi di alcuna di queste conditioni nõ se intēde esser cerchio, esempli gratia, le due figure A, & B hanno due di quelle tre conditioni che si aspettano al cerchio, cioè sono figure piane sono etiā contenute da un solo termine, ouero linea, pur chiamata circonferentia, tamen, perche non hanno, ne possono hauere nel mezzo un põto cosi cõditionato, che tutte le linee, che si partino da q̄llo, & vadino alla circonferentia, siano fra loro equali, niuna di quelle se intēde esser cerchio, perche, a uoler esser cerchio, bisogna chi habbiano etiā l'altra terza conditione, si come ha la figura C, e pero la detta figura C hauendo tutte le dette tre conditioni si chiamerà cerchio & cosi ogni altra simile, maggiore, ouer minore, & il ponto C so pra il quale vien constituido artificialmente in uesta cerchio, è dimto centro del detto cerchio, e non è alcuno perito ingegnere, & dice (come fu detto del ponto, e della linea artificiali) che la detta figura C artificialmente fatta, non esser uero cerchio (per molte ragioni, che si potriano addurre) per esser impossibile che l'operante possa constituir un perfetto cerchio: tamen, questa oppositione, ouer dubbio se risolue come fu fatto quello del ponto, & della linea, cioè, per quello, che habbiamo detto nel principio e perche seria superfluo a replicarlo, di nouo mi passo con silentio ideo aduerte.

Diffinitione 15.



15 / 17 Il diametro del cerchio è una linea retta, laqual passa sopra il centro di quello, & applica le sue estremità al la circonferentia, & diuide il cerchio in parte equale.

Il Tradottore.

L'esempio di questa diffinitione habbiamo descritto nella figura della presente pero mi passo senza altra dechiaratione, per esser da se chiara, come si puo apertamente vedere.

Il mezzo

Diffinitione 16.

16/18 Il mezzo cerchio è una figura piana contenuta dal diametro del cerchio & dalla mità della circonferentia.

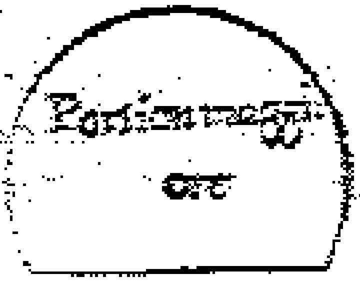
Il Tradottore.

Havendo l'Auttor diffinito il cerchio, et il centro et il diametro di quello, al presente incomincia a diffinir le sue portioni, over parti, & incomincia dal semicerchio, o vuol dir mezzo cerchio, & perche la diffinitione parla chiaro, et insieme con l'essempio, salvo che ho posto la figura qui per essempio.

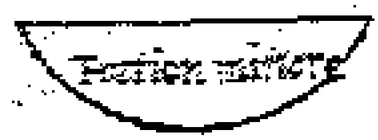
Diffinitione 17.

17/19 Portion di cerchio è una figura piana contenuta da una linea retta & da una parte della circonferentia maggior, o minor del mezzo cerchio.

Il Tradottore.



Abenche il semicerchio, over mezzo cerchio sia anchora lui una parte rationale del cerchio, cioè la mità di quello, per esser diffinito per il suo proprio nome, non è connumerato fra le portioni, over parti del cerchio, ma quando se dirà semplicemente una portione, over parte di cerchio l'auttor vuole, che si intenda una parte maggiore, over minore del detto mezzo cerchio, come per essempio habbiamo dissegnato. Et nota che tanto significa a dire una settione di cerchio, quanto che è a dire una portione, over parte di cerchio.



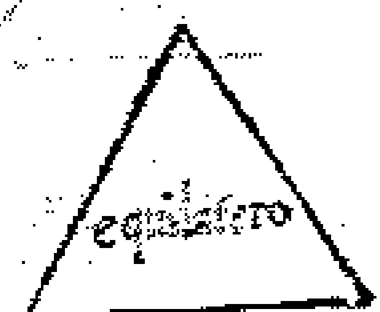
Diffinitione 18.

18 Le figure rettilinee sono quelle, che sono contenute da linee rette, delle quali alcune sono trilatere, lequali sono contenute da tre linee rette, &
[illegible] alcune quadrilatere, lequali sono contenute da tre linee, alcune moltilatere, lequal son contenute da più di quattro linee rette.
[illegible]

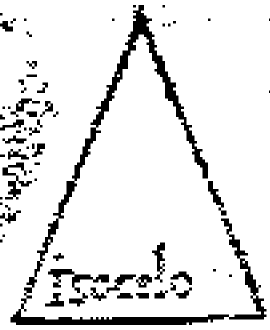
Il Tradottore.

Questa diffinitione altramente non esponeremo, ne manco con essempio, per esser da se piana, & le specie di tutte le dette figure rettilinee si diffiniscono nelle sequenti diffinitioni.

Diffinitione 19.



19 21.25/26 Delle figure di tre lati una è detta triangolo equilatero



latero, & questo è quello, che è contenuto sotto di tre lati equali. L'altro è detto triangolo Isocelo, e quello, che è contenuto solamente sotto di duoi lati equali. L'altro è detto triangolo Scaleno, & questo è quello, che è contenuto sotto di tre lati inequali.

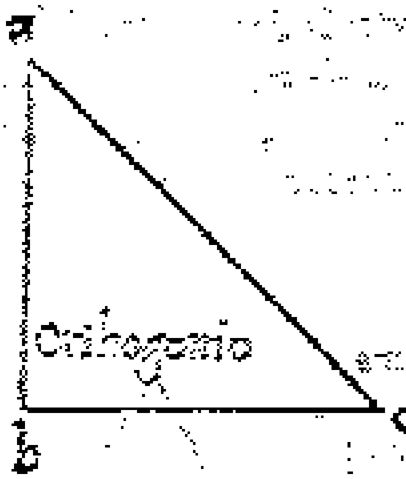
Il Tradottore.

In questa, e nella sequente diffinitione l'Auttor ci diffinisce li nomi speciali delle figure di tre lati, secondo li duoi modi, che possano esser divise, over considerate, cioè, secondo la consideratione delli loro lati, per lequale sono dette trilatere, over secondo la consideratione delli loro angoli, per lequale sono dette triangoli. Le specie adunque delle dette figure divise over considerate secondo la varietà delli lati (per questa diffinitione) sono tre: la prima è quella, che ha tutti li tre lati equali, e questa tale è detta triangolo equilatero: la seconda è quella, che ha solamente duoi lati equali, & l'altro maggiore, over minore de quelli: e questa tale si chiama triangolo Isocelo: la terza è quella, che ha tutti tre li lati inequali, & questa tale si chiama triangolo Scaleno, come per essempio appare. L'altra divisione delle dette figure, cioè, secondo la consideratione di angoli nella seguente diffinitione se farà manifesta.

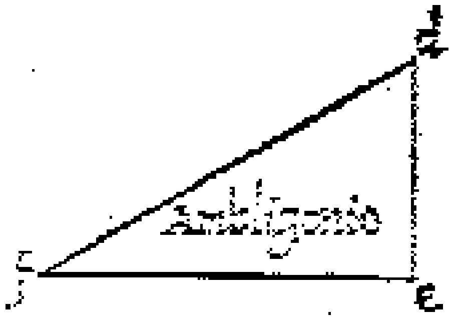
Diffinitione. 20.

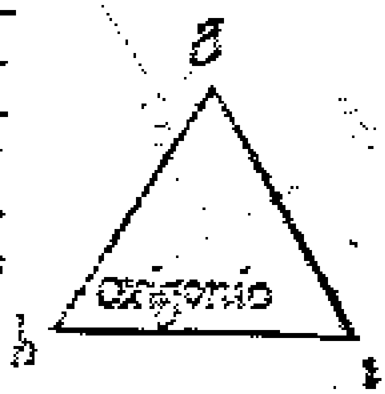
20 Ancora di queste figure di tre lati una è detta triangolo orthogonio,
27.28 & questo è quello, che ha un angolo retto. L'altra è detta triangolo Amblygonio,
29 & è quello, che ha un angolo ottuso. L'altra è detta triangolo Oxigonio & questo è quello che ha tutti li suoi tre angoli acuti.

Il Tradottore.



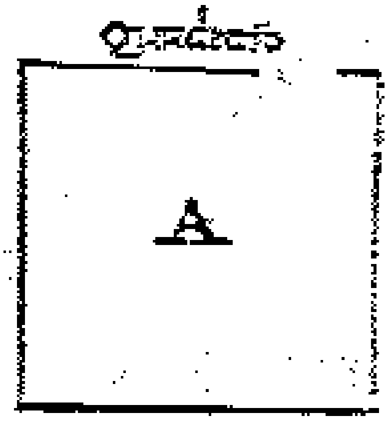
In questa diffinitione (come habbiamo detto di sopra) l'auttor diffinisce li altri nomi speciali delle figure di tre lati secondo l'altra divisione fatta secondo la varietione delli angoli, e non delli lati, lequal specie sono pur tre. La prima è detta triangolo orthogonio, & questo triangolo è quello, che ha un angolo retto, si come è il triangolo a.b.c. ilquale ha lo angolo b. retto: la seconda è detta triangolo amblygonio, & questo è quello, che ha un angolo ottuso, si come è il triangolo d.e.f. ilquale ha lo angolo e. ottuso, cioè, maggior di uno retto: la terza è detta triangolo oxigonio, & questo è quello, che ha tutti tre li angoli acuti, si come è il triangolo g.h.i. ilquale ha tutti li suoi tre angoli acuti, cioè che ciascaduno di loro è minore d'uno angolo retto, & questo è quello che in questa diffinitione si vuole inferire. Ma bisogna notare, che in questa seconda divisione non si ha alcuno rispetto alla variatione delli lati, perche il triangolo orthogonio puo hauere tutti li suoi tre lati inequali, etiam puo esser di duoi lati, per tanto il detto triangolo orthogonio (secondo la prima diuisione) potria essere triangolo isocele, e similmente triangolo scaleneo, ma è ben vero che nõ potria esser equilatero, la causa di questo per le cose dette non la posso assignare, ma in quelle che si ha da dir nella penultima del primo, serà manifesta. Anchora il triangolo ambligonio puo esser di duoi lati equali etiam di tre lati inequali, ilche dado anchora a lui il nome secondo la prima diuisione, potria esser pur triangolo isocele, & similmente scaleneo, ma è che'l non puo esser equilatero. Similmente il triangolo oxigonio puo esser di tre lati equali, etiam di duoi lati solamente equali, ouero di tre lati pur inequali: per laqual cosa seguita che il detto triangolo secondo la prima diuisione potria essere equilatero, etiam isocele, & similmente scaleno. E pero bisogna auertire in queste varie specie di nomi, perche alle uolte un triangolo puo esser chiamato per duoi nomi, secondo le dette due diuisioni, & questo basta per la declaratione delle specie delle figure di tre lati.





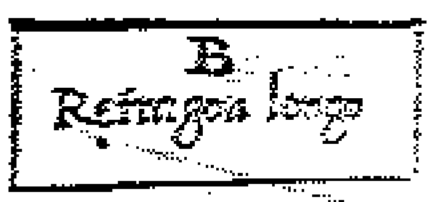
Diffinitione 21.

21.22 Ma delle figure di quattro lati, una è detta quadrato, il qual quadrato
30.31 è de lati equali, & de angoli retti. L'altra è detta
32.33 tetragono longo, & questa è una figura rettangola, ma non è equilatera. L'altra è detta, helmuaym, ouero rhombo, laquale è equilatera, ma non è rettangola. L'altra è detta simile helmuaym, ouero rhomboide, laquale ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non è contenuta da lati equali, ne da angoli retti, & tutte le altre figure quadrilatere, eccetto queste, sono chiamate, helmuariphe, ouero trapezie.



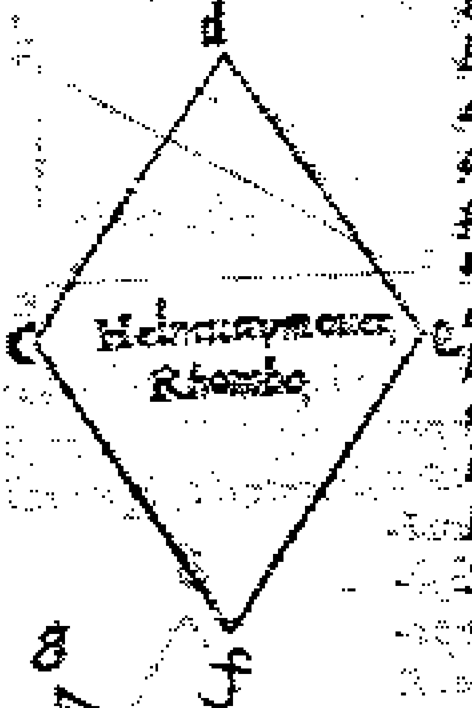
Il Tradottore.

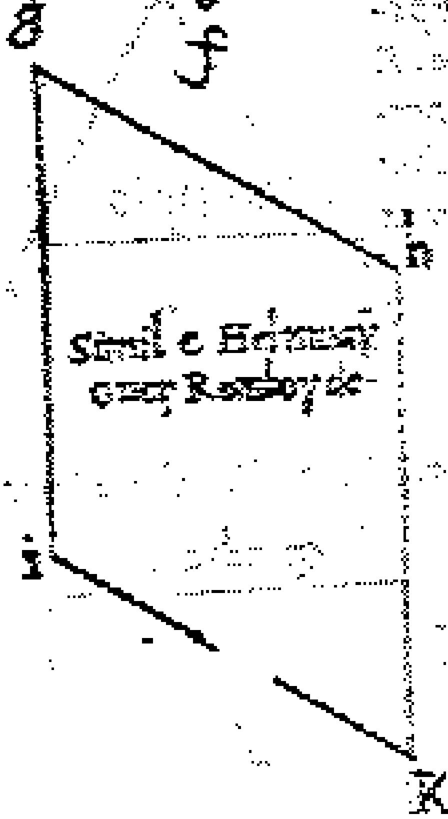
Nella presente diffinitione l'Auttor ci da a cognoscer qualmente le specie regolar delle figure quadrilatere sono quattro, una dellequal è detta quadrato, & questo è quella che ha tutti li suoi quattro lati equali, et anchora tutti li suoi angoli retti (come appar per essempio nella figura A.) l'altra è detta tetragono longo, & questa figura ha pur tutti li suoi quattro angoli retti, si come il quadrato, ma non è equilatera, anci è piu longa, che larga, alla similitudine della fi-



gura

ma è dimandata helmuaym, ouero rhombo, e questa figura ha pur li lati equali, come il quadro, ma nõ ha li angoli retti, anzi ha dui angoli ottusi, & dui acuti (come per essempio appare nella figura c.d.e.f.) della quale li dui angoli contraposti .c. & e. sono ottusi, & li altri dui contraposti d. & f. sono acuti. La quarta è detta simile, helmuaym, ouero rhomboide, & questa figura ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, ma ne quella non ha tutti li lati equali ne li angoli retti, come per essempio appare nella figura g.h.i.k. della quale li dui lati oppositi g.i. & h.k. sono equali, & similmente li dui g.h. & i.k. & similmente li dui angoli oppositi h.i. sono equali, & similmente li altri dui g.k. sono pur equali, tamen tal figura non è equilatera, ne rettangola, anzi ciascaduno delli dui lati g.i. & h.k. sono maggiori di ciascaduno delli altri dui. g.h. & i.k. & similmente li dui angoli i. & h. sono ottusi, & li dui g. & k. sono acuti. Et perche oltra queste quattro specie di figure de quattro lati, determinate di sopra, se ne son molte altre (come appare qua,) tamen l'Auttor dice, che tutte le altre, (eccetto che le quattro specie essemplificate di sopra) sono dette helmuariphe, ouero trapezzie.



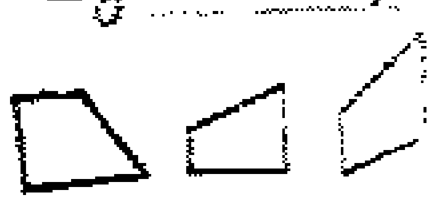


Diffinitione 21.

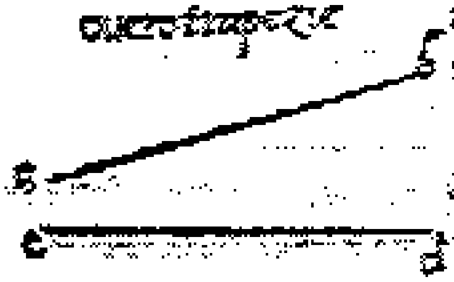
21
35 Le linee equidistante, ouero paralelle sono quelle che sono in una medesima superficie collocate, & che protratte nell'una & l'altra parte non concorreranno, etiam se siano protratte in infinito.

Il Tradottore.

Figure helmuariphe



ouero trapezie



L'Auttore ci diffinisse le linee equidistante, ouero paralelle sotto di due conditioni. La prima è, che siano in una medesima superficie, & nõ in diuerse. La seconda è che slongãdo quelle nell'una & l'altra parte in infinito nõ concorrino insieme, però qualunque due linee mãcaranno in alcuna di queste due conditioni, non se intende che siano paralelle, ouer equidistante: essempli gratia, se fusse una linea tesa per la superficie del margine di questa carta, & un altra ne fusse solamente con un capo sopra detta superficie e l'altra eleuata suso in aere,

senza

senza dubbio queste linee hauerian questa conditione, che slongandole in atto, ouero con la mente in infinito dall'una e l'altra parte, nõ cõcorreriano insieme: & nientedimeno per questo non se intenderia, che quelle fussero equidistante perche saríano in superficie diverse. Similmente se in una medesima superficie fussero due linee, come (esempli gratia) le due linee a.b. & c.d. disegnate nella superficie del margine, lequali perche protratte quelle dalla parte a.c. si vede euidentemente che concorreriano insieme però non se intende che siano equidistanti, quantunque siano in una medesima superficie: Ma se quelle saranno in una medesima superficie cosi conditionatamente, che slongandole dall'una e l'altra parte in infinito non habbiano ad incontrarsi insieme quelle se intenderiano esser equidistanti, ouero paralele, come per esempio appare nelle due linee e.f. & g.h. lequale euidentemente si vede che protrahendole, ouero slongandole da qual parte si voglia, non concorreriano, ouero non se incontrariano mai insieme, & però se intenderanno esser linee equidistanti ouero paralele. & cosi hauendo sufficientemente detto, faremo fine alle diffinitioni di questo primo libro.

Il Tradottore.

Inanti che procediamo più oltra, bisogna notare, che li primi principij di ciascuna scientia non si cognoscono per demostratione, ne etiam alcuna scientia è tenuta a prouar li suoi primi principij, perche ne seguiria proceder in infinito, Ma quelli tali principij si cognoscono per intelletto, mediante il senso, e però il principio d'ogni nostra cognitione incomincia dal senso. Et i ditti sono supposti nella scientia, & con quelli se dimostra, & seguita tutta la scientia: & sono detti principij di quella scientia, perche prouano altri, & non essere possono prouati da altri, in quella scientia: questi primi principij delle scientie alcuni li chiamano petitioni, & alcuni li dicono dignità, ouero suppositioni. Dico adunque che li primi principij che si suppongono in questa scientia ouero disciplina Geometrica, sono 15, delli quali sei sono proprij, cioe, che si conuengono solamente alla Geometria, & noue sono communi, cioe che si conuengono a diuerse altre scientie. Et perche la intentione dello Authore è di voler esplicare questa scientia Geometrica, & quella fortificare con demostrationi: Onde per proceder rettamente, egli primamente adimanda che gli sia concesso li detti suoi proprij principij (come è detto) sono sei (come nel processo vederai) & per questo se chiamano petitioni: & chiunque negasse queste sei petitioni, negaria tutta la scientia Geometrica ne con quello conuerria, e disputaria altramente, ma li altri noue (per essere cose notissime etiam concesse, & supposte in altre scientie) egli li volse chiamare communi concettioni, ouero communi sententie, come appare in fine delle petitioni.

Petitione prima.

1 Adimandiamo che ce sia concesso, che da qualunque ponto in qualunque ponto si possa condurre una linea retta.

1

Il Tradottore.

Lo Auttore in questa prima petitione addimanda, che gli sia concesso, che da un ponto ad un'altro si possa mentalmente, over imaginariamente tirare una linea retta, come saria a dire dal ponto a al ponto b laqual petitione, per esser all'intelletto evidente, non si puo negare. Vero è che alcuno potria dire, che a voler essequire tal cosa attualmente in materia non è molto facile, perche si vede che per far piu giustamente tale essecutione è stato necessario all'operante ritrovare cautelle, non solamente per tirare una linea da un ponto a un'altro di grandissima distantia, cioè, una linea retta di grandissima longhezza, come ancora per tirarne over designarne una che sia longa solamente uno, over duoi palmi. Et che sia il vero, si sa che communamente per tirare, over designare dette linee di poca longhezza, si costuma prima di farsi fare una listetta di legno, over di alcuno metallo piu piana & retta che sia possibile, & secondo l'ordine di quella tirar le dette linee rette da un ponto ad un'altro secondo le sue occorrentie, laqual listetta alcuni chiamano Regolo, alcuni altri Regola, laqual riga, over regola, essendo perfettamente giusta, per piu giustamente tirare le dette linee rette, bisogna che la superficie della materia dove si tirano sia perfettamente piana, e che gli sia ancora diligentissimo nell'operare, lequal tre cose non è molto facile accordarle, cioè, che la regola sia perfettamente piana, & retta, & che la superficie della materia dove si tirano similmente perfettamente piana, & che l'operante usi tutta quella perfetta diligentia che si possa usare. Similmente per tirare, over designare le linee di molta longhezza si costuma di torre una corda sottile longa a sufficientia, & imbrattar quella con una spongia infusa in certa acqua tinta communamente d'un colore rosso, & poi insieme con un compagno tirano la detta corda, & ciascuno di loro con una mano la firmano in uno delli duoi ponti dove desidera de tirare la detta linea, & l'altro all'altro, dapoi l'uno di loro con l'altra mano tira, & poi la sforzatamente la detta corda retta in alto, dapoi la lassa scorrere, et quella percuotendo nella superficie di quella materia, dove si tira, vi lassa la linea signata di quel suo liquore, e perche le dette corde si solean antiquamente far de lino, dicono li Grammatici che da quella è derivato quel nome linea, laqual linea talmente fatta, dovendo esser perfettamente retta, bisogna accordar piu cose, non molto facile, lequal per brevita lassio, perche ciascuno per le cose dette le puo considerar da se medesimo.

Hor circa a tutti questi dubij io rispondo, & dico che esser vero, anzi dico che per tal causa niuna operatione fatta in materia (come si è detto nel principio del Proemio) puo esser cosi giusta, & precisa, che non possi esser sempre piu giusta, e piu precisa, ma il nostro intelletto considerando tal atto operativo fuor di tutti gli impedimenti della materia (come fa il mathematico) tale petitione non si puo negare, ne il nostro intelletto puo dubitare di quello. Perche bisogna notare (come piu volte ho detto) qualmente tutta la scientia, over disciplina Geometrica si divide in due parti, cioè, attiva, over operativa, & in contemplativa, over speculativa, e per la parte di que-

sta

li primi principij indemostrabili si suppongon per la parte operativa, & parte per la speculativa, quelli che si pongon per la parte operativa sono solamente tre, cioè, questa & le due seguenti petitioni, gli altri si suppongono per la parte speculativa. Dico adunque che questa prima petitione viene ad esser il principio della parte operativa. E chi negasse questa insieme con le due seguenti saria negata tutta la parte operativa, ma concedendo questa insieme cõ le due seguenti niuno altro atto operativo si potrà negare, perche tutti si dimostreranno evidentemente. Seguita adunque che in questi tre primi principij operativi consiste tutta la sostantia del nostro bene & mal operare nelle operationi Geometrice, e però quanto piu l'operante userà diligentia in ciascuno di quelli, cioè, di mandarli piu giustamente a essecutione, che sia possibile, operando in materia, tanto piu l'opere sue si trouerãno esser al senso piu che ex precise secondo la sua intentione, e per il contrario quanto piu errera in ciascun delli detti tre atti, tanto piu l'opere sue si representeranno al senso imperfette & false secondo la sua intentione, & però in questi tre cose bisogna usar tutta la sua diligentia nelle sue mecanice operationi.

Petitione 2.

1 Ancora adimandiamo che ci sia concesso, che si possi slongare vna retta
2 linea terminata directamente in continuo quanto ne pare.

Tradottore.

In questa seconda petitione, aspettante alla parte operativa, l'Auttor dimanda che gli sia concesso che si possi slongar qual si voglia linea retta terminata directamente, cioè in continuo quanto ci pare, come essempli gratia, se fusse linea a.b & che ci occorresse a douerla slongare directamente in longo .c, over verso .d. assai o poco, secondo l'occorrentia. L'Auttor dimanda che gli sia concesso che si possa fare, perche se l'aduersario volesse negar questo atto non seria possibile a dimostrarlo con ragioni astratte. Ma perche la esperientia sensibile ce lo fa manifesto, tal petitione nõ si puo negar, ne il nostro intelletto puo dubitar di tal cosa, vero è che l'aduersario potria mettere dubbio si come nella precedente, ma tal dubbio si risolverà, come quello della precedente, cioè prendendo tale atto libero da tutti li impedimenti della materia, come fa il mathematico.

d a b c

Petitione 3.

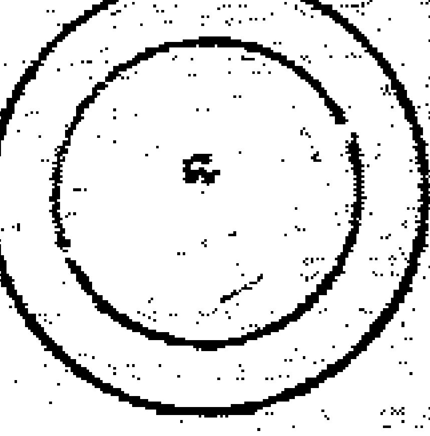
2 Ancora dimandiamo che ne sia concesso, che sopra a qualunque centro
3 ne piace possiamo designare vno cerchio di che grandezza ci pare.

Il Tradottore.

In questa terza petitione l'Auttor dimanda che gli sia etiam concesso di poter designar vn cerchio di qual grandezza li pare, & sopra a qual ponto, over cen

tro

tre figure, essempli gratia, occorrendoli a douer designare, ouer descriuer vn cerchio, di qual si voglia terminata grandezza, sopra a qual si voglia ponto, come seria a dir sopra il põto a. et che l'aduersario gli volesse negar tal cosa, non seria possibile a poter dimostrare tal possibilità, con argomenti ostensiui, ma, perche l'operante, nelle descrittioni piccole, con l'instromento del compasso, sensibilmente lo fa manifesto, (e similmente nelle descrittioni grande) con vna corda, longa a sufficientia, fissando vn capo sopra un põto centrale, e con l'altro, colligato con qualche ferro ò ponta, ouer con qualche altra materia segnante, girante attorno attorno lo conduse a perfettione tal petitione nõ è da negar: ouero è che l'aduersario (parlando naturalmente) vi potria addurre dubbij assai, si come nelle due passate, et arguir esser impossibile a descriuer vn perfetto cerchio, niētedimeno tutti si risolueno, come quelli della prima petitione, cioè sumendo tal atto secondo la consideratione mathematica e non naturale, il che facendo serà risolta ogni dubitatione.

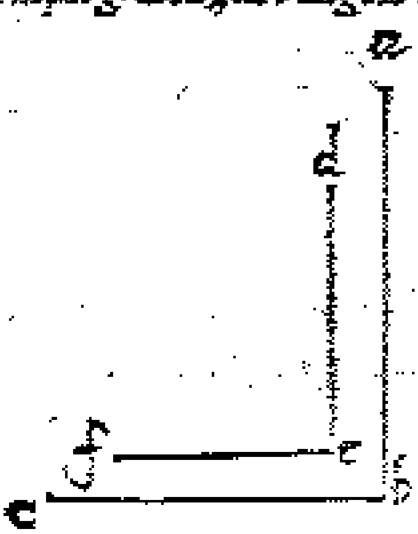


Petitione. 4.

3 Similmente adimandiamo, che ci sia concesso tutti li angoli retti esser fra loro
4 equali.

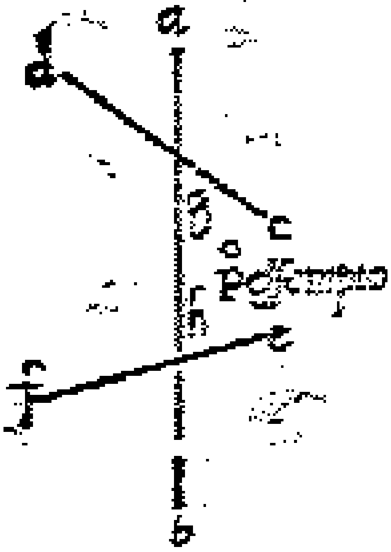
Il Tradottore.

In questa quarta petitione anchor l'auttor dimāda che gli sia cōcesso che tutti li angoli retti siano fra loro equali, laqual petitione a ciascun principiante, che nõ sia al quanto praticato l'angolo retto parerà al quanto oscura da concedere; ma quelli liquali ogni giorno maneggiano la squadra, non negaranno che vna squadra grande non sia bona per giustar vna piccola, perche l'angolo retto non fa mutatione per la longhezza, ne per la cortezza delle due linee che constituiscono, come essempli gratia, sia l'angolo a.b.c. retto, e similmente l'angolo d.e.f. ma contenuto da molto minor linee dell'angolo a.b.c. come si vede designato hor dico che l'angolo d.e.f. quantunque sia contenuto da minor linee di quello, che è l'angolo a.b.c. è equale al detto angolo a.b.c. cioè chi ponesse l'angolo. e. sopra l'āgolo b. giustando la linetta e.d. sopra la linea. a.b. dico che l'altra linetta e.f. si giustirà da se medesima sopra l'altra linea c.b. l'angolo d.e.f. si giustirà, ouer equalizerà attorno attorno con l'angolo a.b.c. et consequentemente, in quanto all'angolo seranno equali, perche se ben le linee a.b. et b.c. son maggior delle linee d.e. et f.e. tamen quella applicatione non diretta delle due linee grandi, e similmente equale a quella delle due picole, e questo



è quello

è quello che bisogna concedere, per che non si potria dimostrar tal cose, saluo che al senso cioè con la esperientia in materia.

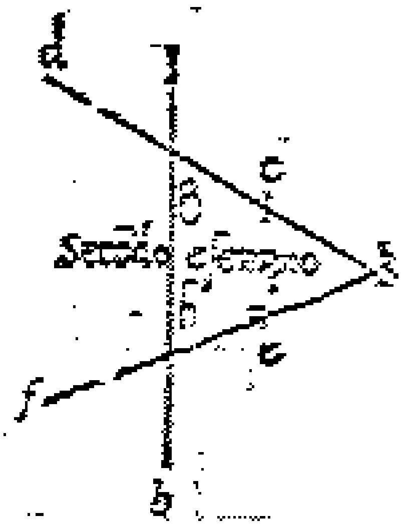


Petitione 5.

4/5 Adimandiamo etiam che ci sia concesso, che se vna linea retta cascarà sopra due linee rette, & che duoi angoli da vna parte siano minori di duoi angoli retti, che quelle due linee senza dubbio protratte in quella medesima parte sia necessario cõgiongersi.

Il Tradottore.

In questa quinta petitione l'Authore dimanda che gli sia anchor concesso, che se vna linea retta cascarà sopra a due linee rette alla similitudine della linea a, b, sopra le due linee, d, c, & e, f, & che duoi angoli da vna medesima parte, come seria li duoi angoli, c, g, h, & e, h, g, del primo essempio, sian minori di duoi angoli retti, che quelle due linee protratte in quella medesima parte, cioè in la parte verso, c, & e, doue sono li predetti angoli, sia necessario a tempo congiongersi insieme, come nel secondo essempio appare in ponto, k, laqual cosa in vero al senso, ouero alla esperientia è manifesta, ne etiam lo intelletto puo dubitar di questo, per il che non è da negar tal petitione.



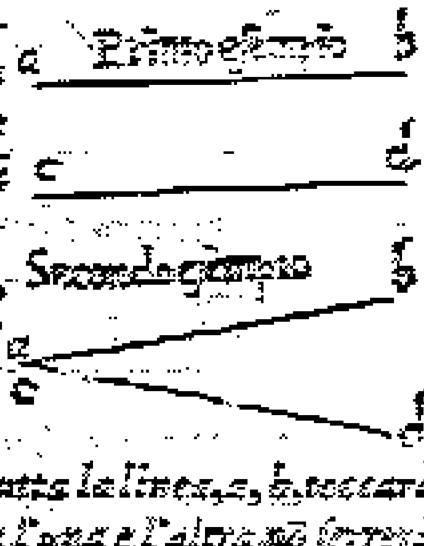
Petitione. 6.

5/15 Similmente adimandiamo che sia concesso due linee rette non chiudere alcuna superficie.

Il Tradottore.

Cō q̄sta vlti dimanda se puo conoscer se vna regula è iusta.

In questa vltima petitione l'Authore anchora addimanda, che gli sia concesso, che due linee rette nõ includeno alcuna superficie: essempli gratia: siano le due linee rette, a, b, & c, d, come nel primo essempio appare, hor dico che con queste due linee sole non si poria chiuder alcuna superficie, cioè, chi con la mente ponesse il põto, a, sopra il ponto, c, come nel secondo essempio appare, & stringer poi, ouer menare il põto, b, verso il põto, d, talmẽte che se la linea, a, b, serà equale alla, c, d, si cõgiongeno insieme, come nel terzo essempio appare, all'hora tutta la linea, a, b, toccarà vniuersalmẽte cõ ogni sua parte l'altra linea, c, d, & sia l'una e l'altra nõ serrarà



Terzo esempio

alcuno spatio, ouero superficie, immo che ambedue le dette linee seranno vedute in una linea sola, come all'intelletto si puo facilmente comprendere, etiam vedere nel detto terzo esempio, et questo è quello che l'Auttor dimanda in questa vltima petitione, & cosi faremo fine alle petitioni, le quale in vero non sono da negare, & chi le negasse, come fu detto in principio, negaria tutta la scientia, & con quel tale, che le negasse non seria da disputare. questa vltima petitione nella seconda tradottione è posta nelle commune sententie, & è l'vltima di quelle: ma secondo il mio giuditio quiui mi par essere piu suo conueniente luoco.

Il Tradottore.

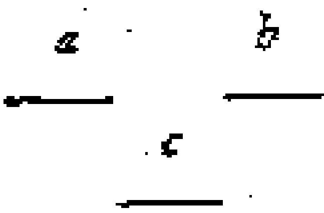
Seguitano le noue concettioni dell'animo, ouero le communi sententie.

Communi sententie.

Prima.

1 Quelle cose che à vna medesima cosa sono equali, fra loro sono equali.

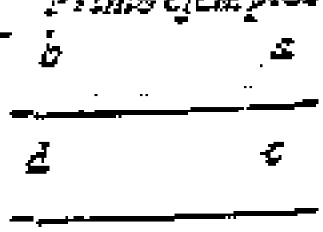
Il Tradottore.



Esempli gratia: Se per caso la linea, a, fusse equale alla linea, c, & che similmente la linea, b, fusse pur equale alla medesima linea, c, si concluderia che per commune sententia la linea, a, seria similmente equale alla linea, b, perche ogni commune intelletto affermerà questo, ne il nostro intelletto puo credere altramente, & per questo si chiama commune sententia: il medesimo si intende nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

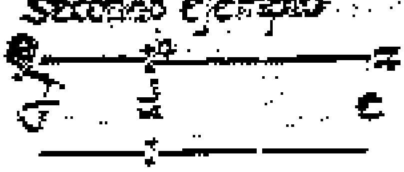
Seconda.

2 Primo esempio. Et se à cose equali siano aggionte cose equali, tutte le somme seranno equali.



Il Tradottore.

Secondo esempio



Esempli gratia: se per caso fussero le due linee, a, b, & c, d, equali fra loro, & che alla linea, a, b, aggiongessimo la linea, b, e, & similmente alla linea d, c, come nel secondo esempio appare, & che la linea, b, e, fusse equale alla linea d, f, si concluderia che per commune concettione, ouer sententia, tutta la linea a, e, seria similmente equale a tutta la linea, c, f, perche in vero niun sano intelletto puo dubitar di questo; il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, e Numeri.

Terza,

Terza.

3 Et se da cose equali seranno tolte cose equali, quelle cose, che restaranno, seranno equali.

Il Tradottore.

Questa e il conuerso della precedente: esempli gratia: se per caso le due linee, a, e, & , c, f, fussero equali fra loro: & che da quelle ne fussero tolte, ouero, cauate le due parti, b, e, et d, f, et che quelle fussero equali, si concluderia, per commune concettione, li duoi rimanenti, cioe, a, b, & , c, d, essere fra loro equali: perche in uero niuno sano intelletto potra credere il contrario: il medesimo sequita nelle Superficie, Corpi, angoli, e Numeri.

Quarta.

4/5 Et se da cose non equali tu leuarai cose equali, li rimanenti seranno inequali.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se fussero le due linee, a, b, & , c, d, & che la, a, b, fusse maggiore della, c, d, et che si leuasse dalla linea, a, b, la parte, e, b, & dalla, c, d la parte, f, d, lequal parti fussero equali fra loro, si concluderia per commune sentenria, che li duoi residui, cioe, a, e, & , c, f, fussero inequali, cioe, che'l residuo, a, e, fusse maggiore del residuo, c, f, perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo: il medesimo seguitera nelle Supercie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Quinta.

5/4 Et se a cose inequal tu aggiongerai cose equali, li risultanti seranno inequali.

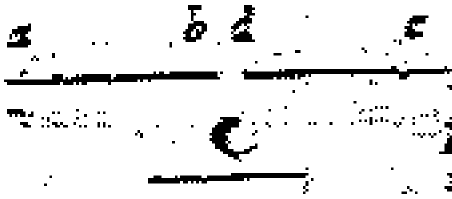
Il Tradottore.

Per esemplificare questa, torremo la figura della precedente, per essere il conuerso di quella: esempli gratia se fussero le due linee, a, e, & , c, f, inequali, cioe, che la, a, e, fusse maggiore, & che a queste due linee tu gli aggiongesti le parti, e, b, et f, d, lequal parte fussero equali fra loro, si concluderia per commune sentenza, li duoi resultanti, cioe tutta la, a, b, & tutta la, c, d, essere fra loro inequali, cioe la, a, b, essere maggiore della c, d, perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo, il medesimo si concludera nelle superficie, Angoli, Corpi, & Numeri, &c.

Sesta.

6 Se due cose seranno doppie a una medesima cosa, quelle medesime seranno fra loro equali.

Il Tradottore.



Essempio: Se per caso la linea.a.b. fusse doppia alla linea.c. & che similmente la linea.d.e. fusse pur doppia alla medesima linea.c. si concluderia per commune opinione, over sententia le due linee.a.b. & d.e. esser fra loro equali: perche, in vero niun sano intelletto dubiterà di questo: il medesimo si concluderia nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Settima.

7 Se seranno due cose dellequale una e l'altra sia la metà di una medesima cosa una e l'altra di quelle serà equale all'altra.

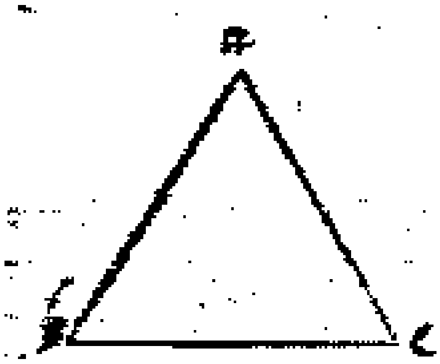
Il Tradottore.

Essempio: Se per caso la linea.a. fusse la metà della linea.c.d. & che similmente la linea.b. fusse pur la metà della medesima linea.c.d. si concluderia, per commune concettione, che la linea.a. fusse equale alla linea.b. perche nessuno sano intelletto negara questo: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Ottava.

8 Se alcuna cosa sia posta sopra a un'altra, e serà applicata a quella, che l'una non ecceda l'altra, quelle seranno fra loro equali.

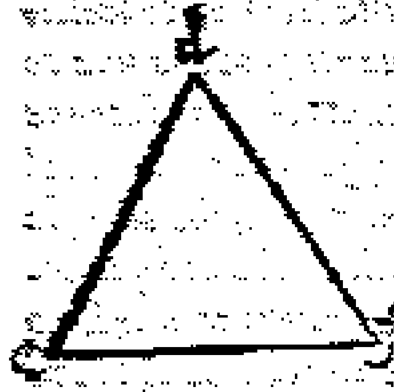
Il Tradottore.



Essempli gratia: Se fusseno li duoi triangoli.a.b.c. & d.e.f. di tal conditione, che ponendo l'uno di quelli sopra all'altro, si convenissero talmente insieme, che uno non eccedesse l'altro in parte alcuna, cioè, che giustasse l'angolo. a. sopra lo angolo. d. & l'angolo. c. si giustasse, overo convenisse sopra l'angolo. f. & similmente la linea. a. c. sopra la linea.d.f. e la linea. a. b. sopra la linea. d. e. e la linea.b.c. sopra la linea.e. f. si concluderia per commune sententia questi duoi triangoli fusseno fra loro equali: il medesimo si debbe intendere de ogni altra sorte de figura superficiale; & similmente di due linee, cioè, quando si giustasse una linea sopra

pra

pra un'altra, & che si convenissero talmente insieme, che l'una non eccedesse l'altra delli capi, ne dalle bande: si concluderia pur per commune sententia che fussero equali, perche il nostro intelletto non potria creder altramente.



Nona.

Ogni tutto è maggiore della sua parte.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se dalla linea.a.b. se ne tagliasse una parte, come seria a dire la.b.c. si concluderia per commune sententia, che la detta parte.b.c. fusse minore del tutto, cioè, di tutta la linea.a.b. il medesimo si concluderia in ogni altra parte maggiore ouero minore, & in ogni altra specie di quantità, cioè, in superficie, Corpi, & Numeri, & similmente nelli Angoli &c.

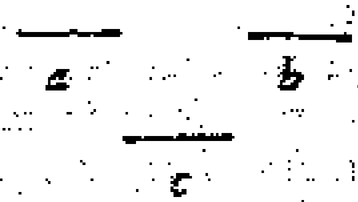
Altre concettioni, ouero communi sententie aggiunte del Campano.

Ma eglie da notare che oltra queste commune concettioni del l'animo, ouero sententie, Euclide ne lassiò molte altre, lequal di numero sono incomprensibili: delle qual questa ne e una.

Se due quantità equali seranno cóparate a qual si voglia terza nel medesmo genere insieme seranno ambedue di quella terza ouer equalmente maggiore, ouer equalmente minore: ouer insieme equale.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se le due linee.a.& b. fussero equali fra loro, & che ambedue fussero comparate a un'altra terza linea, come seria a dire alla.c. dice che per commune sciencia si cócluderia, che ambedue quelle, cioe.a.& b. fussero ouero equalmente maggiori della detta linea.c. ouer equalmente minori, ouer che tutte tre fussero equali.



Anchora un'altra.

Quanta e alcuna quantità a qual si voglia altra del medesmo genere, tanta puo esser qual si voglia terza ad alcuna quarta del medesmo genere nelle quali ta continue, questo universalmẽte e vero ouero se li antecedenti seranno maggiori di cõsequenti, ouere minori, perche la magnitudine, cioe, la quantità cõtinua discresce ĩ infinito, ma nelli numeri nõ e cosi, ma se il primo serà submultiplice del

 secondo,

secondo serà qual si voglia terzo equalmente sub multiplice di alcuno quarto. & che il numero cresce in infinito, si come le magnitudine discresce in infinito.

Il Tradottore.

Certamente il Cãpano, nell'aggionger questa soprascritta seconda concettione, si è dimostrato di poco giudicio, a voler che un principiante supponga una cosa che non sa, ne è capace a saper che cosa la sia per fin a tanto che non intende che cosa sia a dire esser una quantità ad un'altra del medesimo genere, laqual cosa si difinisse nella terza diffinition del quinto libro e similmente, che cosa sia multiplice e submultiplice si diffinisse nella seconda diffinition del detto quinto. E però io esorto ogni studente, che non perda tempo in voler intender queste cose aggionte, imperò che la maggior parte sono cose frustre, e che confondon l'intelletto del studente, & interrompono l'ordine dell'Auttore, il qual è di non parlar d'alcuna cosa avanti la diffinitione di quella, come vuol il debito, similmente di non metter cosa alcuna superflua, cioè, che non sia bisognevole in alcuna altra cosa nell'opera sua, e similmente di non essere diminuto, & se pur in alcũ luoco pareva che fusse stato diminuto, la causa era processa dalli Scrittori & Copisti che havevano interlassiato, & trasportato molte sue diffinitioni & propositioni, come in questa nostra tradottione, cavata delle due tradottioni, procedendo si potrà vedere, Ancora è suo costume di arguire in ogni sua demostratione con le cose passate, & non con quelle, che hanno da venire, come vuol il debito, perche in vero delle cose che hanno da venire si debbe presupponere che il studente non habbia notitia alcuna, laqual cosa non è stata considerata dal Campano. Hor per far fine a questi primi principij, della scientia Geometrica, liquali si cognoscono, come è detto, per l'intelletto, mediante il senso, e non per demostratione, & venir a quelle cose, che si cognoscono per demostratione. Bisogna notar qualmente in più modi si dice l'huomo saper una cosa, perche alcuna volta dicemo saper quelle cose, delle qual n'habbiamo certezza simplicemente per alcũ di nostri cinque sensi, essempli gratia, se io sento uno a cantare io dirò ch'io so che colui canta & se io vedo uno che corre, io dirò che io so che colui corre, & s'io tocco una cosa dura, over molle calda, over fredda, io dirò ch'io so che quella cosa è dura, over molle, calda over fredda, e similmente s'io gusto una cosa dolce, over garba, io dirò, ch'io so che quella cosa è dolce, over garba, e similmente s'io odoro una cosa odorifera, o puzzolente, io dirò ch'io so che quella cosa è odorifera, over puzzolente: alcuna volta siamo certi d'alcuna cosa per longa esperientia, per il qual modo cognoscemo le cose medicinali, e questo anchor dicemo saper. Alcuna volta dicemo saper quelle cose, delle qual ne habbiamo certezza per intelletto: talmente che l'intelletto nostro non può credere il contrario: & questi sono li primi principij delle scientie: liquali, conosciuti li lor termini immediate sono conosciuti, essempli gratia, se alcuno cognosce che cosa sia il tutto, & che cosa sia la parte, egli non può dubitare che ogni tutto non sia maggior della sua parte: il medesimo seguita a tutti li altri; niente di meno il proprio sapere, come afferma Aristotele nel primo della Posteriora non è altro, che a intender per demostratione.

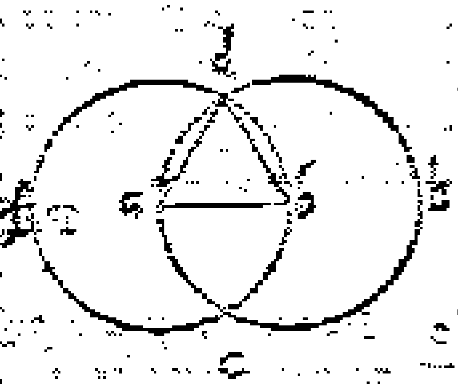
Si conosce le cose medicinale e ancora le morale.

mostratione, e pero propriamente di quelle cose che intendiamo per dimostratione siamo detti hauer la scientia, & di questa sorte di sapere, e di questa scientia si raccoglie da Euclide sopra ogni sua propositione, come procedendo manifestamente, si potra vedere.

Problema primo. Propositione prima.

Possiamo sopra vna data retta linea constituir vn triangolo equilatero.

Sia la data retta linea, a, b, voglio sopra di questa constituir vno triangolo equilatero, & per esequir tal cosa, io ponero il piede immobile del mio compasso, ouer sesto, sopra l'uno delle estremita della linea, cioe in ponto, a, & l'altro piede mobile lo allargarò insino all'altra estremita, cioe al ponto, b, & secondo la quantità di essa linea data per la terza petitione, descriuerò il cerchio, c, b, d, f, da poi questo di nuouo faro centro l'altra estremita di essa linea, cioe, il ponto, b, & per la medesima petitione, secondo la quantita della medesima linea, linearò il cerchio, c, a, d, b, liquali cerchi se interseccaranno fra loro in duoi ponti, liquali sono, c, & , d, & l'uno de detti, ponemo il ponto, d, continuarò con ambedue le estremita della data linea, tirando per la prima petitione le due linee, d, a, & , d, b, & cosi sera constituido il triangolo, d, a, b, il qual dico esser equilatero, perche dal ponto, a, il qual è centro del cerchio, c, b, d, f, sono tirate le linee, a, d, & , a, b, per insino alla circonferentia di quello, quali che seranno equal, per la diffinitione del cerchio, similmente anchora, perche dal ponto, b, che e centro del cerchio, c, a, d, b, sono tirate le linee, b, a, & , b, d, per insino alla circonferentia di quello, quelle medesimamente seranno fra loro equale, adonque perche l'una e l'altra delle due linee, a, d, et, b, d, e equale alla linea a, b, come di sopra fu approuato, quelle medesime seranno anchora fra loro equali, per la prima concettione. Adonque sopra la data retta linea hauemo collocato vn triangolo equilatero che è il proposito.



Il Tradottore.

Bisogna notar che quando occoresse di descriuere semplicemente il detto triangolo equilatero sopra una data retta linea, cioe, che non fosse bisogno a far la demostratione di tal operar, nō e necessario di descriuer integralmente li detti duoi cerchi, ma basta solamente a designar quella poca parte doue fanno la intersecatione in ponto, d, come appare nella seconda figura, & dal detto ponto d, tirarle due linee d, a, & , d, b, & sera designato il detto triangolo, ma volendo dimostrar, & assegnar la causa che quel sia equilatero egli necessario a compire li detti duoi cerchi, & arguire come di sopra fu fatto, il medesimo si debbe intendere in molte delle sequente probleme.

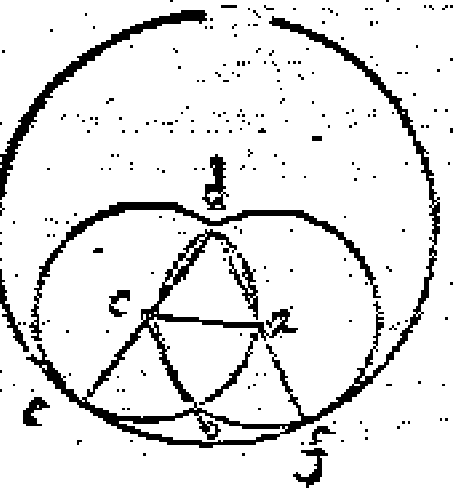
Il Tradottore.

Conseguentemente a questa propositione nella prima tradottione, gli è stato aggionto dal Campano il modo di descriuer sopra la medesima linea le altre due specie de triangoli, cioè, il triangolo di duoi lati equali, & quello di tre lati inequali, la qual cosa, per esser superflua, & fuor di proposito, la habbiamo lasciata, perche, chi ben considera l'ordine di Euclide come di sopra fu detto trouerà lui non hauer posto alcuna propositione in tutta l'Opra sua in vano cioè che non sia stata bisogneuole nella costruttione, ouero speculatione di qualche altra di quelle, che seguitano. Adonque non trouandosi luoco in tutta l'Opra sua, doue sia bisogneuole tal propositione aggionta massime per quel modo, si puo dire la esser cosa superflua, & fuor di proposito, perilche la habbiamo lasciata, per non confonder il studente con tal propositione inutile. Et chi pur volesse il modo di esequir vn tal Problema, la vigesima seconda di questo primo Libro generalmente ce lo dimostra.

Problema. 2. Propositione. 2.

2 Da vn dato ponto possiamo condurre vna linea retta equale a qualunque proposita retta linea.

Sia il ponto dato, a, & la linea data, b, c, voglio dal ponto, a, condurre vna linea retta equale alla linea, b, c, escchi in qual parte si voglia, per far adonque



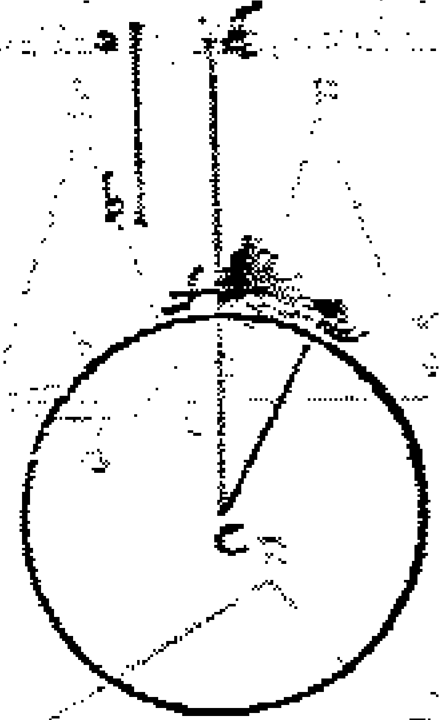
questo congiongerò il ponto, a, con vna delle due estremità della linea, c, b, qual più pare, hor congiongasi il ponto, a, con la estremità, c, cioè la linea, a, c, sopra laqual linea constituirò vn triangolo equilatero, secondo la dottrina della precedente, il qual sia, a, c, d, & in quell'estremità della data linea, con laqual ho congionto il dato ponto, cioè, nella estremità, c, ponerò il piede immobile del mio compasso, & descriuerò sopra di quello vn cerchio secondo la quantità della data linea, ilqual sia il cerchio, e, b, & allongarò il lato del triangolo equilatero che e opposito al punto dato, cioè, il lato, d, c, per il centro del cerchio descritto per infino alla circonferentia di quello, & sia tutta la linea cosi protratta la, d, e, & secondo la quantità di quella sopra il centro, d, linearò vn cerchio, ilqual sia il cerchio, e, f, e dapoi questo alongarò il lato, d, a, per infino alla circonferentia di questo vltimo cerchio, & quello concorra nella circonferentia di quello in ponto, f. Dico adonque, che la linea, a, f, e equale alla, b, c, perche le due linee, b, c, & c, e, sono fra loro equale, perche vanno dal centro del cerchio, e, b, alla circonferentia di quello. Similmente anchora le due, d, f, & d, e, sono fra loro equale, perche anchora vanno dal centro del cerchio, e, f, alla circonferentia, & le due linee, d, a, et d, c, sono etiam equal perche sono li lati del triangolo equilatero. Adonque se le dette due linee d,

a, &

gali,d,e, seranno leuate via dalle due,d,a,& d,f,che sono fra loro equali, li duoi residui,liquali sono,a,f,& c,e, seranno etiam equali (per la terza commune sententia.) Adonque perche l'vna e l'altra delle due linee,a,f,& c,b, è equale alla,c,e,quelle medesime sono fra loro equal per la qual cosa dal ponto, a, habbiamo tirata la linea,a,f,equale alla linea,b,c,che è il proposito.

Il Tradottore.

Molti principianti, che anchora non sanno che cosa sia il procedere scientifico,& demostratiuo,quasi si scandalizzano di questa soprascritta propositione (per la sua bassezza) parendogli (come è il vero) potersi essequire tal problema per piu curta via,cioè,pigliando diligentemente con vn compasso la misura della data linea, b, c, & con tale appritura di compasso assegnarne vn'altra di tal quantità,che termini nel detto ponto,a,laqual cosa (per esser euidente al senso) pare a lui che non si debba,ne si possa negare. A questo se risponde,che egli è il vero che tal conclusione,per esser euidente al senso in materia, mal si puo negare:niente di meno tal operare non seria demonstratiuo,& l'Auttore è tenuto a demostrar ogni sua propositione,si operatiua come speculatiua, eccettuando le sei petitioni a lui concesse nel principio: Ma alcuno porria dir che l'Auttore hauerìa fatto meglio a poner tal propositione per principio, ouero per petitione che per propositione:perche,in vero questa non è meno euidente,ouero concessibile,che il tirar vna linea retta da vn ponto a vn'altro, ouero il slongar vna data linea terminata. Circa a quest'altra particolarità si risponde,che l'Auttore non ha adimandato la concessione delle sei petitioni per esser cose euidenti, vnch'o facili da conceder,anzi egli l'ha adimandata per esser impossibile a demostrar alcuna di quelle,& quando egli hauesse possuto trouar modo da dimostrar alcuna di quelle, egli non hauerìa posta quella tale per principio, ne adimandato che gli fusse concessa, anzi egli la hauerìa posta per propositione,& quella dimostrata si come ha fatto di questa soprascritta: essendo adonque la soprascritta demostrabile(come di sopra appare) vergogna seria stata all'Auttore hauerla posta per petitione.



Problema. 3. Propositione. 3.

3 Proposte due linee rette inequali, dalla piu longa di quelle possiamo tagliarne vna parte equale alla minore.

Siano le due linee,a,b,& c,d,inequali,et sia la,a,b,minore,voglio dalla, c, d, tagliarne vna parte che sia equale alla,a,b,& per far questo,dal ponto,c,tirero vna linea equale alla,a,b, (secondo che se insegna la precedente.) laqual sia,c,e,farò adonque il ponto,c,centro,& descriuerò vn cerchio secondo la quantità tia della e,z, il qual segarà la linea,c,d, in ponto,f, dico adonque che la linea e,f, serà equale alla linea,e,z, perche, ambedue vengano, dal centro, e, alla circonferentia del medesimo cerchio, e perche vna e l'altra delle due linee,a,b,e,f, sono equal alla linea,e,z, quelle medesime serãno fra loro equal, che è il proposito.

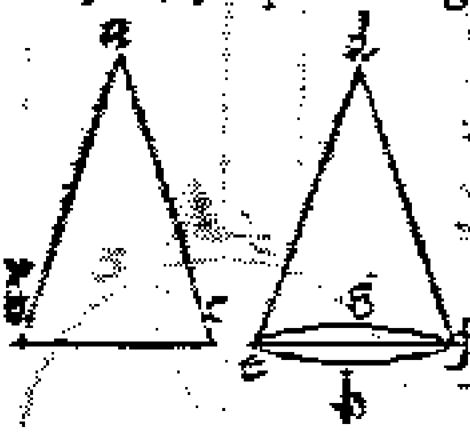
Il Tradottore.

Similmente di questa soprascritta propositione si come della passata, molti si sogliono scandelizare per le medesime ragioni della passata, perche in vero questa non è altro che il conuerso della seconda petitione, la quale dimanda che sia concesso che si possa slongare vna data linea retta terminata direttamente in longo quanto ne pare onde ad alcuno parería che l'Authore potea similmente poner la soprascritta per petitione, cioè, adimandar che fusse concesso che de vna data linea retta terminata se ne potesse tagliar quanto ci pare. Circa à questo rispondo, che la detta seconda petitione è indemostrabile, e la soprascritta è demostrabile, e però vergogna seria stata all'Authore a poner tal propositione per cosa indemostrabile, essendo demostrabile, e però niuno si debbe scandalizare di tali basse propositione: perche, con queste cose basse, & note, se dimostrerà, poi le cose piu alte, & manco note.

Theorema primo. Propositione. 4.

4 De ogni dui triangoli, de li quali li duoi lati dell'uno seranno equal alli
4 duoi lati dell'altro: e li duoi angoli di quelli, contenuti da quelli lati equali, seranno equali l'uno all'altro; Anchora le base di quelli seranno equale: & li altri angoli dell'uno alli altri angoli dell'altro, & tutto il triangolo a tutto il triangolo serà equale.

Siano li duoi triangoli,a,b,c,& ,d,e,f, & sia il lato a, b, equale al lato,d,e, & il lato,a,c, equale al lato,d,f, & l'angolo,a, equal all'angolo,d, hor dico che la base,b,c, è equal all'angolo,f, la qual cosa si approba mettendo, mentalmente il triangolo,a,b,c, sopra al triangolo,d,e,f, ad mẽterbe l'angolo,a, cascasse sopra all'angolo,d, et il lato a,b, sopra il lato,d,e, & il lato,a,c, sopra il lato,d,f, & per il conuerso modo della penultima concettione, è manifesto, che ne li angoli, ne etiã li lati si eccederãno fra loro, perche, l'angolo, a, e equale all'angolo,d, et li lati soprapositi sono equali a quelli doue sono soprapositi, dal presupposito. Adõque li duoi ponti,b,& ,c, cadeno sopra li duoi ponti,e, & f. Se adonque la linea,b,c, cade sopra la linea,e,f, è manifesto il proposito, perche quando la linea,b, c, sia posta sopra alla linea, e, f, & che la non eceeda la detta linea, e, f, ne che etiam lei sia ecceduta da quella, per la penultima concettione, e equale a quella, & per la medesima ragione l'angolo, b, serà equale al-



l'angolo,

l'angolo, e, & l'angolo, c, all'angolo, f, & tutto il triangolo a tutto il triangolo. Ma se la linea, b, c, per lo aversario, nõ cade sopra la linea, e, f, necessariamẽte cadera, over di dentro del triangolo, si come fa la linea, e, g, f, over veramẽte fuora del detto triangolo, secondo che fa la linea, e, h, f, il che essendo, due linee rette chiuderiano superficie, laqual cosa è contra l'ultima petitione. Adonque gli è necessario che la linea, b, c, cada precise sopra la, e, f, per il che seguita il proposito.

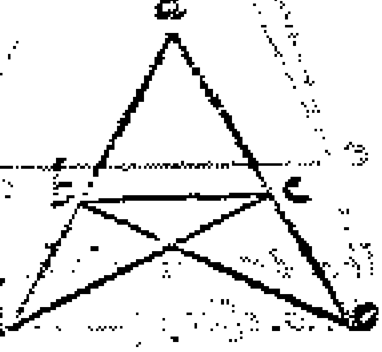
Il Tradottore.

Bisogna notare, che ogni lato d'uno triangolo puo essere detto basa di quello triangolo.

Theorema .2. Propositione .5.

5 Li angoli che sono sopra la basa, de ogni triangolo de duoi lati equali, è necessario esser fra loro equali, & se li duoi lati equali siano protratti direttamente, seranno anchora sotto alla basa duoi angoli fra loro equali.

Sia il triangolo, a, b, c, del quale il lato, a, b, sia equale al lato, a, c, dico che l'angolo, a, b, c, è equale all'angolo, a, c, b, & se li serà protratti, over slongati li detti duoi lati, ponicamo per fina al, d, & e, serà etiam l'angolo, d, b, c, equale all'angolo, e, c, b, laqual cosa se approva in questo modo. Prenderò che fra li duoi lati, a, b, & a, c, per la terza propositione, sia la linea, a, d, equale alla linea, a, e, & tirarò le due linee, e, b, & d, c, & intenderò li duoi triangoli, a, b, e, & a, c, d, liquali io approvarò essere equali, & equilateri, & equiangoli, cioè, che li lati dell'uno sian equali alli lati dell'altro, ciascaduno suo relativo, & similmente li angoli. Perche li duoi lati, a, b, & a, e, del triangolo, a, b, e, sono equali alli duoi lati, a, c, & a, d, del triangolo, a, c, d, e l'angolo, a, è commune all'uno e l'altro. Adonque, per la precedente propositione la basa, b, e, è equale a la basa, c, d, & l'angolo, e, è equale all'angolo, d, & l'angolo, a, b, e equale all'angolo, a, c, d, intendo anchora li duoi triangoli, d, b, c, & e, c, b, liquali similmente approvarò essere equilateri & equiangoli. Perche li duoi lati, d, b, et, d, c, del triangolo, b, d, c, sono equali alli duoi lati, e, c, & e, b, del triangolo, c, b, e, et l'angolo, d, è equale all'angolo, e, Adonque per la precedente, la basa dell'uno serà equale alla basa dell'altro, & li altri duoi angoli dell'uno alli altri due angoli dell'altro, Adonque l'angolo, d, b, c, è equal

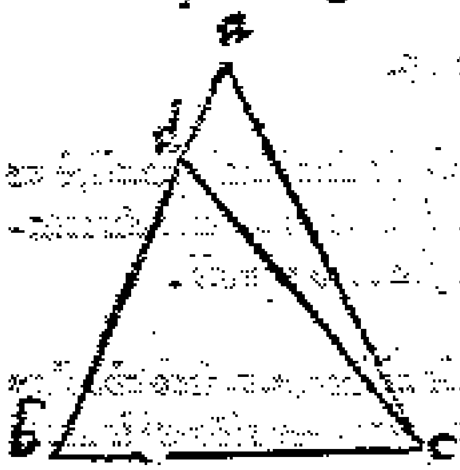


c, e equal

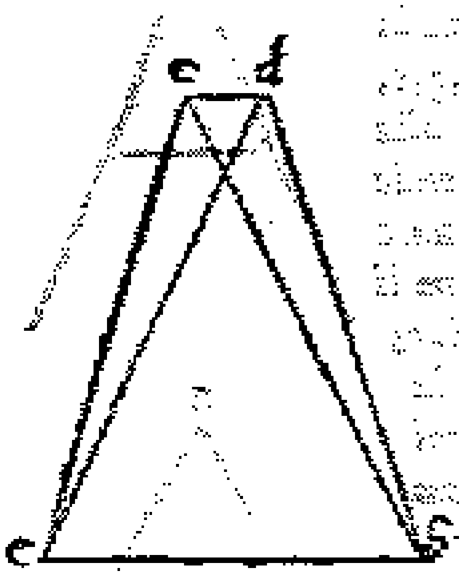
c. è equale all'angolo.e.c.b. & questo è il secondo proposito, cioè, che li angoli, che sono sotto alla basa sono equali, & l'angolo b.c.d. è equale all'angolo.e.b.c. Ma perche tutto l'angolo.a.b.e. è equale all'angolo. a.c.d. (come di sopra fu approuato) adunque, per la terza concettione, l'angolo.a.b.c. (residuo) è equale all'angolo.a.c.b. residuo, l'uno e l'altro di quelli è sopra la basa, che è il primo proposito.

Theorema.3. Propositione.6.

6 Se dui angoli de alcun triangolo saranno equali, etiam li dui lati riguardante quelli angoli, seranno equali.



Questa è il conuerso della precedente inquanto alla prima parte di quella perche essendo il triangolo.a.b.c. del quale li duoi angoli.b. & c. siano equali dico che il lato.a.b. è equale al lato.a.c. Perche se nõ sono equali, p l'aduersario l'un di quelli necessita sia maggior dell'altro, hor ponemo, che possibile fusse, che il lato.a.b. sia maggiore. Adonque dal lato.a.b. maggiore ne segaremo una parte alla equalità del minore, p la terza propositione, talmẽte che il superfluo sia dalla banda verso.a. hor sia resecato in põto.d. & sia la.b.d. equale alla.a.c. & sia protratta la linea.c.d. Intendo adonque li duoi triangoli.a.b.c. & d.b.c. liquali prouerò esser equilateri & equiangoli. Perche li duoi lati.d.b. & b.c. del triangolo.d.b.c. sono equali alli duoi lati.a.c. & b.c. del triangolo.a.b.c. e l'angolo.b. è equale all'angolo.c. totale per il presupposito: adunque la basa.d.c. è equale alla basa.b.a. & l'angolo.d.c.b. è equale all'angolo.a.c.b. cioè la parte è equale al tutto, che è impossibile.



Il Tradottore.

Nota che l'angolo.d.c.b. verria a esser equale allo angolo.b. ma perche l'angolo.a.c.b. e etiã lui equale al detto angolo.b. dal presupposito seguita per commune sententia l'angolo.d.c.b. esser equale all'angolo.a.c.b. la parte al tutto che è impossibile.

Theorema.4. Propositione.7.

7 Se dalli duoi ponti terminanti alcuna linea retta usciranno due linee rette, lequale concorrino a uno medesimo ponto è impossibile dalli medesimi ponti esser tratte altre linee equale alle sue conterminale che concorrino ad altro ponto da quella medesima parte.

Sia

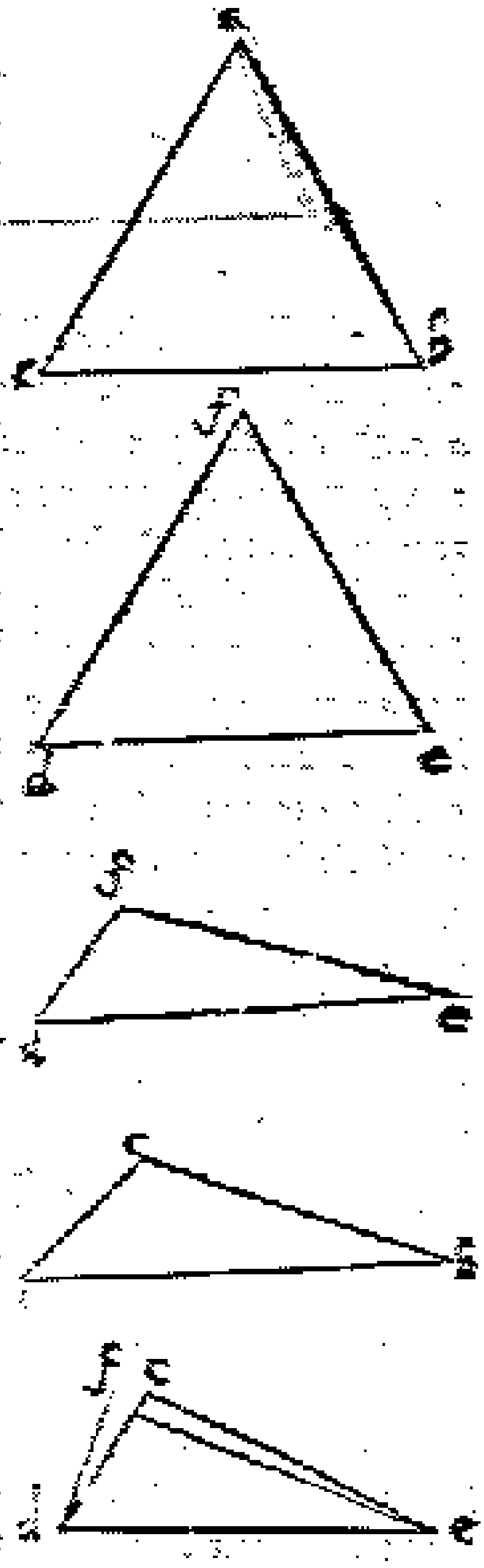
Sia la linea .a.b. dalle estremità dellaqual siano protratte da una medesima parte due linee rette, lequale concorrino in uno medesimo ponto, come saria la linea .a.c. & la .b.c. lequale concorreno nel ponto .c. Dico che in quella medesima parte, non potranno esser tirate dalle medesime estremità due altre linee, lequale concorrino ad altro ponto che nel ponto .c. di modo che quella laqual serà tirata dal ponto .a. sia equale alla linea .a.c. et quella che serà tirata dal ponto .b. sia equale alla linea .b.c. laqual cosa, s'el fusse possibile, per l'adversario siano tirate due altre linee da quella medesima parte, cioè verso .c. lequale concorrino nel ponto .d. & sia la linea .a.d. equale alla .a.c. e la linea .b.d. equale alla linea .b.c. Adonque over che'l ponto cade dentro del triangolo, o ver de fora, perche non puo cadere in l'uno & l'altro lato, perche all'hora la parte seria equale al suo tutto. Ma se quel cade di fora, over l'una delle due linee .a.d. e .b.d. segarà l'una dell'altre due linee .a.c. over .b.c. over veramente che ne l'una ne l'altra seranno segate ne dall'una ne dall'altra. hor ponemo che l'una delle due seghi l'altra dell'altre due, come appar in la prima figura e sia protratta la linea .c.d. Adonque perche li dui lati .a.c. & .a.d. del triangolo .a.c.d. sono equali l'angolo .a.c.d. serà equale all'angolo .a.d.c. per la quinta propositione, similmente perche nel triangolo .b.c.d. li dui lati .b.c. & .b.d. sono equali li dui angoli .b.c.d. et .b.d.c. seranno similmente equali, per la medema propositione, & perche l'angolo .b.d.c. e maggiore dell'angolo .a.d.c. sua parte, seguita che l'angolo .b.c.d. sia maggiore dell'angolo .a.c.d. donde che la parte seria maggiore del suo tutto laqual cosa e impossibile. Ma se'l ponto .d. cade de fora del triangolo .a.b.c. talmente che le linee non si seghino come nella seconda figura appare protrarò la linea .d.c. & allongarò le due linee .b.d. & .b.c. sotto alla basa per fina al .f. et al .e. et perche le linee .a.d. et .a.c. son equale li dui angoli .a.c.d. et .a.d.c. seranno equali, per la quinta, similmente perche la .b.c. e la .b.d. son equale li angoli che sono sotto alla basa, liquali sono .c.d.f. & .d.c.e. seranno equali, per la seconda parte della medema quinta, adonque perche l'angolo .e.c.d. e minor dell'angolo .a.c.d. seguita che l'angolo .f.d.c. sia minor dell'angolo .a.d.c. laqual cosa è impossibile, cioè ch'el tutto sia minor della parte, & per il medesimo modo se

vederà

redurà l'aduersario al inconueniente quando che'l ponto .d. cadesse dentro del triangolo .a.b.c.

Theorema .5. Propositione .8.

8 De ogni dui triangoli delli quali li dui lati di l'uno siano equali alli dui
8 lati dell'altro & la basa dell'uno sia equale alla basa di l'altro, li angoli contenuti dalli lati equali è necessario esser equali.



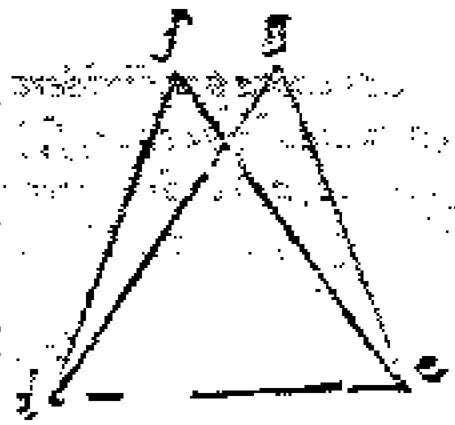
Siano li dui triangoli .a.b.c. .d.e.f. e sia lo lato .a.c. equale allo lato .d.f. & lo .b.c. equale allo .e.f. & la basa .a.b. equale alla basa .d.e. Dico che l'angolo .c. è equale all'angolo .f. e l'angolo .a. all'angolo .d. et l'angolo .b. all'angolo .e. & per dimostrar questo io ponerò mentalmente la basa .a.b. sopra la basa .d.e. & per che sono equali niuna di quelle eccederà l'altra, per lo conuerso modo della penultima concettione, adonque ouer che il ponto .c. cade sopra il ponto .f. ouer non, ma ponendo che li ge cada essendo adonque l'angolo .c. soprapposto all'angol .f. le due linee .a.c. & .b.c. se conuegneranno sopra alle due .d.f. & .e.f. per esser equale fra loro dal presupposito per lo conuerso modo della detta penultima concettione, adonque perche l'angolo .c. non eccede ne è ecceduto dall'angolo .f. sono fra loro equali, per la medema concettione, similmente argumentarai li altri angoli esser fra loro equali. Ma se'l fusse possibile per l'aduersario che'l ponto .c. non cadesse sopra al ponto .f. ma in altro loco come saria dire nel ponto .g. hor perche la linea .a.c. che ueria a esser la .g.d. è equale alla .d.f. & la linea .b.c. che ueria a esser la .e.g. è equale alla linea .e.f. e quelle tirate da una medesima parte concorreno in dui diuersi ponti cioe nel ponto .g. & nel ponto .f. laqual cosa è impossibile per la precedente, adonque per forza el ponto .c. caderà sopra al ponto .f. & l'angolo .c. conuegnerasse sopra l'angolo .f. & similmente li altri dui angoli conuegneranno sopra al suo corrispondente, adonque saranno equali per la penultima concettione che è il proposito.

Problema .4. Propositione .9.

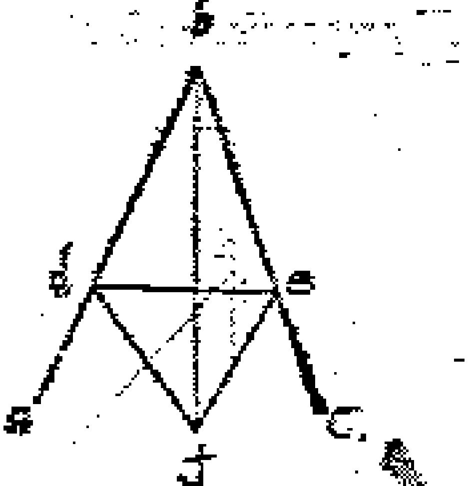
9 Possemo diuidere uno dato angolo rettilineo in due parti equali.

9 Sia el dato angolo che bisogna diuidere l'angol .a.b.c. io tagliarò dalle due linee .a.b. & .b.c. che contegnono il detto angolo le due .b.d. & .d.e. per la terza propositione.

stione, fra loro equale, & si produrrò la linea, d, e, sopra di laquale, costituirò il triangolo, d, f, e, equilatero, per la prima propositione, & tirarò la linea, b, f, hor dico che quella divide il detto angolo dato in due parti equale, & per dimostrar questo io intendo li dui triangoli, d, b, f, & e, b, f, & perche li dui lati, b, d, & b, f, del triangolo, d, b, f, sono equali alli dui lati b, e, & b, f, del triangolo, e, b, f, e la basa, d, f, alla basa, e, f, adonque, per la precedente, l'angolo, d, b, f, è equale all'angolo, e, b, f, che è il proposito.



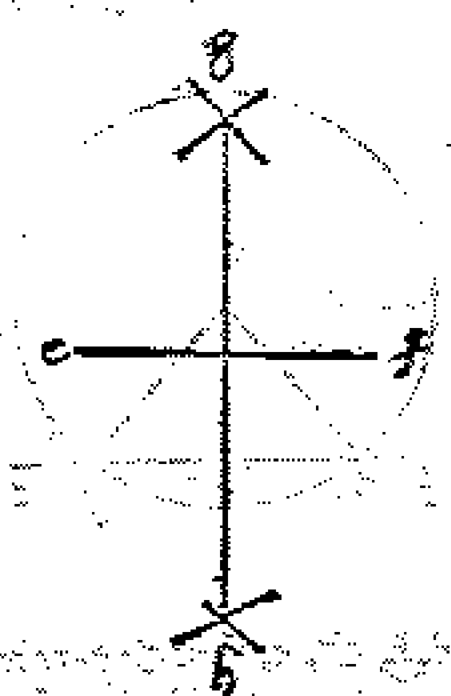
Il Tradottore.



In questa si come nella prima, bisogna notar che per dividere semplicemente il detto angolo, a, b, c, in due parti equali, cioè non volendo far la demostration di tal operare non è necessario a designare il triangolo, d, f, e, & manco a tirare la linea, d, e, ma basta solamente a trovar il ponto, f, per mezzo della intersecatione delle circonferentie di dui cerchi, come sopra la prima propositione fu detto, & dapoi tirare la linea, b, f, & sarà esequito el problema. & cosi avertirai nelle altre che seguiranno, perche molte cose si fa per poter far la demostratione.

Problema 5. Propositione. 10.

10 Puotemo dividere una proposta retta linea in
10 due parti equale.



Sia la proposta retta linea che è di bisogno dividere in due parti equali la linea, a, b, sopra di quella costituirò il triangolo, a, b, c, equilatero, & dopo questo dividerò l'angolo, c, in due parti equali per la dottrina della precedente con la linea, c, d, hor dico che la linea, c, d, divide la data linea, a, b, in due parti equali in ponto, d, e per dimostrar questo intenderò li dui triangoli, a, c, d, & b, c, d, & arguirò in questo modo li dui lati, a, c, & c, d, del triangolo, a, c, d, sono equali alli dui lati, b, c, & c, d, del triangolo, b, c, d, e l'angolo, c, dell'un è equal all'angol, c, dell'altro a-d nove, per la quarta, la basa, a, d, sarà equale alla basa, b, d, seguita adonque che la linea, a, b, sia divisa in due parti equale nel ponto, d, che è il proposito.

Il Tra-

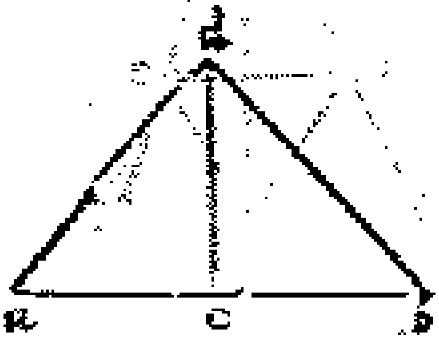
Il Tradottore.

Anchora per diuidere simplicemente vna data linea in due parti equale (ponimo la linea, e, f,) basta a trouar le due opposite intersecatione (quali sian g, e, h,) di duoi cerchi che occoreno nel formar il triangolo equilatero e la linea, g, h, tirata dall'una intersecatione all'altra sarà il proposito.

Problema. 6. Propositione. 11.

11 Data vna linea retta, da vn ponto signato in quella potemo cauar vna perpendicular sustentata dall'una è l'altra parte da dui angoli equali e retti.
11

Sia la data retta linea, a, b, nella qual sia dato il ponto, c, dalquale sia di bisogno tirar fuora vna perpendicolar. Adonque volendo esequir tal effetto faccio la linea, b, c, equal al la linea, a, c, & sopra a tutta la, a, b, constituisco il triangolo a, b, d, equilatero: & dapoi tiro la linea, c, d, laquale dico esser perpendicolare sopra la detta linea, a, b, e, per dimostrar tal cosa intendo li dui triangoli, a, c, d, & b, c, d, e perche li dui lati, a, c, & c, d, del triangolo, a, c, d, son equali alli dui lati, c, b, & c, d, del triangolo, b, c, d, & la basa, a, d, a la basa, b, d, adonque (per l'ottaua) l'angolo, a, c, d, sarà equale all'angolo, b, c, d, per laqual cosa ciascun di loro sarà retto (per la ottaua diffinitione) & la linea, d, c, sarà prependicular sopra la linea a, b, che è il proposito.

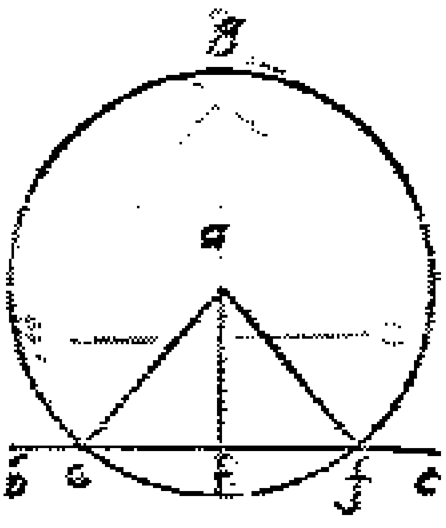


Problema. 7. Propositione. 12.

12 Potemo condurre vna perpendicolare a vna data retta linea de indiffi-
12 nita quantità da vno ponto signato fuora di quella.

Sia il ponto, a, signato fora della linea, b, c, dalqual bisogni condure vna perpendicolare alla detta linea, b, c, adonque per esequir tal cosa allongarò la linea a, b, c, in l'una è l'altra parte quanto bisogna, & sopra al ponto, a, descriuerò vn cerchio di tal grandezza che seghi la detta linea, b, c, in dui ponti ilqual pongo sia il cerchio, d, e, f, g, ilquale seghi la linea, b, c, nelli dui ponti, d, & f, da poi congiongerò il ponto, a, con li dui ponti, d, & f, con le due linee, a, d, & a, f, & dapoi diuiderò l'angolo, d, a, f, in due parti equali con la linea, a, h, (per la nona propositione) hor dico che la linea, a, h, e perpendicolare sopra la linea, b, c, & per dimostrar questo intendo li duoi triangoli, a, d, h, & a, f, h, & perche li duoi lati, a, d, & a, h, del triangolo, a, d, h, sono equali alli duoi lati, a, f, & a, h, del triangolo, a, f, h, perche le due linee, a, d, & a, f,

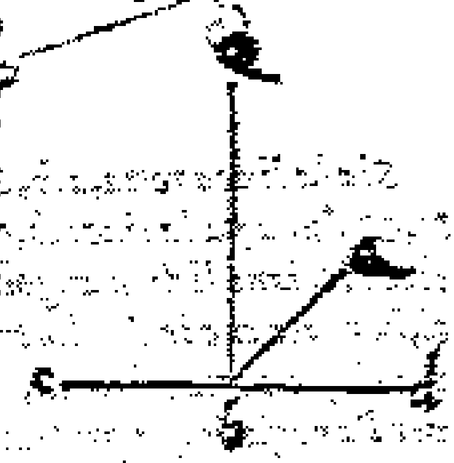
Inter- lasata del cer chio cuer- mine.



&, a, f, vengono dal centro alla circonferentia, lo lato, a, b, è commune ambiduoi, e l'angolo, e, dell'uno è equale all'angolo, a, dell'altro, & per la quarta propositione, la basa, e, b, serà equale alla basa, b, f, & l'angolo, e, b, d, all'angolo, a, b, f, per laqual cosa l'uno & l'altro serà retto, per la ottava diffinitione, & per la nona, la linea, a, b, serà perpendicolare sopra la linea, b, c, che è il proposito.

Theorema 6. Propositione 13.

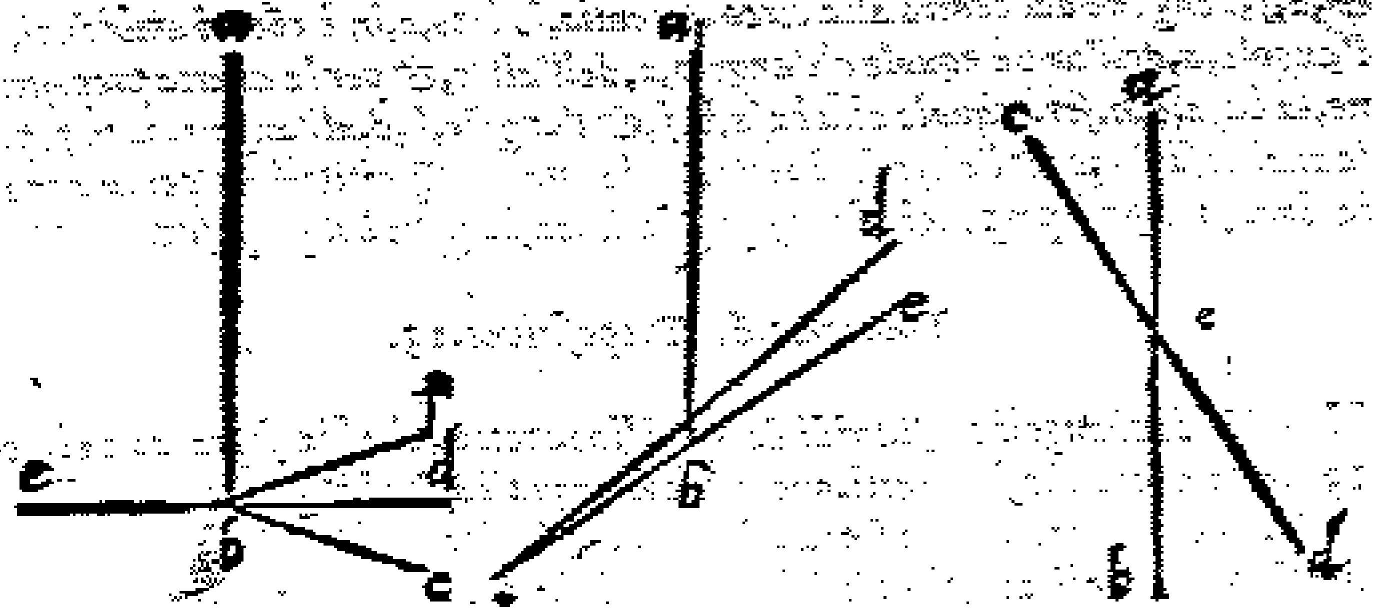
13 *Se dui angoli constituidi da ogni linea retta, che stia sopra a una linea*
13 *retta, overo che sono retti, overo che sono equali a dui angoli retti.*



Sia che la linea, a, b, stia sopra alla linea, c, d, dico che li dui angoli constituidi dalla detta linea, a, b, con la linea, c, d, over che sono ambiduoi retti, over che sono equali a dui angoli retti, li quali angoli l'uno è l'angolo, a, b, d, & l'altro è l'angolo, a, b, c, & per dimostrar questo arguirò in questo modo. Over che la linea, a, b, serà perpendicolare sopra la, c, d, over non. Se la serà perpendicolare sopra la detta linea, c, d, constituirà dui angoli equali è retti per lo converso modo della ottava diffinitione, che è il primo proposito. Ma se la non serà perpendicolare, ma che quella sia declinante sopra quella, ponjamo verso, d, all'hora la detta linea, a, b, constituirà dui angoli, l'uno di quali serà acuto, cioè l'angolo, a, b, d, & l'altro serà obtuso cioè l'angolo, a, b, c, or dico che questi dui angoli insieme sono equali a dui angoli retti, & per dimostrar questo, dal ponto, b, io duco la perpendicolare, b, e, per l'undecima propositione, sopra la linea, c, d, dalla quale li dui angoli, e, b, c, & e, b, d, sono retti, per lo converso modo della ottava diffinitione, adunque perche li dui angoli, d, b, a, & a, b, e, se equaliano all'angolo, d, b, e, il quale è retto, gionto li ancora l'angolo, c, b, e, che è retto, tutti tre se fanno equali a dui angoli retti, perche li dui, cioè, d, b, a, & a, b, e, sono equali all'angolo, d, b, e, che è retto, il terzo, cioè l'angolo, e, b, c, da sì è retto, però tutti tre sono equali a dui retti, ma l'angolo, c, b, a, obtuso è equale a dui di quelli tre angoli, cioè all'angolo, c, b, e, che è retto et all'angolo, e, b, a, adunque li dui angoli, a, b, c, & a, b, d, sono equali a dui angoli retti, che è il proposito. Et nota che per questa propositione si manifesta che tutto il spatio che circonda un ponto, in qual si voglia superficie piana, sempre quello serà equale a quattro angoli retti.

Theorema 7. Propositione 14.

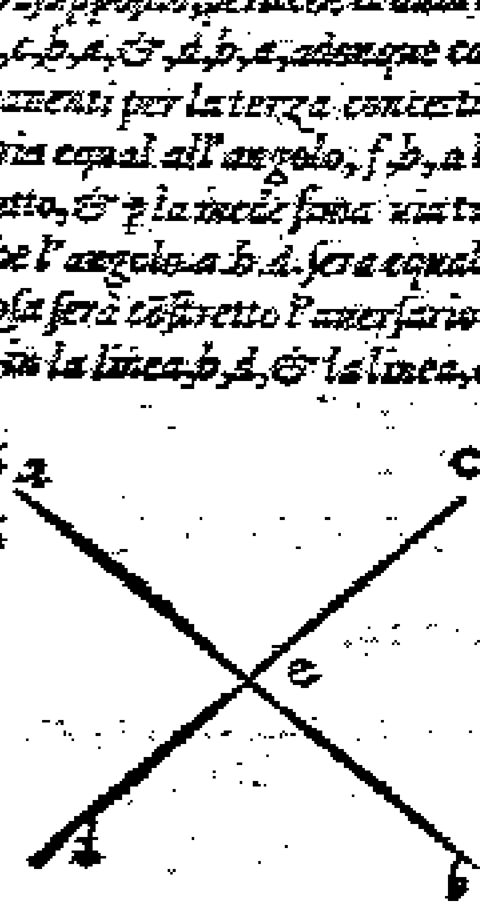
14 *Se da uno ponto de una linea retta usciranno due linee rette in diverse*
14 *parti, & farà li dui angoli che sono in se retti, overo equali a dui angoli retti, quelle due linee fra loro sono congionte directamente, & sono una sol linea.*



Sia la linea retta, a, b, & dal ponto, b, esciano due linee rette in parte opposite, & l'una sia la linea, b, c, & dall'altra parte opposita, sia, la linea, b, d, lequal linee facciano li duoi angoli, liquali son, c, b, a, & d, b, a, equali a duoi angoli retti, hor dico che le due linee, c, b, & d, b, sono cōgionte direttamente l'una & l'altra & fanno una sol linea, laqual è la linea, c, b, d, & se la non serà una sol linea, per l'auersario, sia protratta la linea, c, b, in cōtinuo & diretto, & per non esser una linea con la linea, b, d, transirà ouer di sopra della detta linea, b, d, come fa la, b, f, ouer di sotto come fa la, b, e, Adonque perche sopra della linea, c, b, f, gli cade la linea, a, b, li duoi angoli, a, b, c, & a, b, f, per la precedente serà equali a duoi angoli retti, & perche li angoli retti sono equali fra loro, per la quarta petitione, anchora li duoi angoli, c, b, a, & d, b, a, son equali a duoi angoli retti, dal presupposito, perilche li duoi angoli, a, b, c, et, a, b, f, seran equali alli duoi angoli, c, b, a, & d, b, a, adonque cauando communemente l'angolo, c, b, a, li duoi rimanenti per la terza concettione, seranno fra loro equali, cioè l'angolo, d, b, a, seria equal all'angolo, f, b, a laqual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto, & per la medesima uia tu approuerai la linea, c, b, protratta per fina in, e, che l'angolo a b d, sera equal all'angolo, a, b, e, che è pur impossibile, per laqual cosa serà costretto l'auersario a cōfirmare che protratta la linea, c, b, caderà precise in la linea, b, d, & la linea, c, b, d, esser una sol linea, e nō due, che è il proposito.

Theorema 8. Propositione. 15.

15
15



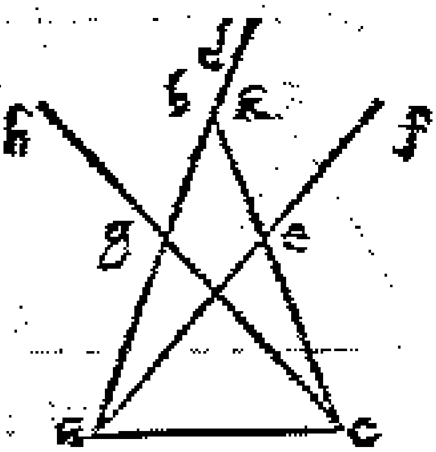
Tutti li angoli contraposti de ogni due linee rette che si seghino, fra loro sono equali per il che eglie manifesto che quando due linee rette si seghino fra loro, li quattro angoli che fanno essere equali a quattro angoli retti.

Sian le due linee rete, a, b, et, c, d, lequali se seghin fra loro ī pōto, e. Dico che l'angolo, d, e, b, è equal a l'āgolo a e c, e l'āgolo, b, e, c, è equal a l'āgolo d e, a, pche li due angoli, e, c, et, c, e, b, sō equali a due angoli

angoli retti, per la terzadecima propositione, & similmente li duoi angoli, c, e, b, d, e, b, sono pur equali a duoi angoli retti, per la medesima propositione. Adonque li duoi angoli, a, e, c, & c, e, b, sono equali alli duoi angoli, c, e, b, & b, e, d, per che cosi li duoi primi come li duoi secondi sono equali a duoi angoli retti: hora se communamente leuaremo, cosi alli duoi primi come alli duoi secondi, l'angolo c, e, b, li duoi rimanenti, che son li duoi angoli, a, e, c, & b, e, d, seranno fra lor equali, per la terzadecima concettione, & per lo medesimo modo se approua l'angolo, c, e, b, esser equale all'angolo, d, e, a, che, è il proposito.

Theorema 9. Propositione. 16.

16 / 16 *Essendo protratto direttamente un lato d'un triangolo, qual se pare, quel far à l'angolo estrinsico maggiore dell'uno e dell'altro angolo intrinsico del triangolo a se opposito.*



Sia che'l triangolo, a, b, c, sia protratto el lato, c, b, per sin in d. Dico che l'angolo, d, b, c, è maggiore di l'uno & dell'altro di duoi angoli di dentro del triangolo a lui oppositi, delliquali l'un è l'angolo, b, a, c, e l'altro è l'angolo, b, c, a, & per dimostrar questo io diuiderò il lato, c, b, in due parti equali, per la dottrina della decima, in ponto, e, & protrarò la linea, a, e, per sin al ponto, f, talmente che la, f, e, sia equale alla, a, e, poi tirarò la linea, f, b, & fatto questo io intendo li duoi triangoli, c, e, a, & b, e, f, & perche li duoi lati, a, e, & e, c, del triangolo, a, e, c, sono equali alli duoi lati, f, e, & e, b, del triangolo f, e, b, & l'angolo, e, dell'uno si è equale all'angolo, e, dell'altro, per la precedente proppositione, perche sono angoli contraposti, & per la quarta propositione, l'angolo, e, c, a, serà equale all'angolo, e, b, f, e per tanto l'angolo, e, b, d, qual è maggior dell'angolo, e, b, f, sua parte serà etiam maggiore dell'angolo, a, c, e, per esser l'angolo, a, c, e, equal al, e, b, f, sua parte, & cosi hauemo dimostrato come l'angolo, c, b, d, de fuora del triangolo è maggiore dell'angolo, a, c, b, di dentro del triangolo a lui opposito. Similmente ancora se approua che lui è maggior dell'angolo, c, a, b. Perche diuiderò il lato, a, b, in due parti equale nel ponto, g, per la decima propositione, & protrarrò la linea, c, g, per fin in, h, talmente che la, g, h, sia equale alla, g, c, per terza propositione, dapoi protrarrò la, b, K, poi intendo li duoi triangoli, a, c, g, & g, b, h, che li duoi lati, a, g, & g, c, del triangolo, a, g, c, sono equale alli duoi lati, g, b, & g, h, del triangolo, g, b, h, & l'angolo, g, dell'uno è equale all'angolo, g, dell'altro, per la precedente propositione, & per la quarta propositione l'angolo, g, a, c, è equale all'angolo, g, b, h, hor perche l'angolo, K, b, d, è equale all'angolo contraposito, g, b, h, per la precedente propositione serà etiam equale all'angolo, c, a, g, per la prima concettione, & perche l'angolo, c, b, d, è maggiore dell'angolo, K, b, d, sua parte, serà etiam maggiore dell'angolo, g, a, c, a quello equale, ch'è il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna aduertir che la linea, b, h, tirata verso, f, di necessita passa so. alla linea b, f, qual che la linea, b, x, nō si distēga della linea, b, f, e esser in quella medesima.

Theorema x. Propositione 17.

17 Duoi angoli di ogni triangolo (tolti come si voglia) sono minori de duoi an-

17 goli retti.

Sia il triangolo a b c. Dico che qualunque duoi angoli di quello sono minori

Per la de duoi angoli retti, perche essendo protratto un lato di quello, come seria il lato, b,

p̄ced. c, per fin al d, per la precedente, l'angolo, c, estrinseco seria maggior del angolo a,

Per la e cosi maggiore dell'angolo, b, ma l'angolo, c, estrinseco insieme con l'angolo, c, in-

13. trinseco sono equali a duoi angoli retti per la terzadecima. Adunque li duoi angoli, b, et, c, intrinseci seranno minori de duoi angoli retti, et similmēte l'angolo, a, insieme co l'angolo, c, (intrinseco) seranno pur minori di duoi angoli retti, perche all'angolo, c, intrinseco volendo equalizare a duoi angoli retti bisogneria accompagnarlo con un'altro angolo che fusse equale all'angolo, a, c, d, estrinseco, il che alcun di quelli duoi intrinseci (a lui oppositi) cioe, a, et, b, nō sono sufficienti, per esser ciascū di loro minori del detto angolo, a, c, d, estrinseco. Similmēte se'l serà protratto il lato, b, a, o il medesimo modo el si approuerà che li duoi angoli, a, et, b, sono minori de duoi angoli retti, che è il proposito.

Theorema xi. Propositione 18.

Il lato piu longo de ogni triangolo è opposito al maggior angolo.

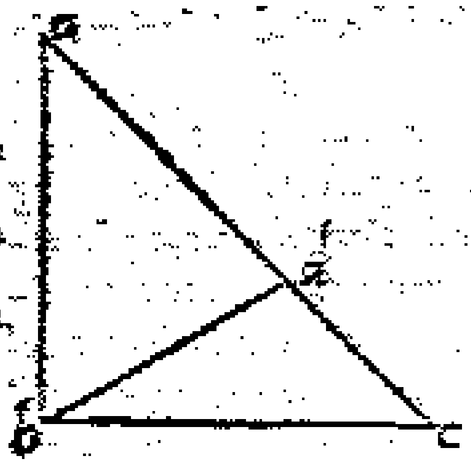
18 Sia come in lo triangolo, a, b, c, il quale ha il lato, a, c, maggiore del lato, a, b, Dico che l'angolo, a, b, c, è maggior dell'angolo, b, c, a. Perche il lato, a, c, è maggiore del lato, a, b, dalla parte verso, a, ne segaremo una parte equale al, a, b, per la terza propositione, qual sia la, a, d, et produrò la linea, b, d, (per la prima petitione.) Ma perche l'angolo, a, d, b, estrinseco del triāgolo, b, d, c, per la sestadecima propositione, è maggior dell'angolo, b, c, d, intrinseco a lui opposito, et l'angolo, a, d, b, è equale all'angolo, a, b, d, per la quinta propositione, perche il lato, a, d, fu posto equale al lato, a, b. Adonque l'angolo, a, b, d, serà anchora lui maggiore del detto angolo, c, il che se l'angolo, a, b, d, (per se solo) è maggior del c, molto piu tutto l'angolo, a, b, c, serà maggior del detto angolo, c, che è il nostro proposito. Anchora, perche il lato, a, b, è maggiore del lato, b, c, per lo modo dato di sopra, se porà provar che l'angolo, b, c, a, è maggior dell'angolo, b, a, c.

18

Per la 5.

Per la 16.

Per la

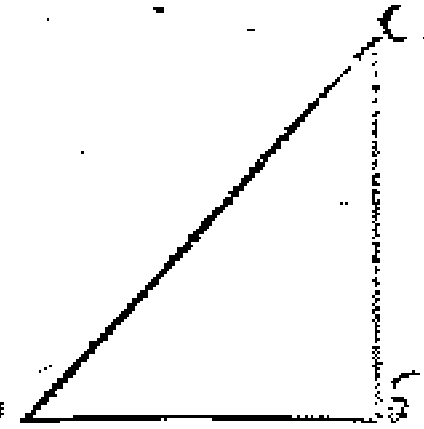


Theorema xii. Propositione 19.

19 Il maggior angolo de ogni triangolo, è opposito al piu longo lato.

19 Sia il triangolo, a, b, c, havēte l'angolo, a, b, c, maggior dell'angolo, b, c, a. Dico che il lato, a, c, è maggior del lato, a, b. Perche se'l detto lato, a, c, non è maggior del lato, a, b, per l'aversario, l'è necessario, che'l sia adonque over equal a lui,

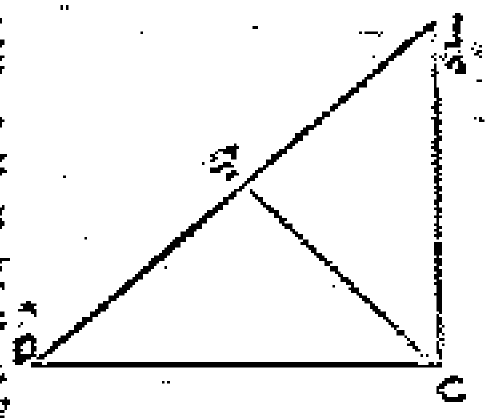
esser minor di lui, se egli è equale a lui l'angolo,a,c,b, seria equale all'angolo,c,b,a, per la quinta propositione, che seria contra il presupposito nostro, il qual fu che l'angolo,a,b,c, fusse maggior dell'angolo,b,c,a. Adonque lo lato,a,c, non puo esser equale al lato,a,b, Dico anchora che'l non puo esser minore, perche se'l lato a,c, fusse minore del lato,a,b, l'angolo,a,b,c, seria minor dell'angolo,a,c,b, per la precedente, che seria molto contrario al nostro presupposito, il qual fu che l'angolo a,b,c, fusse maggiore dell'angolo,a,c,b. Adonque sel lato,a,c, non puo esser ne equale ne minore del lato,a,b, l'è necessario che'l sia maggiore, che è il proposito.



Theorema.13. Propositione.20.

20 Duoi lati di ogni triangolo, tolti come si voglia, gionti insieme sono piu lon-
20 ghi del restante lato.

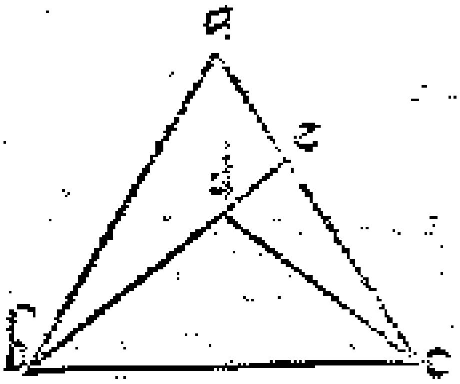
Sia il triangolo,a,b,c, Dico che li duoi lati,a,b,et, a,c, gionti insieme sono piu longhi del lato,b,c, Et per dimostrar questo, sia protratto la linea,b,a, per una in,d, talmente che la,a,d, sia equale alla,a,c, poi sia tirata la linea,c,d, Et per la quinta, l'angolo,a,c,d, serà equale all'angolo,d, Et perche tutto l'angolo,b,c,d, è maggiore dell'angolo,a,c,d, sua parte, serà etiam maggiore dell'angolo,d, Adonque, per la decimanona propositione, il lato,b,d, serà maggiore del lato,b,c, Ma il lato,b,d, è equale alli duoi lati,a,b,et,a,c, per laqual li duoi lati,a,b,et,a,c, gionti insieme sono maggiori del lato,b,c, che è il proposito.



Theorema.14. Propositione.21.

21 Se dalli duoi ponti terminanti un lato d'un triangolo usciranno due linee
21 rette, et che quelle si congiongano in un ponto che sia di dentro del triangolo, quelle medeme due linee certamente seranno piu breve delle altre due linee del triangolo, e conteniranno maggior angolo.

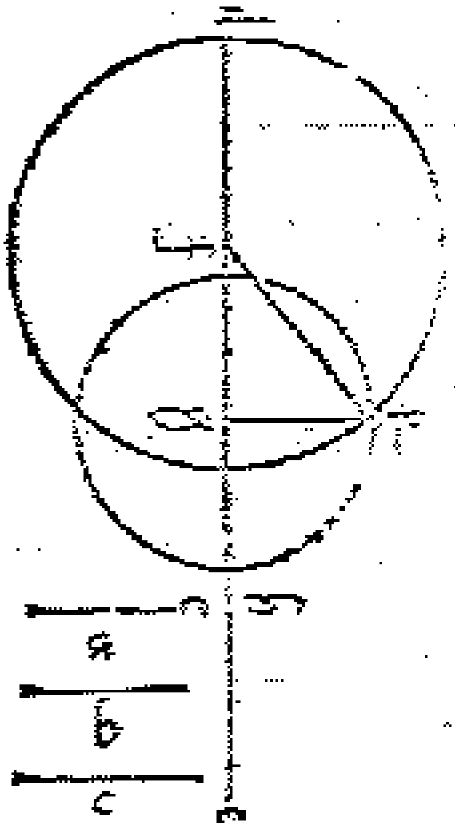
Sia come in questo triangolo,a,b,c, che dalle due estremità del lato,b,c, esischano le due linee,b,d, et, c,d, lequale concorrano de dentro del triangolo,a,b,c, nel ponto,d, dico che le dette due linee,b,d,et,c,d, insieme gionti son piu corte che le due linee,b,a,et,c,a, lati del triangolo,a,b,c, insieme gionti, et che l'angolo,b,d,c, contenuto da quelle è magior dell'angolo b,a,c, contenuto dalli predetti duoi lati, et per dimostrar questo slongarò il lato,b,d, per fin che seghi il lato,a,c, in ponto,e, hor dico ch'i due lati,a,b,et,a,e, del triangolo,a,b,e



gionti insieme sono maggiori del lato.b.e.per la uigesima propositione,& giongendoui equalmente la parte,ouero linea.e.c.li duoi lati.a.b.& .a.c.seranno maggiori insieme gionti delli duoi lati.b.e.& .e.c.(per la quinta concettione)la qual cosa serba in mente,poi perche li duoi lati.d.e.& .e.c.del triangolo.c.d.e.gionti insieme sono maggiori del lato.d.c.(per la uigesima propositione)giōtogli communamente la linea.d.b.li duoi lati.b.e.& .e.c.seranno ancora maggiori delli duoi lati.b.d.& d.c.(per la cōcettione)donde se li doi lati.b.e.& e.c.sono maggiori delle due linee protratte.b.d.et.d.c.& che li duoi lati.a.b.et a.c.sono maggiori delli detti duoi lati.b.e.& .e.c.(come di sopra fu approuato,quando dissi,serba in mente)tanto magiormēte seranno maggiori delle dette due linee protratte.b.d.& .d.c.che è il proposito.Ma,perche l'angolo.b.d.c.e maggiore dell'angolo.d.e.c.(per la sestadecima propositione)& l'angolo.d.e.c.per la medesima decimasesta propositione,è maggior dell'angolo.e.a.b.adōque molto maggior serà l'angolo.b.d.c.del ditto angolo.b.a.c.che è il secōdo proposito.

Problema.8. Propositione.22.

22 *Proposte tre linee rette,delle quali le due,quale si uogliano,gionte insieme siano piu longhe dell'altra,possemo,con altre tre linee,a quelle equale constituire un triangolo.*



Siano le tre proposte linee.a.b.c.lequale siano cosi condicionate,che due,quale si uoglia di quelle,giōte insieme siano maggiore dell'altra,perche altramēte nō se poria di tre equale a quelle cōstituir triāgolo,per la uigesima propositione,adonque quādo uorrò cōstituir un triāgolo di tre linee equale alle tre ꝑdette,facio la linea.d.e.alla quale dalla parte.e.nō gli pono fin determinato,& dalla parte del.d.ne segho la parte.d.f.equale alla linea.c.ꝑ la tertia propositione,et f.g.equal al.b.& .g.h.equal al.a.& fatto il pōto.f.cētro,descriuo il cerchio.d.K.secōdo la quātità.f.d.& similmēte fatto.g.cētro descriuo il cerchio.h.K.li quali duoi cerchi se intersegono in duoi pōti,l'uno di qlli è il pōto.K.altramēte seguiria che l'una delle tre linee seria maggiore,ouer equale alle altre due giōte insieme,che seria cōtra il ꝓsupposito.hor da pōto.K.tiro la linea.K.f.& la linea.K.g.& serà cōstituido,il triāgolo.K.f.g.de tre linee equale alle tre ꝓposte.a.b.c.ꝑche le due linee.f.d.& .f.K.sono equale,ꝑche ambedue uāno dal cētro alla circōferētia del cerchio.d.K.e.ꝑche la linea.c.è equale alla.d.f.ꝑ la prima cōcettione serà etiā equale alla.f.K.lato del triāgolo,similmēte,g.h,& .g.K sono equale,ꝑche uāno dal cētro alla circōferētia del cerchio.h.K.et.g.h.fu posto equale alla linea.a.adōque.g.K.serà equale alla linea.a.ꝑ la detta prima cōm

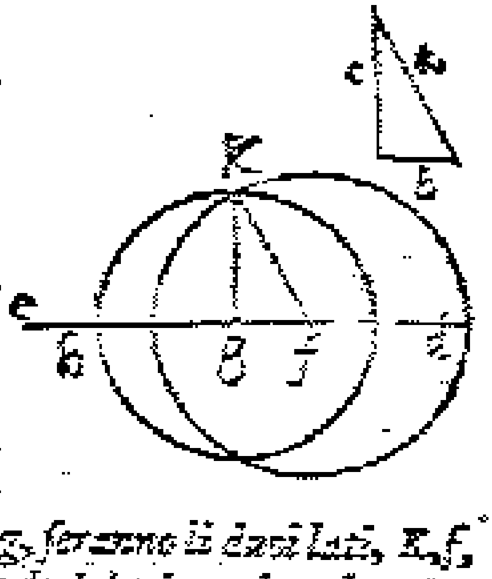
cō

ne sententia, ouero cõcettione, & pche, f, g, fu tolto equale alla linea, b, adõque li tre lati del triãgolo, f, g, K, sono equali alle tre date linee, a, b, c, che è il pposito.

Problema. 9. Propositione. 23.

23 *Data una linea retta, sopra vn termine di quella, potemo designare vn*
23 *angolo rettilineo equale a qualunque angolo rettilineo proposito.*

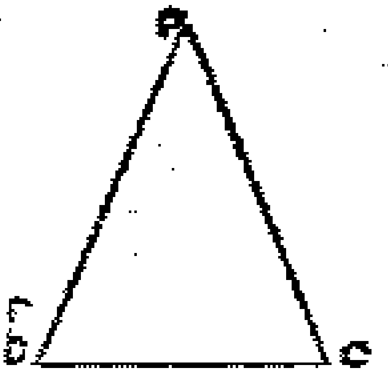
Sia data la linea, f, e, che è in la figura superiore, & siano le due linee che contengono il dato angolo, a, & b, sotto al qual angolo tirarò la basa, c, desiderando io di fare sopra il ponto, f, della linea, e, f, vno angolo equale all'angolo dato. Azonto alla linea, e, f, la linea, f, d, equale alla, a, & dalla linea, f, e, sego, ouer assegno, f, g, equale alla, b, & dalla, g, e, assegno etiam la, g, h, equale alla basa, c, & sopra li duoi ponti, f, & g, descriuo li duoi cerchi, d, K, & K, h, secondo la quantità delle due linee, f, d, & g, h, li quali se intersegheranno fra loro in ponto K, si come mostra la precedente, e dutte le linee, K, f, & K, g, seranno li duoi lati, K, f, & f, g, del triangolo, K, f, g, equali alli duoi lati, a, & b, del triangolo, a, b, c, & la basa, g, K, equale alla basa, c, Adonque, per la ottaua l'angolo, K, f, g, serà equale all'angolo contenuto dalle due linee, a, & b, che è il proposito.



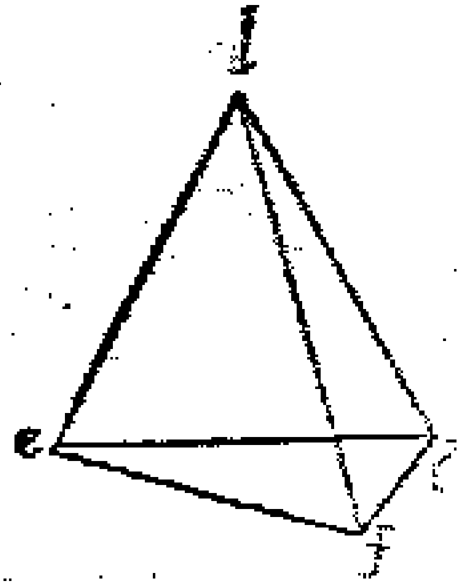
Theorema. 15. Propositione. 24.

24 *De ogni duoi triangoli, di quali li duoi lati dell'vno seranno equali alli*
24 *duoi lati dell'altro se l'uno di duoi angoli contenuti sotto di quelli lati equali, serà maggiore dell'altro, Anchora la basa del medesimo serà maggiore della basa dell'altro.*

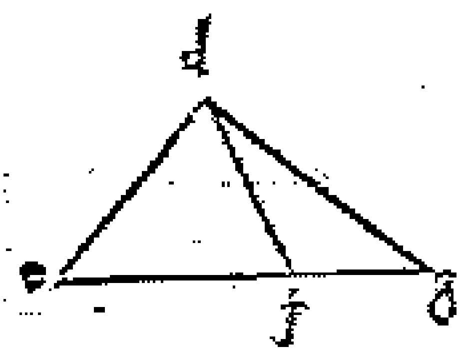
Siano li duoi triangoli, a, b, c, & d, e, f, et siano li duoi lati, a, b, & a, c, equali alli duoi lati, d, e, d, f, cioè ciascun al suo relatiuo, a, b, al, d, e, & a, c, al, d, f, & sia l'angolo, a, maggior dell'angolo, e, d, f, Dico che la basa, b, c, serà maggiore della basa, e, f, & per dimostrar questo farò l'angolo, e, d, g, per la dottrina della precedente equale all'angolo, a, (del qual l'angolo, e, d, f, verà a esser sua parte, per esser minor di lui) e ponerò, d, g, equal al, a, c, ouer, d, f, e, tirarò la linea, e, g, laqual transirà di sopra della linea, e, f, segando la linea, d, f, ouer sopra la medesima linea, e, f, facendo con quella vna medesima linea, ouer di sotto di quella, hor poniamo primamente che la transisca di sopra la, e, f, segando la linea, d, f, (come appar nella prima figura) tirarò la linea, f, g, e serà constituito il triãgolo, d, f, g, de duoi lati equali, pche ciascũ di q̃lli è equal al lato, a, c, dilche l'angolo, d, f, g, serà equale all'angolo, d, g, f, per la quinta propositione, p laqual cosa l'angolo, d, f, g, serà maggior dell'angolo, e, g, f, parte dell'angolo,

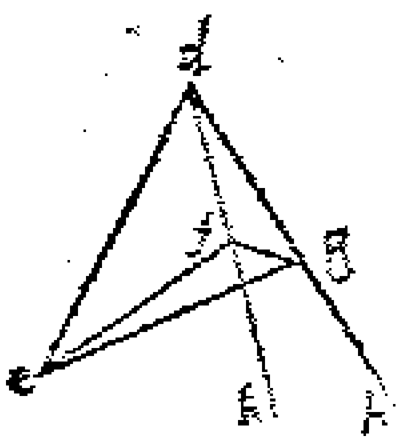


d,g,f, a lui equale, del che se l'angolo.d.f.g. da se è maggior dell'angolo.e.g.f. molto piu maggior serà tutto l'angolo e.f.g. del ditto angolo,e.g.f, donde seguita che'l lato.e.g. sia maggior del lato.e.f, per la decimanona propositione, hor dico che'l lato.e.g. si è equale alla basa.b.c. perche li duoi lati.a.b. & a.c. del triangolo,a,b,c, sono equali alli duoi lati,d,e, & d,g, del triangolo,d,e,g, & l'angolo,e,d,g, fu posto equale all'angolo,b,a,c, onde, per la quarta propositione, la basa, e,g, serà equale alla basa,b,c, per laqual cosa se la.e. g. è maggiore alla.e.f, etiam la,b,c, a quella equale, serà maggiore della detta,e,f, che è il proposito. Ma se la,e,g, cascarà sopra la medesima linea,e,f, (come in questa altra seconda figura appare) e siano insieme una medesima linea all'hora la,e,f, serà parte della e.g, adonque, per la ultima concettione, la,e,f, serà minor del e,g, che è il proposito. Ma se la, e,g, cascasse d. sotto della,e,f, (come in questa altra figura appare) siano slongate le due linee, d,f, & d,g,



(lequal sono equale) fina in K, & h, & per la seconda parte della quinta propositione, li duoi angoli che sono sotto alla basa, f,g, seranno equali, cioe lo angolo, K,f,g, serà equale all'angolo, f,g,h, del che tutto l'angolo,e,f,g, serà maggior del detto angolo.f,g,h, ma se l'angolo,e,f,g, è maggior del ditto,f,g,h, molto piu maggiore serà dell'angolo.f,g,e, parte di quello, adonque, per la decimanona propositione, il lato,e,g, serà maggior dell'altro, e,f, & per consequens,b,c, serà maggior de,e,f, che è il proposito. Questo ultimo membro si potevia ancora provare per la vigesimaprima, perche per quella in la dispositione della terza figura, le due linee,d, g, & ,e,g, seranno maggiore delle due linee.d.f. & .f. e. & perche la d.g. è equale alla,d,f, (per questo che ambedue sono equale alla,a,c,) serà la,g,e, maggiore della,e,f, per la qual cosa etiam la, b, c, serà maggiore della medesima,e,f, che è il proposito, tamen e meglio dimostrar per il primo modo, acciochè in ogni dispositione sia arguito per la quinta.





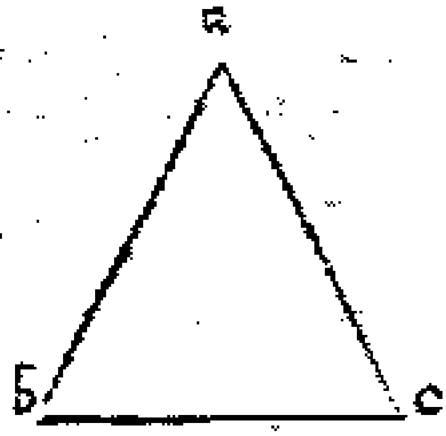
Theorema. 16. Propositione. 25.

25 *D'ogni dui triangoli, diquali li dui lati dell'un siano equali alli dui la-*
25 *ti dell'altro, & che la basa dell'uno sia maggiore della basa dell'altro. Anchora l'angolo contenuto da quelli lati equali del detto triangolo, che ha la basa maggiore, serà maggior dell'angolo dell'altro triangolo contenuto delli medesimi lati.*

Siano li dui triangoli,a,b,c, & d,e,f, & siano li duoi lati, a, b, & ,a,c, del

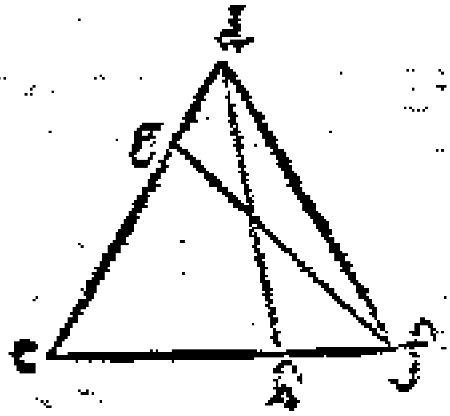
primo

l'uno equali alli duoi lati .d.e. & .d.f. del secondo, cioe ciascuno allo suo relatiuo, & sia basa .b.c. maggiore della basa .e.f. dico che lo angolo .a. serà maggiore dell'angolo .d. questa e il conuerso della precedente, la qual cosa se dimostrerà in questo modo. Se l'angolo .a. nō e maggiore, per l'aduersario, dell'angolo .d. serà adonque equale, ouer minor di lui, equale non puo essere, perche se cosi fusse, per la quarta, la basa .b.c. seria equale alla basa .e.f. che seria contra il presupposito, Ma dico che anchora el non puo essere minore, perche se l'angolo .a. fusse minore dell'angolo .d. la basa .b.c. seria, per la precedente, minor della basa .e.f. che seria molto contra il presupposito, adunque non possendo l'angolo .a. esser ne equale ne minor dell'angolo .d. glie necessario che sia maggiore, che e il proposito.



Theorema .17. Propositione .26.

26 De ogni duoi triangoli di quali li duoi angoli
26 di l'uno seranno equali à duoi angoli di l'altro ciascuno al suo relatiuo, anchora che vn lato del l'uno sia equale à un lato l'altro, ò sia quel tal lato fra li duoi angoli equali o veramente opposito à vno de quelli, anchora li duoi restanti lati di l'uno seranno equali alli duoi restanti lati del l'altro, ciascuno al suo riguardante, ouer relatiuo, & similmente l'altro angolo di l'uno serà equale à l'altro angolo dell'altro.



Siano li duoi triangoli .a.b.c. & .d.e.f. & sia l'angolo .b. equale allo angolo .e. & l'angolo .c. equal al l'angolo .f. & sia el lato .b.c. equale al lato .e.f. ouer l'uno delli altri duoi lati .a.b. & .a.c. sia equal a uno delli altri duoi lati .d.e. & .d.f. cioe uno di loro al suo relatiuo, cioe che .a.b. sia equale al .d.e. ouer .a.c. al .d.f. Dico che li altri duoi lati dell'uno seranno equali alli altri duoi lati dell'altro, & l'altro angolo dell'uno serà equal all'altro angolo dell'altro, cioe l'angolo .a. serà equale all'angolo .d. Ponerò adunque primamēte che lo lato .b.c. sopra del quale giaceno li duoi angoli .b.c. sia equale al lato .e.f. sopra del quale giaceno li duoi angoli .e.f. liqualli sono stati posti equali alli detti duoi angoli .b.c. hor dico che'l lato .a.b. serà equale al lato .d.e. il lato .a.c. al lato .d.f. & l'angolo .a. all'angolo .d. Per che, se possibil sia per l'aduersario, che'l lato .a.b. non sia equale al lato .d.e. l'uno di quelli serà adonque maggior, hor poniamo che'l lato .d.e. sia maggiore del lato .a.b. io segarò del lato .d.e. la parte .g.e. equali al lato .a.b. per la tertia propositione, e produrò la linea .g.f. li duoi lati adonque .e.g. & .e.f. del triangolo .e.g.f. sono equali

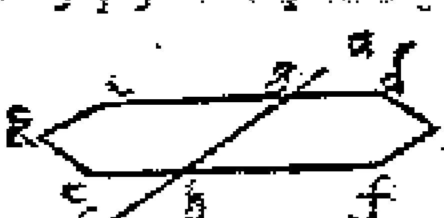
li duoi

li duoi lati.a.b.& b.c.del triangolo.a.b.c.& l'angolo.a.b.c.è equale all'angolo.g.e.f.dal presupposito, per la qual cosa l'angolo.g.f.e.seria equale all'angolo.a.c.b.per la quarta propositione, & perche l'angolo.d.f.e.si è anchora lui equale al ditto angolo.a.c.b.dal presupposito per la prima concettione, serà etiã equale all'angolo.g.f.e.sua parte, che è impossibile, per l'ultima cõcettione, adonque.d.e.serà equale al.a.b. per la quarta propositione, il lato.d.f.serà etiã equale al lato.a.c.et l'angolo.d.all'angolo.a.serà equale, che è il primo mẽbro della division proposta, Sia anchora li duoi angoli.b.et.c.equali alli duoi angoli.e.f.come prima, et sia lo lato.a.b.il quale è opposito all'angolo.c.equale al lato.d.e.il qual è opposito all'angolo.f.il qual è posto equale all'angolo.c.dico che lato.b.c.serà equal al lato.e.f.& il lato.a.c.al lato.d.f.& l'angolo.a.all'angolo.d.& se'l lato.e.f.non fusse equale al lato.b.c.per l'aduersario l'uno di loro serà maggior dell'altro sia adonque.e.f.maggior del.b.c.e per tanto ponerò e.h.equale al.b.c.per la tertia propositione, & produrò la linea.d.h.& serà constituido il triangolo.d.e.h.che li duoi lati.e.d.& e.h.son equali alli duoi lati.b.c.& b.a.del triangolo.a.b.c.e l'angolo.e.si è equale all'angolo.b.dal presupposito, il che l'angolo.e.h.d.seria equale a l'angolo.b.c.a.per la quarta propositione, e l'angolo.f.per esser equale anchora all'angolo.c.seria etiam equale all'angolo.e.h.d.per la prima concettione, la qual cosa è impossibile per la sestadecima propositione, che l'angolo.e.h.d.estrinsico del triangolo.d.h.f.sia equale allo angolo.h.f.d.intrinsico, & opposito, adonque il lato.e.f.serà equale al lato.b.c.& similmente, per la quarta propositione, il lato.d.f.al lato.a.c.serà equale, e l'angolo.e.d.f.all'angolo.b.a.c.che è il secondo membro della proposta diuisione, il che tutto il proposito serà manifesto.

Theorema.18. Propositione.27.

27 *Se una linea retta caderà sopra a due linee rette, & facia li duoi angoli*
27 *coalterni fra loro equali, quelle due linee seranno equidistante.*

Sia come è linea.a.b.la qual cade sopra le due linee.c.d.& e.f.& sega la linea.c.d.in ponto.g.& la linea.e.f.in ponto.h.& sia l'angolo.d.g.h.equale all'angolo.e.h.g.Dico che le dette due linee.c.d.& e.f.sono equidistante, ma se possibile è per lo aduersario, che non siano equidistante, poniamo che

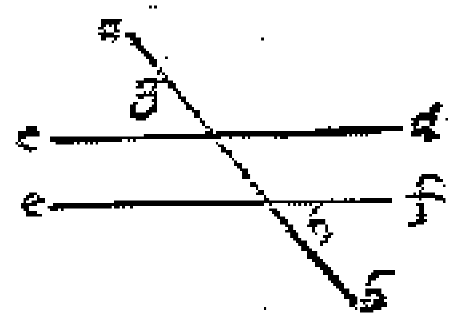


protratte dalla parte.c.e.concorrano nel ponto.K.ouero dalla parte.d.f.nel ponto.l.& sia pur come si voglia, che accaderà lo impossibile, per la decimasesta propositione, perche l'angolo estrinseco seria equale allo intrinseco, & opposito, perche uno delli detti angoli alterni, li quali sono posti equali, serà lo estrinseco, & l'altro serà lo intrinseco, perche concorrendo le due linee.d.c.& e.f.in ponto.K.seria formato uno triangolo, che seria.g.h.K.& seria prodotto il lato.K.g.fina in.d.facendo l'angolo.h.g.d.estrinseco, il quale è posto equale all'angolo.e.h.g.intrinseco, et opposito, la qual cosa è impossibile per la sopradegata propositione e perche l'è impossibile che le due linee, protratte da qual parte si voglia, cõcorrano, curranno adonque seranno equidistante per la vigesima seconda diffinitione, che è il proposito.

Theorema. 19. Propositione. 28.

28 Se una linea retta segnerà sopra a due linee rette, che l'angolo intrin-
28 seco causato da quella sia equal all'angolo estrinseco a se opposito, over che li duoi angoli intrinseci da una medesima parte siano equali a duoi angoli retti quelle due linee seranno equidistante.

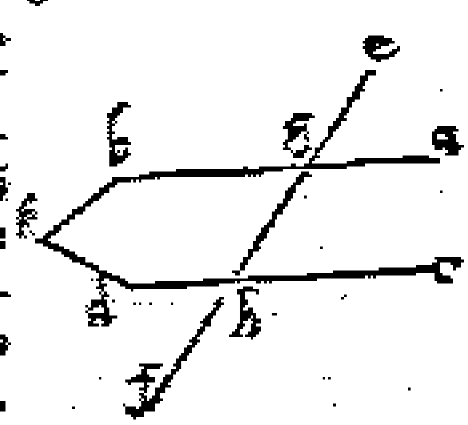
Sia come la linea .a.b. laqual sega le due linee .c.d. & .e.f. nelli duoi pōti .g.h. & sia l'angolo .g. estrinseco, equale all'angolo .h. extrinseco, dalla medesima parte verso .d.f. over che li duoi angoli .g. et .h. intrinseci, solti, dalla medesima parte, siano equali a duoi angoli retti. Dico che le due linee .c.d. & .e.f. sono equidistante, per sia primamēte l'angolo .a.g.d. equale all'angolo .f.h.g. et perche l'angolo .c.g.h. per la quinta decima propositione serà anchora lui equale all'angolo .d.g.a. per la prima concettione, serà etiam equale all'angolo .g.h.f. per laqual cosa la linea .c.d. è equidistante alla linea .e.f. per la precedente propositione, perche li angoli .g.h.f. & c.g.h. alterni sono equali. Anchora siano li duoi angoli .d.g.h. & .f.h.g. equali a duoi angoli retti, & perche li duoi angoli .d.g.h. & .c.g.h. similmēte sono equale a duoi angoli retti, per la terza decima propositione, l'angolo .c.g.h. serà equale all'angolo .f.h.g. per laqual cosa le dette due linee .c.d. & .e.f. per la detta propositione precedente, seranno equidistante, che è il proposito.



Theorema. 20. Propositione. 29.

29 Se una linea retta caderà sopra a due linee equidistante, li duoi angoli co-
29 alterni seranno equali, & l'angolo estrinseco serà equale allo angolo intrinseco a se opposito, & similmente li duoi angoli intrinseci constituidi dall'una e l'altra parte seranno equali a duoi angoli retti.

Siano le due linee, a, b, & c, d, equidistante, sopra lequale cade la linea, e, f, segādo qlle nelli duoi pōti, g, h, dico che li duoi angoli, g, h, coalterni sono equali, et che l'angolo, g, estrinsico è equale all'angolo, h, intrinsico a se opposito tolto dalla medesima parte, & che li duoi angoli, g, h, intrinseci tolti da una medesima parte sono equali, a duoi angoli retti, et qsta è il cōverso delle due precedēte, hor per dimostrar che l'angolo, b, g, h, è equale all'angolo, c, h, g, pcederemo cosi, se l'angolo, b, g, h, nō è equal all'angolo, c, h, g, l'uno de qlli serà maggiore, sia adōque maggiore lo angolo, c, h, g, & pche li duoi angoli, c, h, g, g, h, d, sono equali

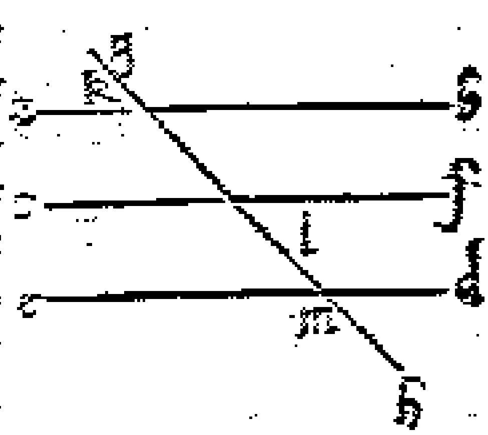


a duoi angoli retti per la .13. propositione, & pche l'angolo .b.g.h. e minor del dito angolo .c.h.g. gionzedolo con lo angolo .d.h.g. in suma serano minori de duoi angoli retti, adonque se le dette due linee .a.b. & .c.d. serano protratte dalla parte del .b.d. concorerano ad alcuno ponto, per la quarta petitione, come saria al ponto .k. adonque non seriano equidistante (per la vigesima seconda diffinitione) che è contra il proposito, & perche questo è impossibile, serano adonque li detti dui angoli .b.g.h. & .c.h.g. coalterni equali ch'è 'l primo proposito da questo se manifesta ancora il secondo; perche l'angolo .b.g.h. si è equale al l'angolo .a.g.e. per la quintadecima, adonque per la prima concettione, l'angolo .a.g.e. serà etiam equale all'angolo .c.h.g. cioè lo estrinseco serà equale allo intrinseco a se opposito, ch'è il secondo proposito, dal qual similmente si manifesta il terzo, perche li dui angoli .a.g.e. & .c.h.g. sono equali, dandoli comunamente l'angolo .a.g.h. la suma serà anchora equale, dilche li dui angoli .c.h.g. & .a.g.h. sono equali alli duoi angoli .a.g.h. & .a.g.e. & perche li dui angoli .a.g.e. & .a.g.h. per la .13. sono equali a dui angoli retti, adonque li dui angoli .a.g.h. & .c.h.g. serano equali a dui angoli retti, che sono li duoi angoli intrinseci, posti dalla medesima parte verso .a.c. che è el terzo proposito.

Theorema .21. Propositione .30.

30 Se due linee rette seranno equidistante a una medema linea quelle medesi

30 me seranno fra loro equidistante.



Siano le due linee .a.b. et .c.d. delle quale l'una et l'altra siano equidistante alla linea .e.f. Dico che queste due linee, cioè la .a.b. & .c.d. sono fra loro equidistante. Et questo è vero universalmente, o siano le dette linee .a.b. & .c.d. in una medema superficie con la medesima linea .e.f. ouer non, ma in questo loco non se intende altramente, se non secondo che tutte siano in una superficie, & di quelle che sono in diverse superficie si approua nella nona propositione del .11. che sono equidistante, hor adonque siano tutte tre in una superficie io tirarò la linea .g.h. segando le dette tre linee nelli tre ponti .k. l. m. & perche la .a.b. e equidistante alla .e.f. l'angolo .a.k.l. si è equale all'angolo .k.l.f. per la prima parte della precedēte perche sono coalterni, e perche la .c.d. è etiam equidistante alla .e.f. l'angolo .f.l.k. estrinsico, serà equale all'angolo .l.m.d. intrinsico a se opposito, per la seconda parte della precedente, dilche se li duoi angoli .l.m.d. & .a.k.l. ciascuno equale all'angolo .k.l.f. per la prima cōcettione, seranno etiam fra loro equali, per laqual cosa se l'angolo .a.k.l. è equal all'angolo .l.m.d. le dette due linee .a.b. & .c.d. sono equidistante per la vigesima settima propositione, perche li detti dui angoli sono coalterni, ch'è el proposito.

Questa manca nel Cardano.

Problema .10. Propositione .31.

31 Da un ponto dato fora di una proposta retta linea potemo condurre una li

31 nea retta equidistante a quella linea proposta.

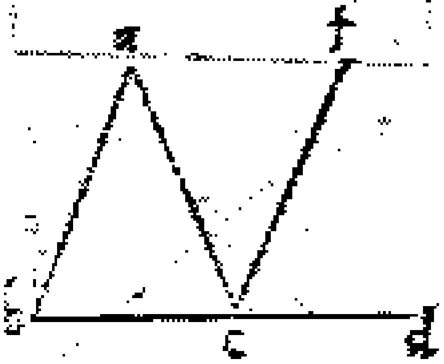
Sia

Sia il ponto .a. dato de fora della linea .b.c. dalquale bisogni tirare una linea equidistante alla linea .b.c. tirò la linea .a.d. secante come si voglia con la linea .b.c. constituendo l'angolo .a.d.c. & l'angolo .a.d.b. Et sopra el ponto .a. constituerò (per la dottrina della vigesima terza propositione) l'angolo .e.a.d. equale all'angolo .a.d.b. over l'angolo .f.a.d. equale all'angolo .a.d.c. (che darà quel medesimo) e perche li detti angoli sono coalterni, la linea .f.e. serà equidistante alla linea .b.c. (per la vigesima settima propositione) che è il proposito.

Theorema 22. Propositione 32.

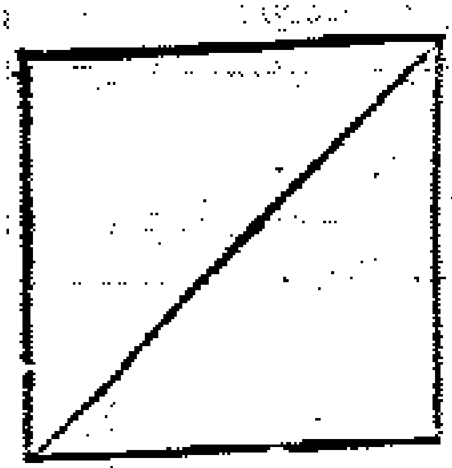
31 L'angolo estrinseco di ogni triangolo, d'uno lato produtto, è equale alli
32 duoi intrinseci a lui opposti, & tutti li tre angoli intrinseci di quello è necessario esser equali a duoi angoli retti.

Sia el triangolo .a.b.c. e sia alongato el lato .b.c. fina in .d. dico che l'angolo ,a,c,d, estrinseco si è equale alli duoi angoli ,a, & ,b, intrinseci opposti a se, insieme gionti, & che li tre angoli .a.b.c. del ditto triangolo ,a,b,c, insieme gionti sono equali a duoi angoli retti e per dimostrar questo dal ponto .c. tirarò (per la dottrina della precedente) la linea ,c,f, equidistante alla linea ,a,b, & l'angolo ,f,c,a, serà equale all'angolo ,a, (per la prima parte della vigesima nona) perche sono coalterni, & l'angolo ,f,c,d, estrinseco serà equale all'angolo ,b, intrinseco (per la seconda parte della medesima vigesima nona propositione) per laqual cosa tutto l'angolo, a, c, d, estrinseco si è equale alli duoi angoli ,a, & ,b, intrinseci a lui opposti che el nostro primo proposito, & perche li duoi angoli ,a,c,b, & ,a,c,d, sono equali a duoi angoli retti (per la terza decima propositione) adonque li tre angoli ,a,b, & ,c, intrinseci del triangolo seranno equali a duoi angoli retti che è il secondo proposito, & nota che per questa propositione è manifesto che tutti li angoli de ogni figura multiangola retti linei insieme sono equali a tanti angoli retti quanto è il numero di quella distante dalla prima, duplicato verbi gratia delle figure multiangole, overo poligonie la prima de tutte si è il triangolo, perche non si puo formar figura de rette linee de mancho de tre lati, perche con duoi linee rette non si puo constituire figura superficiale (per la ultima petitione) però el triangolo è la prima figura de rette linee, la seconda figura si è il quadrilatero, la terza si è el penthagono, overo figura de cinque lati & angoli & così ascendendo el numero delli lati overo angoli a qual numero si voglia, cavando di quello el numero binario el rimanente serà el numero dell'ordine della figura come esempli gratia de una figura de otto lati, & angoli per saper el numero ordinario della detta figura cava de otto duoi, per regola ferma resta sei, per lo numero ordinario della figura pretesa adonque lei serà la sesta figura & così se procederà in ciascuna altra, dico

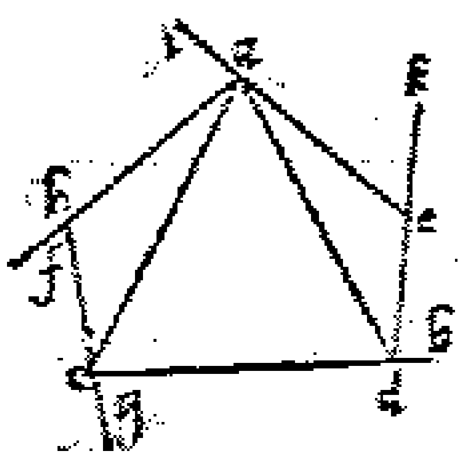


adonque

adonque che'l triangolo qual è la prima figura tutti li suoi angoli sono equali a duoi angoli retti, cioè a tanti angoli retti quanto è el doppio del numero ordenario della figura che è uno per essere la prima, li quattro angoli d'uno quadrangolo seranno equali a quattro angoli retti, cioè al doppio del numero ordenario della figura laquale è duoi per esser la seconda el doppio de duoi si è quattro & li cinque angoli del pẽthagono che è la terza seran equali a sei angoli retti cioè el

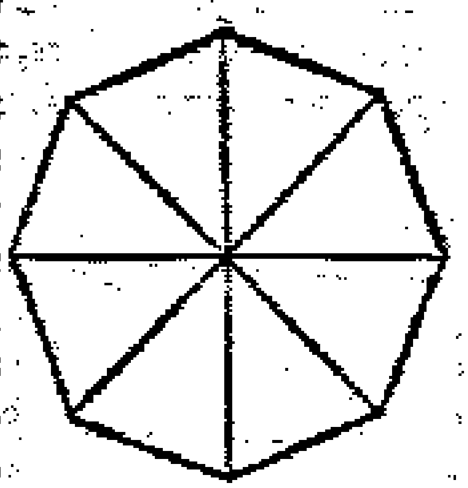


doppio de tre che è el numero ordenario della figura de cinque angoli. & li otto angoli de una figura de otto lati seranno equali a dodeci angoli retti cioe doppio de sei ch'è el numero ordinario de detta figura come de sopra fu detto & cosi uscirà in ciascun'altra figura de molto numero de angoli laqual cosa se manifesta della infrascritta causa perche qualūche figura tale si e divisibile & resolubile in tanti triangoli quãto distarà dalla prima over quãto è el suo numero ordinario tirando le rette linee da quai uoi de sei angoli alli angoli opposti & tutti li tre angoli de ogni triangolo di quella resolutione sono equali a dui angoli retti però se indupla el numero ordinario della figura, elqual numero deriua del numero delli triangoli componenti essa figura, el qual numero de triangoli sempre serà duoi, cioè duoi manco che'l numero delli angoli, over lati de ditta figura exempli gratia. Sia el pẽthagono. a,b,c,d,e, da l'angolo, a, di quello produrrò le linee, a,c, & a,d, alli duoi angoli, c, & , d, oppositi al ditto angolo, a, e, serà el ditto pẽthagono tutto risolto in li triangoli a,b,c, a,c,d. Et,a,d,e, liquali sono tre, si come è il numero ordinario della detta figura, laqual, come di sopra dissi, è la terza, & perche li tre angoli di ciascun de ditti tre triangoli sono equali a duoi angoli retti, però se indoppia el numero de ditti triangoli, cioè el numero ordinario della figura che tre farà sei per el numero deli angoli retti a che se equaliano li cinque angoli de detta figura che è il proposito. Anchora potemo proponere la medesima materia in questo altro modo dicendo che tutti li angoli de ogni figura poligonia overo moltiangola equalmente tolti insieme, sono equali a tanti angoli retti quanto è il doppio del numero deli suoi angoli, trattone sempre quattro per regola cioè trattone quattro del doppiamento fatto, laqual cosa se dimostra cosi da un ponto tolto dentro di detta figura, a ciascun angolo de detta figura, siano tirate linee, tutta la detta figura serà resoluta in tanti triangoli quanto seranno li suoi angoli, come appar in la figura de otto angoli che è qui dentro, laqual è risoluta in otto triangoli che li tre angoli de ciascuno sono equali a duoi angoli retti, però fra loro otto triangoli contegneranno sedeci angoli retti, delliquali sedeci quattro ne formano fra loro otto atorno al ponto che

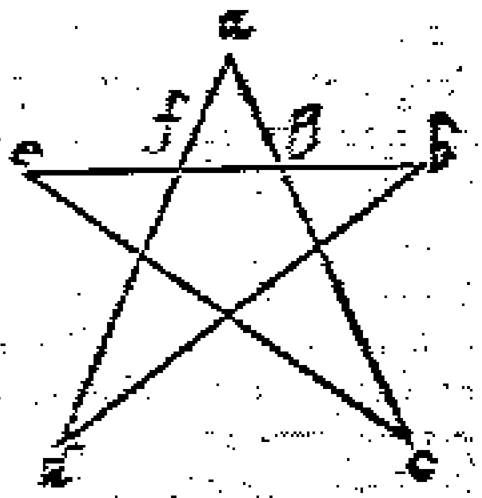


è de

e de dentro della figura, doue ciascũ di loro terminano con uno angolo occupãdo tutto quello spacio che at torno al predetto põto, il quale spacio sempre se equa lia a quattro angoli retti, come in fine della terzade cima propositione fu detto, et approuato adonque de quelli sedeci angoli retti ne cauaremo quattro per re gola, cioè per li quattro fatti attorno al ponto, resta dudeci per il numero delli angoli retti a chi se equa liano li otto angoli della data figura, che e il propo sito. Ancora el se manifesta per le cose ditte che pro



trahendo ciascun lato d'una figura moltiangola tutti li angoli estrinsici gionti insieme se equaliano a quattro angoli retti che cosi se dimostrarà, sopra il pen- thagono, a, b, c, d, e, protratto il lato, a, b, fina in f, il lato, b, c, fin, a, g, il lato, c, d, fin in, h, il lato, d, e, fin in, K, il lato, e, a, fin, in, l, hor dico che tutto l'angolo, a, in trinsico del penthagono cõ l'angolo estrinseco sono equale a dui angoli retti per la terzadecima ꝓpositione, et ꝑ la medesima ragione li dui ãgoli, b, intrinsico, et b, estrinseco cosi de tutti li altri, per laqual cosa li angoli, a, b, c, d, e, intrinsici & e strinseci seranno fra tutti equali a diece angoli retti, ma perche li cinque angoli del ditto penthagono son equali a sei angoli retti, come di sopra fu demostrato. Adonque se delli detti diece angoli retti a chi se equaliano li predetti angoli in trinseci & estrinseci del penthagone cauaremo li sei a chi se equaliã li cinque ãgoli intrinseci, cioe quelli del pẽthagono resteranno quattro per li angoli estrin seci, cioe li ãgoli, b, a, l, c, b, f, d, c, g, e, d, h, & a, e, K, adonque tutti li detti angoli estrinseci del predetto pẽthagono si equaliano a quattro angoli retti, et cosi mostrarai ciascũ altra figura poligõia ch'e il ꝓposito.



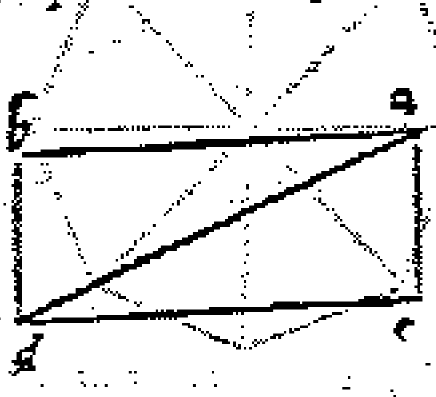
Ancora è manifesto, che di ogni penthagono, del qual cadauno lato sega dui delli altri lati, ha cinque angoli equali a dui angoli retti.

Sia il penthagono che se propone a, b, c, d, e, & conciosia chel lato, a, c, seghi lo lato, b, e, in ponto, g, et lo la to, a, d, seghi il medesimo in ponto, f, et l'angolo, a, f, g, serà equale alli dui ango li, b, & d, conciosia che quello sia lo estrinseco a quelli, in lo triangolo, f, d, b. Si milmente l'angolo, f, g, a, serà equale alli dui angoli, c, & e, conciosia che quel lo sia lo estrinseco a quelli in lo triangolo, g, c, e, ma li dui angoli, a, f, g, & f, g, a insieme con l'angolo, a, sono equali a dui angoli retti. Adõque li quattro ango li, b, d, et, c, e, insieme cõ l'ãgolo, a, sono equali a dui ãgoli retti ch'è il ꝓposito.

Theorema. 23. Propositione. 33.

33 Se in la summità de due linee equidistante, & di equal quantità, siano
33 congionte due altre linee, quelle medesime seranno anchora equale & equidistante.

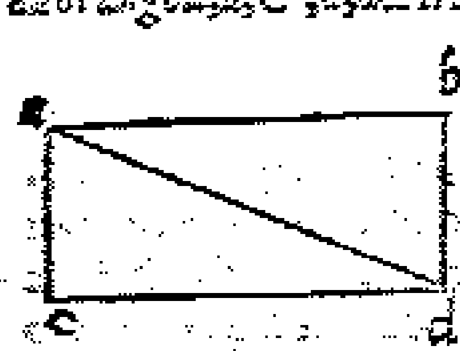
Siano le due linee, a, b, & c, d, equidistante & equale, delle quale cõgiongerò le sue estremità per le linee, a, c, & b, d, le qual dico esser equale, & equidistante. E per dimostrar questo io tirarò la linea, a, d, & perche le due linee, a, b, & c, d, sono equidistante, dal presupposito, l'angolo, b, a, d, serà equale allo angolo, a, d, c, per la prima parte della vigesimanona propositione: & li duoi lati, a, b, & a, d, del triangolo, b, a, d, sono equali alli duoi lati, d, c, & d, a, del triangolo, d, c, a, & l'angolo, d, a, b, del primo si è equale all'angolo, a, d, c, del secondo. Adonque, per la quarta propositione, la basa, b, d, del primo è equale alla basa, a, c, del secõdo, & l'angolo, a, d, b, del primo è equale all'angolo, d, a, c, del secondo, ma per che li detti duoi angoli son coalterni, la linea, a, c, serà equidistãte alla linea, b, d, per la vigesima settima propositione, e perche prima fu approvato che le medesime due linee, over base, a, c, & b, d, son equale, l'uno e l'altro proposito è manifesto.



Theorema. 24. Propositione. 34.

34 Ogni superficie contenuta da lati equidistanti, ha le linee, & li angoli
34 contraposti equali, & lo diametro divide quella per mezzo.

Sia la superficie a. b. c. d. de lati equidistanti, cioè che la linea, a, b, sia equidistante alla linea, c, d, similmente la linea, a, c, alla linea, b, d, hor dico che le due linee, a, b, & c, d, sono equale fra lor, similmente le due linee, a, c, & b, d, sono etiam fra loro equale, cioe ciascun lato si è equale al suo opposito. Anchora dico che l'angolo, a, è equale all'angolo, d, a lui contraposito, similmente l'angolo, b, è equale all'angolo, c, io tirarò il diametro, a, d, il qual etiam dividerà quella detta superficie, a, b, c, d, per mezzo cioe in due parti equale, le qual cose demostrarò in questo modo, perche, a, b, & c, d, son equidistante dal presupposito, li duoi angoli, b, a, d, & c, d, a, son equali, per la prima parte della vigesima nona propositione, perche sono coalterni, ma perche anchora, a, c, & b, d, sono equidistanti li duoi angoli, c, a, d, & b, d, a, son equali, per la detta vigesimanona propositione, perche sono coalterni: hor havendo li duoi triangoli, a, d, b, & d, a, c, & perche li duoi angoli, a, & d, del triangolo, a, d, b, son equali alli duoi angoli, a, & d, del triangolo, d, a, c, & lo lato, a, d, sopra del quale giaceno quelli angoli equali, in l'uno e l'altro triangolo e commune. Adonque per la vigesima sesta propositione, lo lato, a, b, serà equale al lato, c, d, & similmente lo lato, a, c, al lato, b, d, serà equale, etiam l'angolo, b, serà equale all'angolo, c, e perche li duoi angoli, a, sono equali alli duoi angoli, d, come è dimostrato di sopra adonque per la seconda cõcettione, tutto l'angolo, a, serà equale, a tutto l'angolo, d, a lui cõtraposito. dico anchora che'l diametro, a, d, com'è detto di sopra, divide ditta superficie in due parti equale perche, a, b, è equale al, c, d, & a, d, è cõe, adunque li duoi lati, a, b, & a, d, del triangolo, a, b, d, sono equali alli duoi lati,



d, c,

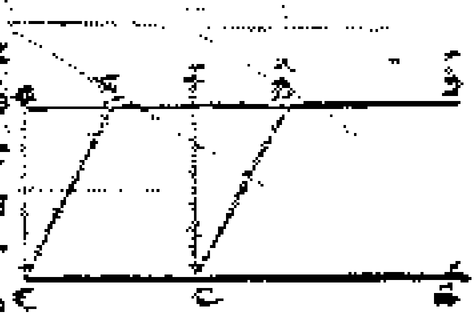
a.c. & d.a. del triangolo d.a.c. & l'angolo d.a.b. è equale all'angolo a.b.c. adunque per la quarta propositione, la basa a.c. serà equale alla basa b.d. & per consequente tutto il triangolo a.b.d. serà equale a tutto il triangolo a.c.d. che è il proposito.

Il Tradottore.

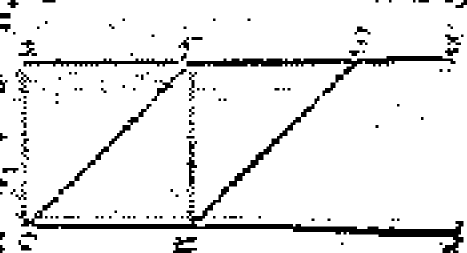
Bisogna notare che ogni superficie contenuta da linee equidistante è detta parallelogramma, & le specie di queste figure parallelogramme, over de lati equidistanti sono solamente quattro, & anche quattro son quelle che furno diffinite in la vigesima prima diffinitione, cioe il quadrato il tetragono longo, il rhombo, et il rhomboide.

Theorema. 25. Propositione. 35.

35 Tutte le superficie de lati equidistanti constituide sopra una medesima
35 basa, & in medesime linee equidistante, sono fra loro equale.



Siano le due linee a.b. & c.d. equidistante intra lequale sia la superficie a.c.f.e. de lati equidistanti sopra la basa c.e. & sopra la medesima basa et intra le medesime linee sia l'altra superficie g.c.h.e. similmente de lati equidistanti. Dico che le due predette superficie sono equale, laqual cosa se dimostrerà in questo modo. Perche l'una & l'altra delle due linee a.f. & g.h. sono equale alla linea c.e. (per la precedente propositione) adonque per la prima concettione la linea a.f. serà equale alla linea g.h. dilche levando communamente ad ambedue la linea g.f. remanerà le due linee a.g. & f.h. lequale seranno etiam fra loro equale (per la tertia concettione) anchora perche (per la precedente) il lato a.c. è equale al lato f.e. & (per la seconda parte della vigesima nona propositione) l'angolo h.f.e. è equale a l'angolo g.a.c. cioe lo estrinsico allo intrinsico a se opposito, dilche li dui lati a.c. & a.g. del triangolo a.c.g. sono equali alli dui lati f.e. & f.h. del triangolo f.e.h. & l'angolo c.a.g. dell'uno

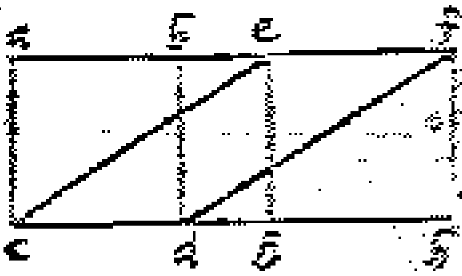


è equale al'angolo e.f.h. adunque (per la quarta propositione) il triangolo a.c.g. serà equale al triangolo f.e.h. adunque gionzendo a ciascuno la irregular figura quadrilatera laquale è g.c.f.e. (per la prima concettione) la superficie a.c.f.e. serà equale alla superficie g.c.h.e. che è il proposito, ma se la linea c.g. della figura superiore andasse a terminare nel ponto f. come in questa seconda figura appare dico anchora che la superficie f.c.h.e. è equale alla superficie a.c.f.e. cioe con la medesima argumentatione di sopra fatta se dimostra, perche per la medesima via li dui triangoli f.a.c. & f.e.h. sono fra loro equali, dilche azonzendo a ciascun il triangolo f.e.c. la superficie a.c.f.e. serà equale alla superficie f.c.e.h. dilche è il proposito. Ma se per caso la linea c.g. della prima figura andasse a terminare intra f. & h. come in questa tertia figura appar. Similmente dico che la superficie g.c.e.h. è equale alla superficie

e.g. linea.a.e.f. e che cosi se dimostrerà perche (per la propositione precedente) argumentando come de sopra fu fatto, la linea.a.f. serà equale alla linea.g.h. dilche aggionto a l'una e l'altra linea.f.g. serà etiam tutta la linea.a.g. equale a tutta la linea.h.f. & per le medesime rason de sopra etiam il triangolo.a.g.c. serà equal al triangolo.f.c.h. adonque aggionto l'uno e l'altro il triangolo.c.k.e. & dettratone poi il trianguletto.g.k.f. da l'uno e dall'altro resterà in ultimo la superficie.g.c.h.a. equale alla superficie.a.c.f.e. che è il proposito.

Theorema .26. Propositione .36.

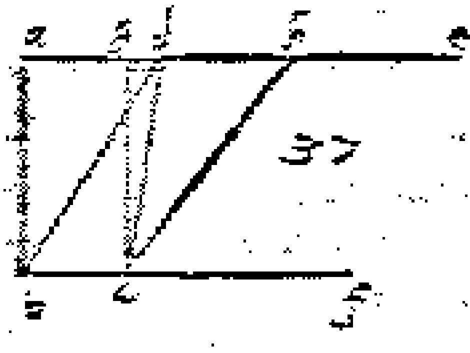
36 Tutte le superficie parallelogramme, constituide in base equale, & fra medesime linee paralelle, sono fra loro equale.
36



Siano adonque le due superficie.a.b.c.d. & e.f.g.h. paralellogramme over de lati equidistanti constituide intra due linee equidistante, lequal son le due linee.a.f. & c.h. e sopra equal base, lequal base son.c.d. & g.h. dico che la superficie.a.b.c.d. le necessario che la sia equale alla superficie.e.f.g.h. laqual cosa se approuerà in questo modo. Io tirarò le due linee.c.e. & d.f. donde (per la trigesima terza propositione) la superficie.c.e.d.f. serà de lati equidistanti, per questa rasone, perche.e.f. è equale & equidistante al.c.d. perche l'una e l'altra è equale al.g.h. seguita adonque (per la precedente) che l'una e l'altra delle due superficie.a.b.c.d. & e.f.g.h. è equale alla superficie.c.e.d.f. dilche per la prima concettione seranno etiam fra loro equale, che è il proposito.

Theorema .27. Propositione .37.

37 Tutti li triangoli liquali sono constituidi sopra una medesima basa fra due medesime linee equidistante sono fra loro equali.
37

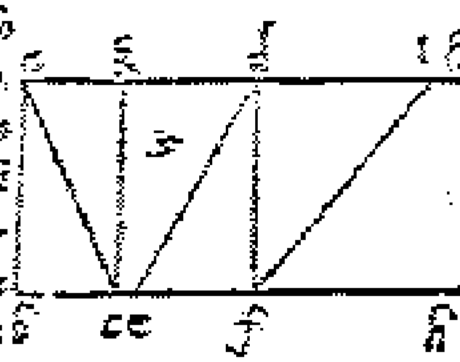


Siano li dui trianguli.a.b.c. & d.b.c. constituidi ambidui sopra la basa.b.c. & fra le due linee.a.e. & b.f. lequal siano equidistante, hor dico che li detti dui trianguli.a.b.c. & d.b.c. sono fra loro equali, perche tirarò la linea.c.g. equidistante alla linea.b.a. similmente la linea.c.h. equedistante alla linea.b.d. per la dottrina della trigesima prima propositione. & per la trigesima quinta propositione, le due superficie.a.b.c.g. & d.h.b.c. seranno equale, & perche li dui trianguli.a.b.c. & d.b.c. sono la mitate di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta propositione) adonque li detti dui trianguli sono etiam fra loro equali (per la settima concettione) che è il proposito.

Theore-

Theorema. 28. Propositione. 38.

38 Se dui triangoli seranno constituidi sopra base equale, & fra medesime linee equidistante, seranno fra loro equali.

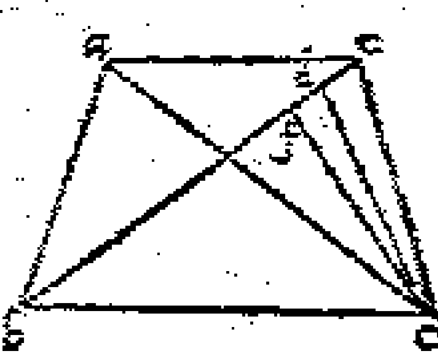


Siano li dui triangoli a.b.c. & d.e.f. constituidi sopra le base b.c. & e.f. equale & fra le linee a.g. & b.h. equidistante. hor dico che li detti dui triangoli sono fra loro equali. Et per dimostrar questo io tirarò la linea c.g. equidistante alla linea a.b. (lato del triangolo a.b.c.) & similmente la linea f.l. equidistante al lato e.d. & le due superficie a.b.c.g. & d.e.f.l. seranno equale (per la trigesima sesta propositione) & perche li detti dui triangoli sono la mità di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta propositione) adunque (per commune sententia) li detti dui triangoli seranno equali, che è il proposito.

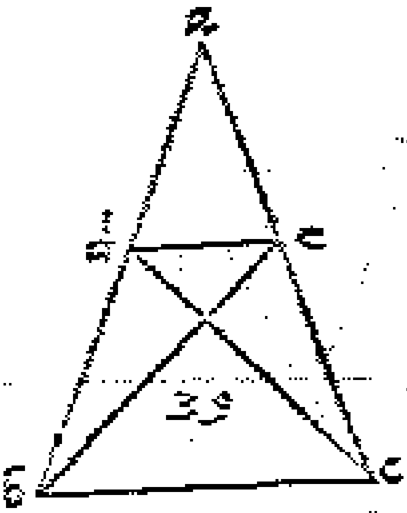
Theorema. 29. Propositione. 39.

39 Ogni dui triangoli equali, se seranno constituidi sopra una medesima basa, & da una medesima parte, seranno fra due linee equidistante.

Siano li dui triangoli a.b.c. & d.b.c. constituidi sopra la basa b.c. da una medesima parte, et siano equali. Hor dico che questi dui triangoli sono fra due linee equidistante. Questo è il converso della trigesima settima. Dal ponto a. tirarò una linea equidistante alla basa b.c. laquale se quella trapassarà per il ponto d. è manifesto il proposito. Se non quella trapassarà di sopra, over di sotto, transisca prima di sopra, & sia la a.e. & producerò la linea b.d. per fina a tanto che seghi la linea a.e. in ponto e. & tirarò la linea c.e. Et perche il triangolo e.b.c. è equale al triangolo a.b.c. (per la trigesima settima propositione) & anchora lo triangolo d.b.c. fu posto equale al ditto triangolo a.b.c. Adonque (per la prima concettione) lo triangolo b.d.c. serà equale al triangolo b.e.c. laqual cosa è impossibile, che la parte sia equale al tutto (per l'ultima concettione) adunque tirando dal ponto a. una linea equidistante alla basa b.c. non puotrà transire di sopra dal ponto d. Anchora dico che non potrà passar di sotto del ditto ponto d. & se pur fusse possibile (per l'adversario) passi come sia la linea a.f. seguente la linea d.b. in ponto f. (io tirarò) adonque la linea f.c. e perche il triangolo f.b.c. per la trigesima settima propositione si è equale al triangolo a.b.c. similmente il triangolo d.b.c. fu posto equale al ditto triangolo a.b.c. adonque (per la prima concettione) il triangolo b.f.c. seria equale al triangolo d.b.c. cioe la parte seria equal al tutto che è impossibile (per l'ultima concettione) adonque perche la linea protratta



dal ponto a, equidistante alla basa b.c non puo transire, ne di sopra, ne di sotto, dal lo ponto d, seguita de necessitade, che quella transisca per esso ponto d, il quale è il proposito. Et tu debbi da notare che da questa, & dalla precedente ci manifesta che se una linea retta segarà li duoi lati d'un triangolo in due parti equale quella tal linea serà equidistante al terzo lato, laqual cosa se dimostrerà in questo modo, sia il triangolo a.b.c, che li duoi lati a.b. & a.c. di quello siano segati dalla linea d.e, in due parti equale nelli duoi ponti d, & e, Dico che la linea d.e sia equidistante al b.c. & per demostrar questo io tirarò nel quadrilatero d.e.b.c. li duoi diametri d.c. & b.e hor dico che'l triangolo d.e.b, per la trigesima ottaua propositione, serà equale al triangolo a.d.e, perche sono sopra due base equale, perche la d.b, e equale alla d.a dal presupposito

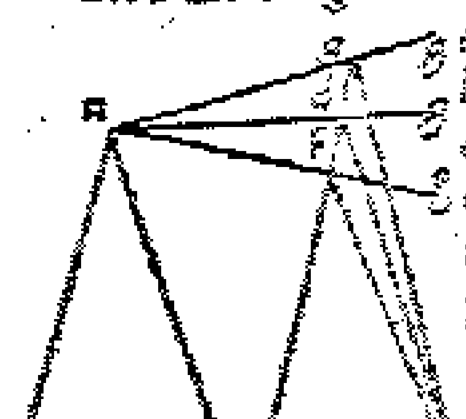


e ciascun di loro terminati nel ponto e, dal qual se puo tirar una linea che sera equidistante alla basa over linea b.a per la trigesima prima propositione, adonque se puo dir che sono etiam fra due linee equidistante, abenche la linea non gli sia tirata anchora per le medesime ragione il triangolo c.e.d, serà equale al medesimo triangolo a d.e, adonque per la prima concettione, il triangolo d.e.b, serà equale al triangolo d. e.c, liquali sono constituidi sopra la medesima basa d.e, donde per la presente trigesima nona propositione, seranno fra due linee equidistante, adonque la linea d. e, è equidistante alla linea b.c che è il proposito.

Theorema. 30. Propositione. 40.

40/40 Se duoi triangoli equali seranno constituidi sopra equal base d'una medesima linea, & da una medesima parte egli è necessario quelli esser contenuti fra due linee equidistante.

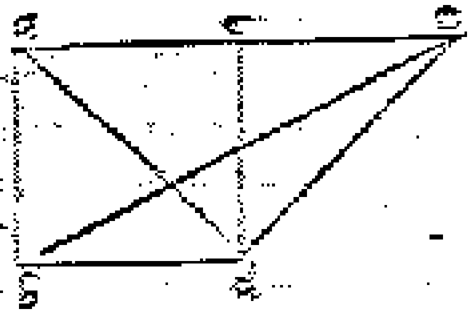
Siano li duoi triangoli a.b.c, & d.e.f equali constituidi sopra le due base b.c. & e.f equale, lequal base sono d'una medesima linea, cioe b.f, & situati da una parte medesima, cioe verso a, & d, dico adonque li detti duoi trianguli esser fra due linee equidistante, e questa e il conuerso della trigesima ottaua, et se approua per quella medesima si come etiam la precedente per la trigesima settima, dal ponto a, sia tirata una linea equidistante alla b.f, laquale se la transirà p il ponto d, è manifesto il proposito, se non quella se la transirà di sopra, over di sotto come la a.g, transitiva prima di sopra, & sia producta la e.d, per fina a quella laqual sia e.g. & sia tirata la linea g.f. & per la trigesima ottaua, il triangolo a.b.c, serà equale al triangolo, g.e.f, per laqual cosa il triango, d,



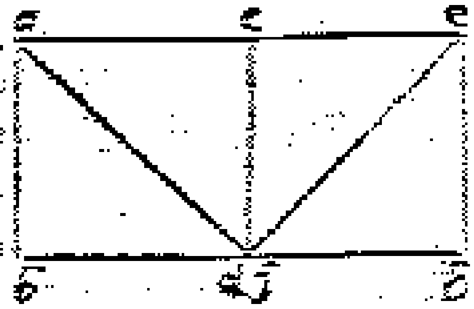
e.f. sera equale alla triangolo g.e.f. cioe la parte seria equale al tutto, laqual cosa e impossibile, adonque non transira di sopra, transisca adonque di sotto, & seghi la linea d.e. in ponto h. & sia dutta la linea f.h. & per la trigesimaottaua il triangolo b.e.f. sera equale al triangolo e.b.h. per laqual cosa sera etiam equale al triangolo d.e.f. cioe la parte al tutto, laqual cosa e impossibile, adonque per diuquella non transira se non per il ponto d. e manifesto il proposito.

Theorema 31. Propositione 41.

41 Se vno parallelogrammo, & vno triangolo seranno constituidi in vna
41 medesima basa, & in medeme linee equidistante, el parallelogrammo conuien esser doppio al triangolo.



Sia il paralellogrammo a.b.c.d. & lo triangolo e. b.d. sopra la basa b.d. fra le due linee a.e. & b.d. lequale siano equidistante. Dico che il paralellogrammo a b c d. e doppio al triangolo e.b.d. & per questo io tirarò il diametro a.d. ilquale diuide il detto paralellogrammo in due parte equale, per lo correlario della trigesima quarta propositione, adonque il triangolo a.b.d. sera la mitade del ditto parallelogrammo, & perche'l triangolo e. b. d. e equale al triangolo a.b.d. per la trigesima settima propositione, seguita adonque che'l triangolo e.b.d. sia etiam lui la mità del detto paralellogrammo a.b.c.d. che e il proposito. Similmente tu poterai approuare che se vn parallelogrammo & vno triangolo seranno constituidi sopra equal base, & fra medesime

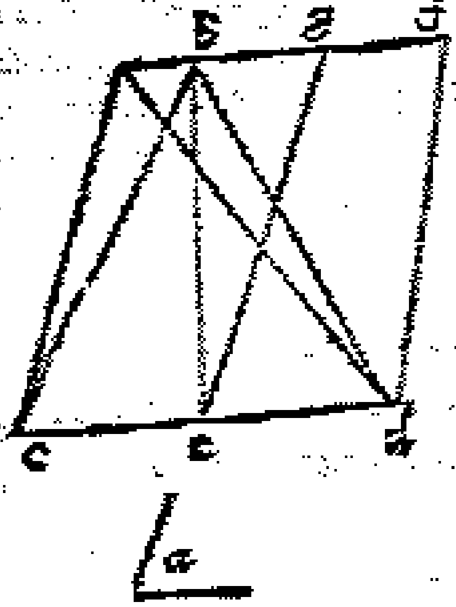


linee equidistante, il parallelogrammo sera etiam doppio al detto triangolo, laqual cosa Euclide non ha posto, perche ligermente e manifesta da questa precedente, & dal correlario della trigesima quarta, et per la trigesima ottaua. Diuide il parallelogrammo per il diametro in duoi triangoli, & sopra la basa del parallelogrammo, fra le medesime linee equidistante constituido il triangolo, ilquale il parallelogrammo sera doppio per il detto correlario, & esso triangolo sera equale all'altro, per la trigesima ottaua.

Problema 11. Propositione 42.

42 Puotemo designar vna superficie de lati equidistanti, lo vn angolo equale
42 a vn angolo assignato, & ch'essa superficie sia equale a vn triangolo assignato.

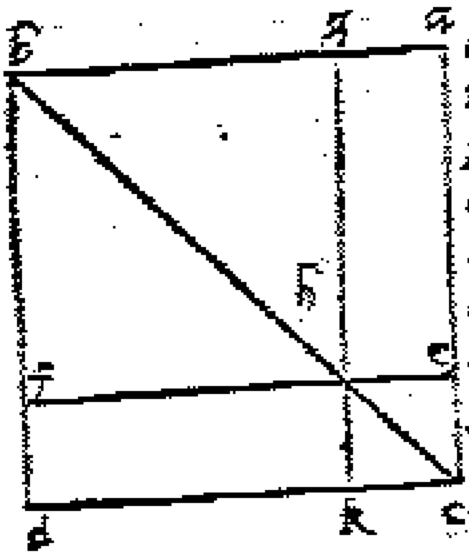
Sia lo assignato angolo a. & lo assignato triangolo b.c.d. voglio designare vna superficie de lati equidistanti, che sia equale al dato triangolo b.c.d. & che duoi di suoi lati contraposti siano equali, al angolo, a. perche la non puo hauer vno angolo solo equale al angolo, a. per la trigesima quarta propositione, diuido la basa, b.d. in due parti equale per la decima propositione al ponto. e.



e tiro la linea b,e, & dal ponto b, conduro la linea b,f equidistante alla linea c,d, & sopra il ponto e, della linea d,e, constituisco l'angolo d,e,g, equale a l'angolo a (per la vigesima terza propositione) e dal ponto d, tiro la linea d,f, equidistante alla linea e,g, e serà constituito il parallelogrammo g,e,f,d, ilquale contiene in se tutte le cose adimandate, perche il triangolo b,c,e, è equale al triangolo b,e,d, per la trigesima ottaua propositione, per esser la c,e, equale alla e,d, adunque tutto il triangolo b,c,d, uerrà a esser doppio al triangolo b e d, ma perche il parallelogrammo g e f d, è e ancora lui doppio al medesimo triangolo b,e,d, per la precedente, perche ambidui sono sopra la basa d,e, & in medesime linee equidistante seguita adunque per la sesta concettione, che'l ditto parallelogrammo sia equale al triangolo b,c,d, per esser ciascun di loro doppi al triangolo b,e,d, diche hauemo descritto il parallelogrammo g,e,f,d, equale al triangolo b,c, d, assignato, & l'uno & l'altro di duoi angoli g,e,d, & f,g,e, quello contraposito sono equali all'angolo a, assignato, che è il proposito.

Speculatione .32. Propositione .43.

43
43
Li supplementi di quelli parallelogrammi che sono attorno del diametro di ogni paralellogrammo sono fra loro equali.

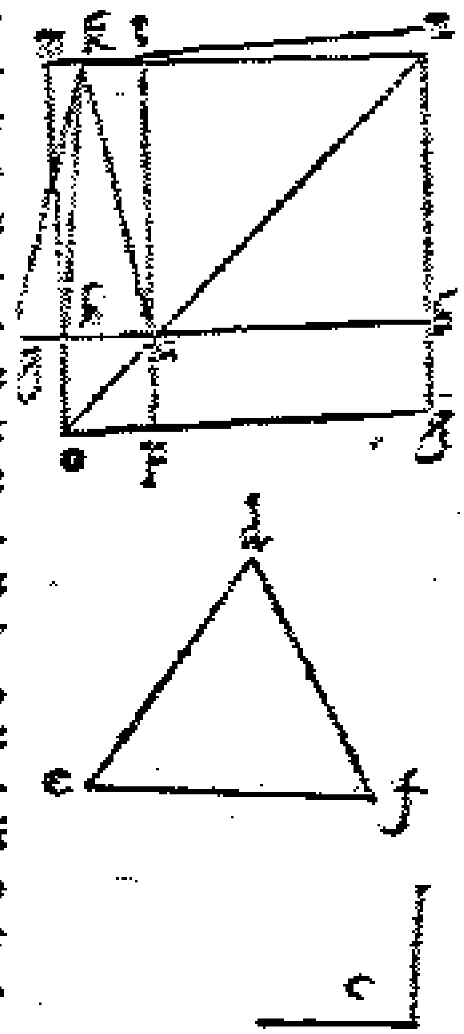


Sia il parallelogrammo a.b.c.d, in lo quale tiro la diametro b,c, e similmente tiro la linea e,f, equidistante a l'uno & l'altro delli duoi lati a.b. & c.d. laquale sega il diametro b.c. in ponto h, dal quale ponto h, tiro la linea k,g, equidistante a l'uno e l'altro lato a,c, & b,d, talmente che quella sega l'uno & l'altro delli predenti lati a.b. & c.d. diche tutto lo parallelogrammo, a.b,c,d, serà diuiso in quattro parallelogrammi, cioe a, g,h,e, g,b,h,f, e,h,c,k, & h,k,f,d, delli quali li duoi (cioe e,c,k,h, & g,b,h,f,) sono detti stare attorno il diametro b.c. perche quello transisse per mezzo di loro, e però sono attorno il diametro, li altri duoi parallelogrammi, cioe a,e,g,h, & k,h,f,d, sono detti supplementi, & questi duoi supplementi sono equali l'uno & l'altro. Perche li duoi triangoli a.b,c, & c,d,b, sono equali per il correlario della trigesima quarta. Similmente anchora li duoi triangoli g.b.h. & f.h.b, sono equali (per lo medesimo correlario della trigesima quarta propositione) & li duoi trianguli h.c,e, & k,h,c, similmente sono equali per lo medesimo correlario. Adunque leuādo uia li duoi triangoli g.h.b, & e,h,c, de tutto il triangolo a.b,c, e similmente li duoi trianguli b,f,h. & k,c,h, de tutto il triangolo,

golo b,c,d, seranno li dui residui, per la terza concettione, anchora fra loro equali; li quali residui sono li detti dui supplementi, che è il proposito.

Problema .12. Propositione .44.

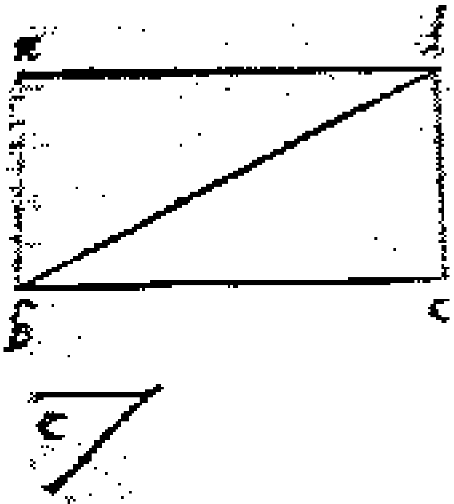
44 / 44 *Proposta vna linea retta, sopra quella possemo designare vna superficie de lati equidistanti, in vno angolo dato, & che essa superficie sia equale à vno triangolo assignato.*



Sia la data linea a,b, & il dato angolo c, & lo dato triangolo d,e,f, hor voglio sopra la linea a, b, designarli vna superficie de lati equidistanti, talmente che la detta linea a,b, sia vn di lati di quella, & che l'uno e l'altro de dui angoli contraposti sieno equali all'angolo c dato, perche la non puo hauer vn angolo solo equale all'angolo c, per la trigesima quarta propositione, & che tutta la predetta superficie sia equale al triangolo d,e,f. Questa tal propositione è differente dalla quadragesima seconda in questo, che qui sia da vno lato della superficie che se ha da descriuere: cioe la linea a b ma in la detta quadragesima seconda non se ne da niuno, quando adunque vorrò descriuere questa tal superficie sopra la detta linea a,b, gli aggiongo la linea a,g, ad essa linea a b in diretto a quella laqual pongo equale alla basa e,f, del triangolo dato, sopra laqual linea a,g, constituisco vno triangolo equale al dato triangolo d,e,f, & equilatero, laqual cosa faccio in questo modo constituisco l'angolo a,g,k, equale all'angolo e, et l'angolo g,a,k, equal all'angolo f, per la dottrina della vigesima terza propositione) & perche la basa g,a, fu posta equale alla basa e,f, adonque il triangolo g,a,k, per la vigesima sesta propositione sera equale, & equilatero al triangolo d,e,f, hor diuiderò la basa g,a, in due parti equale in lo ponto h, e tirarò la linea k,h, & dal ponto k produrò la linea m,k,l, equidistante alla linea g,h, & per la trigesima ottaua propositione, il triangolo a,h,k, sera equale al triangolo g,h,k, hor sopra il ponto, a, con la linea, g,a, farò l'angolo g,a,l, equale all'angolo c, dato per la vigesima terza propositione, & dal ponto h, produrò h,m, equidistante al l,a, & sera constituito il parallelogrammo m,h,l,a, fra le due linee m,n, & g,b, ilqual parallelogrammo, m, h, l, a, per la quadragesima prima propositione sera doppio al triangolo k, h, a, per laqualcosa sera etiam equale a tutto il triangolo k,g,a, & similmente, al triangolo, d,e,f, proposto (per la prima concettione) tirarò adunque la linea b,n, equidistante alla linea l,a, per la trigesima prima propositione, constituendo il parallelogrammo l,a,n,b, Anchora produco il diametro n,a, ilquale tiro per fina a tanto che l' concorra con la linea m, b, anchora lei protratta in ponto n, ilqual concorso approueremo in fin di questa propositione, & dal ponto a tiro la linea o, a, q, equidistante alla linea b, h, & produco la linea n, b, fina che la si interseghi con la linea o, p, come fa in ponto q, & sera compito il paralellogrammo m, o, n, q, hora slongaro la linea l, a, per fin al ponto p, di che tutto il grande paralellogrammo sera diuiso in li quatro paralellogrammi l, a, n, b, l, a, m, b, a, h, o, p, a, p, b, q, delli quali li duoi l, a, n, b, & h, o, a, p, sono a torno al diametro n, o, li altri duoi m, b, l, a, & a, p, b, q, sono detti supplimenti, liquali per la precedente propositione sono equali, & perche il triangolo d, e, f, (come di sopra fu dimostrato) si e anchora lui equale supplimento m, b, l, a, sera etiam (per la prima concettione) equale all altro supplimento a, b, p, q, il quale e constituido sopra la data linea a, b, E perche l angolo b, a, p, per la quinta decima propositione si e equale all angolo l, a, h, & l angolo c, dato si e equal al detto angolo l, a, h, (perche cosi fu constituido) seguita adonque per la prima concettione, che l angolo b, a, p, si a equal al c, dato. Egli e adonque manifesto, che sopra la linea a, b, data esser gli descritta la superficie de lati equidistanti a, b, p, q, equale al dato triangolo d, e, f, & l uno e l altro di duoi angoli a, q, (contraposti di quella) sono equali al dato angolo c, come fu il proposito. Hor ci resta a prouar che producendo le due linee n, a, & m, b, e necessario che se congiongano come fu di sopra promesso, hor perche le due linee n, h, & m, b, l una e l altra e equidistante alla linea l, a, seranno etiam per la trigesima propositione fra loro equidistante, & per la seconda parte della vigesimanona, li duoi angoli m, n, h, & n, m, b, son equali a duoi angoli retti, et perche l angolo l, n, a, e menor de tutto l angolo m, n, h, per l ultima concettione, adonque li duoi angoli n, m, b, & m, n, a, gionti insieme seran minori di duoi angoli retti seguita adonque per la quarta concettione, che slongando le due linee n, a, m, b, in quella parte l e necessario che concorrino insieme, laqual cosa era da dimostrare.

Problema . 13. Propositione . 45.

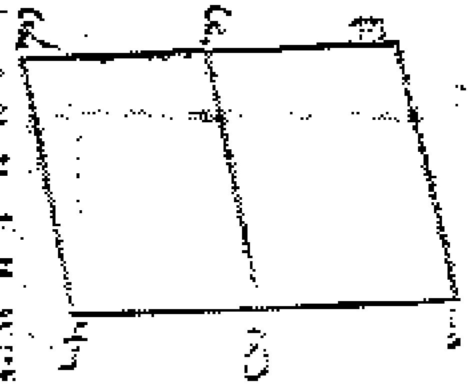
c
45 *Proponemo constituir vn paralellogrammo, equal a vn dato rettilineo in vn dato angolo rettilineo.*

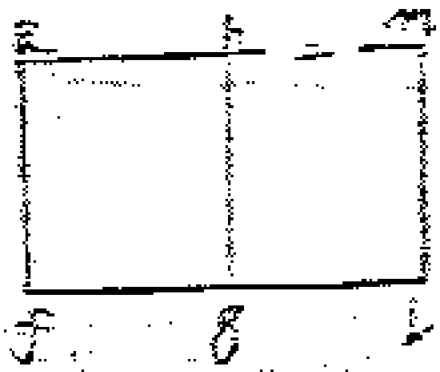


Siano il dato rettilineo a, b, c, d, & lo dato angolo rettilineo sia e, hor bisogna costruere uno paralellogrammo equal al predetto rettilineo a, b, c, d, ma che sia cosi conditionato che habbiamo uno angolo equale allo angolo e, ma perche lui no ne puo hauere uno senza duoi cioe duoi contraposti, per la trigesima quarta propositione, diremo adonque che habbia duoi angoli contraposti equali al ditto angolo e, & per concludere questa cosa faro in questo modo, tiro la linea d, b, diuidendo il detto rettilineo in li duoi triangoli a, b, d, & d, b, c, poi per la quadragesima seconda propositione, constituisco il paralellogrammo f, k, h, g, equale al triangolo a, b, d, hauente l angolo h, k, f, equale al dato angolo e. &

sopra

sopra la linea, over lato h.g, per la precedente propositione, constituisca il paralellogrammo h.g.m.l, equale all'altro triangolo d.b.c, havente l'angolo m.h.g, equale al predetto angolo e dato. Et perche li dui angoli f.k.h. et h.m.g, cadaun per se sono stati constituidi equali all'angolo e dato, adonque per la prima concettione saranno etiam fra loro equali. Et aggiongendo communamente a ciascun di loro l'angolo g.h.k. per la seconda concettione, li dui angoli f.k.h. et g.h.k. seranno etiam equali alli dui angoli g.h.k. et g.h.m. ma perche li dui angoli f.k.h. et k.h.g. per la terza parte della vigesimanona propositione sono equali a dui angoli retti li dui angoli adonque k.h.g. et g.h.m. seranno etiam equali a dui angoli retti, seguita adonque per la quartadecima propositione, che la linea k.h. et la linea h.m. siano directamente congiunte insieme et fatto insieme una sol linea, che sera la linea k.m. hor perche sopra le due linee k.m. et f.g. (lequale sono equidistante) sono segate dalla linea h.g. li dui angoli h.g.f. et m.h.g. alterni sono equali (per la prima parte della vigesimanona propositione) giongendoli communamente all'uno e l'altro l'angolo h.g.l. li dui angoli adonque m.h.g. et h.g.l. sono equali alli dui angoli h.g.f. et h.g.l. per la prima concettione, et li dui angoli m.h.g. et h.g.l. per la terza parte della ditta vigesimanona propositione sono equali a dui angoli retti, seguita adonque che li dui angoli h.g.l. et h.g.f. siano equali a dui angoli retti, adonque le due linee f.g. et g.l. sono indirecte congionte, per la quartadecima propositione, et sono fatte una sol linea, che è la linea f.l. Ma perche f.k. (per la trigesima quarta propositione) è equale alla h.g. etiam equidistante, similmente m.l. è equale, et equidistante alla medesima h.g. (per la trigesima propositione) f.k. et m.l. seranno etiam fra loro equale et equidistante, et le due linee k.m. et f.l. che le congiongano (per la trigesimaterza propositione) sono equale, et equidistante. Adonque tutto k.f.m.l. è paralellogrammo. Et perche il paralellogrammo k.f.h.g. fu constituido equale al triangolo a.b.d. et similmente il paralellogrammo h.g.m.l. al triangolo d.b.c. Adonque tutto il paralellogrammo k.f.m.l. serà equale a tutto il rettilineo a.b.c.d. et perche l'angolo k. fu constituido equale all'angolo e, dato, adonque havemo constituido il paralellogrammo k.f.m.l. equale al dato rettilineo a.b.c.d. etiam l'angolo k. equal al dato angolo e che è il proposito.





Il Tradottore.

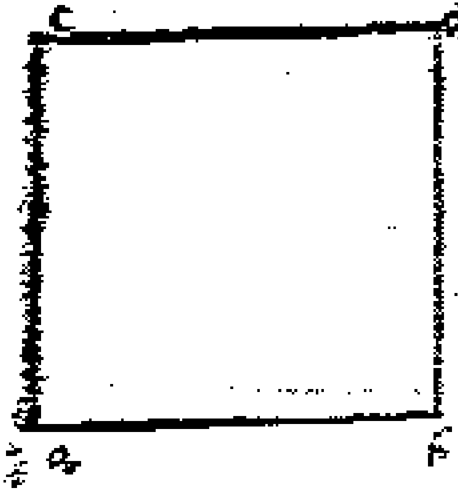
Bisogna notare qualmente il dato rettilineo, a, b, c, d, puo essere contenuto da linee equidistante, et non equidistante, etiam de piu di quattro lati, perche questo nome rettilineo è un nome generale, sotto alquale se intende ogni specie de figura contenuta da linee rette, per tanto se'l dato rettilineo fusse contenuto da

cinque

cinque lati questo se doueria risoluere in tre triangoli, & procedere come se fatto di sopra, cioè sopra la linea l.m. constituerai il terzo triangolo (per la quadragesima quarta) & cosi se anderia procedendo quando che'l detto rettilineo fusse contenuto da più de cinque lati.

Problema. 14. Propositione. 46.

45/46 Da una data retta linea puotemo descriuere un quadrato.



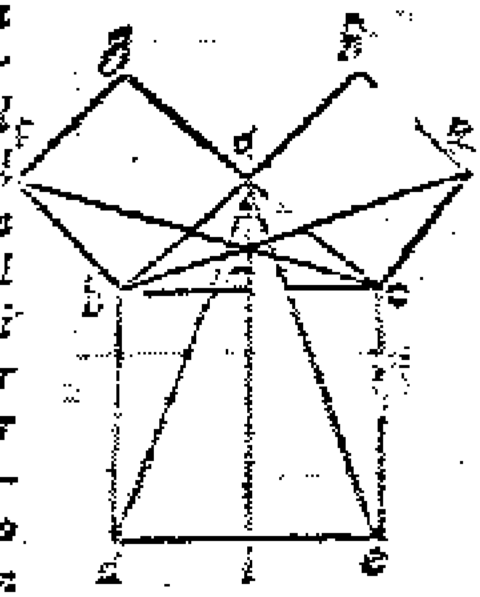
Sia la data retta linea a.b. dellaquale voglio descriuere il quadrato dalle due estremità, ouer ponti a. & b. della detta linea a.b. per la undecima propositione duco le due perpendicolare a.c. & b.d. sopra di quella laquale perpendicolare, per la ultima parte della vigesimaottaua propositione, sono equidistante, perche il duoi angoli a. & b. intrinsici sono ambiduoi retti (per la diffinitione ottaua,) per fatio l'una e l'altra di quelle, per la tertia propositione, equale alla medesima linea a.b. poi tiro la linea c.d. laqual serà ancor lei equale & equidistante alla linea a.b. (per la trigesima tertia propositione) & perche li duoi angoli a. & b. sono retti l'uno e l'altro delli altri duoi angoli c. & d. seranno etiam retti (per la ultima parte della vigesimanona propositione, ouer per la trigesimaquarta propositione) adonque per la vigesima diffinitione a.b.c.d. e quadrato che e il proposito. Anchora se poteua far in quest'altro modo, protratta che sia la linea a.c. indefinita perpendicolare sopra a.b. in ponto a. & taglïata che sia la parte a.c. (per la tertia propositione) equale alla ditta linea a.b. tirando poi dal detto ponto c. la linea indefinita c.d. che sia equidistante alla linea a.b. per la trigesima prima propositione, & di quella segarne la parte c.d. (per la tertia propositione) equale alla linea a.c. ouer a.b. poi sia congiunto il ponto d. con lo ponto b. con la linea d.b. laquale per la trigesimatertia propositione, serà equale alla linea a.c. etiam equidistante, & tutti li angoli sono retti (per la trigesima quarta propositione) adonque la detta figura a.b.c.d. si è quadrato, per la vigesima diffinition che e il proposito.

Theorema. 33. Propositione. 47.

46/47 In ogni triangolo rettangolo, lo quadrato che vien descritto dal lato opposito all'angolo retto, ducto in se medesimo, e equale alli duoi quadrati che vengon descritti delli altri duoi lati.

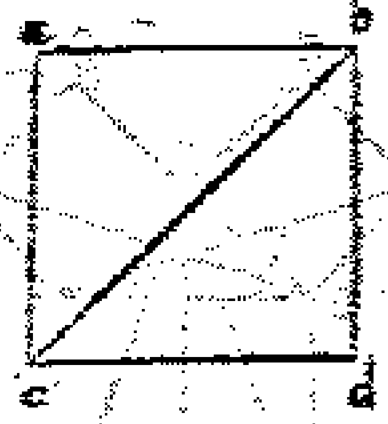
Sia il triangolo a.b.c. il quale l'angolo a. sia retto, dico che'l quadrato del lato b.c. è equal al quadrato del a.b. & al quadrato del a.c. tolti insieme adonque quadrarò questi lati secondo la dottrina de la precedente, e per il quadrato del b.c. sia la superficie b.c.d.e. & per il quadrato del b.a. la superficie b.f.g.a. & per il quadrato

drato del a.c. la superficie c.h.k. replico adunque & dico che il quadrato b.c.d.e. è equale ad ambiduoi li quadrati a.b.f.g. & a.c.k.h. gionti insieme, e per dimostrar questo dall'angolo retto. a. produrò alla basa d.e. del gran quadrato tre linee, cioe la linea a.l. equidistante al l'uno e l'altro lato b.d. et c.e. laqual sega il lato b.c. in ponto m. & la linea a.e. & la linea a.d. Anchora dalli altri duoi angoli b. & c. tiro alli duoi angoli di duoi quadrati minori le due linee b.k. et c.f. lequale se intersegano fra loro dentro lo medesimo triangolo a.b.c. E perche l'uno e l'altro delli duoi angoli b.a.c. et b.a.g. è retto seranno adunque le due linee c.a. & a.g. in diretto congionte per la quartadecima propositione, & seranno una linea sola, cioè la linea g.c. e per le medesime ragioni le due linee h.a. & a.b. seranno per una sol linea, cioe la linea h.b. perche li duoi angoli h.a.b. & c.a.b. son retti, perche adunque sopra la basa b.f. & fra le due linee f.b. & g.c. e constituido il paralellogrammo, over quadrato b.f.g.a. & il triangolo b.c.f. per la 41. il paralellogrammo b.f.g.a. sera doppio al ditto triangolo b.f.c. & il triangolo b.f.c. è equale al triangolo b.a.d. per la quarta propositione, perche li duoi lati f.b. & b.c. del primo son equali alli duoi lati a.b. & b.d. del secondo, perche b.f. & b.a. ciascun è lato del quadrato b.f.g.a. però son equali, similmente, li altri duoi, cioe b.c. & b.d. ciascuno è l'uno del gran quadrato b.d.c.e. & per questo son anchora lor equali, & l'angolo b. del primo è equale all'angolo b. del secondo perche l'uno e l'altro è composto d'un angolo retto, & dell'angolo a.b.c. seguita adunque, per la ditta quarta propositione, che'l ditto triangolo b.f.c. sia equal al ditto triangolo b.a.d. & perche il quadrato b.f.g.a. è doppio (come è detto di sopra, al triangolo b.f.c.) sera etiam doppio (per commune sententia) al triangolo b.a.d. Ma perche il paralellogrammo b.d.l.m. è anchora lui doppio al medesimo triangolo a.b.d. (per la quadragesima prima propositione) perche ambidui son constituidi sopra la basa b.d. & fra le due linee b.d. & a.l. equidistante, seguita adunque, per la sesta concettione, che'l paralellogrammo b.f.g.a. sia equale al paralellogrammo b.d.l.m. per esser ciascun di loro doppio al triangolo a.b.d. Et per questo medesimo modo, & con le medesime propositione provaremo che li duoi triangoli k.b.c. & a.c.e. sono equali fra loro, & lo paralellogrammo over quadrato a.c.h.k. è doppio a l'un di loro, qual si voglia, & similmente il paralellogrammo c.e.l.m. sera pur doppio a qual si voglia, seguiterà poi come di sopra, che'l paralellogrammo c.e.l.m. sera equal al quadrato a.c.k. dalche tutto il quadrato grande b.c.d.e. per esser composto delli predetti duoi paralellogrammi b.d.l.m. & c.e.l.m. sera equale a ambidui li predetti quadrati insieme gionti, che è il proposito.



Il Tradottore.

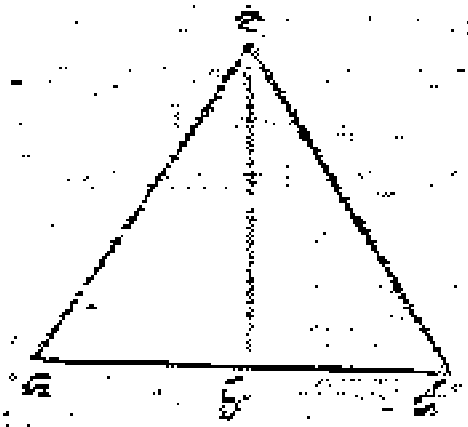
Da questa propositione si manifesta, che il quadrato del diametro di ciascun quadrato è doppio al quadrato della sua costa, come, verbi gratia, sia il quadrato a.b.c.d.



c,d, nel qual tiro il diametro a,d. hor dico che'l quadrato descritto di sopra a,d, per la precedente sera doppio al quadrato descritto sopra la costa over lato a,c, over sopra un delli altri tre lati, laqual cosa si demostrerà in questo modo, perche il lato a,c, e equal al lato c,d, (per la diffinitione del quadrato) et similmente l'angolo c, e retto adunque (per la presente propositione) il quadrato del lato a,d, del triangolo a,d,c, per esser opposito al l'angolo c, che retto, e equale alli duoi quadrati delli duoi lati a,c, et c,d, liquali duoi quadrati seranno equali (per commune scientia) di che essendo equale ad ambiduoi insieme (per commune scientia) sera doppia a un solo di quelli perche uno vien a esser la mità della summa de tutti duoi, per esser equali l'uno all'altro, e questo e quello che vuol inferire.

Theorema. 34. Propositione. 48.

47 — 47 Se'l quadrato, che vien descritto da uno lato d'un triangolo, dutto in se medesimo sera equale alli duoi quadrati, che vengon descritti dalli dui restanti lati, l'angolo alqual e opposito quel tal lato e retto.



Sia il triangolo a,b,c, et sia il quadrato del lato a,c, equale alli duoi quadrati delli duoi lati a,b, et b,c, insieme giunti. Dico che l'angolo b, (alqual si oppone il detto lato a,c,) e retto. E questo e il converso della precedente dal ponto b, tiro la linea b,d, per la undecima propositione, perpendicolare alla linea b,c, e pongo quella equale alla linea a,b, et produco la linea c,d. Et perche l'angolo d,b,c, e retto, il quadrato adunque del lato c,d, sera equale (per la precedente) alli duoi quadrati delli altri duoi lati c,b, et b,d, et perche b,d, fu posta equale al b,a, li loro quadrati (per commune scientia) seranno equali, perche sopra linee equale se descriveno quadrati equali, hor giongendo communemente a l'uno e l'altro delli detti duoi quadrati il quadrato della linea b,c, due summe seranno equale, per la prima concettione, et perche una de quelle due summe sera equale al quadrato della a,c, l'altra sera equale al quadrato della d,c, adunque li quadrati delle due a,c, et d,c, seranno equali, et perche li quadrati equali son contenuti da linee equale, per commune scientia, adunque la linea a,c, serà equale alla linea d,c, adunque li tre lati a,b, a,c, et c,b, del triangolo a,b,c, sono equali alli tre lati b,d, d,c, et c,b, del triangolo d,b,c, seguita adunque per l'ottava propositione che l'angolo a,b,c, sia equale all'angolo d,b,c, et perche l'angolo d,b,c, e retto, sera etiam retto l'angolo a,b,c, che è il proposito.

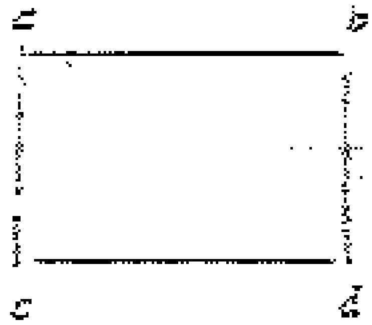
IL FINE DEL PRIMO LIBRO.

LIBRO SECONDO DI EVCLIDE

1

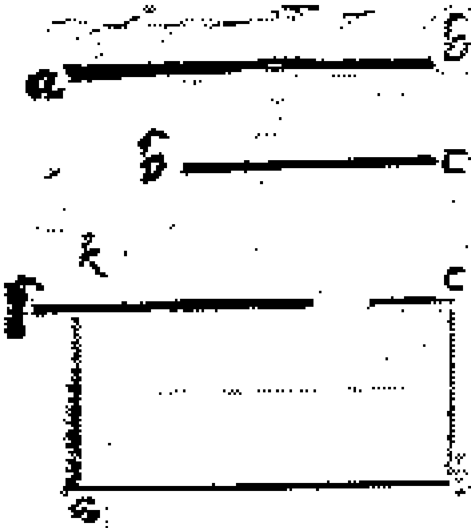
1 *Ogni parallelogrammo rettangolo è detto contenersi sotto alle due linee che circondano l'angolo retto.*

Paralellogrammo rettangolo.



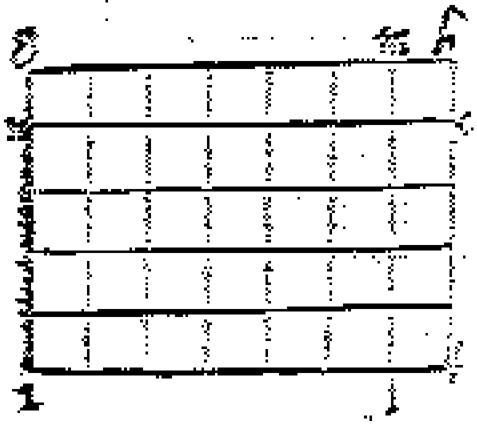
PER intelligentia di questa diffinitione, bisogna notare qualmente le specie principale di paralellogrammi sono due, cioe rettangolo, & non rettangolo: il rettangolo è quello che a tutti li suoi quattro angoli retti, Et il non rettangolo è quello, che non ha alcuno angolo, che sia retto, e l'una e l'altra di queste due specie si divide in due altre specie. Le specie del rettangolo l'una e il quadrato, & l'altra è il tetragono longo, & le specie del paralellogrammo non rettangolo l'una e il rhombo, & l'altra è il rhomboide, & tutte queste specie furono diffinite in la vigesima prima diffinitione del primo, per tornar da proposito, L'auttor per maggior nostra instruttione, et intelligentia delle cose che seguita, in questa diffinitione ci avvertisse qualmente il paralellogrammo rettangolo è detto contenersi sotto a due di quelle linee che comprendeno uno di suoi quattro angoli retti, & accio che meglio me intendi, sia il paralellogrammo a.b.c.d. è sia rettangolo dico che questo tal paralellogrammo, & altri simili se dirà esser contenuto sotto alle due linee a.b. & a.c. che comprendeno l'angolo a. per retto, lequale sono pur equale alle altre due opposite a quelle, per la trigesima quarta del primo. Et questa diffinitione, over suppositione deriva da questo. Perche la quantita di ogni figura superficiale, ò sia rettangola ò non rettangola, paralellogramma ò non paralellogramma, sempre se aprende, over conosce la sua quantità per mezzo della quantità della sua vera longhezza, & larghezza, et sua vera longhezza, & larghezza non è sempre equale a quelle due linee che circondano, over comprendano l'uno di suoi quattro angoli, salvo che nella figura paralellogramma rettangola, exempli gratia, la quantita della vera longhezza del proposito paralellogrammo rettangolo a.b.c.d. è tanto quanto la quantità dell'una delle due linee a.b. over c.d. & la quantità della sua vera larghezza e tanto quanto la quantità dell'una delle due linee a.c. over d.b. laqual cosa non seguita nelli altri paralellogrammi non rettangoli cioe nel rhombo, over nel rhomboide, ne etiam in altra figura, perche le due linee che contengono alcun delli angoli del rhombo, over del rhomboide, over d'altra figura, non se equalia l'una alla quantita della sua vera longhezza & l'altra alla quantità della sua vera larghezza, si come nel paralellogrammo rettangolo e detto, e però non se dice ne si puo dire rhombo, over il rhomboide, over altra figura non rettangola, sia contenuta sotto ad alcune due di quelle linee che contengono alcuno di suoi angoli, come nel paralellogrammo rettangolo è detto.

Anchor



Ancora bisogna notare che questo parallelogrammo rettangolo si costuma a nominarlo sotto molti altri diversi nomi, over parlari. E per essempio, sia le due linee a. b. & b. c. dico che tanto significa over importa à dire.

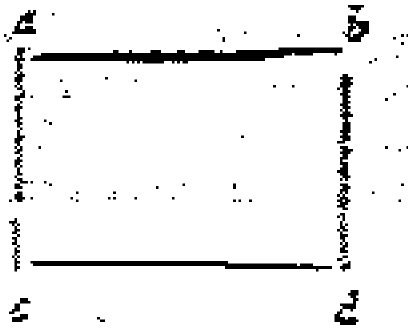
Quello che vien fatto del dutto della a. b. in la b. c.
El rettangolo della a. b. in la b. c.
El prodotto che vien fatto del dutto della a. b. in la b. c.
La moltiplicatione della a. b. in la b. c.
Quello che è contenuto sotto della a. b. & b. c.
La superficie rettangola contenuta sotto la a. b. et b. c.



Quanto che è a dire il parallelogrammo rettangolo descritto dalle dette due linee, over contenuto sotto di quelle, cioè ponendo la b. c. orthogonalmente sopra l'una delle estremità della a. b. poniamo in ponto b. et dal ponto c. tirare la linea c. f. equidistante alla a. b. et dal ponto a. tirare la linea a. d. equidistante alla c. b. laqual se intersega con la c. f. in ponto d. et serà compito il parallelogrammo rettangolo a. b. c. d. contenuto sotto le dette due linee a. b. & b. c. (o per dir meglio sotto di due altre equale a quelle,) et se le dette due linee fusset note per numero di qual che sorta si mesura, etiam il detto parallelogrammo seria noto per numero, essempli gratia, se la linea a. b. fusse otto piedi di longhezza, & la b. c. ne fusse cinque, dico che l'area superficiale del detto parallelogrammo seria quaranta piedi superficiali, cioè quaranta quadretti de un piede per faza, et questo quaranta nasce dalla moltiplicatione della b. c. fia la a. b. cioè da cinque fiate otto fa quaranta, & con tal modo si cognosce la quantità superficiale di ogni parallelogrammo rettangolo, cioè se misura la sua longhezza & larghezza, dapoi si se moltiplica il numero delle misure della longhezza fia il numero delle misure della sua larghezza, & il prodotto di tal moltiplicatione serà la quantità superficial di tal parallelogrammo, che sarà tanti quadretti d'una di quelle misure co che misurasti per fazza, o siano piedi, o pertiche, o passa, & accio che meglio me intendi te voglio dar un'altro essempio. sia il parallelogrammo rettangolo g. h. i. k. & sia la linea g. h. over i. k. sette misure, poniamo sette pertiche, & la linea g. i. sia cinque pertiche, come etiam per la sue divisioni appare, hor dico che l'area superficiale di questo parallelogrammo sera trentacinque, liqual trentacinque nasce della moltiplicatione di cinque fia sette, & questo trentacinque dico, che glie trentacinque quadretti di una pertica per lato. laqual cosa se manifesta in questo modo tirando da ciascuna delle intermedie divisione della linea g. h. una linea equidistante all'una & l'altra g. i. & h. k. alla similitudine della linea m. l. similmente da ciascuna delle intermedie divisioni della linea g. i. tirando una linea equi

distante

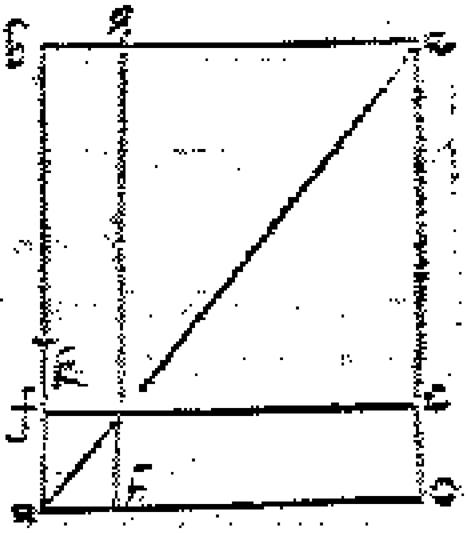
distante all'una e l'altra linea g,h, & i,k, alla similitudine della linea a,c, & fatto questo sera diviso il detto parallelogrammo in trentacinque quadretti come sensibilmente puoi vedere, & etiam per la trigesima quarta del primo, approvare cadauno di quelli essere una pertica per faccia, cioe una di quelle sette divisione della linea a,b, quale supponemo siano pertiche, & questo è quello che volemo inferire.

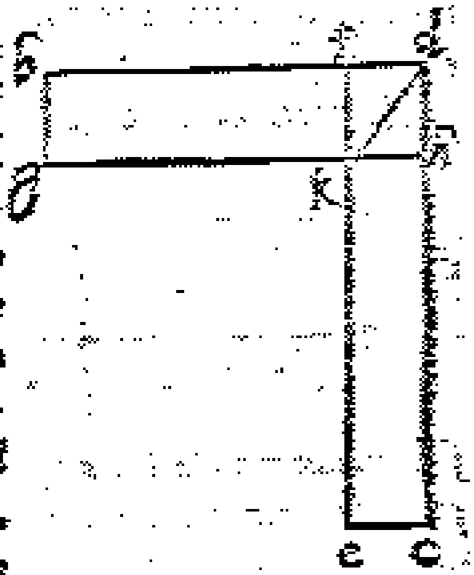


2 Quelli paralellogrammi che sega per mezzo il diametro di ogni spatio paralellogrammo, sono detti stare attorno al medesimo diametro, & quel si voglia de quelli detti paralellogrammi che stanno attorno al detto diametro con li dui supplementi è detto gnomone.

Quali siano li paralellogrammi che stano attorno del diametro, e quali siano li supplementi fu dechiarato sopra la demostratione della quadragesimaterza del primo.

Sia il paralellogrammo a,b,c,d, & lo diametro di quello a,d, ilqual diametro sia diviso dalle due linee e,f, & g,h, equidistante alli lati oppositi del detto paralellogrammo lequal se seghino fra loro sopra il detto diametro ad un ponto k, dilche questo tal paralellogrammo sera diviso in quattro paralellogrammi, & li dui de quelli, cioè li paralellogrammi a,g,e,k, & k,f,h,d, liquali el diametro a,d, li sega per mezzo, sono detti stare attorno al diametro come sopra alla detta quadragesima terza propositione del primo etiam fu detto, & li altri dui che non sono segati dal detto diametro a,d, sono detti supplementi per la quadragesima terza del primo liquali dui supplementi sono e,k,c,h, & g,k,b,f, hor dico che questi dui supplementi gionti con un delli dui paralellogrammi a,e,g,k, over k,h,f,d, che stano attorno al diametro, insieme componeno una figura chiamata gnomone, verbi gratia, tollendo il paralellogrammo k,h,f,d, insieme con li dui supplementi e,k,c,h, & g,k,b,f, formarano una figura, come qui appare, laqual (come è detto di sopra) si chiamara gnomone, ma che tolesse anchora l'altro paralellogrammo a,e,g,k, con li predetti dui supplementi, e,k,c,h, & g,k,b,f, formarano etiam loro una figura, come qui appare, laquale, come è detto di sopra, si chiamara similmente gnomone, e questo è quello che volemo inferire. Onde seguita che



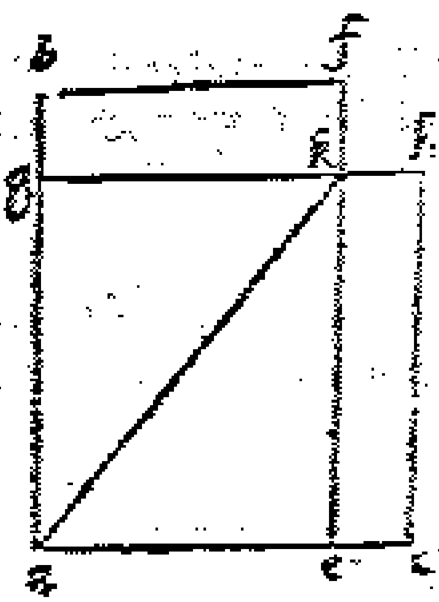


ogni

aggionto e cadauno di questi dui gnomoni il parallelogrammo che gli manca resto mano un'altra volta tutto il parallelogrammo, et abenche il detto gnomone cresca di area, tamen il non se altera over muta della sua circonferentia laterale, si come dice Aristotele nelli predicamenti.

Il Tradottore.

Gnomon.

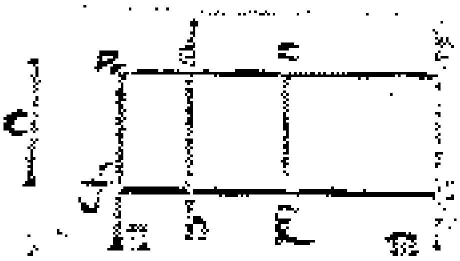


Questo sopra scritto correllario vol inferire che per l'aggiongere over cavare delli sopradetti parallelogrami ancora se cresce, over se sminuisce la superficie della figura, dove si aggionge over cava, et tamen mai gli cresce over sminuisce la circonferentia laterale. Exempli gratia, se del parallelogrammo a.b.c.d. ne cavaremo lo parallelogrammo a.g.e.k. restarà lo primo gnomone, ilqual gnomone serà di minor superficie del parallelogrammo a.b.c.d. tamen la sua circonferentia laterale serà equale alla circonferentia laterale del detto total parallelogrammo, cioe che le sei linee e.k. k.g. g.b. b.d. d.c. et c.e. che circondano il detto gnomone sono equale in summa alli quattro lati a.b. b.d. d.c. c.a. che circondano il totale parallelogrammo, laqual cosa per te facilmente apprehenderai, senza altra demostratione.

Theorema. I. Propositione. I.

Se seranno due linee rette delle quale una sia divisa in quante parti si voglia, Quello che vien fatto dal dutto dell'una in l'altra serà equale a quelli rettangoli che seranno produtti dal dutto della linea non divisa in cadauna parte della linea particolarmente divisa.

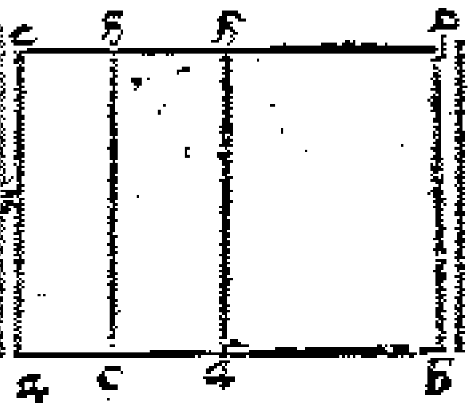
Siano le due linee a.b. et c. una dellequal, cioe a.b. sia divisa poniamo in tre parti l'una dellequal parte sia a.d. la seconda d.e. et la terza e.b. hor dico che quel che vien fatto dal dutto della linea c. in tutta la linea a.b. serà equale a quelli parallelogrammi rettangoli (gionti insieme) che seran fatti della linea c. in la a.d. et in la d.e. et in la e.b. E per dimostrar questo sopra li dui ponti a. et b. erigerò le due linee a.n. et b.m. perpendicolare alla linea a.b. (per la dottrina dell'undecima propositione del primo) dellequal perpendiculare ne segarò le dui parti a.f. et b.g. che cadauna sia equale alla linea c. poi compirò il parallelogrammo a.



f.b.g. ducendo la linea f.g. et questo tal rettangolo, over parallelogrammo è proprio il dutto della linea c in tutta la linea a.b. come di sopra fu detto. Anchora dalli dui ponti d. et e. tirarò le due linee d.h. et e.k. equidistante alli dui lati a.f. et b.g. è l'una è l'altra di quelle serano equale (per la trigesima quarta propositione del primo) similmente l'una è l'altra serà equal alla linea a.f. et per la prima contentiene, alla linea e. Adunque per le cose diffinite di sopra, il rettangolo a. d. f. h. vien produtto dal dutto della linea e. in la linea a. d. & vien ditto esser contenuto sotto a quelle (come fu detto di sopra) & cosi il rettangolo d, h, c, k, dalla detta linea c. & della linea d. e. serà contenuto, & finalmente il rettangolo e. k. b. g. vien pur fatto della linea c. dutta in linea e. b. & perche tutti questi tre rettangoli piccoli insieme gionti empiano totalmente tutto il gran rettangolo a. f. b. g. per tanti tre gionti insieme sono equali a quello, che è il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 2.

2 Se una linea retta serà divisa in parti, quello che e fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, serà equale a quelli rettangoli che seranno fatti dal dutto della medesima in tutte le sue parti.
2

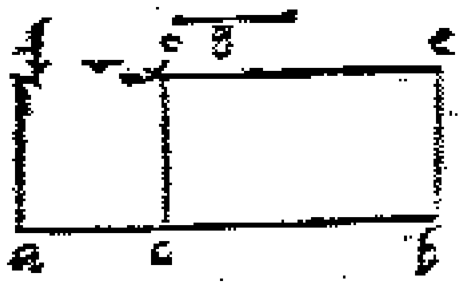


Sia la linea a. b. laqual sia divisa in quante parte se voglia, ma per il presente sia divisa in tre l'una sia a. c. la seconda c. d. la terza d. b. hor dico che quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea. a. b. in se medesima, che seria il quadrato di quella, serà equale a quelli tre rettangoli che seranno fatti dal dutto de tutta la ditta linea a. b. in ciascuna di quelle tre parti, cioe nelle tre linee a. c. c. d. & d. b. & per dimostrar questo sopra la linea a. b. per la quadragesima sesta propositione del primo descriverò il quadrato a. b. e. f. & dalli duoi ponti c. & d. produrrò le due linee. c. g. & d. h. equidistante alli duoi lati a. e. et b. f. dil che tutto il quadrato a. e. f. b. serà diviso in tre rettangoli, liquali son a. e. g. c. g. c. h. d. & h. d. f. b. & perche le due linee c. g. & d. h. sono equale, & cadauna di loro sono equale al lato a. e. che è quanto la a. b. per la trigesima quarta propositione del primo, adonque li tre rettangoli sono contenuti sotto la linea a. b. per longhezza, & per larghezza l'uno e contenuto sotto alla parte a. c. l'altro sotto alla parte c. d. il terzo sotto la parte d. b. & perche li ditti tre rettangoli empieno totalmente tutto il quadrato a. b. e. f. il nostro proposito vien a esser manifesto. Anchora per la precedente se potea proceder in questo modo, sia tolto la linea k. equale alla linea a. b. & perche il rettangolo compreso sotto alla linea k. & alla linea a. b. divisa serà equale, alli rettangoli fatti della linea k. in tre parti della a. b. come nella precedente fu dimostrato, ma perche il rettangolo della k. in la a. b. e quanto il quadrato della a. b. & li rettangoli della k. in le parti de a. b. è tanto quanto li 3 rettangoli de a. b. in le tre parti de lui medesimo, perche la k. & la a. b. sono equale seguita adonque la verità del nostro proposito.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3 Se una linea retta serà divisa in due parti (come si voglia.) Quello
3 che vien fatto dal dutto di tutta la linea, in l'una de dette due parti, se-

serà equale al dutto della medesima parte in se medesima, & al dutto dell'una parte in l'altra.



Sia la linea a.b. divisa in a.c. et b.c. dico che quello che è fatto da tutta la linea a.b. in la sua parte a.c. cioe rettangolo contenuto sotto a tutta la linea a, b, & la sua parte a.c. serà equale al quadrato della medesima parte a.c. insieme con lo rettangolo contenuto sotto al le due parti, cioe a.c. & c.b. E per demostrar questo co stituerò sopra la linea a.b. il rettangolo a,b,d, e talmente che la sua larghezza a.d. sia equale alla parte a. c. & questo farò per la dottrina della prima propositione, poi dal ponto c. produco la linea c.f. equidistante alli dui lati a,d, & b,e laqual linea c,f, serà equale al lato d, a, & al lato b, e, per la trigesima quarta propositione, & per la prima concettione serà ancora equale alla parte a, c, alliche il rettangolo a,c,d,f, sera quadrato, et serà quello della parte a,c, et l'altro rettangolo c,b,f,e quello ch'è fatto della parte a,c, dutta in la parte c.b. perche se vede che la sua larghezza c.f. e equale alla parte a, c. & la longhezza è l'altra parte c.b. & perche questi dui rettangoli, cioe il quadrato a,c,d,f, & lo rettangolo c,b,f,e impieno totalmente tutto il gran rettangolo a, b, d, e seguita adonque che li dui siano equali a quel solo, e perche quello gran rettangolo e contenuto sotto alle due linee a,b, & a,d, et a,d, e equale alla parte a,c, adonque il nostro proposito è manifesto. ancora per un'altro modo se poteua far questa demostratione, cioe tolendo la linea g, equale a la linea a,c, perche il rettangolo della linea g, in tutta la linea a.b. (per la prima propositione di questo) serà equale alli dui rettangoli fatti della linea g, in divisa in le due parti a.c. & c.b. della linea a.b. divisa, & lo rettangolo della linea g. in tutta la linea a. b. è tanto quanto lo rettangolo della parte a.c. in tutta la detta linea a.b. perche g. e tanto quanto a.c. dal presupposito, similmente il rettangolo de g. in a, c, è tanto quanto il quadrato da a, c, et ancora il rettangolo de g. in l'altra parte c,b, e tanto quanto il rettangolo della parte a,c, in l'altra parte c.b. alliche per la detta prima propositione di questo serà dechiarato il nostro proposito.

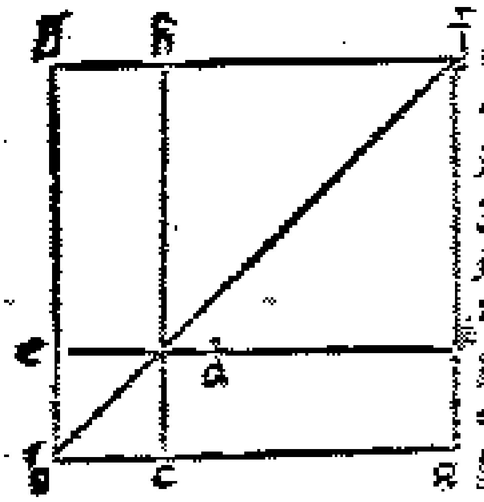
Theorema. 4. Propositione. 4.

4 Se una linea retta serà divisa in due parti come si voglia, quel che vien fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, e equale alli quadrati che vengono fatti dal dutto dell'una & l'altra parte in se medesima e al dutto dell'una parte in l'altra due volte.

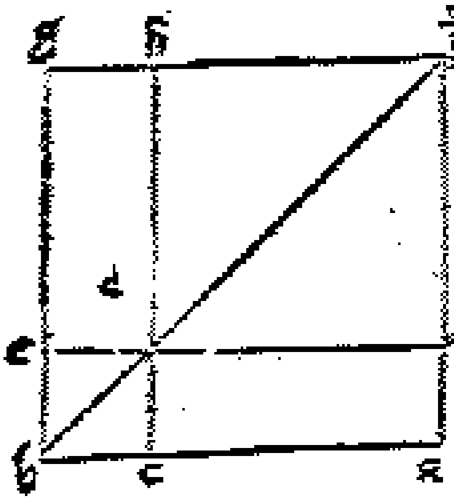
Corellario.

4 Da questo è manifesto che in ogni quadrato, le due superficie paralellogramme, che il diametro segha per mezzo son ambidue quadrate.

Sia



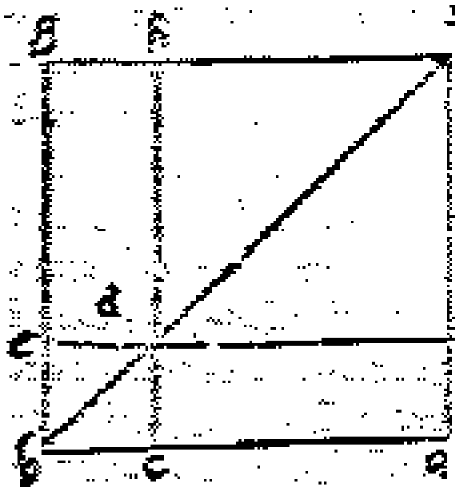
Sia la linea a.b. diuisa in.a.c.& b.c. dico che'l quadrato de tutta la linea a.b. e equale alli duoi quadrati delle due linee.a.c.& b.c. & al doppio di quello che fatto dal dutto della linea.a.c. in la.c.b. (cioe del rettangolo de.c.b.in.a.c.) Et per dimostrar questo descriuerò sopra la linea.a.b. per la quadragesima sesta, del primo il quadrato a.b.f.g.& tiro il diametro.f.b.& dal ponto.c. per la trigesima prima proposizione del primo duco la linea.c.h. equidistante alli duoi lati b.g.& a.f. laqual sega il diametro.f.b. nel ponto.d. dalqual ponto.d. tiro la linea.K.e. per la medesima trigesima prima del primo, equidistante alli duoi lati.a.b.& f.g.& cosi tutto il quadrato.a.b.f.g. serà diuiso in quattro rettangoli delli quali li duoi, cioe.a.K.c.d.& h.d.g.e. sono li duoi supplementi liquali sono equali fra loro per la quadragesima terza proposizione del.1. li altri duoi, cioe.K.d.f.h.& c.d.b.e. sono quelli, che sono segati per mezzo dal diametro.f.b.& questi duoi sono quadrati laqual cosa se dimostrerà in questo modo, perche.c.h. è equidistante al lato.a.f.& ambedue sono segate dalla linea.f.b. diche per la seconda parte della uigesimanona del primo l'angolo.b.d.c.intrinseco serà equale allo angolo.b.f.a.intrinseco e se opposito,& perche l'angolo.a.b.f.è equale anchora lui al ditto angolo.b.f.a.per la quinta proposizione del.1.perche il lato.a.f.è equale al lato.a.b. del triangolo.a.f.b. diche per la prima concettione l'angolo.c.d.b. serà equale all'angolo.c.b.d. seguita adonque per la 6. proposizione del primo, che'l lato.c.d.sia equale al lato.c.b. del triangolo.c.b.d.& p la trigesima quarta proposizione del.1.il lato.d.e. serà equale al lato.c.b. similmente il lato.e.b. al lato.c.d. seguita adonque per la prima concettione che'l paralellogrammo.c.d.b.e. sia di quattro lati equali, dico anchora etiam quel esser rettangolo, perche la linea.c.d. è equidistante alla linea.e.b.& ambedue sono segate dalla linea.a.b.d. diche per la terza parte della uigesimanona del primo, li duoi angoli.d.c.b.& e.b.c.intrinsici sono equali a duoi angoli retti,& perche l'angolo.e.b.c. e retto per essere l'angolo del quadrato.a.b.f.g.è necessario che etiã l'angolo.d.c.b. sia retto & per la trigesima quarta del primo, li duoi angoli.c.d.e.& b.e.d.contraposti seranno retti, adonque.c.b.d.e. serà quadrato,& serà il quadrato della linea.c.b.& per lo medesimo modo e uia se approuerà.K.d.f.h. esser quadrato, diche il corrolario serà manifesto,& perche il lato.K.d. del quadrato.K.d.f.h. (per la trigesima quarta del primo) è equale alla linea.a.c. seguita adonque che'l quadrato.K.d.f.h. sia il quadrato della linea.a.c. Adonque li duoi quadrati.c.b.d.e.& .k.d.f.h. sono li duoi quadrati delle due linee.a.c.& c.b.& perche li duoi supplimenti.a.c.k.d.& h.d.g.e. sono equali, per la quadragesima terza del primo,& lo supplimento.a.c.K.d. è contenuto sotto alla linea.a.c.& alla linea.c.b. (perche.c.d. è equale al.c.b.) adonque ambiduoi li supplimenti.a.c.K.d.& h.d.g.e. giontí insiemi seranno il doppio del produtto della parte.a.c. in la parte.c.b.& perche questi duoi supplimenti insieme con li duoi quadrati de.a.



c. & de. a. b. contiene precisamente il gran quadrato a. b. f. g. de tutta la linea. a. b, adunque tutti lor quatro sono equali a lui solo, che è il proposito. Nella prima tradottione se fa la demostratione della presente quasi al opposito di questo, perche ivi prima constituisce il quadrato. c. d. b. e. sopra la parte. c. b. poi gli aggiungo al detto quadrato il gnomone secondo il detto direttivo dell'altra linea. a. c. il quale se farà in questo modo. In lo quadrato. c. d. b. e. tiro il diametro. b. d. et dal ponto. a. duco la perpendicolare sopra la linea. a. b. laqual sia la linea. a. k. laqual. a. k. insieme col diametro d. b. produco fina a tanto che concorreno nel ponto. f. & dal ponto. f. produrò. f. h. equidistante alla linea. a. b, laqual. f. h. insieme con. b. e. produro fina che concorreranno in ponto. g. e produro. c. d. fina in. h. & e. d. fina. k. & cosi serà costituido il gran paralellogramo. a. f. h. g. diviso in quattro paralellogrami come appare, hor ne bisogna dimostrar che lui sia quadrato insieme con lo paralellogramo. k. f. h. d. & questo si farà mediante il presupposito quadrato. c. d. b. e. perche li duoi lati. e. d. & e. b. del triangolo. d. e. b. sono equali, li duoi angoli. e. d. b. & e. b. d. sono etiam equali, per la quinta del primo, & perche l'angolo. e. è retto (dal presupposito) di che per la trigesimaseconda del primo, li ditti duoi angoli. e. d. b. & e. b. d. ciascun di loro serà la mità d'un angolo retto, & per le medesime ragion l'uno e l'altro delli ditti duoi angoli. c. d. b. & c. b. d. seranno la mità d'un angolo retto, per laqual cosa li quattro angoli, cioe. h. f. d. & h. d. f. & k. f. d. & k. d. f. ciascun di loro seranno la mità d'un angolo retto, & questo se approverà (per la seconda parte della vigesimanona del primo) perche la linea. b. f. sega le due linee. a. f. & b. c. equidistante, e similmente le altre due. g. f. & e. k. etiam. g. b. che sono pur equidistante, di che l'angolo. h. f. d. serà equale all'angolo. e. d. b. cioe è la mità d'un retto, & l'angolo. h. d. f. serà equale all'angolo. e. b. d. adunque li duoi angoli. h. d. f. & h. f. d. sono equali perche ciascun è mezzo angolo retto, adunque li duoi lati. h. d. et. h. f. del triangolo. d. h. f. per la sesta del. 1. seranno equali, similmente li duoi lati. k. d. & k. f. del triangolo. k. d. f. per le medesime ragion seran equali, & per la trigesimaquarta del primo, il paralellogrammo. k. f. h. d. serà de lati equali etiam rettangolo, perche li duoi angoli terminanti in. f. sono mezzo angolo retto per uno, adunque tutto l'angolo. g. f. a. serà retto, similmente l'angolo. h. d. k. & similmente per la terza parte della vigesimanona del primo, l'angolo. a. & l'angolo. g. seranno retti, similmente li duoi lati. g. f. & g. b. del triangolo. g. b. f. seranno equali (per la sesta del primo) & similmente li altri duoi lati. a. b. & a. f. dell'altro triangolo. a. b. f. serā equali, Adunque li duoi paralellogrammi. a. f. h. g. & k. f. h. d. seranno quadrati, per la trigesimaquarta del primo, & perche il gran quadrato. a. f. h. g. è il quadrato di tutta la linea. a. b. & quello è diviso in quattro rettangoli li duoi che sono a torno al diametro. f. b. sono li quadrati delle due linee. a. c. & c. b. perche la linea

k. d. è

k,d, è equale alla linea,a c, & li duoi supplementi sono equali fra loro (per la quadragesima terza del primo) & l'uno di quelli, cioe, a,k,c,d, è contenuto sotto alle due linee, a c, & c,b perche, c,d è equale al detto, c,b. Adonque li duoi supplementi, a,k,c,d, & d,b,e,g, giunti insieme seranno il doppio di quello che è fatto della linea, a c, in la linea, c b, & perche li detti duoi supplementi insieme cō li duoi quadrati delle due linee, a,c, & c b, impieno precisamente il gran quadrato, a, f, b, g, adonque tutti quattro son equali a lui solo, che è il proposito. Ancora per un altro particolar modo se puo far questa demostratione, sia anchora la medesima linea, a,b, divisa in, a,c, & c,b, dico che'l quadrato de tutta la linea a,b, è equale alli duoi quadrati delle due linee, a,c, & c b, insieme con il doppio del rettangolo compreso sotto alle due linee, a,c, et, c b. Che questo altramente lo dimostraro sopra la linea, a,b, (per la quadragesima sesta del primo) costituisco il quadrato, a, f, b, g, in quello tiro tutte le linee, come di sopra fu fatto, cioe, f,b, e,h, k,c, & perche li tre angoli del triangolo, g,f,b, sono (per la trigesima seconda del primo) equali a duoi angoli retti, & perche l'angolo, g, è retto (dal presupposito) necessita adonque che li altri duoi (cioe l'angolo, g,f,b, & g,b,f,) insieme siano un sol angolo retto, & perche li duoi lati, g f & g b del detto triangolo g f b, sono equali (dal presupposito per esser li lati del quadrato) li duoi angoli, g,f,b, & g,b,f, (per la quinta del primo) seranno equali, & perche tutti duoi sono un sol angolo retto, adonque cadauno di loro serà un mezzo angolo retto, & perche la linea, a,b, sega le due linee, f,a, & h c, equidistante, l'angolo, d,c,b, estrinseco serà equale all'angolo, a, intrinseco & perche l'angolo, a, è retto (per esser l'angolo del quadro) l'angolo d c b, serà etiam retto, & perche li tre angoli del trianguletto d c b (per la detta trigesima seconda del primo) sono equali alli duoi angoli retti, e perche l'angolo, c, è retto li altri duoi insieme saranno un sol angolo retto, e perche l'angolo, d,b,c, è mezzo angolo retto (come è provato nel triangolo, a f b) adonque l'altro angolo c d b serà un altro mezzo angolo retto. Adonque li duoi angoli, c,b,d, & c,d,b, seranno equali (& per la sesta del primo) li duoi lati, c, d, & c,b, seranno etiam equali (& per la trigesima quarta del primo) il lato, d, e serà equale al lato c b & la lato, e,b, al lato, c,d, & l'angolo d e b, all'angolo, d, c, b, ch'è retto, similmente tutto l'angolo, b, è retto (ch'è l'angolo del gran quadro) retto serà etiam tutto l'angolo, d, a lui opposito, adonque c d b e, serà quadrato, (& della linea, c b, come appare) & per la medesima ragione serà etiam quadrato, k,d,f,h, seguita adonque che li duoi paralellogrammi, c d b e, & k d, f h, che sono intorno al diametro, f b, sono quadrati, il corrolario adonque serà manifesto, & perche, d, k, è equale al c a, il quadrato adonque k d f h serà il quadrato della linea, a c, & perche li duoi supplementi, a k c d, & d h e g, sono equali per la quadragesima terza del primo) et perche il supplemento, a c k d, è contenuto sotto alla linea, a c, & alla linea, c b (per esser c d, equale al detto c b,) adon-



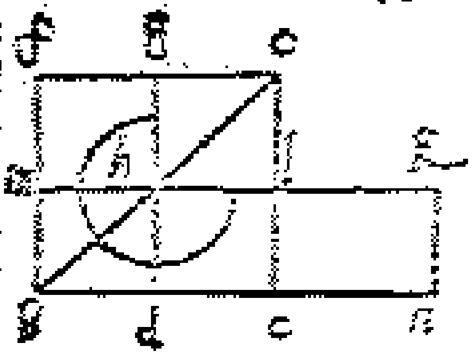
b.) adonque ambidui li detti supplementi insieme, seranno il doppio del retangolo fatto della linea. a.c. in la linea c.b. & perche li detti dui supplementi insieme con li detti duo quadrati delle due linee a.c. & c.b. integrano precisamente il gran quadrato a.f.b.g. della linea a.b. adonque tutti quattro seranno equali a lui solo, che è il proposito. Anchora piu facilmente se poteua far la demostration della sopra scritta propositione (per la seconda & terza propositione) essempli gratia. sia anchora la linea a.b. diuisa in a.c. & c.b. dico che'l quadrato de tutta la linea a.b. sarà equale alli dui quadrati delle dette due linee a.c. c.b. & al doppio del rettangolo cōpreso sotto alle due parti a.c. & b.c. che per questo altro breue modo se dimostrerà. Perche il quadrato della linea.b. (diuisa in.c.) è equale (per la seconda propositione di questo) alli dui rettangoli fatti di tutta la linea a.b. in le sue due parti a.c. & c.b. ma perche ciascun di quelli dui rettangoli sono equali al rettangolo de l'una in l'altra & al quadrato di essa parte (per la terza di questo) essempli gratia, il rettangolo de tutta la linea.a.b. in la parte.a.c. è equale al rettangolo della.a.c. in la.c.b. & al quadrato della detta.a.c. (per la terza di questo) similmēte

l'altro rettangolo della linea.a.b. in l'altra.c.b. è par equale a un altro rettangolo della detta linea c.b. in la detta linea.a.c. & al quadrato della detta linea.c.b. (come nella detta terza questo fu dimostrato) e perche adonque questi dui rettāgoli della linea.a.b. in le due parti.a.c. & c.b. uno di loro è cōposto del quadrato della parte.a.c. & d'un rettāgolo della c.b. in la.a.c. & l'altro è composto il quadrato dell'altra parte c.b. e d'un altro rettangolo pur della.c.b. in la.a.c. dalche tra tutti dui li detti rettāgoli de.a.b. in le due parti a.c. & c.b. contenerāno li dui quadrati de le due parti.a.c. & c.b. et piu due uolte el rettangolo della c.b. in la.a.c. & perche li detti dui rettāgoli de.a.b. in le due parti.a.c. & c.b. sono equali al quadrato della detta linea.a.b. (come è detto di sopra) seguita adonque (per la prima concettione) che li dui quadrati de le due linee.a.c. et.c.b. con lo doppio del rettangolo della.b.c. in la.a.c. esser equali al detto quadrato de la detta linea a.b. che è il proposito, ma procedendo per questo modo non se poria a delucidar il corellario, cioe che le superficie che sono segate dal diametro ambedue sono quadrate, però è meglio ciascun delli altri 2 modi di sopra posti, ma nō uolēdo approuar il corellario questo saria piu breue.

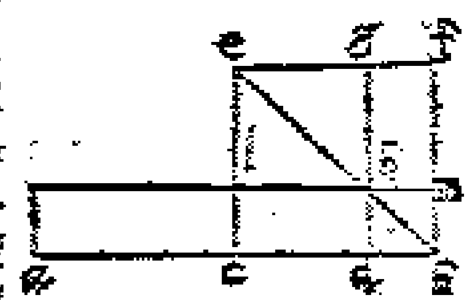
Theorema .5. Propositione .5.

5/5 Se'l sarà segata una linea retta in due parti equali, & in due altre non equale, il rettangolo che è contenuto sotto alle settioni inequali, di tutta la linea, con il quadrato che vien descritto da quella linea che è fra l'una, & l'altra settione, è equale al quadrato che vien descritto dalla mità di tutta la linea detta in se medesima.

Sia



Sia la linea a,b, diuisa in due parte equale nel ponto c, & in due parti inequale, nel ponto d, dico che'l quadrato della linea c,b, è equale a quello che uien fatto dal a.d in d,b, & del quadrato de c,d, & per dimostrar questo io descriuerò sopra la linea c, b, (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato c,e,b,f, nel quale tiro il diametro e,b, & dal ponto d, tiro la linea, d,g, equidistante alli duoi lati c,e, & b, f, laqual segarà il diametro e, b, in ponto h, & dal ponto h, tiro una linea equidistante alla linea a,b, laqual sia h,k, laqual segarà la linea b,f, in ponto m, & la linea c,e, in ponto, l, & tirarò la linea a, k, equidistante alla linea c,e, hor dico che l'una e l'altra delle due superficie l,g, & d, m, (per lo correlario della precedente) serà quadrata (e per la quadragesima terza del primo) li dui supplementi c,h, & h, f, sono equali, giongendo adunque equalmente a ciascuno il quadrato d,m, (per la seconda concettione) il parallelogrammo c,m, serà equale al parallelogrammo d, f, & perche il parallelogrammo a,l, è equale al parallelogrammo c,m, (per la trigesima sesta del primo) per esser la basa a, c, equal alla basa, c, b, & (per la prima concettione) serà etiam equale al parallelogrammo d,f, Adonque se del parallelogrammo a,h,m, la sua parte, c, l, è equale al parallelogrammo, d,f, tutto il ditto parallelogrammo, a, h, serà equal al gnomone, che circonda al quadrato, l, g, & perche il ditto gnomone insieme con lo quadrato l,g, (il quale uien a esser il quadrato della linea c,d, per esser l, h, equale alla detta c, d, impieno precisamente tutto il quadrato c,f, della linea c,b, seguita adonque che'l ditto gnomone insieme col quadrato della linea c,d, sien equali al quadrato della linea c,b, & perche il detto gnomone è equale (come è detto) al parallelogrammo a,h, ilquale è contenuto sotto alle due parti a,d, & d,b, inequale (per esser d,h, equale alla detta d,b,) per esser ciascun lato del quadrato d,m, adonque il parallelogrammo a,h, insieme con lo quadrato della linea c,d, serà equali al quadrato della linea c,b, che è il proposito.



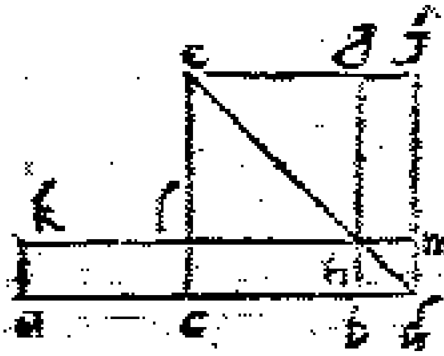
Il Tradottore.

Nota che per le due superficie l,g, & d,m, se die intendere le due superficie l, e, h,g & d,h, b, m, perche in nominar una superficie quadrangola, in la seconda tradutione se costuma à nominarla solamente cō due lettere diametralmente opposite come di sopra si è fatto, è pero di questo bisogna aduertire in le cose che seguita.

Theorema .6. Propositione .6.

6
99 Se una linea retta sia diuisa in due parti equali, & che à quella sia aggionto in longo un'altra linea, quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea cosi composta, in quella che già è stata aggionta con quello, che

vien fatto dal dutto della mità della linea in se medesima: è equale al quadrato descritto dal dutto di quella linea che è composta da quella linea agionta, & dalla mità, in se medesima.



Sia la linea a.b. divisa in due parti equale in ponto c. & quella che gli sia aggionta la linea b.d. dico che'l quadrato della linea c.d. (il qual sia c.d.e.f.) è equale al rettangolo fatto da tutta la linea a.d. in la b.d. & al quadrato della linea c.b. Et per dimostrar questo protrarò nel quadrato predetto il diametro d.e. & dal ponto b. tiro la linea b.g. equidistante alla linea d.f. la qual segarà il diametro e.d. nel ponto h. dal qual ponto h. tiro la linea h.k. equidistante alla linea a.d. la qual sega la linea f.d. in ponto m. & la linea c.e. in ponto l. & protrarò la a.k. equidistante alla c.l. dil che il paralellogrammo a.l. serà equal al paralellogrammo c.h. (per la trigesima quinta del primo) per esser la a.c. equale alla c.b. & lo supplemento c.h. serà equale al supplemento h.f. (per la quadragesima terza del primo) per laqual cosa a.l. serà etiam equale al ditto supplemento h.f. Adonque aggiongendo equalmente a ciascun di loro lo paralellogrammo c.m. la summa serà ancor equal (per la seconda concettione) adonque il gnomone f.b.l. serà equale alla superficie a.m. aggiongendoli etiam equalmente l.g. (qual è quadrato) per lo corrolario della quarta serà per la [illegible] due summe ancor equale, et perche il ditto gnomone f.b.l. con lo quadrato l.g. se equalia al quadrato c.f. adonque il rettangolo a.m. con lo detto quadrato l.g. serà equal al ditto quadrato c.f. il quale è il quadrato della linea c.d. & perche il quadrato l.g. è il quadrato della linea c.b. per esser l.h. equale al c.b. & lo rettangolo a.m. è contenuto sotto a tutta la linea a.d. e alla linea d.b. (per esser d.m. equale al b.d.) per esser ciascun lato del quadrato b.m. seguita adonque che il rettangolo fatto della linea a.d. in la linea b.d. con lo quadrato della linea c.b. esser equali al quadrato della linea c.d. che è il proposito.

Theorema .7. Propositione .7.

7/7 Se una linea retta sia divisa in due parti come si voglia, quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea in se medesima con quello, che vien fatto dal dutto di l'una di dette parti in se medesima, è equale a quelli rettangoli che vengono fatti da tutta la linea in la medesima parte due volte, & al quadrato dell'altra parte in se medesima.

Sia la linea a.b. divisa in due parti in ponto c. dico che'l quadrato de tutta la linea a.b. con lo quadrato della linea c.b. è equale a quello che vien fatto dalla linea a.b. due volte in la c.b. insieme con lo quadrato della linea a.c. Et per dimostrar tal cosa descriverò il quadrato della linea a.b. (per la quadragesima sesta

del

al quadrato che vien descritto della mità della prima linea, & a quello che vien prodotto da quella, che è composta della mità, & dell'aggionta, come di quella duoi quadrati tolti insieme.

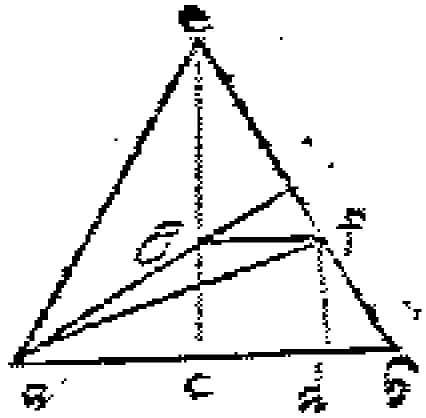
Sia la linea a.b. divisa in due parti equali in ponto e. & a quella sia aggionta la linea b.d. dico che il quadrato della linea a.d. insieme con lo quadrato della linea b.d. ambidui cosi insieme sono doppij alli duoi quadrati delle due linee a.e. & e.d. tolti ambidui insieme & per dimostrar questo dal ponto e. (per la 11 del primo) rizo la linea e.c. perpendicular alla linea a.d. & quella (per la 3 del primo) pongo equale a una l'altra delle due a.e. & e.b. dal ponto c. (per la prima petitione) tiro le due linee c.a. & c.b. e sera constituido il triangolo c.a.b. del che l'uno e l'altro de duoi angoli c.a.b. per le ragione adutte nella precedente, sera la mità d'un angolo retto, et similmente l'uno et l'altro delli duoi angoli che sono al c. sera per la mità d'un angolo retto, dal che tutto l'angolo c. verrà esser retto (per esser composto de duoi mezzi angoli retti) & dal ponto c. (per la trigesima prima del primo) produco la linea c.f. equidistante alla linea a.d. & equale alla linea e.d. & produco f.d. poi slongo le due linee c.b. et f.d. per fina a tanto che lor concorrano in ponto g. et produco la linea a.g. et per la ultima parte della trigesima nona del primo) l'angolo c.e.f. sera retto. et perche l'angolo e.c.b. è mezzo angolo retto, adonque l'angolo b.c.f. serà ancora mezzo angolo retto, et perche (per la trigesima terza del primo) f.d. è equidistante a c.e. serà l'angolo f. (per la trigesima quarta del primo) retto, et (per la trigesima seconda del medesimo) l'angolo c.g.f. serà la mità d'un angolo retto. et perche li duoi angoli g.c.f. et f.g.c. (del triangolo f.c.g.) sono equali, per esser ciascun mezzo angolo retto seguita (per la sesta del primo) che'l lato c.f. sia equal al lato f.g. et perche l'angolo g.d.b. (per la seconda parte della trigesimanona del primo) è retto & l'angolo d.g.b. è la mità d'un retto (come provato habbiamo) adonque per la detta trigesimaseconda del primo l'angolo d.b.g. serà etiam lui la mità d'un retto (et per la sesta del primo) il lato b.d. serà equale al d.g. Adonque per la penultima del primo, il quadrato de c.g. è doppio al quadrato de c.f. similmente serà etiam doppio al quadrato de e.d. per esser c.f. equal al e.d. (per la detta trigesima quarta del primo) anchora per la detta penultima del primo, il quadrato de a.c. serà doppio al quadrato de la e.c. et perche il quadrato de c.g. è doppio (come è detto) al quadrato de e.d. adonque li duoi quadrati delle due linee a.c. et c.g. tolti insieme, seranno doppij alli duoi quadrati delle due linee a.e. et e.d. tolti insieme et perche il quadrato de a.g. si è tanto quanto li detti duoi quadrati de a.c. et de c.g. (per la detta penultima del primo) seguita adonque che'l quadrato solo della linea a.g. sia doppio alli detti duoi quadrati de a.e. et e.d. tolti insieme, et perche il quadrato a.g. si è tanto quanto, li duoi quadrati de a.d. et de d.g. & (per la detta penultima del primo) seguita adonque che li detti duoi quadrati de a.d. et d.

primo) equale al quadreto b.m. & perche il supplemento l.p. equale al detto supplemento d.l. (per la quadragesima terza del primo) serà etiam equale al detto quadretto b.m. (per la prima concettione) e perche il lato del quadretto n.q. cioe n.l. (per la trigesima terza del primo) è equal al c.b. & c.b. e equale (com'è detto) al lato b.d. (seguita per la prima cõcettione) che'l lato n.l. sia equale al lato b.d. (& er communa scientia) il quadretto n.q. serà equale al quadretto b.m. dil che tutto il quadreto c.o. vien esser diviso in quatro parte equale, cioe in li quattro quadretti predetti, e perche li dui supplementi a.k. & k.f. del quadrato a.f. son equali per la quadragesima terza del primo, & perche n.c. e equale al b.l. lato del quadretto b.m. per la trigesima terza del primo, similmente il lato k.n. del quadretto n.q. e equale al detto lato b.l. per esser li detti quadretti equali, adonque, per la prima concettione, k.n. serà equale al n.c. & per la trigesima sesta del primo, il parallelogrammo c.o. serà equale al parallelogrammo n.r. & perche li dui supplementi n.r. & k.h. del quadrato l.e. sono equali, per la ditta 43. del primo, cauando delli delli dui primi supplementi cioe de a.k. & k.f. li dui rimanenti, cioe a.n. & q.f. per la terza cõcettione, seran equali, e perche k.h. e equale, come è detto, al n.r. & n.r. è equal al a.n. seguita adonque che le quattro superficie, cioè a.n. n.r. k.h. et q.f. siano equale, per esser ciascaduna equale alla superficie a.n. over c.o. che e la medesima, & perche la detta superficie a.n. giungendo il quadrato c.l. tutta la summa cosi composta, che seria il rettangolo a.l. sara il rettangolo compreso sotto la linea a.b. & alla linea b.d. per esser b.l. equale alla linea b.d. adonque le quattro superficie a.n. o.k. k.h. & q.f. insieme con li quattro quadretti c.l. b.m. n.q. l.p. seranno in summa quattro superficie a.l. laqual summa seria gnomon s.t.y. over z.p. e che è el medesimo, & perche il quadrato r.g. e il quadrato della linea a.c. per esser r.k. equale al a.c. per la trigesima quarta del primo, e il detto quadrato r.g. insieme con lo detto gnomone, se equalliano al quadrato de la linea a.d. cioè al quadrato a.f. seguita adonque che il quadreto della linea a.c. insieme con li quattro rettangoli fatti della linea a.b. in la linea b.d. se equalliano al quadrato della linea a.d. che e il proposito.

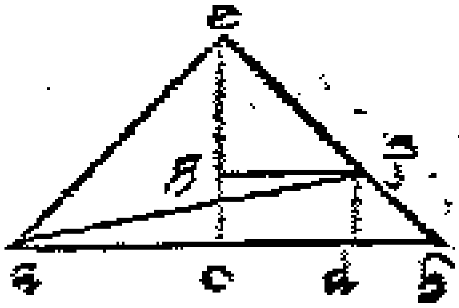
Theorema .9. Propositione .9.

9 Se vna linea retta sia divisa in due parti equali et in due non equali li quadrati, che vengono fatti dal dutto delle settioni non equali in se medesime tolti insieme, son doppii alli quadrati descritti della mitè della linea, & da quella linea che giace fra vna e l'altra settion tolti insieme.

Sia la linea a.b. divisa in due parti equale in ponto c. & in dui parti non equale in ponto d. dico che'l quadrato della linea a.d. giunto con lo quadrato della linea d.b. sono doppii al quadrato della linea a.c. giunto con lo quadrato della linea c.d. Et per dimostrar questo, dal ponto c tiro la linea c.e. perpendicolare alla linea a.d. e quella faccio equal a l'vna e all'altra delle due linee a.c & c.b & produco le due linee e.a. & e.b. & serà constituido il triangolo a.e.b. ilquale e diviso in dui



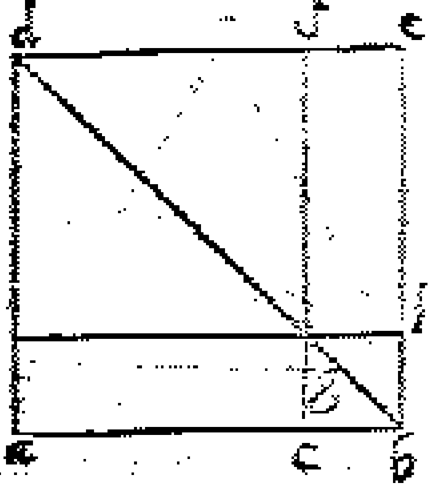
triangoli, c,e,b, & c,e,a, (dalla perpendicolare, e,c,) et perche el lato, e,c, è equale al lato, c,b, (del triangolo, e,c,b,) li dui angoli, c,e,b, & c,b,e, (per la quinta del primo) sono equali, & per esser l'angolo, e,c,b, retto l'uno e l'altro delli dui angoli, c,e,b, & c,b,e, (per la trigesima seconda del primo) serà la mità d'un angolo retto, & per le medesime ragione li dui angoli, c,a,e, & c,e,a, ciascun di loro serà la mità d'un angolo retto dilche tutto l'angolo, e, serà retto (per esser composto de dui mezzi angoli retti) hor dal ponto, d, produco la linea, d,f, equidistante alla, e, c, & perpendicolare sopra la linea, a,b, dilche l'uno e l'altro delli dui angoli, d, serà retto, et perche l'angolo, d,b,f, (come è detto) è mezzo angolo retto, et perche l'angolo, b,d,f, è retto manifesta (per la trigesima seconda del primo) che l'angolo, d,f,b, sia mezzo angolo retto (& per la sesta del primo) il lato, d,f, serà equale la lato, d, b, hor dal ponto, f, conduco la linea, f,g, equidistante alla linea, a,b, dilche li dui angoli che sono al, g, per la seconda parte della trigesima nona del primo) l'uno e l'altro serà retto, & l'angolo, e,f,g, per la detta trigesima seconda del primo, serà la mità d'un angolo retto, per laqual cosa li dui lati g,e, & g,f, per la sesta del primo, seranno equali, & per la penultima del primo, il quadrato de, e,f, è equal al quadrato de, e,g, & al quadrato de, g,f, per laqual cosa il quadrato del ditto, e,f, serà doppio al quadrato solo de, g,f, & per esser g,f, equale al c,d, per la trigesima quarta del primo, seguita adonque che'l quadrato de, e,f, sia doppio al quadrato de c,d, hor tiro la f,a, & perche il quadrato de, e, a, è equale al quadrato de, a,c, & al quadrato de, c,e, per la detta penultima del primo, & perche, a,c, è equale al, c,e, seguita che'l quadrato de a,e, sia doppio al quadrato de, a,c, & perche il quadrato de, a,f, è equale al a,e, seguita che'l quadrato de, a,e, & de, e,f, per la detta penultima del primo, adonque il quadrato de a,f, serà doppio al quadrato de, a,c, & al quadrato de c,d, & perche il quadrato del detto, a,f, per la detta penultima del primo, ancora lui è equal al quadrato della a,d, & al quadrato della, d,f, seguita adonque che'l quadrato della a,d, & lo quadrato della, d,f, gionti insieme sono doppii al quadrato della, a,c, & al quadrato della c,d, tolti insieme, & perche il quadrato della, d,f, è equale al quadrato della d,b, adonque li quadrati delle due linee, a,d, & d,b, seranno doppii alli quadrati delle due linee, a,c, & c,d, che è il proposito.



Theorema 10. Propositione 10.

10 Se una linea retta serà divisa in due parti equali, & che a quella sia agionto in longo un'altra linea, il quadrato, che vien descritto da tutta con la

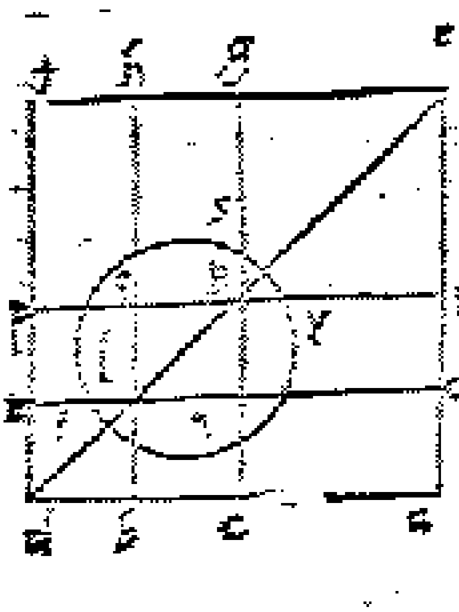
10 agionta, & il quadrato, che vien descritto da quella, che è agionta l'uno e l'altro di questi dui quadrati tolti insieme è necessario esser doppii,



del primo) qual sia il quadrato a.b.d.e. & protrarò il diametro d.b. dal ponto c tirarò la linea c.f. equidistante alla linea b.e. laqual sega il diametro d.b. in lo ponto g. et dal ponto g tiro la linea k.g.h. equidistante al la linea a.b. & perche il quadrato a.e. con lo quadrato c.h. sono tanto quanto il quadrato k.f. con le due superficie a.h. c.e. & perche le due superficie a.h. & c.e. sono de piu del gnomone a.h.f. tanto quanto è il quadrato c.h. per esser il detto quadrato compreso due volte, cioe una in la superficie a.h. & l'altra in l'altra superficie c.e. & perche queste due superficie a.h. & c.e. sono equale (come per la 43. del primo se puo provare) & l'una di quelle, cioe a.h. è contenuta sotto a tutta la linea a.b. & alla linea c.h. per essere b.h equale alla b.c (per esser ciascuna lato de c.h. ilquale è quadro insieme con k.f. per il corrolario della quarta di questo, adonque le due superficie a.h. & c.e. insieme sono il doppio de a.h. aggiontovi a quelle il quadrato k.f. (ilqual vien a esser il quadrato della a.c. per esser la k.g. equal alla detta a.c.) tutta questa summa sera equal a tutto il quadrato a.e. insieme con lo quadrato c.h. che è il proposito.

Theorema .8. Propositione .8.

8
6
Se una linea retta sia divisa in due parti come si voglia, & a quella gli sia aggionto in longo un'altra linea equale a una di quelle parti. Quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea cosi composta in se medesima, sera equale al rettangolo fatto dal dutto della prima linea in quella aggionta quattro volte, & al quadrato de l'altra parte.

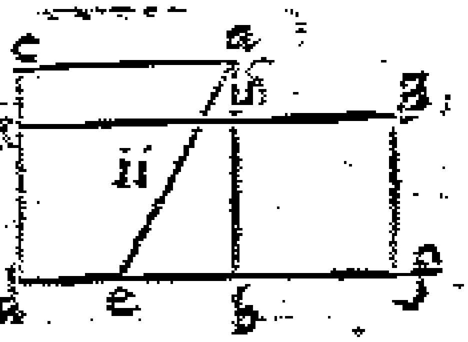


Sia la linea a.b. divisa in ponto c. allaquale sia aggionto in longo la linea b.d. equale alla parte c.b. dico che il quadrato de tutta la linea a.d. (ilquale sia a.d.e.f.) è equale a quattro rettangoli fatti della linea a.b. in la linea b.d. & al quadrato della linea a.c. Et questo sera manifesto dutto il diametro e.d. e dalli dui ponti c. & b. tirate le due linee c.g. & b.h. equidistante alla linea d.f. lequale segano il diametro e.d. nelli dui ponti l. & k. dalliquali ponti tiro le due linee p.q.k.r. & m.l.n.o equidistante alla linea a.d, dil che tutto il quadrato della a.d. sera diviso in nove superficie dellequale le superficie o.g. e tutta la superficie r.p. sono quadrate (per lo corrolario della quarta di questo) & perche il quadrato c.p. è diviso in le quattro superficie c.k. m.q. & l.p. delle quale le due cioe b.m. & n.q. son etiam quadrate (per lo [illegible] corrolario della quarta di questo) & perche o.d. è equale alla [illegible] (per la [illegible] del primo)

d. & d. g. siano in summa doppij alli detti duoi quadrati de a, c, & c, d, pur gionti insieme, & perche d, b, e equale al d. g. il quadrato de d. b. (per commune scientia) serà etiam equale al quadrato de d, g, seguita adonque che li duoi quadrati de, a, d. & b. d. gionti insieme siano doppij alli duoi quadrati de a. c. & c. d. pur gionti insieme, che è il proposito.

Problema. I. Propositione. II.

II
II Puotemo segare una data retta linea si conditionatamente che il rettangolo che e contenuto sotto di tutta la linea, & di una parte, sia equale al quadrato che vien fatto dell'altra parte.



Sia la data linea a, b, laqual volemo dividere cosi conditionatamente che quel vien produtto da tutta la linea in la sua menor parte sia equale al quadrato della l'altra maggior parte, & per far tal cosa descriverò il quadrato sopra la detta linea a, b, (per la quadragesima sesta del primo) il qual sia a, b, c, d, & divido il lato b, d, in due parti equale in ponto e, & protraco la a, e, & slongo etiam la e, b, fina in ponto f, talmente che la e. f. sia equale alla a. e. & sopra la parte intrinseca b. f. descrivo (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato b. f. g. h. il qual sega dalla linea a. b. la parte b. h. equale alla parte b. f. hor dico che la linea a. b. e divisa talmente in ponto h. che quello che e fatto da tutta la linea a, b, in la sua minor parte a, h, e equale al quadrato della parte b, h. Et per dimostrar questo slongo la g, h, per fin al k, laqual serà equidistante al a, c, perche adonque la linea d, b, e divisa in due parti equale in ponto e, et a quella egli è aggionta la linea b. f. Il rettangolo compreso sotto a tutta la linea d, f, & alla linea b, f, col quadrato della e, b, per la sesta di questo, serà equale al quadrato della e, f, & perche e, f, e equale alla e. a. il rettangolo adonque fatto della d, f, in la b, f, con lo quadrato della e, b, serà equale al quadrato della e, a, & perche il quadrato della e. a. (per la penultima del primo) e equale alli duoi quadrati delle due linee e. b. & a, b, seguita adonque che 'l rettangolo della d, f, in la, b, f, con lo quadrato della e, b, sia equale al medesimo quadrato della, e, b, insieme con lo quadrato della, a, b, levando via da l'una & l'altra summa il quadrato della detta e, b, li duoi rimanenti (per la tertia concettione) seranno fra loro equali, delli quali rimanenti l'uno serà il rettangolo fatto della, d, f, nella, b, f, & l'altro è il quadrato della a b. et perche il rettangolo fatto della, d, f, nella b. f. si è la superficie, d, g, perche, f, g, è equale al b. f. (per esser ciascun di loro lato del quadrato. b. f. g. h.) adonque la superficie, d, g, serà equale al quadrato della, a, b, cioè al quadrato, a, d, hor se communemente ne cavamo la superficie, d, h, li duoi rimanenti seranno anchora equali (per la detta tertia concettione) l'uno di quali rimanenti è la superficie, a, k, l'altro serà il quadrato b, f, g, h, & perche la superficie a. k, è contenuta sotto a tutta la linea, a, b, et al la sua minor parte, a, h, (per esser, a, c, equal età a, b,) & lo quadrato b, f, h, g, è il

quadra-

quadrato de.b.h.cioe de l'altra sua maggior parte, adonque la linea.a.b.serà diuisa secondo il proposito nel ponto.h.perche la superficie, ouer rettangolo de tutta la linea.a.b.in la sua minor parte.a.h.è equale al quadrato dell'altra sua maggior parte.h.b. Et nota che non bisogna affaticarsi in voler diuidere in questo modo vn numero perche è impossibile, come in la vigesima nona del sesto si manifestarà.

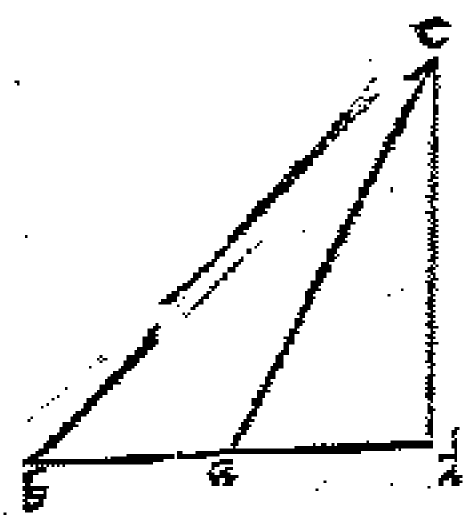
Il Tradottore.

La vigesima nona del sesto non dimostra quel che dice il commentatore, cioe che'l non si possa diuidere un numero sotto la detta conditione, anci la dimostra in la sesta del terziodecimo.

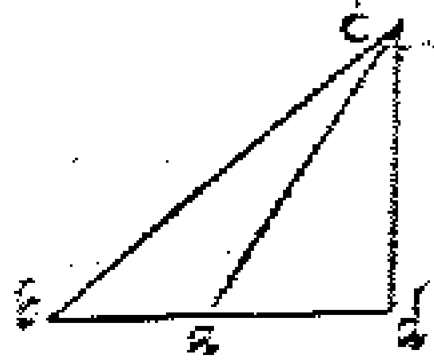
Theorema.12. Propositione.12.

12 In li triangoli che hanno un angolo ottuso tanto è piu potente quella linea che sotto tende a l'angolo ottuso, de ambi li altri duoi lati che contengono l'angolo ottuso, quanto è quello che è contenuto sotto uno di quelli lati, & quella linea a se direttamente congionta a l'angolo ottuso tagliata dalla perpendicolare di fora del triangolo due volte.

12



Sia il triangolo.a.b.c.elquale habbia l'angolo.a.ottuso dal ponto.c.sia ducta una linea perpendiculare al la linea.a.b.laqual de necessità cade fuora del triangolo.a.b.c.altramente l'angolo.a.seria retto, ouer minor d'un retto (per la sestadecima del primo) laqual cosa seria contra il presupposto, ouer che cadendo di dentro del triangolo sopra la linea.a.b.costituirà il triangolo verso.a.che li duoi angoli di quello seriano maggiori de duoi angoli retti, cioe l'angolo.a.insieme con l'angolo retto (che faria la perpendicolare) laqual cosa è impossibile, (per la trigesima seconda del primo) siche adonque la detta perpendicolare caderà de fuora del detto triangolo.a.b.c.laqual poniamo sia la linea.c.d.ma perche la linea.b.a.non arriua fina al ponto del cadimento della detta perpendiculare, però slongaremo quella per fina al detto ponto ilquale sia il ponto.d.hor dico che'l quadrato del lato.b.c. (ilquale sotto tende all'angolo.a.ottuso) è tanto maggior delli duoi quadrati delle due linee.a.b.&.a.c. (circondante il detto angolo.a.ottuso) quanto è il doppio di quello, che vien fatto dal.a.b.in.a.d.ma inanti che vegnamo alla demostratione bisogna notare qualmente la possanza di una linea, è in rispetto al suo quadrato. Onde tanto se dice poter una linea quanto è il quadrato descritto sopra a quella, ouer quanto è il produtto di quella tutta in se medesima, hor vegniamo alla dimostratione della proposta propositione. Per che la linea.b.d.è diuisa in due parti in ponto.a.dilche il quadrato de tutta la linea b.d.serà equale (per la.4.di questo) alli duoi quadrati delle due linee.b.a.&.a.d.& al doppio di quello che vien fatto della.a.b.in la.a.d.& perche il quadrato della b



c, (per la penultima del primo) e equale al quadrato della b,d, & al quadrato della d,c, adonque il quadrato di questa b,c, serà equale alli quadrati delle tre linee b,a, a,d, & d,c, & al doppio di quello che vien fatto dal a,b in a,d, ma (per la medesima penultima del primo) il quadrato della a,c, e equal alli dui quadrati delle due linee a,d, & d,c, adonque il quadrato della b,c, e equal alli dui quadrati delle due linee b,a, & c,a, & al doppio di quello che vien fatto della b.a in a, d, per laqual cosa il lato b, c, puo piu delle due linee b,a, a,c, tanto quanto il doppio di quello che vien fatto del a.b. in, a, d, perche gia hauemo detto che tanto se dice poter qualunque linea quanto quello che la produce dutta in se medesima, che è il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 13.

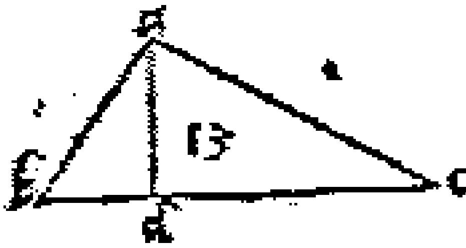
13 Quella linea che risguarda uno angolo acuto di ogni triangolo ossigonio, potentia meno de ambidui li altri lati, che contengono quel angolo acuto, [illegible] quello che è contenuto due volte sotto de quello lato alquale [illegible] perpendicolare di dentro, & a quella sua parte che giace fra quel angolo acuto & la perpendicolare.

Quello che qui se propone del lato risguardante alcun angolo acuto in el triangolo ossigonio se verifica del lato riguardante quel si voglia angolo acuto in ogni triangolo, o sia orthogonio, over ambligonio, over ossigonio.

Sia adunque il triangolo a.b.c. & sia quel triangolo si voglia che habbia lo angolo c, acuto se'l serà ossigonio tirando la perpendicolare dallo angolo a, over dello angolo b, al suo lato opposito, la detta perpendicolare sempre caderà di dentro del triangolo (come sotto si demostrarà) ma se'l detto triangolo a,b,c, serà ambligonio, over orthogonio tirando la perpendicolare dall'angolo ottuso (over dal retto) al lato opposito e necessario che quella cada di dentro del triangolo (e questo di sotto se demostrarà) sia adonque l'angolo a, retto over ottuso over acuto per lo triangolo ossigonio producendo da quello la perpendicolar al lato b.c. opposito caderà dentro del triangolo sopra la detta linea, over lato b,c, quella poniamo sia la linea a,d, & perche in ogni triangolo e necessario che gli sia dui angoli acuti (per la trigesima seconda del primo) el se lassa il presupposito l'angolo b, esser etiam acuto si come e l'angolo c, dico adonque che'l quadrato de a,b, (che opposito al angolo c, acuto) e tanto minor delli dui quadrati delle due linee a,c, & b, c, quanto e il doppio di quello che vien fatto della b,c, in la d,c, over dico che'l quadrato della a, c, (ilquale etiam e opposito all angolo b, ilquale ponessemo etiam acuto) e tanto minor delli dui quadrati delle due linee a.b. & b.c. quanto è il doppio di quello che vien fatto della c,b, in la d,b, perche la linea b,c, divisa in due parti nel ponto d, il

quadra-

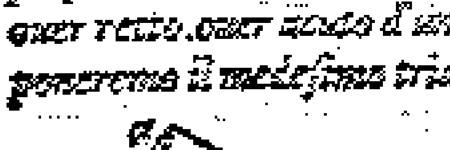
quadrato di tutta la linea b,c, cō lo quadrato della parte d,c, (p la 7. di q̃sto) serà equal a quello che vien fatto della b,c, in la d,c, due volte et al quadrato dell'altra parte (cioe della b,d,) il che agiongendo a l'uno e l'altro il quadrato della a,d, sera etiam il quadrato della b,c, con li dui quadrati delle due linee a,d, & d,c, equale alli dui quadrati delle due linee a,d, & d,b, & al doppio di quello che vien fatto della b,c, in la c,d, & perche (per la penultima del primo) il quadrato della a,c, e equale alli quadrati delle due linee a,d, & d,c, adonque il quadrato della b,c, con lo quadrato della a,c, e equal alli quadrati delle due linee a,d, & b,d, & al doppio di quello rettangolo che vien fatto della b,c, in la c,d, (ma per la medesima penultima del primo) il quadrato de a,b, e equal alli dui quadrati delle due linee a,d, & b,d, adonque il quadrato della b,c, con lo quadrato della a,c, sie equal al quadrato della a,b, & al doppio di quel che vien fatto della b,c, in la c,d, per laqual cosa il quadrato solo della a,b, saria minor delli detti duo



quadrati de b,c, & a,c, quanto saria il doppio di quel che vien fatto della detta b,c, in la c,d, che è il proposito, per simil modo tu approuerai, che'l quadrato del lato a,c, che opposito all'angolo b, acuto, esser tanto minor delli quadrati delle due linee a,b, & b,c, quanto è il doppio di quello che vien fatto della a,b, in la la b,d, Et e da notar che per questa, & per la precedente, e per la penultima del primo, che conosciuto che hauemo li lati di ogni triangolo se conosce la area superficial di quello, & con lo agiuto delle tauole de corde, & arco, se cognosce in ogni angolo di quello.

Il Tradottore.

Hora per approuare che tirando de l'angolo a, del proposto triangolo a,b,c, una perpendicolare al lato b,c, opposito come le necessario (essendo l'angolo a, obtuso ouer retto, ouer acuto d'un triangolo ossigonio) che lei cada di dentro del triangolo, poneremo il medesimo triangolo a,b,c, & prosupponeremo (che tirando di detto angolo a, una perpendicolare alla linea b,c, che'l sia possibile (per l'aduersario) che la cada de fuora del triangolo nel ponto d, & longarò la linea c,b, per fin al detto ponto d, & serà costituido il triangolo a,b,d, de fora del proposto triangolo a,b,c, et perche li dui angoli a,b,c, & a,c,b, stante l'angolo a, secondo il prosupposito



(per la trigesima seconda del primo) sono acuti, adonque se l'angolo a,b,c, è acuto l'angolo a,b,d, del triangolo a,b,d, (per la terza decima del primo) serà obtuso & l'altro angolo a,d,b, (per esser constituido della perpendicolare a,d,) serà retto, adonque li dui angoli a,b,d, & a,d,b, (del triangolo a,b,d,) gionti insieme seriano maggiori de dui angoli retti, laqual cosa è impossibile (per la decima settima del primo) seguita adonque che la detta perpendicolar debba cader di dentro del triangolo de necessità, ch'è il proposito.

Prolle-

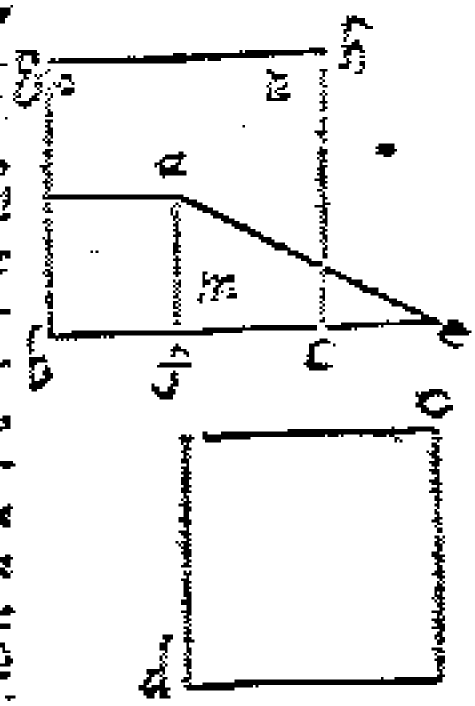
Problema 2. Propositione 14.

o Proposti duoi quadrati, come si voglia, a l'uno di quelli potemo descrivere un gnomone equale all'altro.

Il Tradottore.

Questa propositione in la prima tradottione fu posta in fine del primo libro, ma per non esser iui suo conveniente loco, la hauemo quiui assettata.

Siano adunque proposti li duoi quadrati, a, b, & c, d. & sia il proposito de descriuere atorno il quadrato a.b. un gnomone, che sia equale a l'altro quadrato. c.d. Per tanto sia alongato uno di lati del quadrato, a, b, direttamente, per fina alla equalità d'uno di lati del quadrato, c, d, et sia, f, e, cioe che, f, e, sia equal a uno de lati del quadrato, c, d, & dal ponto, e sia tirata una linea al ponto, a, (angolo del quadrato, a, b,) et serà constituido il triangolo. a. f. e. orthogonio (per esser l'angolo, a, f, e, retto) & perche il quadrato de, a, e, si è tanto quanto li duoi quadrati delle due linee, a. f. & f. e. (per la penultima del primo,) ma il quadrato della. f. e è equale al quadrato, c, d, & lo quadrato della, a, f, è equale al quadrato. a. b. adonque il quadrato della, a, e, si è equale alli duoi quadrati a. b. & c. d. Et perche li duoi lati, a, f, & f, e sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato a. e. & perche la b. f. si è equale alla. f. a tutta la linea. b. e serà maggiore del ditto lato. a. e. Adonque della linea, b, e, sia resegata la parte. b. c. (per la terza del primo) equale al lato, a, e talmente che la, b, c, sia equale alla ditta, a, e, & sopra la linea. b. c. (per la quadragesima sesta del primo) sia constituido il quadrato b. c. g. h. il qual quadrato, b, c, g, h, è equale al quadrato della, a, e, (come di sopra fu approuato) si è equale alli duoi quadrati, a, b, & c, d, adonque il quadrato. b. c. g. h. (per la prima concettione) serà equale alli duoi quadrati, a, b, & c, d, ma il quadrato. b. c. g. h. sopr'abunda il quadrato, a, b, nel gnomone, m, n, o, il qual gnomone, m, n, o, verrà a esser equale al quadrato c, d, adonque atorno il quadrato, a, b, hauemo descritto il gnomone m n o. equale a l'altro quadrato, c, d, che è il proposito.

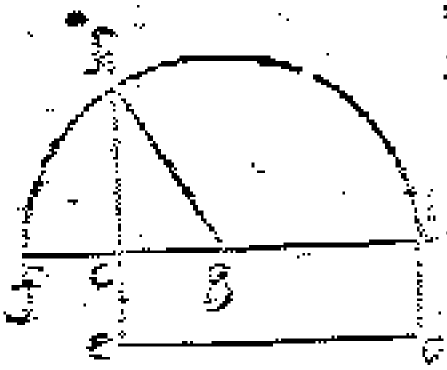


Problema 3. Propositione 15.

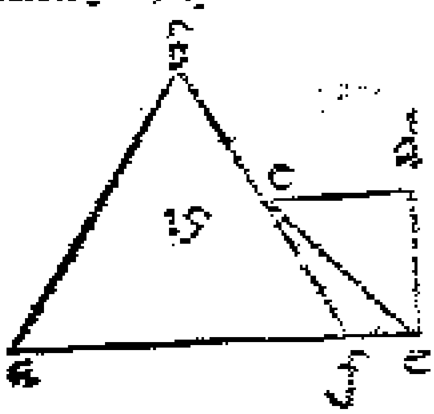
14 Potemo descriuere un quadrato equale a uno dato triangolo.

14

Sia il dato triangolo, a, al quale noi volemo descriuere uno quadrato equale, designarò una superficie de lati equidistanti, & de angoli retti (per la quadragesima seconda del primo) equale al dato triangolo, a, laqual pongo sia la superficie, b, c, d, e, & se per caso li lati di quella fussero equali, cioe, che lo lato, b, d, fusse equale al lato, d, e, noi hauerissimo quello che cercamo, perche la detta superficie



perficie per la diffinitione seria un quadrato, come se
adimanda, ma se li lati seranno inequali alhora agiu
gero il lato minore, al lato maggiore in diritto, zoe la
c.f. cioe che, e.f. sia equale al, c.e. suo minor lato, il qua
le è agionto in diritto al b.c. suo maggior lato secondo
la rettitudine, hor tutta questa linea, b.f. dividero in
due parti equale in ponto, g. & fatto, g. centro sopra la
linea b.f. secondo la quantita della linea g.b. descrive-
rò il mezzo cerchio b.h.f. & lo lato, e.c. allongarò per
fina a tanto che'l seghi la circonferentia in ponto, h. hor
dico che'l quadrato della linea, c.h. è equal al dito trian
golo dato. Et per dimostrar questo io tirarò la linea, g.
h. et perche la linea, f.b. divisa in due parti equali in pon
to, g. & in due parti inequali in ponto, c. quello che vien
fatto del dutto della b.c. in la, c.f. con lo quadrato del
la, c.g. (per la quinta di questo) è equale al quadrato
della, g.f. & perche, g.h. è equale alla g.f. (per la quin
tadecima diffinitione del primo.) perche ambedue se
partono dal centro, g. e vanno alla circonferentia, adonque quello che vien fatto dal
dutto della, b.c. in la, c.f. con lo quadrato della, g.c. serà equale al quadrato della,
g.h. & perche il quadrato della, g.h. si è equale (per la penultima del primo) alli
duoi quadrati delle due linee, g.c. & c.h. adonque li detti duoi quadrati de g.c. &
c.h. seranno equali al detto quadrato de g.c. insieme con quello ch'è fatto dal dutto
della b.c. in la c.f. levando adonque comunemente dal l'una e l'altra parte il qua
drato della, c.g. restarà il quadrato solo della c.h. equal a quello che vien fatto dal
dutto della b.c. in la c.f. & perche il dutto della b.c. in la c.f. e equale alla super-
ficie b.c.d.e. perche la c.e. e equale alla c.f. adonque il quadrato della linea c.h. serà
equale alla superficie, b.c.d.e. e perche la superficie b.
c.d.e. è equale al triangolo, a. adonque il quadrato de
la linea c.h. serà equale (per la prima concettione) al
triangolo, a. che è il proposito. Et nota che per questo
modo se trova il lato tetragonico de qual si voglia figu
ra piu longa da una banda che dall'altra, & simpli-
cemente d'ogni figura contenuta da linee rette sia come
si voglia, perche ogni tal figura la resolvemo in trian-
goli, & de ciascuno di quelli triangoli, trovamo il



lato tetragonico secondo la dottrina di questa propositione, & dapoi trovamo (per
la penultima del primo) una linea laqual possi tutti quei lati tetragonici trovati
esempli gratia, voglio al presente trovar il lato tetragonico della figura irregular
a.b.c.d.e.f. resolvo quella in tre triangoli quali sono, a.b.f. c.d.e. & c.f.e. Ancho-
ra secondo la dottrina di questa ritrovo li lati tetragonici di questi tre triangoli, qua
li siano g.h. h.k. & k.l. erigo la, h.k. perpendicularmente sopra la g.h. e tiro la g.k.

onde

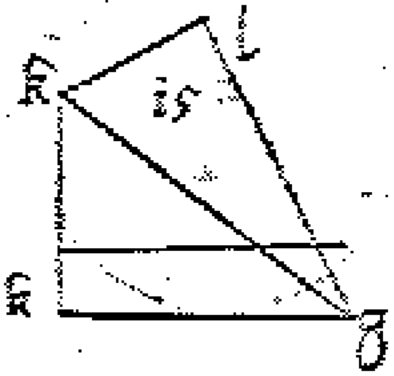
tuale per la penultima del primo) il quadrato della g. k. sarà equale alli quadrati delle due linee, g. h. & h. k. & lo terzo lato, k. l. costituisco perpendicolarmente sopra la linea g. k. & tiro la linea g. l. e la linea g. l. (per la detta penultima del primo) sarà il lato tetragonico di tutta la figura rettilinea proposta, ch'è il nostro proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa ultima propositione di questo secondo libro in la seconda tradottione dice in questa forma.

Possiamo constituir un quadrato equale a un dato rettilineo.

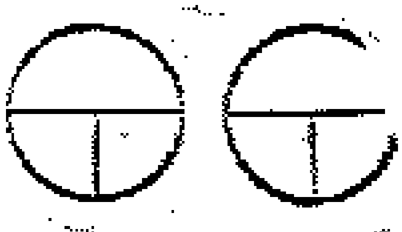
La qual propositione è più generale della soprascritta, perche lei propone tutto quello, che agionge il commentatore nella soprascritta, ma non la conclude, per il modo dato di sopra anzi la conclude per la quadragesimaquinta del primo, della qual manca la prima tradottione, cioe lui vol che sia costituito uno parallelogrammo rettangolo equal al dato rettilineo (per la detta quadragesimaquinta del primo) dapoi procede come di sopra si fece del parallelogrammo, b, d, z, e.



LIBRO TERZO DI EVCLIDE.

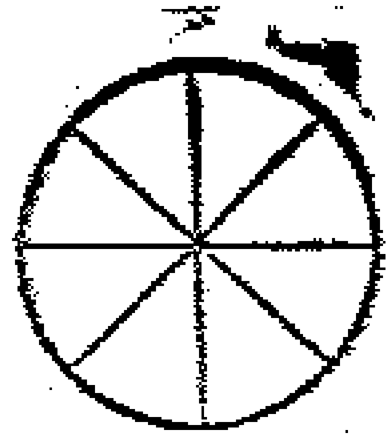
Diffinitione prima.

1 L I cerchi se dicono esser equali, quando li diametri, over li mezi diametri di quelli sono equali, & maggiori quelli di quali li detti diametri, over mezzi diametri sono maggiori, & minori quelli di quali sono minori.



Il Tradottore.

QVESTA diffinitione, over suppositione è assai manifesta da se, cioe che cerchi che hanno li lor diametri, over li lor mezi diametri equali sono fra loro equa

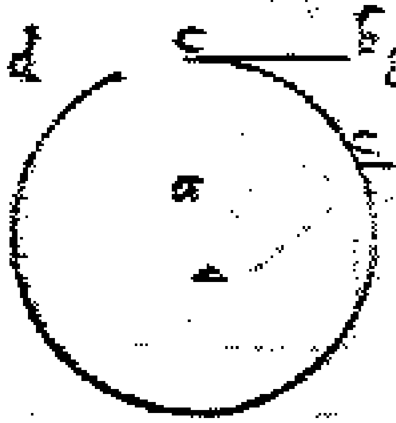


li, & quelli che li hanno maggiori sono maggiori, & econuerso, e questo basta senza altro essempio, però è che questa è piu presto supposizione, ouer positione che diffinitione.

Diffinitione 2.

2/2 Vna linea se dice toccare un cerchio, quando che la tocca il cerchio, talmente che alongandola da l'una e l'altra parte, quella non segha il cerchio.

Il Tradottore.



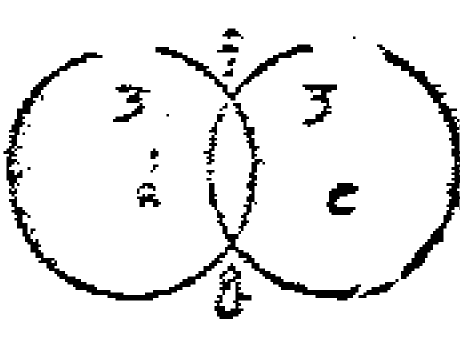
In la presente diffinitione vien notificato come vna linea vien detta toccare vn cerchio quando quella tocca il detto cerchio talmente che alongandola da l'vna e l'altra parte la non segha il detto cerchio, per essempio, sia il detto cerchio, a, toccado dalla linea, b, c, in ponto, c, & dalla linea, e, f, in ponto, e, & perche chi tirasse, ouer producesse la linea, b, c, dalla parte, c, ouer [illegible], ouer dalla parte, b, verso, g, lei non segaria il detto cerchio, come al senso si puo considerare, però se dirà che la detta linea, b, c, tocca il detto cerchio in lo detto ponto, c, laqual cosa non si puo dire della linea, e, f, perche chi tirasse quella dalla parte, e, inuersa, a, [illegible] lei segaria il detto cerchio come da te puoi considerare, però non si dirà che essa linea, e, f, sia toccante il cerchio, a, anzi sia segante il detto cerchio, & [illegible] sara toccante il detto cerchio.

Diffinitione 3.

3/3 Quelli cerchi se dicono toccarse insieme liquali toccandosi fra loro non si seghano.

Il Tradottore.

In questa diffinitione vien dechiarito come li cerchi sono detti toccarsi fra loro quando quelli si toccano l'vno cō l'altro, e non si segano essempio, siano li dui cerchi a, & b, liquali si toccano nel ponto, c, & li dui cerchi d, & e, liquali si toccano etiam loro, ma si seghano nelli dui ponti f, & g, dico che li dui cerchi, a, & b, che si toccano, & nō si seghano nel ponto, c, se dirāno toccarsi fra loro nel ponto, c, laqual cosa nō si dirà delli dui cerchi d, & e, abenche anchora loro si toccano, perche nel toccar che fanno si seghano nelli dui ponti f, g, anzi se dirāno seganti fra loro & li dui, a, b, se toccarāno & similmente li dui, b, & e, in ponto, m.

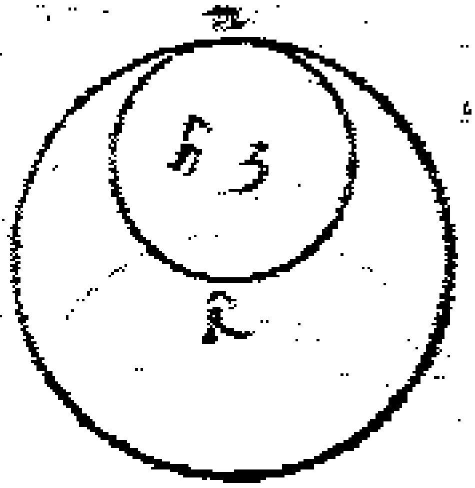


Diffi-

Diffinitione. 4.

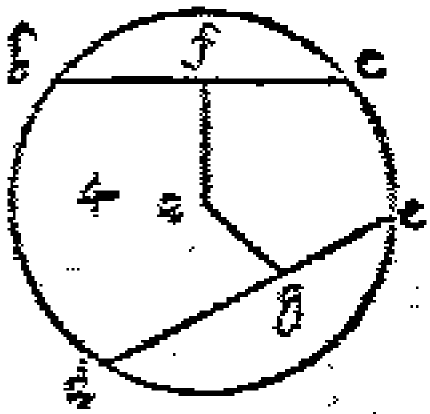
4 Le linee rette in vn cerchio sono dette equalmente distante dal centro, 4 quando le perpendicolare tratte dal centro, a quelle seranno equale.

Il Tradottore.



El se dechiara in questa diffinitione che le linee rette tirate in qualche cerchio sono dette equalmente distare dal centro del detto cerchio, quando le perpendicolare dal detto centro, a [illegible] a quelle seranno equali, essempio siano le due linee b. c. & d. e. nel cerchio, a. [illegible] (dal centro a.) siano dette [illegible] perpendicolare a. f. et a. g. se per caso le dette due perpendicolare cioe, a. f. & a. g. seranno equale le dette due linee. b. c. & d. e. se diranno equalmente distare dal centro [illegible].

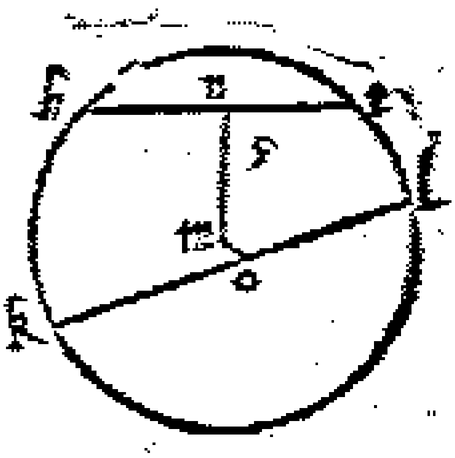
Diffinitione. 5.



5 Et piu distare dal centro è detta quella in la 4 quale cade piu longa la detta perpendicolare.

Il Tradottore.

Questa diffinitione, ancora la sia difficile dalla pessata, tamen la se die intendere congionta con quella, perche dice che le linee qual descritte in qualche cerchio, quella è detta piu distare dal centro del detto cerchio, in laqual cade la perpendicolare piu longa, essempio siano le due linee, h. i. & K. L. in lo cerchio m. sopra delle quale dal centro m. siano tirate per la duodecima del primo, le due perpendicolare m. n. & m. o. & perche la perpendicolare m. n. è piu longa della perpendicolare m. o se dirà che la linea h. i. è piu distante dal centro m. che non è la linea K. L. & questo è quello, che se vuol inferire.



6 Diffinitione. 6.

6 Quella linea retta che contiene la parte d'vn cerchio è detta corda.

Il Tradottore.

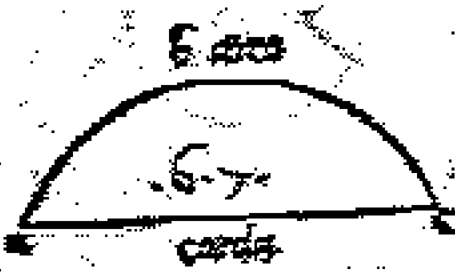
La presente diffinitione ne advertisse come quella linea retta che contiene la parte d'vn cerchio è nominata, corda, essempio sia la parte del cerchio. a. b. c.

contenuta dalla linea curua a.b.c. & dalla linea retta a.c. dice che la linea a.c. è detta corda.

Diffinitione. 7.

7/o Et la parte della circonferentia se chiama arco.

Il Tradottore.



La presente diffinitione seguitando le parole della precedente dice che quella parte di circonferentia che contiene la detta parte di cerchio è chiamato arco, come seria la linea curua a.b.c. della figura superiore laquale si dissegnaua per lo essempio di questa.

Diffinitione. 8.

8/6 Et l'angolo che è contenuto dalla corda e dal arco è detto angolo della portione.

Il Tradottore.

La presente diffinitione dice che l'angolo che è contenuto dalla corda & dallo arco d'una portione è detto angolo della portione essempio sia la portione c.d.e dico che ciascuno delli dui angoli contenuti dalla corda c.e. & dal arco c.d.e. sono detti angoli della portione liquali angoli l'uno è l'angolo .c. & l'altro è l'angolo .e. &c.

Diffinitione. 9.

9/7 L'angolo, che è contenuto da due linee rette che vsciscono da qualunque ponto che sia in l'arco, & vadino alli termini della corda, è detto stare sopra l'arco.

Il Tradottore.

Questa diffinitione admonisce, che quel angolo è detto stare sopra de l'arco, ilquale è contenuto da due linee rette dutte di qual si voglia ponto, che sia in l'arco alli duoi termini della corda, essempio sia la portione a.b.c. & sopra de l'arco sia tolto il ponto b. dal quale tirando le due linee a.b. & c.b. alli duoi termini della corda a.c. serà constituido l'angolo a.b.c. ilqual angolo a.b.c. è detto stare sopra l'arco a.b.c. ideo, &c.

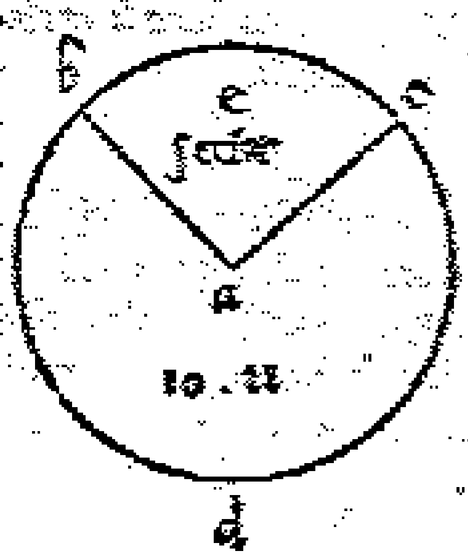
Diffinitione 10.

9/10 Settor dal cerchio è una figura, che è contenuta sotto a due linee rette, dutte dal centro, & sotto a l'arco comprehenso da quelle.

Il Tra-

Il Tradottore.

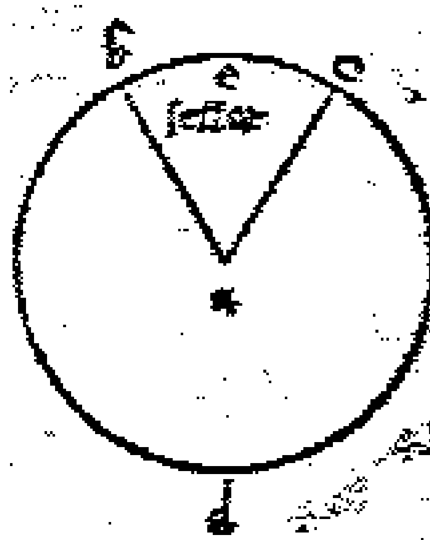
La presente diffinitione ne da intendere come il settor di cerchio è una figura laquale è contenuta sotto a due linee rette dutte dal centro, & sotto l'arco cõpreso de quello, essempio, sia il cerchio .b.c.d. descritto sopra il centro .a. dal qual centro .a. dutte le due linee .a.b. & .a.c. dice che la figura che è contenuta dalle due linee rette .a.b. & .a.c. & dallo arco .b.c. se dimanda settor di cerchio.



Diffinitione 10.

10 Et l'angolo contenuto da quelle due linee è detto stare sopra il centro.

Il Tradottore.



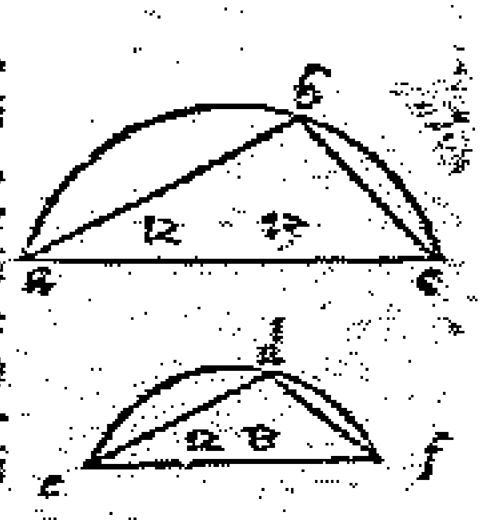
La presente diffinitione seguitando la precedente dechiara l'angolo circondato, over cõtenuto da quelle due linee rette dutte dal cẽtro del detto cerchio è detto stare sopra il centro del detto cerchio, il qual angolo seria quello che è contenuto dalle due linee .a.b. et .a.c. sopra il centro .a. della figura circular della diffinitione precedente, laqual satisfa per lo essempio etiam di questa.

Diffinitione 12.

12/10 Le portioni di cerchi sono dette simile, in lequali li angoli, che stanno sopra l'archo sono fra loro equali.

Il Tradottore.

La presente diffinitione ne aduertisse come le portioni, over parti di cerchi sono dette simile, in lequali li angoli che stanno sopra l'arco sono equali fra loro, essempio, siano le due portioni .a.b.c. & .e.d.f. havendo ciascuna di loro uno angolo sopra del suo arco, liquali angoli l'uno sia l'angolo .b. (contenuto dalle due linee rette .a.b. & .c.b. sopra l'arco .a.b.c. nel detto põto .b.) l'altro sia lo angolo .d. (contenuto dalle due linee rette .e.d. & .f.d. sopra l'arco .e.d.f. nel detto ponto .d.) dice adunque che se l'angolo .b. (che è sopra l'arco .a.b.c.) serà equal al angolo .d. (che è sopra l'arco .e.d.f.) la portion .a.b.c. serà simile alla portion .e.d.f. ben che l'una sia de maggior cerchio che l'altra.



Diffinitione. 13.

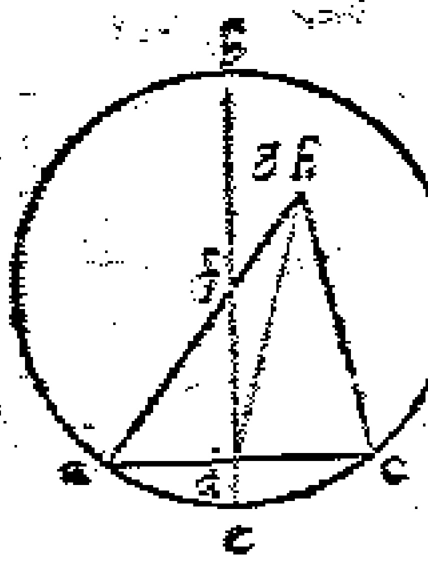
13 Anchora li archi sono simili, liquali al predetto modo riceueno equali
0 angoli.

Il Tradottore.

La presente diffinitione seguitando il parlar della precedente dice che anchora li archi delle dette portioni sono simili, quando che receueno al predetto modo li angoli equali, cioè al modo della precedente, essempio, se l'angolo .b. contenuto dalle due linee .a.b. & .c.b. (della precedente) sopra l'arco .a.b.c. serà equale all'angolo .d. contenuto dalle due rette .e.d. & .f.d. sopra dell'arco .e.d.f. (pur della figura della precedente) all'hora l'arco .a.b.c. serà simile al'arco .e.d.f. ben che l'uno sia maggior dal'altro & questo è quello che se vuol inferire.

Problema. 1. Propositione. 1.

1
1 Puotemo ritrouare el centro d'un proposto cerchio.



Sia il proposto cerchio .a.b.c. del quale volemo ritrouare il suo centro tiro nel detto cerchio la linea .a.c. la qual termini oue si voglia nella circonferentia di esso cerchio laqual linea .a.c. (per la decima del primo) diuido in due parte equali nel ponto .d. dal qual ponto .d. (per la undecima del primo) conduco una perpendicolare alla detta linea .a.c. et quella produco da ambe le parti fin che la se applica alla circonferentia laquale sia la linea .b.d.e. laqual linea .b.e. per diuido in due parti equali in ponto .f. (per la detta decima del primo) il qual ponto .f. dico esser il centro del detto cerchio, perche se quello non è il centro del detto cerchio, (per lo aduersario) quel serà adonque over in la linea .b.e. over che serà di fora di quella hor dico che l'non puo esser nella detta linea .b.e. & se pur il fusse possibile per l'aduersario ponimo che'l sia il ponto .g. essendo adonque il ponto .g. il centro del detto cerchio la linea .g.b. seria (per la diffinitione quintadecima del primo) equale alla linea .g.e. (perche ciascuna se parte dal centro e va alla circonferentia) e perche la .f.e. e anchora equale alla .f.b. (per commune sententia) la .f.b. serà maggior della parte .g.b. e conseguentemente la .e.f. seria etiam maggior della .g.e. (essendo la .g.e. equale alla detta .g.b.) laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte .f.e. sia maggior del tutto cioè della .g.e. seguita adonque che'l detto centro non puo esser nella detta linea .b.e. eccetto che nel ponto .f. Anchora dico che l'non puo esser de fuora della detta linea .b.e. e se pur fusse possibile (per lo detto aduersario) ponamo che'l sia il ponto .h. e fatto tirare le linee .h.a. .h.d. .h.c. et serà costituido li duoi triangoli .h.a.d. et .h.d.c. et perche li duoi lati .h.d. & .d.a. del triangolo .h.a.d. sono equali

li alli

E li duoi lati b.d. & d.a del triangolo b.d.a, & similmente la basa b.a. dell'uno serà eguale alla basa b.e dell'altro (perche ambe si partono dal centro b. et vanno a la circonferentia) seguiteria adonque (per la ottaua del primo) che l'angolo. b.d.a. dell'uno seria eguale all'angolo b.d.e. dell'altro, & perche questi duoi angoli b.d.a. & b.d.e. sono causati dalla linea b.d. cadente sopra la linea a.e. adonque essendo li detti duoi angoli, equali, ciascun di loro seria retto (per la ottaua diffinitione del primo) e perche l'angolo, a.d.f. fu constituido retto adonque l'angolo a.d.b. seria equale all'angolo a.d.f. (per la terza petitione per esser ambiduoi retti laqual cosa è impossibile, per la ultima conceptione (che la parte sia equale al tutto, seguita adonque che'l centro del dato cerchio, non possendo esser in alcun loco da fuora del ponto f. che quel sia nel proprio ponto, f. che è il proposito.

Corellario.

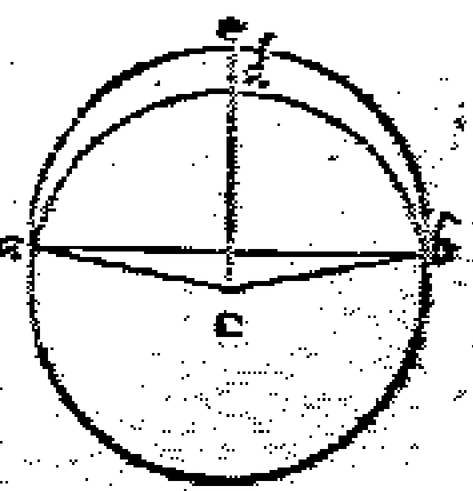
1/1 Onde egli è manifesto che due linee rette in un medesmo cerchio che terminano in la circonferentia, niuna di quelle segharà l'altra orthogonalmente in due parti equale, se quella non transisse sopra il centro.

Il Tradottore.

In questo correlario se conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra egli è manifesto che se due linee rette seranno in un cerchio terminante nella circonferentia di quello mai l'una segharà l'altra orthogonalmente in due parti equale se quella non passa per il centro di esso cerchio, si come di sopra si è visto nella linea b.e. laquale sega la linea a.e. orthogonalmente in due parti equale in ponto d. & quella passar per lo ponto f. centro del detto cerchio a.b.c. e questo è quello che nel correlario se vol inferire.

Theorema. 1. Propositione. 2.

2/2 Se si menarà una linea retta da uno a l'altro de duoi ponti signati in su la circonferentia d'un cerchio è necessario che quella seghi il cerchio.



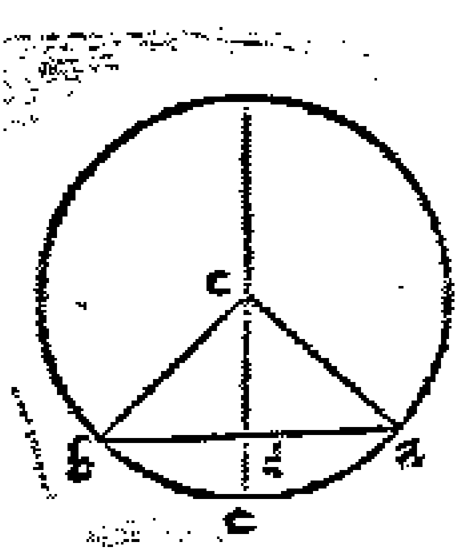
Sia il cerchio a.b. il centro del qual sia il ponto c. & sopra della circonferentia di quello siano li duoi ponti a. & b. Dico che ducendo una linea retta dal ponto a. al ponto b. la necessario che quella seghi il detto cerchio a.b. & se possibil fusse per l'adversario ch'ella non lo seghi, ma che quella transisca di fuora del detto cerchio ponemo sia la linea a.e.b. & che sia retta per satisfar lo detto adversario dal centro c. produrò le due linee c.a. et c.b. et serà constituido il triangolo delle tre linee c.a. c.b. & della linea a.e.b. del quale li duoi lati c.a. et c.b. sono equali perche ambiduoi vanno dal centro alla circonferentia, adonque (per la quinta del primo) l'angolo c.a.b. serà equal all'angolo c.b.a. [illegible] so-

pra

pra la detta linea.a.e.b.laqual sega la circonferentia nel ponto.d.& diuide il det-
to triangolo.a.b.c.in li duoi triangoli.c.e.b,et.c.e.a.& perche l'angolo.c.e.a.estrin
seco(per la sesta decima del primo)e maggior dell'angolo.c.b.e.intrinsico a se op-
posito,& perche l'angolo.c.a.b.e equale al detto angolo.c.b.e.seguita adonq;(per
commune scientia)che'l detto angolo.c.e.a sia etiam maggiore del detto angolo.c.
a.e.(& per la decima nona del primo)il lato.a.c.sera maggiore del lato.c.e.& p
che.c.d.e equal(per la decima quarta diffinition del primo)al detto lato.c.a.segui
ta adonque(per commune scientia)che la detta linea.c.d.sia maggiore della detta
linea.c.e.laqual cosa e impossibile,cioe che la parte sia maggiore de tutto (per la
ultima concettione,perche adonque la detta linea congiongente li detti duoi pon-
ti.a.& .b.non puo transire de fuora del detto cerchio, ne medesimamente di den
tro,& transiendo di dentro segharà quello, che è il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 3.

3
— Se serà vna linea retta collocata dentro a vno cerchio, laqual non pas
3 sa per il centro,& che vn'altra che vengi dal centro seghi quella in due parti
equali,egli è necessario che la stia sopra a quella orthogonalmente, & se
-- lei starà sopra a quella orthogonalmente è necessario che la diuida quella
in due parti equali.



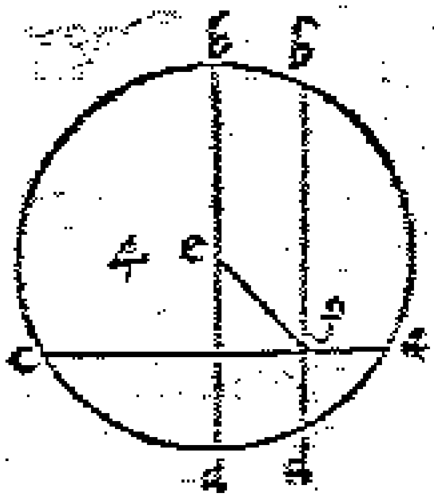
Sia la linea.a.b.collocata dentro del cerchio.a.b.
il cētro del qual sia il ponto.c.& la linea.c.d.che vien
dal centro,e quella diuida la linea.b.a.in due parti
equali nel ponto.d.dico che la detta linea.c.d.diuide
la detta linea.b.a.orthogonalmēte,cioe che la.c.d.e p
perdicolare sopra la.b.a.& è conuerso, cioe che se la
linea.c.d.diuide la detta linea.b.a.orthogonalmēte di
co che lei diuide la detta linea.b.a.in due parti equa
le. Et p dimostrar questo produrò dal ponto.c.le due li
nee.c.b.& .c.a.constituendo il triangolo.c.b.a.diuiso
in duoi triangoli dalla linea.c.d.hor ponerremo prima
che la detta linea.c.d.diuida in due parti equali la detta linea.a.b.adonque li duoi
lati.c.d.& .d.a.del triangolo.c.d.a.seranno equali alli duoi lati.c.d.& .d.b.del
triangolo.c.d.b.& la basa.c.a.alla basa.c.b.serà equale,perche ambe vengō dal
centro.c.& vanno alla circonferentia, adonque,per la ottaua del primo,l'angolo.
d.dell'uno serà equale all'angolo.d.dell'altro , ilche,per la ottaua diffinitione del
primo,ciascun di loro serà retto,per la nona diffinition del detto,la linea.c.d.se
rà perpendicolare sopra della detta linea.b.a.che è il primo proposito, hor vegnia
mo al secondo ponendo che la.c.d.sia perpendicolare sopra la.b.a.dimostrarò che
la detta.c.d.diuide la detta.b.a.in due parti equali,in questo modo perche,la.c.d.
e perpendicolare sopra la.b.a.seranno li duoi angoli quali sono al ponto.d.ambiduoi
retti,ilche l'uno serà equale all'altro,& perche lo angolo.c.a.d.è etiam equale.

(per la quinta del primo) all'angolo .c.b.d. per esser tutto il triangolo .c.b.a. de duoi lati equali, adonque li duoi angoli .c.d.b. & .c.b.d. del triangolo .c.d.b. sono equali alli duoi angoli .c.d.a. et .c.a.d. del triangolo .c.a.d. & il lato .c.d. dell'uno è equale al lato .c.d. dell'altro adonque (per la vigesima sesta del primo) il lato .b.d. serà equale al lato .a.d. adonque la linea .b.a. verrà a esser divisa in due parti equale nel ponto .d. che è il secondo proposito.

Theorema .3. Propositione .4.

4 Se due linee rette se segaranno fra loro dentro d'un cerchio, et che ambe due non transiscano sopra il centro, le necessario che quelle non si seghino fra loro in parti equale.

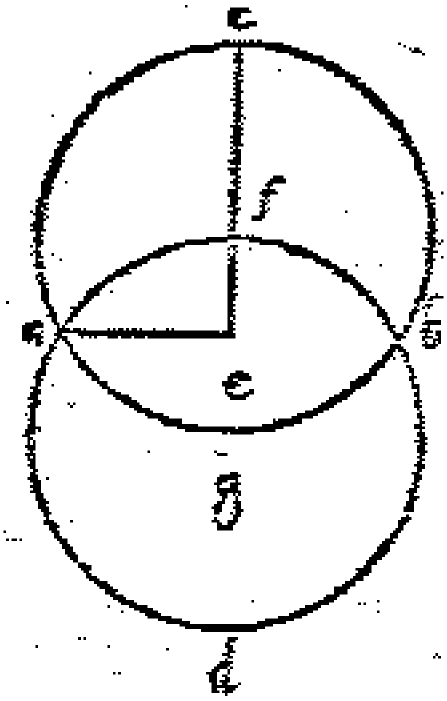
Sia il cerchio .a.b.c.d. il centro del quale sia il ponto .e. nel quale siano le due linee .a.c. & .b.d. lequal si seghino fra loro nel ponto .f. & l'una e l'altra, over una di quelle non passi per lo centro .e. Dico che infra loro non si dividono in parti equali, cioè che l'una e l'altra sia divisa dall'altra in due parti equali, e quando questo fusse possibile per l'adversario, poniamo prima che ne l'una ne l'altra passi per lo centro .e. & che si dividino in parti equale (per l'adversario) in ponto .f. tirarò la linea .e.f. & perche .e.f. vien dal centro .e. & divide le due linee dette in duoi parti equale nel detto ponto .f. adonque (per la prima parte della precedente) seria perpendicolare sopra ciascuna di quelle et li duoi angoli .e.f.a. & .e.f.c. fatti sopra la .a.c. saria ciascun di loro retto & similmente l'uno e l'altro delli altri dui angoli .e.f.d. & .e.f.b. (fatti sopra la linea .b.d.) seria etiam retto & perche li angoli retti son equali (per la quarta petition) adonque l'angolo .e.f.c. saria equale all'angolo .e.f.d. laqual cosa è impossibile che l'angolo .e.f.c. minore sia equale all'angolo .e.f.d. maggiore, adonque le dette due linee .a.c. & .b.d. non se ponno dividere fra loro in parti equale, similmente se una transisse per lo centro .e. & l'altra non, le pur necessario che le non se possino dividere fra loro in parti equale. & se possibile fusse per l'adversario) poniamo che la .b.d. passi per lo centro .e. & la .a.c. non, & che pur ambe se dividino in parti equali, adonque se la .b.d. che viene dal centro .e. divide la linea .a.c. in due parti equali, è necessario, per lo correlario della prima di questo, che la .b.d. sia perpendicolare sopra la .a.c. & se la .b.d. sega la .a.c. perpendicolarmente similmente la .a.c. segarà etiam la .b.d. perpendicolarmente, & se la .a.c. sega la .b.d. perpendicolarmente & in due parti equale, per l'adversario, è necessario per lo detto correlario della prima di questo, che la .a.c. passi per lo centro .e. che saria contra il presupposito, seguita adonque che se in un circolo seranno due linee che si seghan ambedue non serano segate in parti equal se ambedue non passino sopra il centro che è il proposito.



Theo-

Theorema .4. Propositione .5.

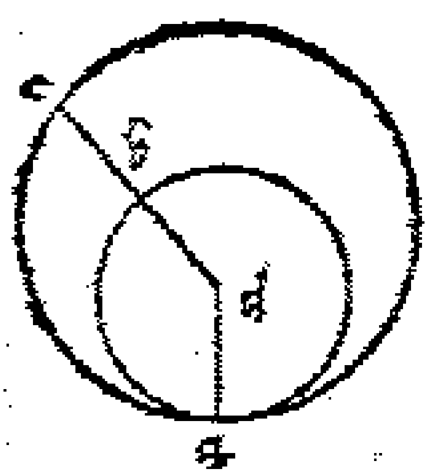
5 / 5 Li centri di cerchi, che fra loro si segano, è necessario esser diuersi.



Siano li dui cerchi .a.c.b. & .a.d.b. liquali si seghino fra loro nelli dui ponti .a. & .b. Dico che li centri di questi tal cerchi sono diuersi, cioe che sono diuersi lochi, ouer che nõ ponno esser descritti questi dui cerchi sopra un medesimo centro ma in diuersi centri. ma se possibil fusse (per l'aduersario) che ambidui hauessino uno medesimo centro, ponimo che quello sia il ponto .e. cioè che ponto .e. sia commun centro di ambidui li detti cerchi, produrò le due linee .e.a. & .e.f. & per che le due linee .e.a. & .e.f. si partono dal centro .e. & uanno alla circonferentia del cerchio .a.f.b.d. seranno equali (per la decimaquarta diffinitione del primo) & similmente la linea .e.a. seria etiam lei equale alla linea .e.a. perche anchora loro uanno da dito centro .e. alla circonferentia del cerchio .a.c.b.g. & perche le due linee, cioe .e.g. & la parte .e.f. ambe sono equale alla linea .e.a. (per la prima concettione) seriano etiã fra loro equale: laqual cosa è impossibile (per la ultima cõcettione) che la parte sia equale al tutto seguita adonque che li detti dui cerchi non ponno hauer un medesimo centro che gli sia commun ad ambidui: ma diuersi che è il proposito.

Theorema .5. Propositione .6.

6 / 6 El centro di cerchi che fra loro si toccano, l'è necessaria che non sia un medesimo.



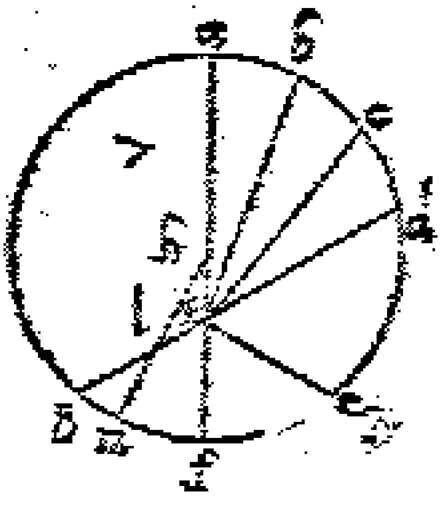
Siano li dui cerchi .a.b. & .a.c. che si tocchino fra loro nel ponto .a. Dico che li cẽtri de questi dui cerchi sono diuersi, cioe che non puonno hauer uno centro che gli sia commun ad ambidui, & se pur il fusse possibile (per l'aduersario) che ambidui li detti cerchi habbiano uno sol centro che gli sia commune a tutti dui, quel lo sarà nel cerchio minore, qual ponemo sia il ponto .d. hor dal centro .d. produro le due linee .d.a. & .d.b.c. & perche le due linee .c.d. & .d.a. uanno dal centro al la circonferentia del cerchio .a.c. seriano pur equale (per la decima quarta diffinitione del primo) similmente la linea .d.b. seria pur equale alla linea .d.a. (per la ditta decima quarta diffinitione del primo) perche ambedue uengono dal centro alla circonferentia del cerchio .a.b.

per

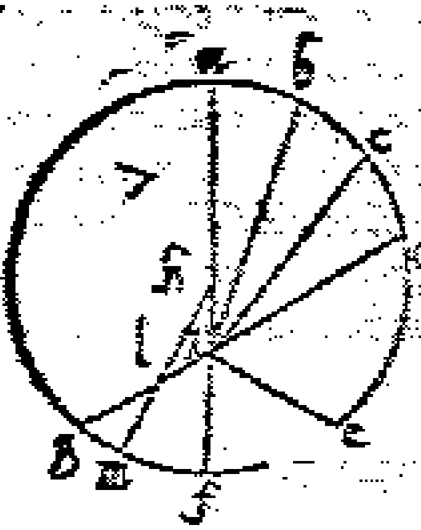
per esser adonque le due linee (cioè .d.c. & la parte .d.b.) ciascuna equale alla linea .d.a. seriano etiam fra loro equale (per la prima concettione) laqual cosa è impossibile che la parte .d.b. sia equale al tutto cioè alla .d.c. (per la ultima concettione) adonque li detti dui cerchi non puono hauer un medesimo centro, seguita adonque che siano diuersi, che è il proposito, & se li detti cerchi fussero congionti dalla parte di fuora il proposito seria da se manifesto, perche ciascun hauería il suo centro in mezzo per la diffinitione del centro & così non hauerriano un medesimo centro anzi ciascun di loro hauerà il suo dentro di se.

Theorema 6. Propositione 7.

7 Se in el diametro d'un cerchio sia signato un ponto, il qual non sia il centro, & da quello siano dutte piu linee recte alla circonferentia, quella che passarà sopra il centro serà piu longhissima de tutte le altre, & quella che compie il diametro serà piu breuissima di tutte le altre, e quella che se ritrouerà propinqua al centro serà piu longa delle altre che manco se gli accostano, & quanto piu seranno remote dal centro, tanto piu conuengono esser piu corte, ancora le due linee colaterale equalmente distante alla breuissima cioè equalmente distanti con l'estremità alla estremità della breuissima, ouer longhissima è necessario esser equale.



Sia el cerchio .a.c.d. il diametro del quale sia la linea .a.f. & il centro di quello sia il ponto .h. & sopra .a.f. sia signato il ponto .k. fuora del centro .h. dal quale sian dutte piu linee lequal siano .k.a. .k.b. .k.c. .k.d. .k.e. .k.f. .k.g. alla circonferentia, & la .k.a. trapassa sopra il centro .h. & la .k.f. sia il compimento del diametro, et sia .k.e. & .k.g. equidistante a .k.f. cioè che li dui ponti .e. & .g. siano equalmente distanti dal ponto .f. ouer che l'angolo .e.k.f. sia equale al angolo .f.k.g. Dico che la .k.a. è piu longhissima di ciascuna delle altre (per esser quella che passa sopra il centro .h.) & la .k.f. è la piu breuissima di ciascuna delle altre per esser quella che compisse il diametro .a.k.f. le altre linee tanto son piu longhe quanto son piu propinque al centro .h. uerbi gratia la .k.b. è piu longa de .k.c. & .k.c. è piu longa de .k.d. & .k.d. è piu longa de .k.e. & .k.e. et .k.g. siano equale. Et per dimostrar queste cose io tirarò dal centro .h. le linee .h.b. .h.c. .h.d. .h.e. e perche li dui lati .b.h. et .h.k. del triangolo .b.h.k. sono maggiori (per la 20 del primo) del lato .b.k. e perche .b.h. è equal al .a.h. (perche ambe uanno dal centro .h. alla circonferentia) giontoli communamente il lato .h.k. tutta la linea .a.k. serà equal alli detti dui lati .b.h. et .h.k. e perche li detti dui lati .b.h. et .h.k. son maggiori (come è detto) del lato .b.k. seguirà adonque che tutta la linea .a.k. (per commune sententia) sia maggiore della linea .b.k. & per la medesima ragione serà maggiore etiam

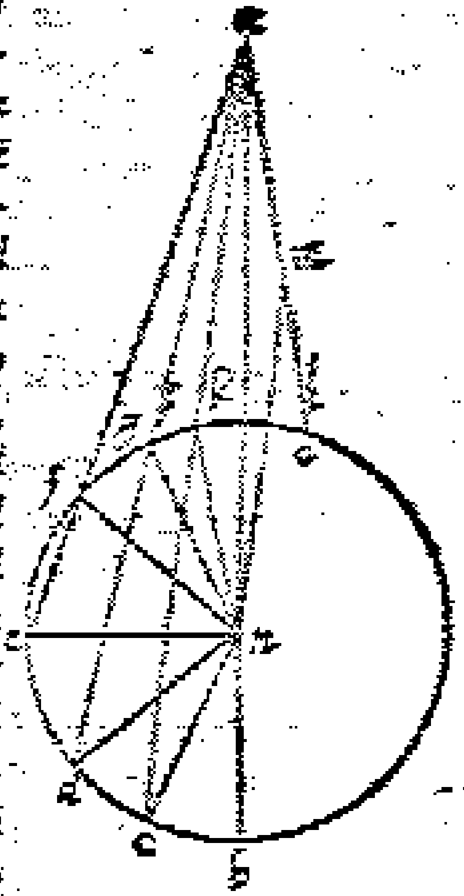


de ciascuna delle altre, che è il primo proposito. Anchora perche li dui lati b.k. & k.e. (del triangolo b.k.e.) sono maggiori (per la uigesima del primo) del lato b.e. & perche il detto lato b.e. è equale alla linea b.f. (per la quintadecima del primo) adonque li dui lati b.k. & k.e. (per commune sententia) seranno maggiori della detta linea b.f. cauando communamente il lato b.k. (per la quarta concettione) il lato solo k.e. serà ancora maggiore dell'altro rimanente, cioe de k.f. et con la medesima ragione se dimostra ciascuna delle altre linee esser maggiore della medesima linea k.f. & questo è il secondo proposito. Anchora perche li dui lati b.h. & h.k. del triangolo b.h.k. sono equali alli dui lati c.h. & h.k. del triangolo c.h.k. & l'angolo b.h.k. è maggiore dell'angolo c.h.k. (per la uigesima quarta del primo) la basa b.k. serà maggiore della basa c.k. & per la medesima ragione k.c. serà maggior de k.d. & k.d. serà maggiore de k.e. & questo è il terzo proposito. Anchora se le due linee k.g. & k.e. non sono equale (per lo aduersario) l'una serà maggiore dell'altra hor poniamo che la k.g. sia maggiore della k.e. & della detta k.g. ne segharemo la parte k.l. (per la terza del primo) equale alla k.e. & produrò la h.l. fina che ella segha la circonferentia in ponto m. & perche l'angolo g.k.h. è equale all'angolo e.k.h. (dal presupposito) & (per la terzadecima del primo) l'angolo l.k.h. è equale all'angolo e.k.h. et li dui lati l.k. & k.h. del triangolo l.k.h. sono equali alli dui lati e.k. & k.h. del triangolo e.k.h. adonque (per la quarta del primo) la basa h.l. è equale alla basa h.e. et perche la h.m. è etiam lei equale alla detta h.e. (per la quintadecima diffinitione del primo) seguita adonque (per la prima concettione) che la h.l. sia equale alla h.m. laqual cosa è impossibile, sono adonque le due linee k.g. & k.e. equale, che è il quarto proposito, & questa tal figura dal volgo è chiamata piede di occha.

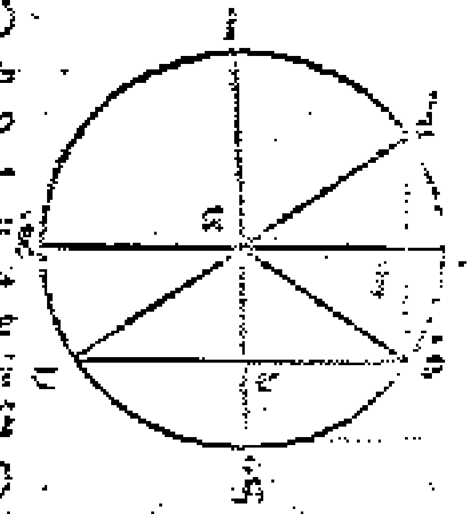
Theorema. 7. Propositione. 8.

8 Se fuora d'un cerchio sia signato un ponto, & da quello alla circonferentia siano dutte piu linee segando il cerchio, quella che transirà sopra il centro sarà piu longha de ciascaduna delle altre, & le piu propinque al centro seranno piu longhe delle altre piu remote. Et quelle linee particulare applicate alla circonferentia di fuora piu quella, che giace in diretto con lo diametro sia minore di ciascaduna delle altre, & le piu propinque a quella seranno piu corte delle piu lontane. Et le due linee che dall'una banda e l'altra equalmente se appropinquano alla breuissima sono equale.

Sia il ponto a. signato di fuora del cerchio b.c.d.e.f. il centro del qual sia il ponto g. & dal ponto a. siano dutte piu linee alla circonferentia segando il detto cerchio,



chio, le qual siano a.k, a.h, a.b, a.c, a.g, a.d, & a.f. e dico che la a.b, che trapassa sopra il centro n, serà longhissima de tutte le altre a una per una, ancor dico che la a.c. è maggiore della a.d. per esser piu propinqua al centro n, et similmente la a.d. serà maggiore del a.e. e oltra di questo dico che delle linee partiale di fuora del cerchio la linea a.k. serà piu breue de tutte le altre a una per una per esser quella che giace indiretto con lo diametro k.b. & dico che la a.h. è minore della a.g (per esser piu propinqua alla detta minima a.k.) similmente a.g. serà minore della a.f. Dico anchora che sel serà dutta la a.l. talmente che quella, & la a.h. equalmente distiano dalla a.k, cioe che l'angolo k.a.h. sia equale all'angolo l.a.k. seranno equale, & per dimostrar questo io produrò dal centro n. le linee n.e. n.d. n.c. n.f. n.g. n.h. Et perche li dui lati a.n. & n.c del triangolo a.n.c. (per la vigesima del primo) sono maggiori del lato a.c. ma perche li detti dui lati a.n. & n.c. sono equali alla linea a.b. per esser la n.c. equale alla n.b. (per la quintadecima diffinitione del primo) seguita adonque che la linea a.b. sia etiam maggior del detto lato a.c. & per la medesima ragione serà maggior de tutte le altre a una per una che è il primo proposito. Anchora perche li dui lati a.n. & n.c. del triangolo a.n.c. sono equali alli dui lati a.n. & n.d del triangolo a.n.d. (per la decimaquinta diffinitione del primo) & l'angolo a.n.c. è maggiore de dell'angolo a.n.d. adonque la basa a.c. serà maggiore (per la vigesimaquarta del primo) della basa a.d. & per la medesima ragione la a.d. serà maggior della a.e. che è il secondo proposito. E anchora perche li dui lati a.h. et n.h. (del triangolo a.n.h.) sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato a.n. & per esser la parte n.k. equale al lato n.h. lo lato solo a.h. (per commune scientia) serà maggior dell'altro residuo a.k. et per la medesima ragione ciascuna delle altre linee partiale di fuora serà maggiore della linea a.k. che è il terzo proposito. Anchora perche le due linee a.h. & h.n. sono minore (per la vigesima prima del primo) delle due linee a.g. & g.n. et la h.n. si è equale (per la quintadecima diffinitione del primo) alla g.n. serà adonque (per commune scientia) la a.g. maggiore della a.h. & per la medesima ragione la a.f. serà maggiore della a.g. che è il quarto proposito. Anchora se la a.l. non è equale al a.h. (conciosia che la sian equalmente distante dal a.k.) l'una serà maggior dell'altra (per l'aduersario) hor poniamo che la a.l. sia maggior della a.h. ponerò adonque la a.m. equale alla a.h. & produrò la n.m. perche adonque li dui lati m.a. & a.n. (del triangolo m.a.n.)

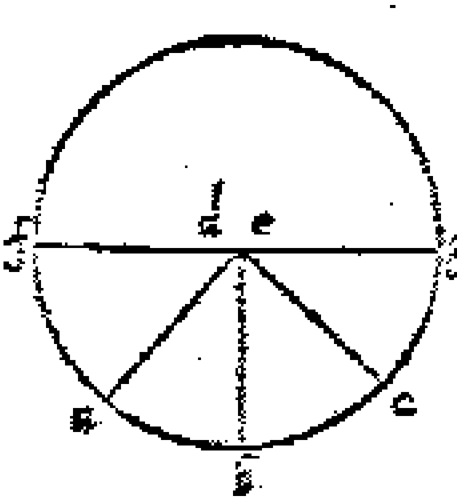


.n.a.n.) sono equali alli dui lati .b.a. & .a.n. (del triangolo .b.a.n.) & l'angolo .m.a.n. è equal all'angolo .b.a.n. adonque per (la quarta del primo) la basa .m.n. sarà equale alla basa .n.b. & perche la .n.o. è ancora lei equal alla detta basa .n.b. (per la quartadecima diffinition del primo adonque la .n.o. (per la prima concettione) saria ettiã equal alla detta basa .n.m. la qual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto adonque le dette due linee .a.l. & .a.b. niuna puo essere maggior de l'altra seguitarà adonque che l'una sia equale all'altra che è il quinto proposito, e sappi che la figura de questa propositione è detta dal vulgo coda di pauone.

Theorema .8. Propositione .9.

9 Se dentro a vn cerchio sia signato vn ponto, & da quello siano dutte piu
6 che due linee alla circonferentia equale, quel ponto è necessario esser centro di quel cerchio.

Sia il ponto .a. signato dentro del cerchio .b.c.d. dal qual siano dutte le tre linee .a.b. .a.c. & .a.d. alla circonferentia, lequale pongo, che siano equale. Dico che'l ponto .a. è necessario che lui sia il centro del ditto cerchio, & per dimostrar questo io produrò le due linee .a.b. & .b.d. & diuiderò l'una e l'altra in due parte equale (per la decima del primo) cioe .d.b. in ponto .f. & .c.b. in ponto .e. & produrò .e.a. & .f.a. lequale applicarò dall'vna e l'altra parte alla circonferentia & perche li dui lati .a.e. & .e.c. del triangolo .a.e.c. sono equale alli dui lati .a.e. & .e.b. del triangolo .a.e.b. & la basa .a.c. è equale alla basa .a.b. (del presupposito) adonque (per la ottaua del primo) l'angolo .e. dell'vno serà equale all'angolo .e. dell'altro (& per la 13. diffinition del primo) li detti dui angoli quali terminano nel põto .e. ciascun di loro serà retto similmente ancor l'vno e l'altro delli dui ãgoli che sono al ponto .f. è retto, adonque perche la .l.h. diuide la .c.b. orthogonalmente & in due parti equale nel ponto .e. quella (per lo correlario della prima di questo) transirà per lo centro del dato cerchio .b.c.d. similmente anchora la .k.g. per lo medesimo correlario transirà per lo medesimo centro del dato cerchio, adonque (el centro del cerchio .b.c.d. è nella linea



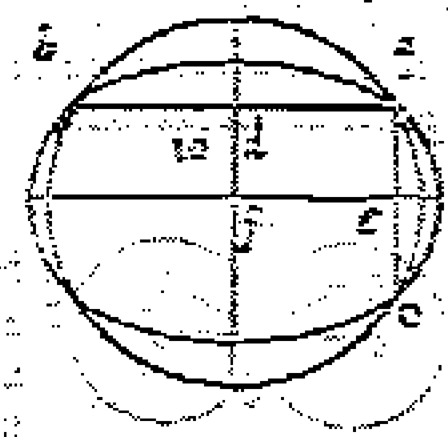
.l.h. & nella linea .k.g. le necessario che quel sia il ponto della intersegatione delle dette due linee (cioe il ponto .a. per esser vn ponto commune in l'vna e l'altra linea) che è il proposito. Anchora per vn altro modo se poria far questa demostratione, hor sia il cerchio .a.b.c. nel quale sia tolto in ponto .d. & dal detto ponto .d. siano che ne cada le tre linee .d.a. .d.b. et .d.c. equale. Dico che'l detto ponto .d. si è il centro del dato cerchio .a.b.c. & se possibile fusse (per l'auersario) che'l detto ponto .d. non sia il detto centro, è necessario adonque che lui sia in qualche altro loco hor poniamo che sia il ponto .e. [illegible] tirarò dal ponto .d. al ponto .e. la linea .d.e. & quella slongarò in diretto da [illegible] alla circonferentia secando quella nelli dui ponti .f. & .g. adonque,

que,

che,f,g, serà il diametro del cerchio,a,b,c,& pche nel diametro,f,g,è tolto il pō to,d, il quale non è il cētro del detto cerchio, per satisfattione del adversario, & dal detto ponto,d, sono tirate le linee,d,a,d,b,d,c,&,d,g, delle quale,d,g, p la settima di questo, serà la piu lōgha de tutte le altre, e la linea,d,c, serà maggior della d,b,& la,d,b, serà maggior della,d,a, laqual cosa seria contra il presupposito, e che fu presupposto che le,d,a,d,b,d,c, fussino equale, dilche seria impossibile che essendo equale l'una possa esser maggiore dell'altra, seguita adonque che'l detto centro, non possendo esser in altro loco fuora del ponto,d, sia il proprio ponto,d, che è il proposito.

Theorema.9. Propositione.10.

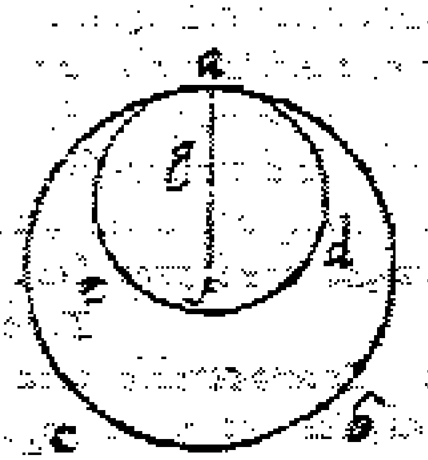
10 *Se uno cerchio segha un'altro cerchio, egli è necessario che quello lo seghi*
10 *solamente in dui luoghi.*



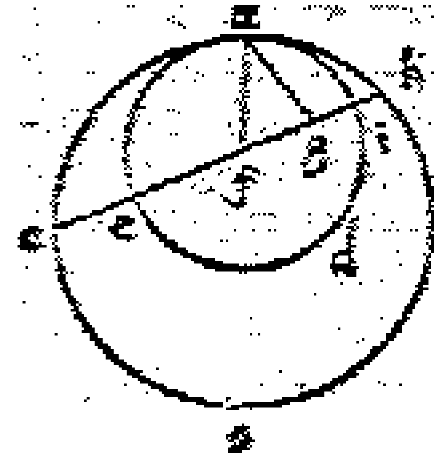
Siano se gli e possibile, per l'adversario li dui cerchij che si seghino in piu che in dui luoghi, poniamo sopra li tre ponti,a,b,c, io produrrò le due linee,a,b,et a,c, lequale diviserò in due parte equali in li pōti,d, et e,& dal pōto,e, produrò la linea,e,f, ppēdiculare sopra la linea,a,c,& dal pōto,d, la linea,d,f, perpendiculare sopra la linea,a,b,& seghārsi le due linee,e, f,& d,f in ponto,f,& per lo corellario della prima de questo, il ponto,f, serà il centro dell'uno e l'altro cerchio, laqual cosa e impossibile per la quinta di questo.

Theorema.10. Propositione.11.

11 *Se uno cerchio toccarà di dentro da se un'altro cerchio,& che da l'un cen*
11 *tro all'altro sia condutta una linea retta, alongādo quella directamēte uerso la parte dove si toccano, le necessario che quella transisca per il ponto del toccamento.*



Siā li dui cerchij,a,b,c,et,a,d,e, liquali si tocchino fra loro di dētro via nel ponto,a,& sia,f, il centro del cerchio,a,b,c,& g, sia il cētro del cerchio,a,d,e, & sia dutto dal cētro,f, al centro,g, la linea,f,g, Dico che allōgādo la detta linea,f,g, verso,a, le necessario che q̄lla trāsisca p lo ponto,a,& se possibile fusse, per l'adversario, che quella non trāsisca per lo detto ponto,a, poniamo che quella possa transire come fa la linea,f,g,b, della seconda figura, produro le due linee,a,g,& a,f, perche il ponto,f, e il centro del cerchio,a,b,c, le due linee,f,a,& f,b, per la diffinitione del cerchio, seranno equale,& perche li dui lati,f,g,et



g.a. del triangolo.a.f.g. per la vigesima del primo, se piu longhi del lato.f.a. seranno etiam piu longhi, per commune scientia della linea.f.h. hor leuando communamente lo lato.f.g. lo lato solo.g.a. per commune scientia seria etiam piu longho del residuo.g.h. et perche la g.i. è equale, per la diffinitione del cerchio, alla.g.a. dilche la.g.a. è maggior della.g.h. seguiria, per commune scientia, che la.g.i. sia maggior etiam lei della g.h. laqual cosa è impossibile che la parte sia maggiore del tutto. Adonque se la linea.f.g. slongandola per fin a, non puo transire per ponto alcuno che sia de fuora del detto ponto.a. de necessità adonque transirà per quello, che è il proposito.

Theorema.11. Propositione.12.

11/12 Se seranno dui cerchii che si tocchino fra lor dalla parte di fuora conducendo una linea retta da l'un centro all'altro quella tal linea transirà per il ponto del toccamento.

Siano li dui cerchii, a,b,c, et.a,d,e, contingenti fra loro de fuora uia nel ponto,a, & il centro del cerchio, a,b,c, sia il ponto,f, & il centro del cerchio,a,d,e, sia il ponto.g. Dico che conducendo dal centro,f, al centro,g, la linea,f,g, quella de necessità transirà per lo ponto,a, & se possibile fusse, per l'aduersario, che quella transisca come fa la linea,f,c,d,g, dal ponto,a, siano tirate le due linee,a,f, & a,g, costituendo il triangolo,a,f,g, adonque perche il ponto,f, è il centro del cerchio,a,b,c, la linea,f,a, serà equale alla linea,f,c, per la diffinitione del cerchio, similmente perche il ponto,g, si è il centro del cerchio,a,d,e, la linea,a,g, serà equale alla linea,g,d, dilche le due linee,f,c, & g,d, seriano equale alli dui lati,f,a, & g,a, del triangolo,a,f,g, & perche tutto il lato,f,c,d,g, è maggior delle dette due linee,f,c, & g,d, sera etiam, per commune scientia, maggiore delli dui lati,a,g, et,a,f, laqual cosa è impossibile, per la vigesima del primo, ch'un lato d'un triangolo sia maggior delli altri dui lati, imo sempre bisogna che sia minor, come nella detta vigesima del primo se dimostra. Seguita adonque che tirando dal centro,f, al centro,g, la linea,f,g, non puo transire per altro loco che per lo ponto,a, che è il proposito.

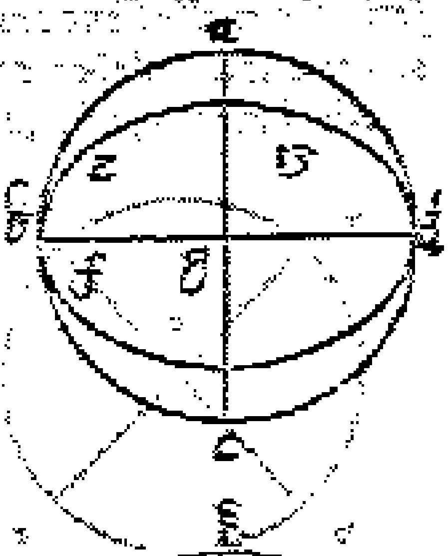
Theorema.12. Propositione.13.

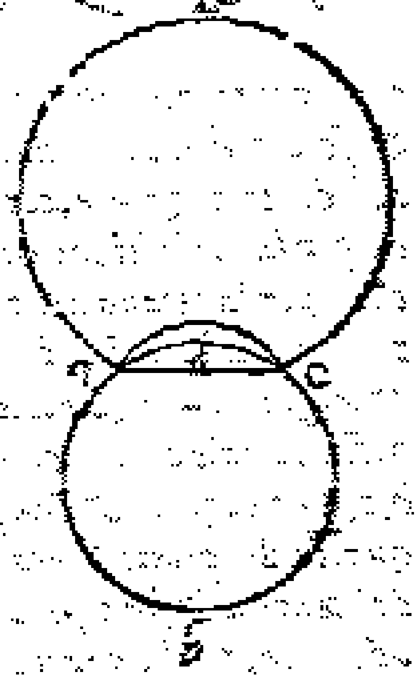
12/13 Se uno cerchio toccarà un'altro cerchio, di dentro, ouer di fuora, lo toccherà solamente in un luogo.

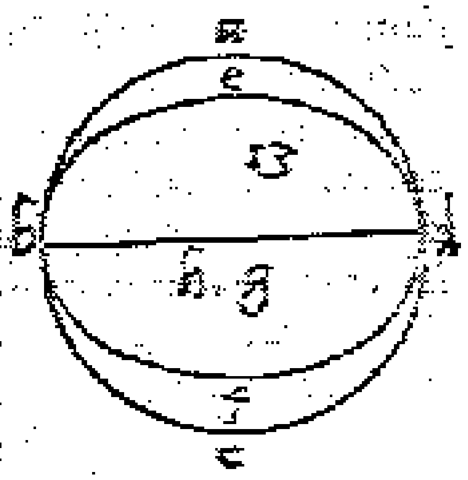
Ma se pur fusse possibile che un cerchio tocchi un'altro cerchio di dentro, ouer di fuora in due luoghi, poniamo primamente che'l cerchio,a,b,c,d, sia toccado dal cer

chio,

chio,e,b,f,d, nelli duo ponti,b,et,d, tirando adonque dal ponto,d, al ponto,b, la linea,b,d, la qual linea,b,d, per la seconda di questo caderà di dentro di ambidui li detti cerchii, & dividendola in due parti equali nel ponto,g, & dal ponto,g, tirando la linea,a,g,c, orthogonalmente sopra la detta linea,b,d, quel la (per lo correlario della prima di questo) transirà per ambidui li centri delli detti dui cerchii, adonque la linea,a,g,c, transirà per li dui centri delli detti dui cerchii contingenti, et non passaria per alcun delli dui ponti,b,& d, laqual cosa è impossibile (per la precedente propositione) seguita adonque che uno cerchio non puo esser toccado d'alcun altro cerchio di dentro via in piu de uno luogo solo, che è il primo proposito, hor veniamo alla demostratione del secondo, & ponendo che'l cerchio,a,b,c,d, (se possibile è per l'adversario) sia toccado dal cerchio,a,k,c, de fuora via nelli dui ponti,a,et,c, tirando adonque dal ponto,a, al ponto,c, la linea,a,c, quella caderia fuora del cerchio,a,k,c, la qual cosa è impossibile (per la seconda di questo) adonque seguita il proposito. Anchora per questo altro modo se fusse possibile che un cerchio possa toccar di dentro via un'altro cerchio in duoi luoghi, over in duoi ponti, ponemo che'l cerchio,a,b,c,d, sia toccado dal cerchio,e,b,f,d, nelli duoi ponti,b,et,d, & poniamo che'l ponto,g, sia il centro del cerchio,a,b,c,d, et lo ponto,h, sia il centro di l'altro cerchio,e,b,f,d, hor tirando dal centro,g, al centro,h, la linea,g,h, & quella produr indiretto da ambedue le parti quella passerà (per la precedente) per duoi ponti,b,& d, come se vede far alla linea,b,d, adonque perche la,b,g, è maggior della,b,h, (sua parte) & la,g,d, è equal, per la diffinitione del cerchio, alla,g,b, adonque per comuna scientia la,g,d, serà maggior della detta,b,h, & se la,g,d, è maggior della detta,b,h, molto piu maggiore serà tutta la,h,d, della detta,b,h, & perche il ponto,h, è centro del cerchio,e,b,f,d, del che la linea,h,d, seria equal, per la diffinitione del cerchio, alla linea,h,b, & gia havemo provato che la è molto maggiore, adonque è impossibile che la,h,d, possa esser maggiore, & equale alla,h,b, seguita adonque che'l cerchio,e,b,f,d, non puo toccare il cerchio,a,b,c,d, salvo che in uno ponto solo, che è il proposito.





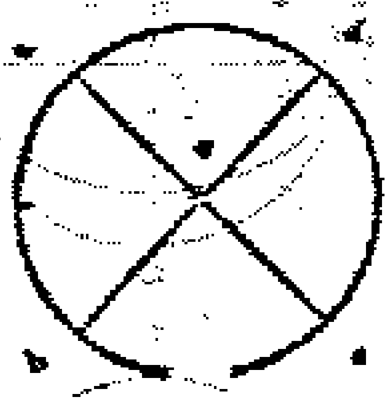


Theorema.13. Propositione.12.

13 14 Se in un cerchio serranno piu linee rette, che siano equal fra loro, le necessario

serio che quelle siano equalmente distante dal centro, & se quelle serãn equalmente distante dal centro, e necessario che siano fra loro equale.

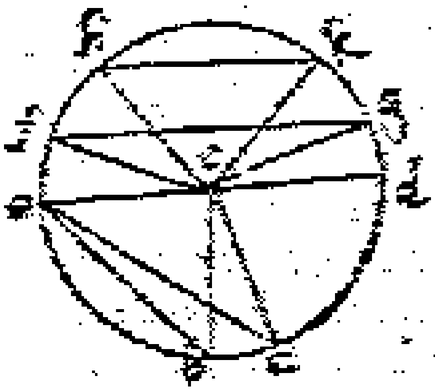
Sia il cerchio, a, b, c, d, il centro del qual sia il ponto, e, nel qual cerchio siano le due linee, a, d, & c, b, le qual se seranno equale fra loro, dico che seranno equalmente distante dal centro, e, & per lo contrario se le ditte due linee seranno equalmente distante dal centro, e, dico che fra lor seranno equale, perche se noi ponimo prima che lor sian equale produrò dal centro, e, le due linee, e, f, & e, g, perpendicolare sopra alla, a, d, & b, c, dilche la linea, a, d, per la terza di questo serà divisa in due parti equali nel ponto, f, similmente la linea, b, c, nel ponto, g, anchora dal centro, e, tirarò le quattro linee, e, a, e, d, e, b, e, c, & serà constituido li dui triangoli, e, a, d, & e, b, c, & perche li dui lati, e, a, et e, d, del triangolo, e, a, d, sono equali alli dui lati, e, c, & e, b, del triangolo, e, b, c, (per la diffinitione del cerchio) & la basa, a, d, serà etiam equal alla, c, b, dilche (per la ottava del primo) l'angolo, a, d, e, serà equale all'angolo, b, c, e, & perche li dui lati, e, d, & d, f, del triangolo, e, d, f, sono equali alli dui lati, e, c, & c, g, del triangolo, e, c, g, (perche la, d, f, è equal alla, c, g, perche tutta, a, d, fu posta equale alla, b, c, però la mità de, a, d, (che è, d, f,) serà equal alla mità de, b, c, (che è, g, c,) & l'angolo, d, è equal all'angolo, c, dilche la basa, e, f, (per la quarta del primo) serà equal alla basa, e, g, & perche queste due base vengno dal centro, & sono perpendicolare sopra le dette due linee, a, d, & b, c, seguita adonque, per la quarta diffinitione di questo, che le dette due linee, a, d, & b, c, siano equalmente discoste dal centro, che seria la prima parte del proposito.



Anchora per un'altro modo la potremo dimostrar dicendo il quadrato della, e, d, (per la penultima del primo) val tanto quanto li dui quadrati delle due linee, e, f, & f, d, & similmente il quadrato della, e, c, val tanto quanto li quadrati delle due linee, e, g, & c, g, & perche il quadrato della, d, e, è equale al quadrato della, e, c, et lo quadrato della, d, f, al quadrato della, c, g, seguita adonque che'l quadrato della, e, f, sia etiam equale al quadrato della, e, g, & per commune scientia, la e, f, serià equale alla, e, g, & cosi è manifesta la medesima prima parte, hor veniamo alla seconda ponendo che le due linee, a, d, & b, c, siano equalmente discoste dal centro, cioe che la, e, f, sia equale alla, e, g, come vuole la quarta diffinitione di questo, dico che la, a, d, è equale alla, b, c, perche le due linee, e, d, & e, c, sono equale, per la diffinitione del cerchio, li loro quadrati seranno etiam equali, similmente li dui quadrati delle due linee, e, f, & e, g, seran etiam equali, per esser le dette due linee equal dal presupposito cavando adonque del quadrato della, e, d, il quadrato della, e, f, et del quadrato della, e, c, il quadrato della, e, g, li dui rimanenti, per la terza concettione, seranno etiam equali li quali dui rimanenti l'uno serà per la penultima del primo, il quadrato della linea, d, f, l'altro serà il quadrato della linea, c, g, dilche se'l quadrato della, d, f, è equale al quadrato della, c, la, c, g, seguita che la, d, f, sia equale alla, c, g, & se la, d, f, è equale alla, c, g, il doppio della, d, f, cioe la, d, a, serà equale al doppio della, c, g, cioe alla, c, b, e questa è la seconda parte del proposito.

Theorema. 14. Propositione. 15.

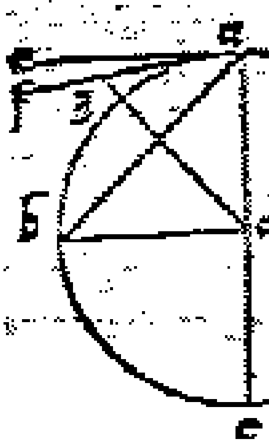
14 Se in un dato cerchio seranno piu linee rette il diametro serà maggior de
15 ciascuna delle altre, & quelle che seranno piu propinque al detto diametro seranno piu longhe di quelle che gli seranno piu lontane.



Sia come in lo cerchio, a, b, c, d, il centro del quale sia il ponto, e, nel qual cascano piu linee lequale siano a, b, a, c, a, d, f, g, h, K, & sia la linea, a, e, d, del diametro del detto cerchio. dico la detta linea, a, e, d, essere la piu longhissima de cadauna delle altre, & la linea f, g, esser piu longa della linea, h, K, per essere piu propinqua al detto diametro, a, e, d, et similmente la linea a, c, e maggiore, per la medesima causa, della linea, a, b, Et per dimostrar questo dal centro, e, alla estremità di tutte dette linee, io tirerò le linee, e, b, e, c, e, f, e, g, e, h, e, K, & perche li dui lati, e, f, & e, g, del triangolo, e, f, g, sono maggiori, per la vigesima del primo, del lato, f, g, & li predetti dui lati insieme sono equali al diametro, a, e, d, perche ciascuno di loro sono la mità del diametro, per la diffinitione del cerchio, adonque il diametro, a, d, per commune sententia, serà etiam lui maggiore del ditto lato, f, g, & per la medesima ragione serà etiam maggiore della, a, c, & cosi ancora serà maggior, de, h, K, etiam de, a, b, ma che, f, g, sia maggior de, h, K, & a, c, de, a, b, se manifestarà in questo modo, perche li dui lati, e, f, & e, g, del triangolo, e, f, g, sono equali alli dui lati, e, h, e, K, del triangolo, e, h, K, perche tutte uenno dal centro alla circonferentia, & l'angolo, f, e, g, è maggiore dell'angolo, h, e, K, la basa, f, g, per la uigesima quarta del primo, serà maggiore della basa, K, h, similmente ancora li dui lati, a e, & e, c, del triangolo, a, e, c, & sono equali alli dui lati, a, e, & e, b, del triangolo, a, e, b, & l'angolo, a, e, c, è maggiore del angolo, a, e, b, dilche la basa, a, c, serà maggior, per la detta uigesima quarta del primo, della basa, a, b, & cosi il proposito uien a esser concluso.

Theorema. 15. Propositione. 16.

15 Se dall'un di termini del diametro de alcun cerchio serà dutta orthogonal-
16 mente una linea retta le necessario che quella cada di fuora del detto cerchio & fra quella è il cerchio le impossibile che gli possa capire altra linea retta. E l'angolo contenuto de quella. & della circonferentia è piu acuto de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette, e l'angolo fatto di dentro dal diametro, e dalla circonferantia e maggiore de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette.



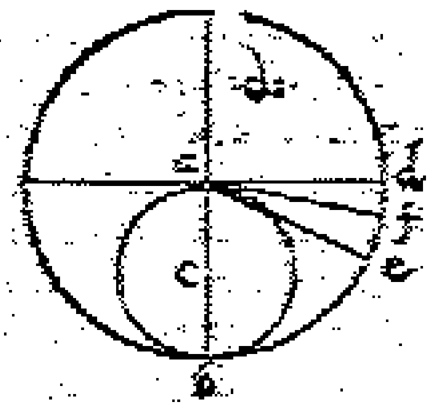
Sia il cerchio, a, b, c, descritto sopra il centro, d, il diametro del quale sia la linea, a, c. Dico che tirando dal põto, a, una linea che sia perpendicolare alla linea, a, c, quella tal perpẽdicolare de necessita caderà de fuora del detto cerchio, & fra quella linea, over perpendicolare, e la circonferẽtia del detto cerchio nõ è possibile che gli possa capire alcun'altra linea retta. E l'angolo cõtenuto dalla detta linea, over perpẽdicolare, & dalla circonferẽtia del detto cerchio è minore de ogni angolo rettilineo, (cioè che sia contenuto da due linee rette) & quello angolo contenuto dal diametro, del detto cerchio, & dalla circonferentia è maggiore de ogni angolo acuto contenuto pur da linee rette. lequal cose se dimostrano a una per una. hor comminciando dalla prima dico che tirando dal ponto, a, una linea retta perpendicolare al diametro, a, c, de necessita caderà de fuora del detto cerchio, & se pur fusse possibile, per l'adversario, che potesse cadere di dentro poniamo che quella cada come fa la linea, a, b, dal centro, d, produro la linea, d, b, & serà constituido il triangolo, d, a, b, del quale li duoi lati, d, a, & d, b, sono equali, perche vanno dal centro alla circonferentia, dil che li duoi angoli, d, a, b, & d, b, a, per la quinta del primo, seran equali, & per esser la linea, b, a, perpendicolare sopra, a, c, per il presupposito, l'angolo, b, a, d, sarebbe retto dil che ancora l'angolo, d, b, a, seria pur retto, donde il triãgolo, a, b, d, haueria dui angoli retti, laqual cosa è impossibile, per la trigesima seconda del primo, seguita adunque che tirando dal ponto, a, una perpendicolare al diametro, a, b, quella de necessita caderà de fuora. hor poniamo che quella tal perpendicolare sia la linea, a, e, hor dico che fra la detta linea, a, e, & la circonferentia non è possibile che gli possa capire alcuna linea retta, & se pur fusse possibile, per l'adversario, poniamo che gli capisca la linea, a, f, alla qual linea, a, f, dal centro, d, produremo una perpendicolare laqual poniamo, se possibile è, che quella sia la linea, d, g, & perche l'angolo, d, g, a, del triangolo, d, a, g, seria retto donde l'angolo, g, a, d, per la trigesima seconda del primo, seria esser menor d'un angolo retto dil che il lato, a, d, per la decima nona del primo, seria maggiore del lato, d, g, (per esser opposito a maggior angolo) laqual cosa è impossibile, anci la detta, d, g, seria maggior di lei per quella parte che passa di fuora del cerchio, cioè dalla circonferentia al ponto, g, per laqual cosa seguita che fra la detta linea, a, e, & la circonferẽtia, a, b, nõ puo capirli alcuna linea retta, & per questo se manifesta che l'angolo contenuto dalla circonferẽtia, a, b, & dalla linea retta, a, e, (il quale è detto angolo della contingentia) è minore de ogni angolo cõtenuto da due linee rette, ma se alcun angolo rettilineo potesse essere equale, over minor dell'angolo della contingenti a quello tal angolo se potria dividere, per la nona del primo, in due parti equale, dil che seguiria che fra la linea, a, e, & la circõferentia, a, b, potesse capirli una linea retta, laqual cosa è impossibile, come de sopra è sta dimostrato per laqual cosa se manifesta che l'angolo cõtenuto dal diametro, a, c, et dalla circõfe

rentia

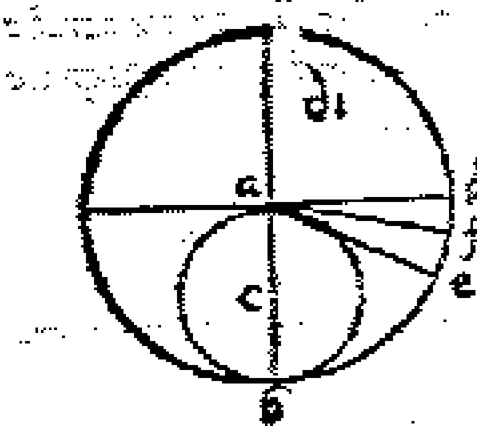
tentia esser maggior de tutti li angoli acuti contenuti de due linee rette perche non è differente dall'angolo retto se non in l'angolo della contingentia, il quale havemo dimostrato esser minore de ogni angolo rettilineo.

Corelario.

15 Donde el se manifesta anchora che ogni linea retta dutta da l'uno di ter-
16 mini del diametro de alcun cerchio ortogonalmente quella esser contingente con lo detto cerchio, & che la detta linea retta tocca il detto cerchio solamente in un ponto, perche eglie dimostrato nella seconda de questo, che una linea tirata dall'un all'altro de dui ponti posti in la circonferentia d'un cerchio quella cade di dentro segando quello, laqual cosa bisognava dimostrare.



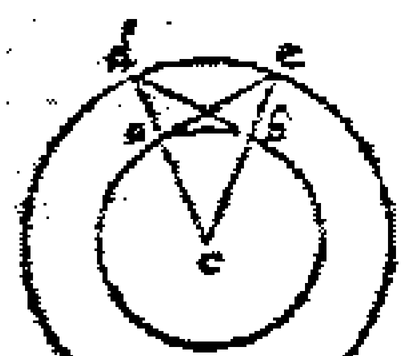
Anchora per cose dette di sopra le da esser notado che'l non vale questa argumentatione che dice questo transisce dal minore al maggiore, & per tutti li mezzi. Adonque transisce etiam per lo equale. Ne anchora quest'altra che dice trovandose il minor & lo maggior d'una cosa, è possibile trovar etiã lo equale la qual cosa se manifesta in questo modo, sia il cerchio, a, b, descritto sopra il centro, c, il diametro dil quale sia la linea, a, c, b, & dal suo termine, a, sia dutta la linea a, d, ortogonalmente laqual sarà per lo corelario di questa contingente con lo cerchio, a, b, nel ponto, a, sia anchora descritto sopra il ponto, a, secondo la quantità del diametro, a, b, il cerchio, b, e, d, & sia imaginato la linea retta, a, b, esser mossa sopra il ponto, a, per la circonferentia dell'arco, b, e, d, talmente che'l ponto, b, numeri tutti li ponti dell'arco, b, e, d, per fina a tanto che quella pervenga alla linea, a, d, cuoprendo quella, & per che l'angolo, b, a, d, è retto il serà come il non sia possibile pigliar alcuno angolo acuto che la linea, a, b, non habbia fatto uno con lo diametro del cerchio minore, cioè con la linea retta, a, c, b, stabile a lui equale, perche quella ha transito all'angolo retto numerando il sito de tutti li angoli acuti di quali è manifesto alcuni esser minori dell'angolo de mezzo cerchio, contenuto dalla circonferentia, a, b, & dal diametro, a, c, b, e l'angolo retto le manifesto esser maggiore de quello medesimo. Dico che nel transito fatto dalli angoli acuti minori al l'angolo retto maggiore nessuno fra mezzo ne sia fatto che sia a quello equale, & se pur fusse possibile di' che ne habbia costituido alcuno ponìamo che'l sia quello che habbia fatto la linea, a, b, mobile quando il ponto b, è gionto sopra il ponto, e, dell'arco, b, e, d, perche adonque l'angolo, e, a, b, è equale all'angolo del detto semicerchio, ma l'angolo del detto semicerchio è lo amplissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette, per l'ultima parte di questa, adonque l'angolo, e, a, b, seria etiam lui amplissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Sia adonque diviso l'angolo, e, a, d, in



due parti equale, per la quarta del primo, per la linea, a, f, dil che, per commune scientia, l'angolo, f, a, b, serà piu ampio dell'angolo, e, a, b, per laqual cosa seguiria che alcun angolo acuto rettilineo serà piu ampio del suo proximo, laqual cosa è impossibile, ancora se puo procedere in quest'altro modo ponendo pur che l'angolo e, a, b, sia equale all'angolo del semicerchio, & perche l'angolo del semicerchio con l'angolo della contingentia sono equali all'angolo retto similmente l'angolo, e, a, b, con l'angolo, e, a, d, è equale a uno angolo retto dil che l'angolo, e, a, d (per commune scientia, saria equale all'angolo della contingentia, & perche l'angolo della contingentia è acutissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette, e la terza parte di questa, l'angolo adonque, e, a, d, a lui equale serà etiam acutissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Ma l'angolo, e, a, f, per commune scientia, è molto piu acuto di lui, adonque il saria alcun angolo rettilineo piu acuto de l'acutissimo cioe di quel della contingentia, laqual cosa e impossibile, come di sopra in questa fu dimostrato. Adonque non serà alcun angolo rettilineo equale all'angolo del semicerchio contenuto dalla mita della circonferentia, a, b, & dal diametro, a, c, b, & perche la linea, a, b, mobile transisce dal minore al maggiore, & per tutti li mezzi & non per lo equale, similmente perche il se puo trovare un angolo maggior etiam minor, del detto angolo del mezzo cerchio, contenuto de linee rette & tamen no se ne puo ritrovare un che gli sia equale, egli manifesta la oppositione contra all'una e l'altra argumentatione predetta. Onde a quella è da essere resposto per destruttione.

Problema. 2. Propositione. 17.

16 Da un dato ponto, a un dato cerchio possemo menare una linea retta toc-
17 cante.

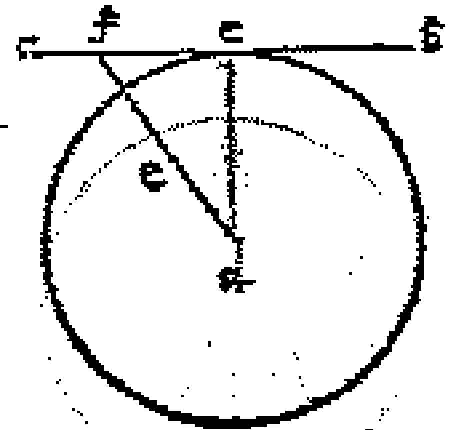


Come sia il dato ponto, d, e il dato cerchio, a, b, il centro del qual sia il ponto, c, voglio dal ponto, d, menare una linea retta che tocchi il cerchio, a, b, produco la linea d, c, laqual segharà la circonferentia del detto cerchio a, b, nel ponto, a, sopra laquale descrivo il cerchio, d, e, secondo la quantità della linea, d, c, sopra il medesimo centro, c, & dal ponto, a, produco la linea, a, e, perpendicolare alla linea, d, c, laqual segha la circonferentia del cerchio, d, e, in lo ponto, e, & produco la linea, e, c, segharà la circonferentia del cerchio, a, b, in lo ponto, b, e, dipoi produco la linea, d, b, laqual serà toccante il cerchio, a, b, nel detto ponto, b, perche li dui lati, a, c, & c, e, del triangolo, a, c, e, sono equale alli dui lati, b, c, & c, d, del triangolo, b, c, d, et l'angolo, c, è commun all'un e l'altro dil che, per la quarta del primo, l'angolo, e, a, c, serà equale all'angolo, d, b, c, ma l'angolo, e, a, c, è retto, per laqual cosa l'angolo, d, b, c, serà

K, c, serà etiam retto. Adonque per lo correlario della precedente la linea, d, b, serà toccante il cerchio, a, b, che è il proposito.

Theorema 16. Propositione 18.

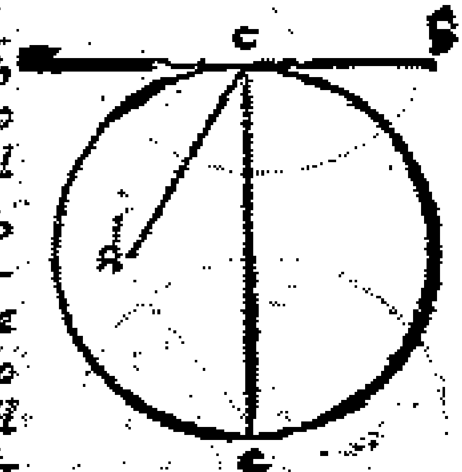
17 Se una linea retta tocca un cerchio, e dal toccamento al centro si meni
18 una linea retta è necessario che la sia perpendicolare sopra quella che tocca.



Sia la linea, a, b, laqual tocchi il cerchio, c, e, nel ponto, c, il centro delqual cerchio sia il ponto, d, & sia congionto il detto ponto, c, con lo centro, d, per la linea, c, d. Dico questa tal linea, d, c, esser perpendicolare sopra la linea, a, b, che tocca, & se quella non fusse perpendicolare sopra la detta linea, a, b, (per l'aduersario) poniamo adunque che quella sia la linea, d, f, cioè che la linea, d, f, sia perpendicolare sopra la detta linea, a, b, la qual segharà la circonferentia del cerchio in ponto, e, dilche l'uno e l'altro delli dui angoli, che sono al, f, son retti, adonque l'angolo, f, c, d, (per la trigesima seconda del primo) serà minor d'un retto, dilche serà etiam minor dell'angolo, d, f, c, seguita adunque che'l lato, d, c, per la decima nona del primo, sia maggior del lato, d, f, laqual cosa è impossibile che'l minor sia maggior del maggior donde el si manifesta, d, c, esser perpendicolare sopra della, a, b, che è il proposito.

Theorema 17. Propositione 19.

18 Se una linea retta toccarà uno cerchio, & dal ponto del toccamento nel
19 detto cerchio si meni orthogonalmente una linea retta in quella medesima è necessario esser il centro.

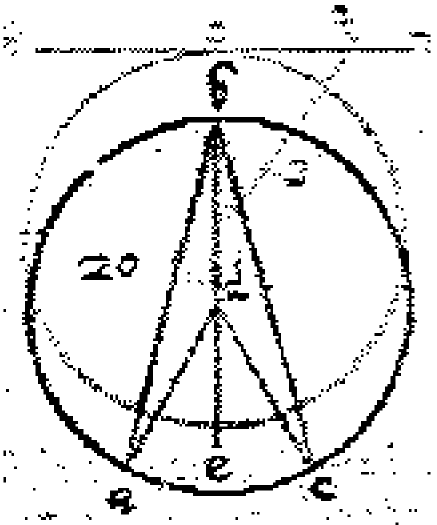


Come sia la linea, a, b, toccante il cerchio, c, e, nel ponto, c, & dal ponto, c, sia dutta dentro del detto cerchio, c, e, una perpendicolare alla linea, a, b, laqual sia la linea, c, e, dico che'l centro del detto cerchio, c, e, è nella linea, c, e, questa è al contrario della precedente, e se possibile è che il detto centro non sia in la detta linea, c, e, de necessità serà in qualch'altro loco de fuora di essa linea, c, e, poniamo adonque che'l sia il ponto, d, io produrò la linea, d, c, laqual linea, d, c, per la precedente serìa perpendicolare sopra alla linea, a, b, laqual cosa è impossibile conciosia che la linea, c, e, fu posta perpendicolar sopra di detta linea, a, b, dilche non è possibile che ambedue possano esser perpendicolare sopra di quella nel medesimo ponto, c, perche il seguiria questo disconueniente che l'angolo, d, c, a, fusse equale.

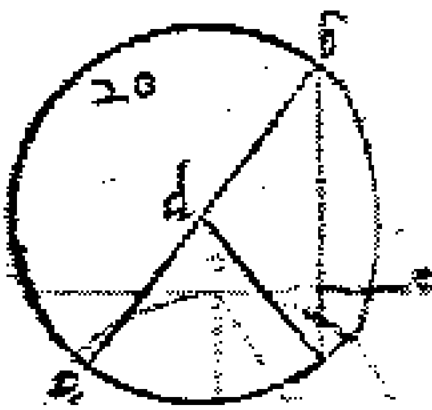
equale all'angolo, e, c, a, perche ambidui fariano retti, seguita adonque che'l centro del detto cerchio, c, e, (non possendo esser fuora della linea, c, e,) sia in essa linea, c, e, che è il proposito.

Theorema 8. Propositione 20.

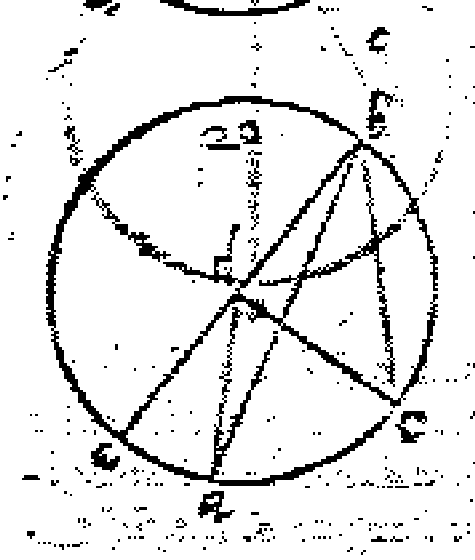
19 Se in un cerchio serà constituido uno angolo sopra il centro, & uno altro
20 sopra la circonferentia, liquali habbino una medesima basa de circonferentia l'angolo del centro serà doppio all'angolo della circonferentia.



Come sia il cerchio, a, b, c, il centro del quale sia il ponto, d, nel quale sia l'angolo, a, d, c, sopra il centro & l'angolo, a, b, c, sopra la circonferentia & sia l'uno & l'altro de detti angoli sopra la medesima basa, laqual è la circonferentia, a, c. Dico che l'angolo, a, d, c, e doppio allo angolo, a, b, c, laqual cosa se approuerà in questo modo, perche le due linee, a, b, & b, c, ouero includeno di dentro da loro le due linee, a, d, & d, c, ouer che una di quelle passerà sopra l'una di loro facendosi con quella una sol linea, ouer che una delle dette due linee, a, b, & b, c, segarà una delle dette due linee, cioè, a, d, ouer, c, d. Sia adonque primamente che le due linee, a, b, & b, c, includeno di dentro da loro le due linee, a, d, & d, c, come in la prima figuratione appare, & sia produtto la linea, b, d, e, (& per la 32. del primo) l'angolo, a, d, e, di fuora è equale alli duoi angoli di dentro liquali sono, b, a, d, & a, b, d, del triangolo, a, b, d, et per che li detti duoi angoli, d, a, b, & d, b, a, sono equali fra loro, per la quinta del primo, l'angolo, a, d, e, serà doppio all'angolo, a, b, d, similmente anchora l'angolo, e, d, c, serà doppio all'angolo, d, b, c, per laqual cosa tutto l'angolo, a, d, c, è doppio a tutto l'agolo, a, b, c, ch'è il proposito. Ma se una delle due linee, a, b, et b, c, passasse sopra una delle due



linee, a, d, & c, d, talmente che facessino insieme una linea sola, come nella seconda figuratione appare, dico anchora che l'angolo, a, d, c, è doppio all'angolo, b, per la detta quinta & trigesima seconda del primo per se manifesta, perche l'angolo a, d, c, di fuora è equale alli duoi angoli, d, b, c, & d, c, b, di dentro liquali sono equali, per la detta quinta, però l'angolo, a, d, c, serà doppio all'angolo, a, b, c, che è il proposito. Ma se una delle due linee, a, b, & c, b, segarà una delle due linee, a, d, & c, d, come nella terza figuration

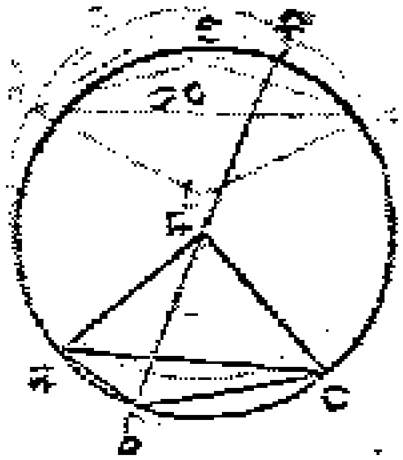


appare doue la linea, a, b, sega la linea, d, c, sia protratta la linea, b, d, e, donde per le ragion dette nella seconda figuratione l'angolo, e, d, a, è doppio

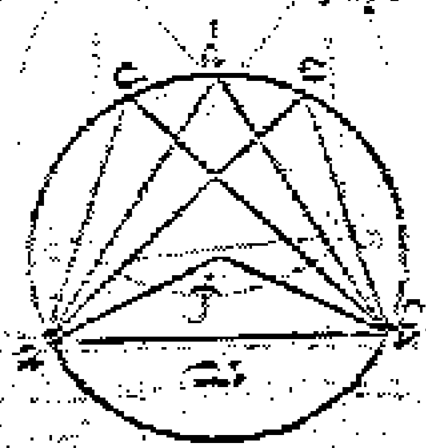
all'an-a l'angolo, d, b, a, similmente tutto l'angolo, e, d, c, e pur doppio a tutto l'angolo, d, b, c, per laqual cosa l'angolo, a, d, c, e doppio a l'angolo, a, b, c, se veramente l'angolo, e, d, c, e doppio a tutto l'angolo, e, b, c, et che l'angolo, e, d, a, parte di tutto l'angolo, e, d, c, e doppio all'angolo, e, b, a, ch'e parte de tutto l'angolo, e, b, c, per comunia sententia, e il residuo, a, d, c, sera etiam doppio al residuo, a, b, c, ch'e il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione, sel to secondo che parla la prima traduttione pareria oppositione a falso, che lui dice che se in un cerchio sia constituido un'angolo sopra il centro, et un'altro sopra la circonferentia liquali habbino una medesima basa lo inferiore sera doppio al superiore, laqual cosa non seguita se in un cerchio, qual sia il cerchio, a, b, c, di questa quarta figuratione sia tirata una linea retta, qual sia la, a, c, et congiongendo le due estremita di quella con



il centro, d, etiam con un ponto tolto nel arco, a, b, c, qual sia il ponto, b, sera constituido li duoi angoli, cioe l'angolo, a, d, c, sopra il centro, et l'angolo, a, b, c, sopra la circonferentia liquali hanno una medesima basa che e la detta linea, a, c, e niente dimeno l'angolo, a, d, c, sopra il centro non e doppio all'angolo, a, b, c, sopra la circonferentia, come facilmente si puo provare, et pero piu correntamente parla il testo della seconda traduttione, qual vol che li detti angoli habbiano equal circonferentia, cioe equal basa de circonferentia e non de linea retta, e pero tutto el spacio, che e attorno all'angolo, a, d, c, e doppio all'angolo, a, b, c, che hanno una medesima basa di circonferentia che e la circonferentia, a, e, c, et per dimostrar questo tiro la linea, b, d, et quella alongaro per fina alla circonferentia in ponto, f, et perche l'angolo, e, d, f, per la prima parte della vigesima seconda del primo, e equale alli duoi angoli, d, b, e, et, d, e, b, liquali sono equali, per la quinta del primo, e pero verra a esser doppio all'angolo, d, b, e, e per le medesime ragione l'angolo, f, d, a, sera etiam doppio al angolo, a, b, d, e pero tutto il spacio composto delli detti duoi angoli, e, d, f, et, f, d, a, sera doppio a tutto l'angolo, a, b, c, che e il proposito.

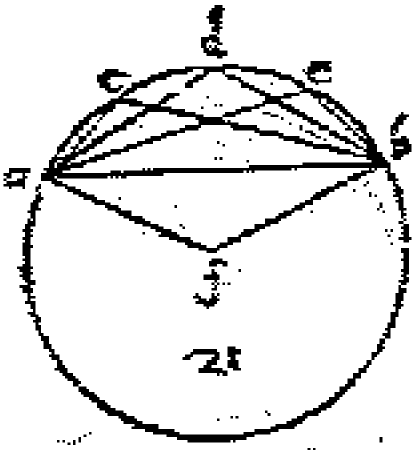


Theorema .14. Propositione .21.

20 Se in una portione di cerchio fieno molti angoli sopra del arco constituidi,
21 fieno infra loro equali.

Come sia in la portione, a, d, b, del cerchio, a, d, b, il centro di qual sia il ponto, f, fieno molti angoli sopra l'arco, a, d, b, della portion maggior liquali sono, c, d, et e, quelli dico esser equali fra loro, et per dimostrar questo sia tirata la corda, a, b, et delle sue due estremità siano dutte al cētro, f, le due linee, a, f, & b, f, il che l'angolo, a, f, b, cōstituido sopra il centro (per la precedente) serà doppio a cadauno di loro, seguita adonque che cadauno delli detti tre angoli, c, d, & e, sia la mità de l'angolo, f, il che (per la 7. concettione) seranno equali, che è il proposito.

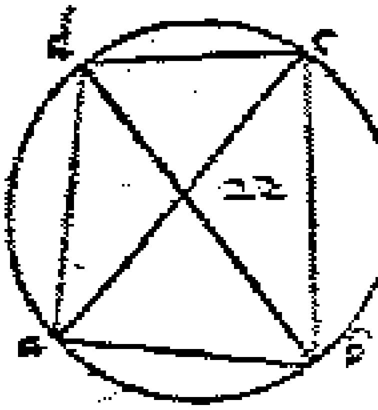
Il Tradottore.



Per le demostrationi di sopra adutte è manifesto il proposito, in quanto alla portion maggiore, ma se li detti angoli seranno sopra l'arco della porti ne me nore, come in la seconda figura appare (per quel che demostrassimo sopra la precedente è manifesto il proposito) perche cadauno delli detti angoli è la mitade di q̄lla qualità di spatio che circonda l'angolo, f, onde per la settima cō cettione seguita il detto ꝓposito.

Theorema. 20. Propositione. 20.

21 Se dentro a uno cerchio serà descritto uno quadrilatero, qualunque duoi
22 angoli contraposti di quello è necessario esser equali a duoi angoli retti.



Sia il quadrilatero, a, b, c, descritto di dentro del cerchio, a, b, c, d, qual sia cosi conditionato che tutti li suoi quattro angoli termini a ponto in la circonferē tia del detto cerchio. Dico che qualunque duoi ango li cōtraposti di quello, sono equali a duoi angoli ret ti. Et per dimostrar questo tirarò li duoi diametri del detto quadrilatero, cioe, a, c, & d, b, & per la precedente, l'angolo, c, b, d, serà equale all'angolo, c, a, d, & l'angolo, a, b, d, similmente serà equale all'angolo a, c, d, per laqual cosa tutto l'angolo, a, b, c, serà equale alli duoi angoli, a, c, d, & c, a, d, del triangolo, a, d, c, & perche li ditti duoi angoli insieme con altro angolo, a, d, c, per la trigesima secōda del primo, sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che tutto l'angolo, a, b, c, insieme con tutto l'angolo, a, d, c, a lui opposito, sono equali a duoi angoli retti, che è il proposito, similmente ancora se approuerà li duoi angoli, d, a, b, & d, c, b, contraposti, esser equali a doi angoli retti.

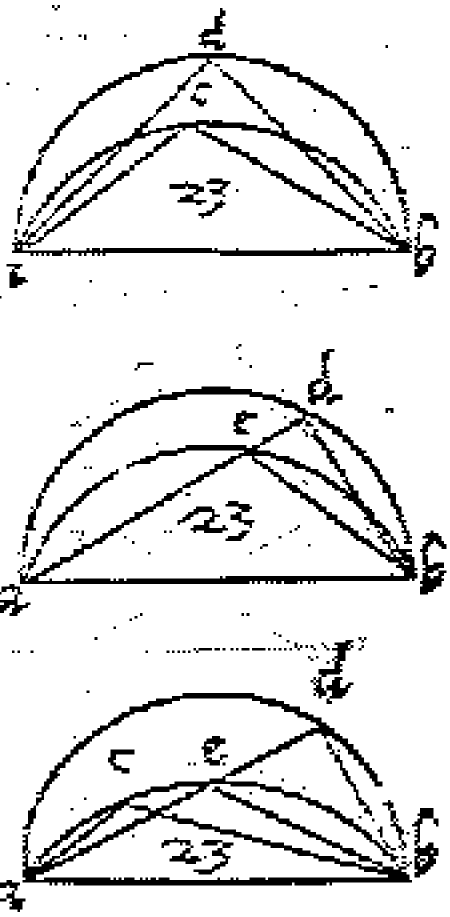
Theorema. 20. Propositione. 23.

22 Egli è impossibile a constituire due portioni di cerchio simile, & inequale
23 sopra una assignata linea retta da una medesima parte.

Sia la assignata retta linea, a, b, sopra della quale sia fatta la portiō di cerchio

a, b, c,

a, b, c, Dico che sopra la medesima linea dalla medesima parte non se potrà costituire vn'altra portione di cerchio, che sia simile a questa, & che sia maggiore, ouero minore di lei. Ma se questo fusse possibile sia fatto adunque la portion, a, d, b, maggiore di quella, & mente sia simile a lei, sia fatto anchora l'angolo, a, c, b, in la portion minore, & l'angolo, a, d, b, in la portion maggiore, sarà adonque che le due linee, a, d, & b, d, inchiuderano di dentro da loro le due linee, a, c, & b, c, come appare in la prima figuratione, ouer che vna delle due prime se farà vna medesima linea con vna delle seconde, come in la seconda figuratione si manifesta, ouer che vna segarà l'altra, come in la terza figuration si dimostra, ma sel serà al primo modo l'angolo, c, per la vigesimaprima del primo, serà maggior dell'angolo, d, adonque per la duodecima diffinition di questo, non son simile, ma sel serà al secondo modo, al presente l'angolo, c, per la sestadecima del primo serà maggiore del l'angolo, d, ne cosi adonque le dette due portioni serano simile, per la detta duodecima diffinition di questo, ma se serà al .3. modo, cioè che la linea, a, d, seghi la linea, c, b, & seghi la circonferentia della portion minore nel ponto, e, e sia dutta la linea, b, e, l'angolo, a, e, b, per la medesima decimasesta del primo, e maggiore dell'angolo, d, & perche l'angolo, e, e nella medesima portion minore doue e etiam l'angolo, c, adonque, per la vigesimaprima di questo serà equale al detto angolo, c, seguita adonque che se l'angolo, e, e maggiore dell'angolo, d, similmente l'angolo, c, serà etiam maggiore del altro angolo, d, per laqual cosa a niun modo le dette due portioni sono simile, per questo medesimo modo anchora tu approuarai che sopra la linea, a, b, non puo esser fatto vna portione simile alla portione, a, c, b, menore de quella, ponendo, c, in lo loco del, d, & el, d, in lo loco del, c, in le precedente figuratione, l'angolo, d, per la detta .21. & 16. del primo procedendo per lo modo fatto di sopra, serà in tutte le dette tre figuratione maggiore dell'angolo, c, per laqual cosa le dette portioni non serano simile. Et nota che abenche sia proposto sopra una medesima linea non posser esser fatte due portion simile inequale da una medesima parte, niente dimeno seguita la verità che le non puon anchor esser fatte da diuerse parte, cioè vna da vna parte de detta linea, e l'altra dall'altra, perche egli e licito ponere ouer la minore, laqual e da vna parte, soprapposta alla maggiore, laqual e dall'altra parte, il sarà necessario, per lo conuerso modo della ottaua concettione, quella esser eccedata dalla maggiore, adonque per la presente .23. non seranno simile, che e il proposito.



Theorema .22. Propositione .24.

23 24 Se simile portioni di cerchij sono sopra linee equale, quelle portioni e necessario che siano equali.

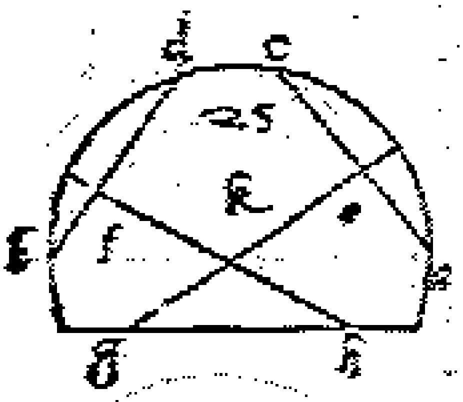
Siano

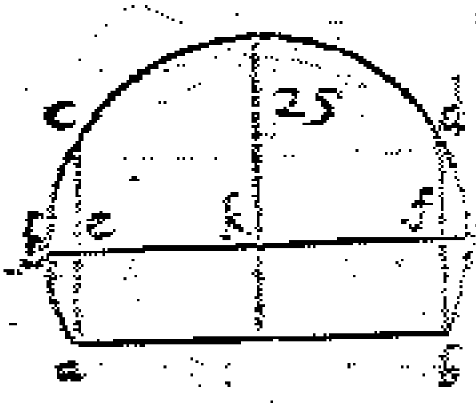
Siano le due linee, a, b, & c, d, equal sopra lequale siano le duoi portioni di cerchij, a, e, b, & c, f, d, lequale siano simili. Dico quelle medesime esser equale, & se possibile è che non siano equali vna di quelle posta sopra all'altra la maggiore eccederà la minor (per lo conuerso modo della penultima concettione) ma la linea a, b, non eccede la linea, c, d, ne quella è ecceduta da lei (conciosia che sono equale dal presupposito) per la qual cosa seguiria il contrario della precedente, che è impossibile, seguita adonque che le dette portioni siano equale, che è il proposito.

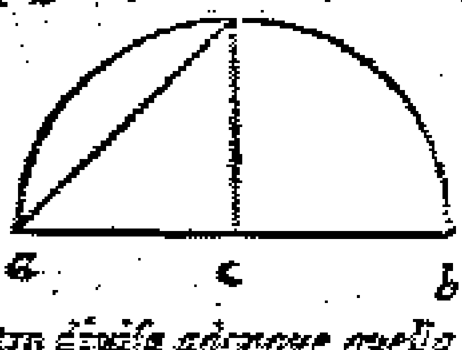
Problema. 3. Propositione. 25.

24
25 Possemo compire il cerchio de vna data portione, o sia maggiore, ouer minore d'un mezzo cerchio.

Per questa conclusione, la intentione è questa, de ogni dato arco, ouer de ogni data parte de cerchio compire il cerchio. Sia adonque, a, b, c, qual si voglia arco, del qual voglio compire il circolo, tirarò in quello due linee cadchino come si voglia, lequali siano, a, c, & b, d, lequali diuidendo io in due parti equali, cioe la, a, c, in ponto, e, & la, b, d, in ponto, f, & tirando la, e, g, perpendicolare alla, a, c, & la, f, h, perpendicolare alla, b, d, le quali si segbano fra loro in ponto, k, (& per lo correlario della prima di questo) il centro del cerchio serà in l'una & l'altra delle due linee, e, g, & f, h, per la qual cosa il ponto, k, è il centro, ma se la, e, g, nō se gha la, f, h, ma siano vna sol linea, si come sarà se le due linee, a, c, & b, d, siano equidistante, allhora quella se applicarà alla circonferētia del dato arco dall'una e l'altra parte adonque diuisa quella per mitade in ponto, k, lui serà il cētro del dato cerchio (per il detto correlario) anchora le dette due linee, e, g, & f, h, non puon esser equidistante perche conciosia che il centro del detto cerchio sia in l'una e l'altra (p il detto correlario) seriano duoi centri del medesimo cerchio, & cosi per q̄sto modo tu puoi de ogni arco, ouer de ogni portione, cōmunamente demostrare qualmente se cōpisse il suo cerchio, tamen perche il si vede l'authore in questa conclusione variare secondo le diuerse specie delli archi di tutte le portioni, numerando le specie, demostraremo diuisamente per le specie, qualmente se compisse il cerchio di ogni data portione. Sia adonque primamente la data portione, a, b, vn mezzo cerchio (& per la diffinitione del mezzo cerchio) la linea, a, b, serà il diametro diuisa adonque quella per mezzo in ponto, c, il detto ponto, c, serà il centro

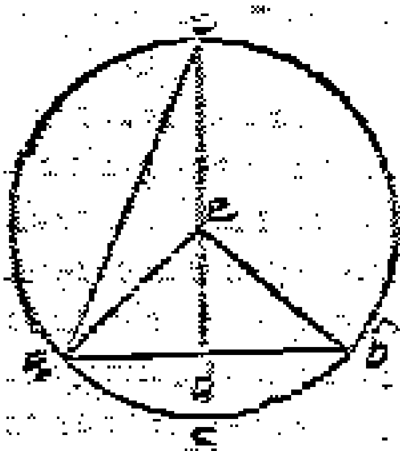


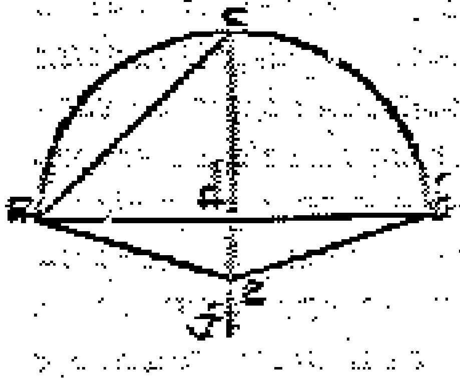




del

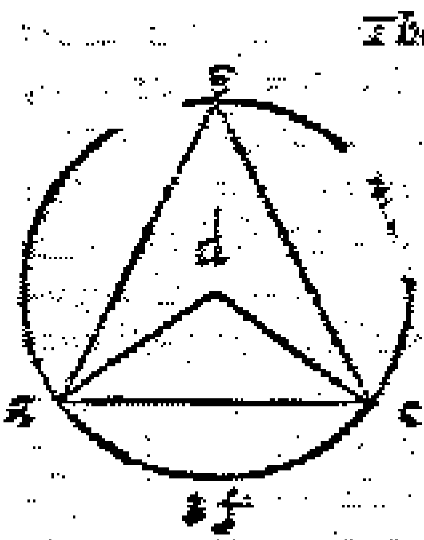
del cerchio: sia ancora la portion .a.c.b. maggior del mezzo cerchio la corda della qual sia la linea .a.b. laqual divido in due parti equali in põto .d. dalqual conduco la .d.c. perpendicolar a quella, cõciosia che la portiõ .a.c.b. sia maggior del mezzo cerchio, la .a.d. serà minor del mezzo diametro, & la .d.c. è maggior del mezzo diametro adonque la .d.c. è maggior che la .a.d. adonque, per la .19. del primo l'angolo .c.a.d. è maggiore dell'angolo .a.c.d. sia adonq; fatto l'angolo .c.





a.e. per la vigesima terzia del primo, è equal all'angolo .a.c.e. produtta la linea .a.e. laqual seghi la linea .c.d. in põto .e. & per la sesta del primo, la linea .a.e. serà equale alla linea .e.c. sia adonque tirata la linea .e.b. & per la quarta del primo la linea .e.b. serà equale alla linea .a.e. per laqual cosa le tre linee .a.e. e.b. e.c. sono equale, adonque, per la nona di questo il põto .e. è il centro del cerchio. sia anchora la portione .a.c.b. menore del mezzo cerchio, dellaquale la corda sia la .a.b. laquale divido in due parti equali in ponto .d. dal qual conducemo la linea .c.d.f. perpendicolare al la linea .a.b. laqual seghi la circonferentia in ponto .c. & è manifesto questa transire per il centro, per il correlario della prima di questo, ancora tiro la linea .a.c. e l'angolo .a.c.d. serà maggior di l'angolo .c.a.d. perche sel fusse equale seria la portione .a.c.b. un mezzo cerchio, & sel fusse menore seria maggiore d'un mezzo cerchio, & è posto che sia menore, adonque tiro la linea .a.e. che faccia con la linea .a.c. un angolo equale al angolo .c. & seghi la linea .c.f. in ponto .e. & è manifesto che il ponto .e. cade di fuora della portion, & tiro la linea .e.b. & perche lo angolo .e.a.c. è equale al angolo .c. per la sesta del primo, la linea .e.a. è equale alla linea .e.c. et perche, per la quarta del primo, la linea .e.b. è equale alla linea .e.a. per la nona di questo, il ponto .e. è centro del cerchio, per laqual cosa è manifesto il proposito secondo tutte le specie delle portioni di cerchi.

Theorema .23. Propositione .26.

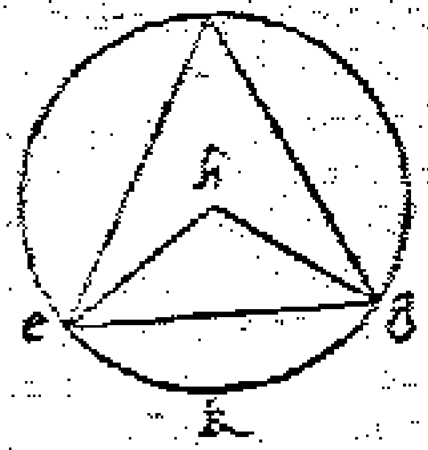


25 Se in cerchi equali over sopra il centro, over so
26 pra la circonferentia siano angoli equali e necessario quelli cascare sopra archi equali.

Siano dui cerchij equali, cioe il cerchio .a.b.c. il cẽtro delqual sia il ponto .d. & il cerchio .e.f.g. il centro delquale sia il põto .h. & sopra li cẽtri di quelli siano fatti li dui angoli .a.d.c. et .e.h.g. liquali siano posti equali. dico che li dui archi .a.b.c. & .e.f.g. sono equali fra loro, la qual cosa se dimostra in q̃sto modo. siano tirate le due linee .a.c. et .e.g. et sia fatti li dui

angoli

angoli in la circonferentia de quelli che stanno sopra li predetti archi, liquali siano l'angolo.a.b.c. et l'angolo.e.f.g. perche adonque li detti dui cerchij sono equali



li suoi mezzi diametri, per la prima diffinitione sono equali. & perche li dui angoli.d.et.h. sono equali le due linee.a.c.& e.g. per la quarta del primo, sono equali, & per la uigesima di questo, l'angolo.b. serà equale all'angolo.f. conciosia che l'angolo.d. si è equal all'angolo.h. & l'uno e l'altro e doppio a quello che è costituido sopra della circonferentia del suo arco, pero l'angolo.b. per commune sententia, serà equale all'angolo.f. adonque, per la penultima diffinitione di questo le due portioni.a.b.c.& e.f.g. sono simili, & perche sono sopra le due linee.a.c.& e.g. equale quelle seranno, per la uigesima quarta di questo, equale fra loro, per laqual cosa l'arco.a.b.c. serà equale all'arco.e.f.g. Ma se li dui angoli.b.& f. (liquali sono sopra della circonferentia) seran posti equali (per la detta diffinitione) le dette portioni seranno simili, & l'angolo.d. serà pur, per la detta uigesima, equale all'angolo.h. & perche li cerchi sono posti equali, per la quarta del primo, le due linee.a.c.& e.g. seranno equale, per laqual cosa le due portioni.a.b.c.& e.f.g. per esser simile & sopra le due linee.a.c.& e.g. equale seranno, per la detta uigesima quarta di questo, etiam fra loro equale si come prima, & l'arco.a.b.c. serà pur equale all'arco.e.f.g. & per la terza commune sententia, l'arco.a.i.c. serà etiam equale all'arco.e.k.g. che è il proposito della secõda tradottione, perche in quella solum conclude che l'arco.a.i.c. è equale all'arco.e.k.g. tamen per questo modo se uerifica l'una e l'altra.

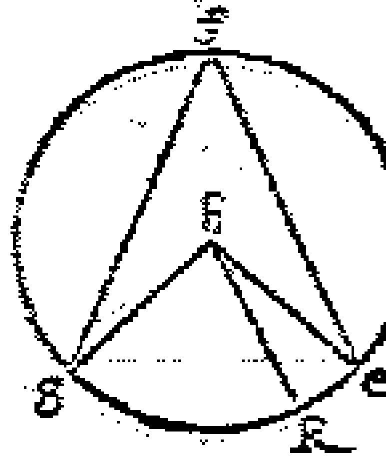
Theorema.24. Propositione.27. conuersa della precedente

26/27 Se in cerchi equali si toglie archi equali li angoli formati sotto quelli, o siano costituidi sopra li centri de quelli, ouer sopra le circonferentie le necessario che siano equali.

Siano li dui cerchi equali. l'uno sia il cerchio.a.b.c. il cẽtro delquale sia il põto.d. l'altro sia il cerchio.e.f.g. il cẽtro delquale sia il ponto.h. & sia li doi archi.a.b.c. et.e.f.g. equali, et siano fatti sopra alli detti archi duoi angoli sopra il cẽtro liquali siano.d.h. dutte le linee.a.d.c.d.e.h.g.h. Et anchora sopra li medesimi archi siano fatti duoi altri angoli in la circonferentia liquali siano.b.& f. dutte le linee.a.b.c.b.e.f.& g.f. Dico li duoi angoli.d.& h. esser fra loro equali, & ancor li duoi altri angoli.b.& f. esser pur fra loro equali laqual cosa se dimostra in questo modo. Se li detti duoi angoli.d.& h. non sono fra loro equali, per l'aduersario, l'un serà maggior dell'altro. hor poniamo che l'angolo.h. se possibile è, sia maggior dell'angolo.d. del angolo.h. ne sia tagliato, ouer seghato

l'angolo

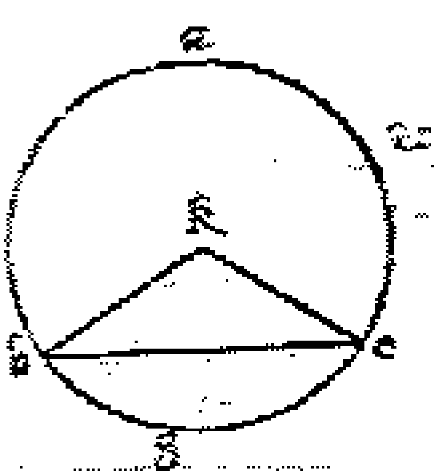
l'angolo k.h.g. il qual sia equal all'angolo d. cioe sopra il ponto h. sia fatto l'angolo k.h.g. (per la vigesimaterza del primo) equale al angolo d. (& per la precedente) l'arco k.e.f.g. seria equale all'arco a.b.c. ma li duoi archi a.b.c. & e.f.g. sono posti equali, seguiria adonque (per la prima commune sententia) che l'arco e.f.g. fusse equale all'arco k.e.f.g. laqual cosa è impossibile (per l'ultima commune sententia,) seguita adonque che li duoi angoli d. & e.h.g. siano equali. Anchora per simil modo tu approuerai li duoi angoli b. & f. esser equali, ouero hauendo prouato che li duoi angoli d. & h. son equali seguita (per la vigesima di questo) li duoi angoli b. & f. esser equali, et conuerso. Anchora con simile proceder se approua quello che dice la presente propositione in la seconda tradutione, cioe che se in cerchij equali li angoli che sono dedutti sopra equale circonferentie sono fra loro equali o siano al centro, ouer alla circonferentia, cioe se la circonferentia a.c. sia posta equale alla circonferentia e.g. delli detti duoi cerchij equali li angoli d. e. h. fatti sopra il centro (dedutti sopra le dette due circonferentie equale) seranno equali, e se non fussino equali per l'aduersario) l'uno seria maggiore de l'altro, & ponendo pur che l'angolo h. fusse maggiore dell'angolo d, & segado pur da l'angolo h. lo angolo k.h.g. equale all'angolo d. seguiria (per quello fu concluso in fin della precedente) che la circonferentia k.g. fusse equale alla circonferentia a.c. & per la prima commune sententia) la circonferentia k.g. seria equale alla circonferentia e.g. che è impossibile (per la ultima commune sententia) si che ambedue hanno una medesimo procedere, abenche l'una concluda diuersamente dall'altra, l'una prouada vien a esser prouata etiam l'altra.

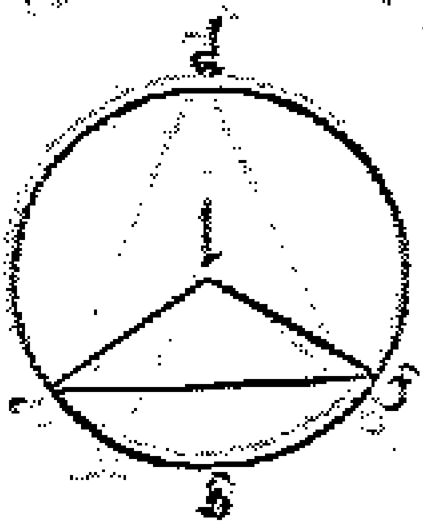


Theorema. 25. Propositione. 28.

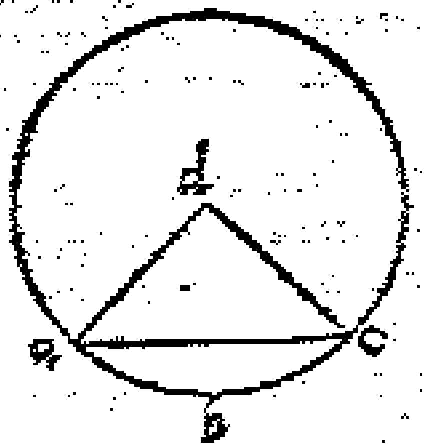
27
28 Se in cerchij equali, linee rette equale, resegbino archi, anchora quelli archi e necessario esser equali cioe il maggiore al maggiore il minore al minore.

Siano li duoi cerchij equali a.b.c. et d.e.f. et in quelli siano le due linee rette b.c. et e.f. equale, le qual segano li duoi archi (b.a.c. & e.d.f.) maggiori, & li duoi archi b.g.c. & e.h.f. menori, dico che l'arco b.a.c. maggiore e equale all'arco e.d.f. maggiore & l'arco b.g.c. minore e equal all'arco e.h.f. perche essendo ritrouati li centri de detti cerchij (per la prima di questo) liquali siano k.l. & siano congionti k.b. k.c. l.e. & l.f. & perche di cerchij equali li suoi semidiametri sono anchora equali (per la prima diffinitione di questo) adonque due linee b.k. et k.c. son equale alle due linee l.e. et l.f. e la basa b.c. (per il presupposito) equale al la basa





base, f, adonque l'angolo b, k, c, (per la 8. del primo) è equale a l'angolo e, l, f, & li angoli equali (per la 26. di questo) cadeno sopra archi equali, adonque l'arco b, g, c, è equale all'arco e, h, f, & tutto il cerchio a, b, c, è equal tutto il cerchio d, e, f, adonque il rimanente arco b, a, c, (per la 3. commune sententia) è equale al rimanente arco e, d, f, adonque in li cerchi equali se linee rette equale secano li archi di detti archi ſerãno de necessità equali, cioe il maggiore al maggiore, il minore al minore, che è il propoſito.

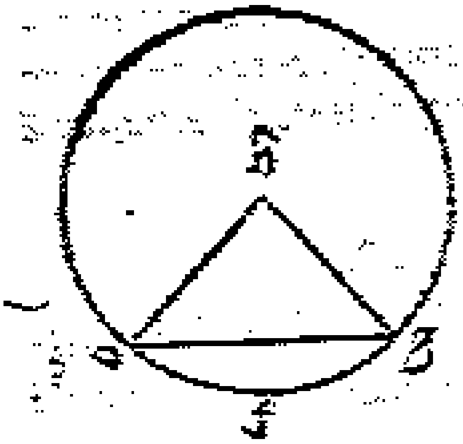


Il Tradottore.

El teſto di queſta ſopraſcritta propoſitione in la prima tradottione è tutto corrotto e mendoſamente parla, come in eſſa appare.

Theorema. 26. Propoſitione. 29.

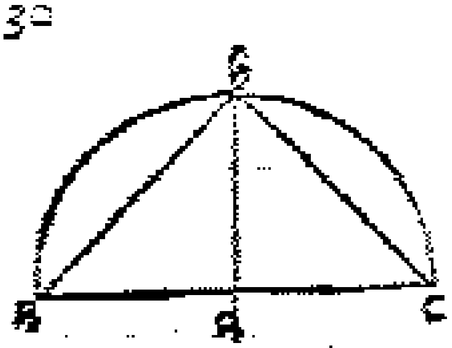
28/29 Li archi equali de cerchij equali è neceſſario ch'habbiano corde equale.



Siano li duoi cerchij equali, a, b, c, il centro del qual, e il ponto, d, & f, g, il centro del quale è il ponto h, & ſia l'arco a, b, c, equale all'arco e, f, g, dico che la corda, a, c, è equale alla corda e, g, et per dimoſtrar queſto ſiano tirate le linee, d, a, d, c, h, e, h, g, & per la vigeſimaſettima di queſto, l'angolo d, ſerà equale all'angolo, h, per la qual coſa la baſa, over corda a, c, (per la quarta del primo) ſerà equale alla baſa, over corda, e, g, che è il propoſito, e nota che tutte le paſſioni che havemo approvate de diverſi cerchij equali quelle piu fortemente intenderai eſſer vere de uno medeſimo cerchio.

Problema. 4. Propoſitione. 30.

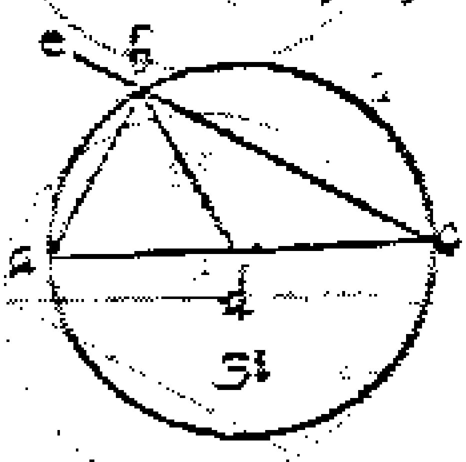
29/30 Potemo dividere uno arco dato in due parti equali.

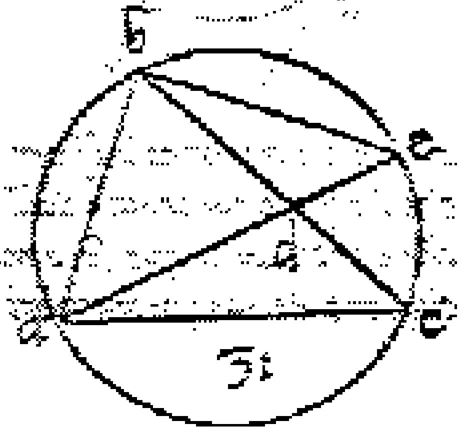


Sia dato l'arco overo circonferentia, a b c, qual ſia di biſogno da dividere in due parti equale, ſia tirata la corda, a, c, & quella ſia diviſa in due parti equali in ponto, d, & dal ponto d, (per la undecima del primo) ſia tirata la perpendicolar. d, b, laqual ſega la circonferentia del dato arco in ponto b, il qual ponto io dico che divide diuide il dato arco in due parti equali, & per dimostrare questo sia tirate le due linee .b.a. b.c. lequale seranno equale (per la quarta del primo) lequal cosa l'arco .a b. (per la prima parte della vigesima ottaua di questo) serà equale all'arco .b. c. che è il proposito.

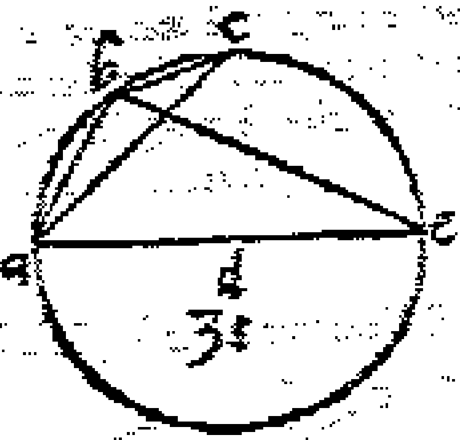
Theorema .27. Propositione .31.

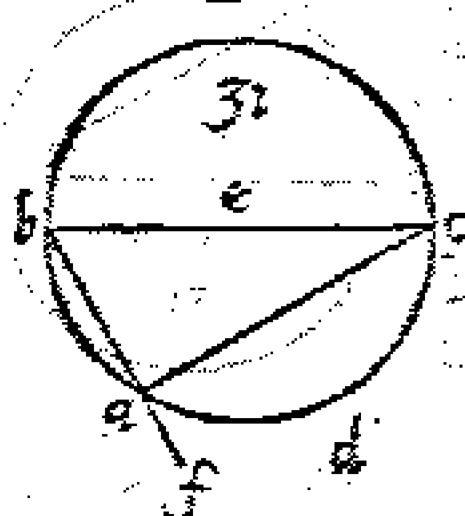
30
31 Se vno angolo de linee rette è fatto nel mezzo cerchio il quale sia sopra l'arco, certo quello angolo è retto. Ma se la portione del cerchio doue è l'angolo è maggior del mezzo cerchio, all'hora quel angolo serà menore del retto. Et se la portione del cerchio, doue è l'angolo è menore del mezzo cerchio, allhora quello angolo è maggior del retto. Et anchora ogni angolo della portione maggior del mezzo cerchio è maggior che 'l retto, & ogni angolo della portione menore del mezzo cerchio è menor del retto.





Sia il cerchio .a.b.c. (il centro del quale sia il ponto .d. & il diametro .a.d.c.) e sia fatto nel mezzo cerchio .a.b.c. sopra la circonferentia l'angolo .a.b.c. (mediante le linee .a.b. et .b.c.) dico l'angolo .a.b. c. esser retto, & per dimostrar tal cosa, sia tirato dal l'angolo .b. al centro .d. la linea .b.d. & perche le due linee .d.a. & .d.b. (del triangolo .a.b.d. sono) equale (per la diffinition del cerchio) l'angolo .a. (per la quinta del primo) serà equale all'angolo .a.b.d. & per le medesime ragione l'angolo .c. serà equale all'angolo .d.b.c. & perche l'angolo .c.d.b. per la 32. del primo, è equale al li dui angoli .a. & .a.b.d. dalche (per commune sententia) serà doppio all'angolo .a.b.d. & per le medesime ragione l'angolo .a.d.b. serà etiam doppio all'angolo .d. b.c. adonque li dui angoli .c.d.b. & .a.d.b. insieme sono doppii a tutto l'angolo .a.b.c. & perche li detti dui angoli .a.d.b. & .c.d.b. per la terzadecima del primo, sono equali a dui angoli retti adonque tutto l'angolo .a. b.c. serà la mità di dui angoli retti, per laqual cosa serà retto che è il primo proposito. Anchora per questo altro modo se puo dimostrare il detto angolo .a.b.c. esser retto, sia produtta la linea .a.b. fina al ponto .e. l'angolo .e.b.c. estrinsico (per la 32. del primo) serà equale alli dui angoli .a. & .c. & perche l'angolo .a. è equale all'angolo .a.b. d. & l'angolo .c. all'angolo .d.b.c. l'angolo adonque .e.b.c. verrà a esser equale a tutto l'angolo .a.b.c. adonque l'uno e l'altro, per la ottaua diffinitione del primo, serà retto. El secondo proposito se manifesta in questo modo, sia il cerchio .a.b.c. il centro del quale sia il ponto .d. nel quale sia la portione .a.b.c. maggiore del mezzo cerchio, la corda dellaquale sia la linea .a.c. & sia fatto sopra la circonferentia di quella l'angolo.a.b.c.(dutte le linee.a.b.et.b.c.) dico quello tal angolo esser minor d'un retto, & per dimostrar questo sia tratto il diametro.a.d.e. & la linea.e.b. hor dico che l'angolo.a.b.e.(per la prima parte di questa)e retto, per laqual cosa l'angolo.a.b.c. serà minor del retto (per la ultima commune scientia) conciosia che quello è parte del retto, e cosi è manifesto il secondo proposito. El terzo se dechiarirà in questo modo sia adonque data in lo cerchio.a.b.c. (il centro delqual sia il ponto.d.) la portione.a.b.c. la corda dellaquale sia la linea.a.c. laqual portione è minore del mezzo cerchio, & sia fatto sopra la circonferentia di quella l'angolo.a.b.c.(dutte le linee.b.a.et.b.c.)dico quest'angolo.a.b.c.esser maggior del retto, laqual cosa se dimostra in questo modo. Sia produtto dal ponto.a.il diametro.a.d.e. & dal ponto.e.la linea.e.b. l'angolo.a.b.e.(per la prima parte di questa) e retto per laqual cosa l'angolo.a.b.c. e maggiore di lui e però il nostro terzo proposito serà manifesto, el.4.el.5. se approuerà in questo modo, siano in lo cerchio.a b c d (il centro delquale è il ponto.e.) le portione.a b c maggiore del mezzo cerchio la corda della quale è la linea.a.c. & la portione.a.d.c. minor del mezzo cerchio la corda dellaquale è la medesima linea retta.a.c. dico l'angolo contenuto dall'arco.b.a. & dalla corda a.c.esser maggior del retto. & l'angolo contenuto dal l'arco.d.a. & dalla corda.a.c.esser minor del retto, & per dimostrar questo, dal ponto.d. sia dutto il diametro c.e.b. & dal ponto.b.la linea.b.a.fin al.f. siche l'angolo.b.a.c.(per la prima parte di questa)serà retto & (per la terza decima del primo) l'angolo.f.a.c. similmente serà retto, perche adonque l'angolo.b.a.c. è parte dell'angolo contenuto dall'arco.a.b. & dalla corda





a.c.però è minor di lui (per la ultima concettione) che'l quarto proposito. Et perche l'angolo contenuto dall'arco.d.a. & dalla corda.a.c. è parte dell'angolo.f.a.c. che è retto, adonque serà minor di lui, per laqual cosa è manifesta tutta questa conclusione de cinque membri.

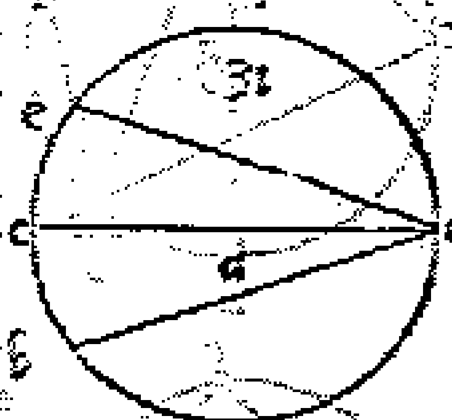
Correlario.

o 31 Da qui è manifesto che se un'angolo d'un triangolo serà equal alli altri dui angoli del detto triangolo quel angolo è retto, & è converso quando li dui angoli d'un triangolo seranno equali all'altro terzo quelli serano equali a un'angolo retto.

Ancora dalle due ultime parti della sopradscritta propositione si manifesta la instantia, over oppositione contra quelle due argumentationi, allequale demostrassimo anchora la instantia, over oppositione in la sesta decima di questa, però

che

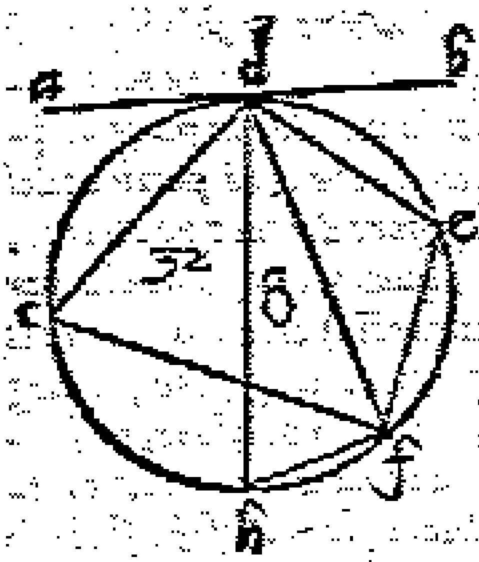
che el se transisse dall'angolo della portione minore del mezzo cerchio il quale è minor del retto (per la ultima parte di questa) all'angolo della portione maggiore del mezzo cerchio, il quale è maggiore del retto (per la penultima parte di questa) nondimeno el non se transisse per lo equale, conciosia che ogni portione del cerchio sia over mezzo cerchio, over minore, over maggiore del mezzo cerchio, ma conciosia che l'angolo del mezzo cerchio sia tanto quanto l'angolo della portione minore (per la prima parte della sestadecima di questo) cioè minor del retto (per la ultima parte di questa) & l'angolo della portione maggiore sia maggiore del retto & nientedimeno el non serà angolo de alcuna portione, ne simplicemente alcuno contenuto dalla circonferentia & da una linea retta, ne retto, ne equale a uno retto. Ma accio che questo piu chiaro sia manifesto sia in lo cerchio.a.b.c. il centro del quale sia il ponto.d. la linea.a.b. alla quale non sia determinato fine dalla parte.b. segando dal medesimo cerchio la portione minore & l'angolo di quella serà (per la ultima parte di questa) minor del retto. sia il diametro di questo cerchio la linea.a.d.c. & sia imaginato la linea.a.b. esser mossa verso la parte.c. sopra il ponto.a. laquale tanto quanto che la serà de qua dal ponto.c. overo in lo medesimo ponto.c. coprendo il diametro.a.d.c. quel la serà con l'arco l'angolo menor del retto, ma in ogni poco oltra il ponto.c. come seria in ponto.e. quella farà, per la penultima parte di questa, l'angolo maggior del retto adonque el se transisse dal minore al maggiore e non per lo equale, e secondo che in li angoli de rette linee el se puo trovar un angolo maggiore dell'angolo del mezzo cerchio & uno minore, e tamen non se puo trovare lo equale, come fu dimostrato in la sestadecima di questo, similmente in li angoli delle portioni el se puo trovare il maggiore, etiam il minore del retto, & nientedimeno el non se puo ritrovare lo equale, come se manifesta in questa demostratione.



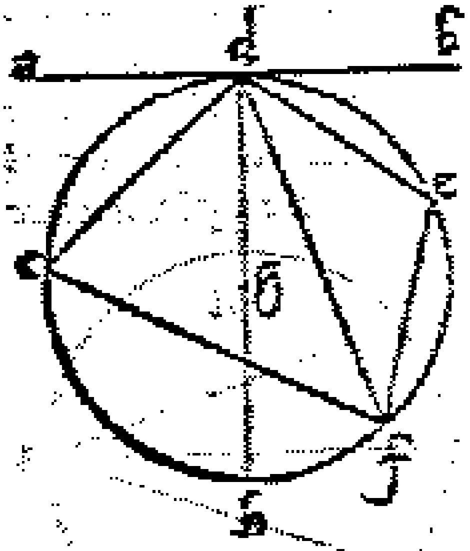
Theorema.28. Propositione.32.

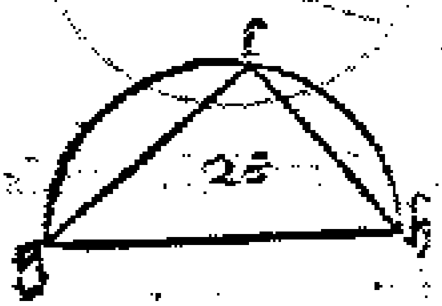
31 Se una linea retta toccarà un cerchio, & dal ponto del toccamento sia ti
32 rata una linea retta nel detto cerchio laquale seghi il detto cerchio, e non passi per lo centro di quello, quella fa duoi angoli con la linea che tocca, che ciascun di quelli sono equali alli duoi angoli che stanno sopra l'arco in le portioni alterne.

Sia la linea retta.a.b. laqual tocchi il cerchio.c.d.e.f. in ponto.b. il centro del qual cerchio sia il ponto.g. & dal ponto.d. sia tirata la linea.d.f. nel detto cerchio segante quello, e non passi per lo centro.g. & siano fatti l'angolo.d.e.f. sopra la portion.d.e.f. dalle le linee.e.d. & .e.f. et l'angolo.d.c.f. che sia sopra l'arco della portione.d.c.f. dalle le linee.c.d. & .c.f. dico l'angolo.c. esser equale al



l'angolo.b.d.f. & l'angolo.e. all'angolo.a.d.f. Et ꝑ dimostrare questo sia dutto il diametro.d.g.h. & la linea.f.h.e per la decima ottaua di questo, la linea.d.h. serà perpendicolare sopra la.a.b. & per la prima parte della precedente, l'angolo.d.f.h. serà retto, per la qual cosa li dui anguli.a.d.h.et.d.f.h. sono equali, giõtoli adonque communamente lo angolo.h.d.f. tutto l'angolo.a.d.f. serà equale alli dui angoli liquali sono.d.f.h. & .h.d.f. ma questi dui cõ l'angolo.h. sono equali a dui angoli retti, per la trigesima secõda del primo, adonque l'angolo.a.d.f. con l'angolo.h. sono equali a dui angoli retti, ma l'angolo.a.d.f. cõ l'angolo.b.d.f. sono similmente equali a dui angoli retti, per la tertiadecima del primo, adõque l'angolo.b.d.f. è equale all'angolo.h. & perche l'angolo.e. per la uigesima prima di questo e similmente equale all'angolo.h. seguita adonque per la prima cõmuna scientia, l'angolo.b.d.f. esser equale all'angolo.e. che è il primo proposito, & perche li angoli.c. & .e. sono equal a dui angoli retti per la uigesima seconda di questo & similmẽte li dui angoli.a.d.f. & .b.d.f. sono, per la tertiadecima del primo etiam loro equali a dui angoli retti dil che, per communa scientia, l'angolo.c. serà equal angolo.a.d.f. ch'è il secõdo proposito ancora questo secondo se puo dimostrar in quest'altro modo se l'angolo.a.d.f. con l'angolo.h. sono equali a dui angoli retti, come di sopra fu dimostrato, & l'angolo.c. con l'angolo.h. similmente sono equali a dui angoli retti, per la uigesima seconda di questo adõque l'angolo.c. per commune scientie, è equal all'angolo.a.d.f. che è il proposito.

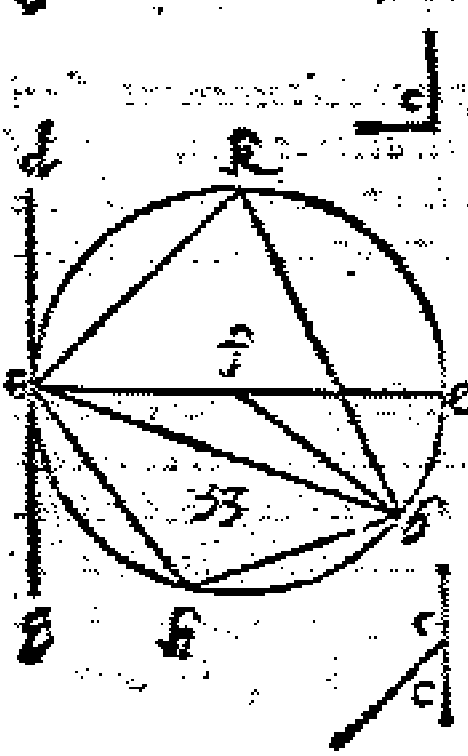




Problema.5. Propositione.33

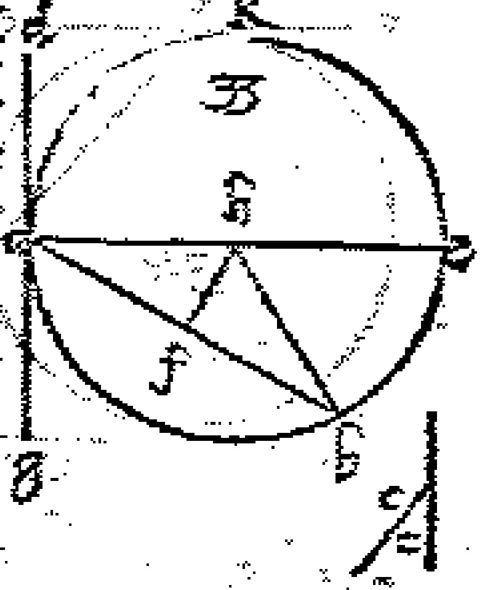
Sopra una data retta linea possiamo descriuere una portione di cerchio recipiente un'angolo equale a uno angolo dato rettilineo.

33
32



Sia la data retta linea.a.b. et.c. il ditto angolo, sopra la linea.a.b. uoglio descriuer una portion del cerchio che riceua in la circõferẽtia uno angolo de rette linee equale all'angolo.c. adonque l'angolo.c. ouer che lui è retto ouer che lui è maggiore del retto, ouer che lui è minor del retto hor sia primamente retto. Io diuiderò la linea.a.b. in due parti equal & descriuerò sopra di quella

di quella il mezzo cerchio (et per la trigesima prima di questo) serà fatto il pro
posito, ma se l serà ottuso produrò la linea, d, a, con la linea, b, a, contineute l'ango
lo, b, a, d, equal all'angolo, c, e dal ponto a. condurò la linea, a, e, perpendicolare so
pra la linea, a, d, & sopra il ponto, b, farò un angolo, per la 23. del primo equal
all'angolo, e, a, b, nel quale lo ottuso eccede el retto, dutta la linea, b, f, fina alla
perpendicular, a, e, & per la sesta del primo, li duoi lati, f, a, f, b, del triangolo, f, a, b,
sono equali et per tanto farò il ponto, f, centro d'un cerchio, et sopra di quello de
scriverò secondo la quantità della linea, f, a, il cerchio, a, h, b, la circonferentia del
quale passarà etiam per lo ponto, b, (per esser la b, f, equale alla, f, a,) (& per lo cor
relario della sestadecima di questo) la linea, a, d, se-
rà contingente il cerchio, per laqual cosa l'angolo il
quale sia fatto in la portione, a, h, b, per la precedente
è equale all'angolo, d, a, b, & per la prima commune
sententia serà etiam equale all'angolo, c, che è il pro
posito, ma essendo l'angolo, c, acuto produrò la linea
a, g, contineute con la linea, a, b, un angolo equale a
l'angolo, c, & dal ponto, a, produrò la linea, a, e, per
pendicolare alla linea, a, g, & sopra il ponto, b, farò
un angolo equale all'angolo, e, a, b, il qual l'ango
lo retto eccede l'angolo acuto, dutta la linea, b, f, fi-
na alla perpendicolare, a, e, onde per la sesta del pri

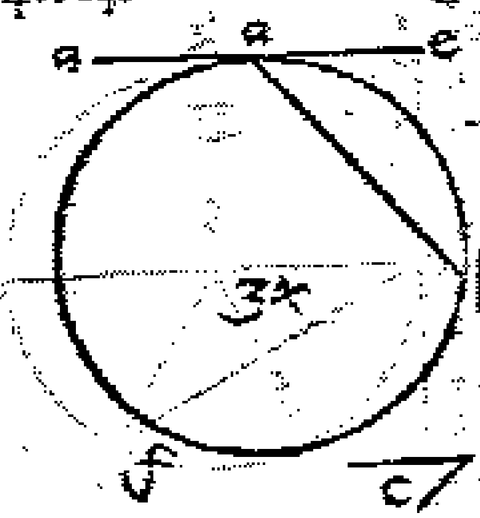


mo, le due linee, f, a, & f, b, seranno equale, e per tanto fatto il ponto, f, centro di
cerchio descriverò secondo la quantità della linea, f, a, lo cerchio, a, k, b, la cir
conferentia del quale transirà etiam per lo ponto, b, per esser la, f, b, equale alla, f, a,
& per lo correlario della sestadecima di questo, la linea, a, g, serà contingente il cer
chio, per laqual cosa l'angolo il quale è fatto in la portione, a, k, b, è equale a l'an
golo, g, a, b, per la precedente, & per la prima concettione, serà etiam equale al
l'angolo, c, che è il proposito. Ancora se possena procedere per quest'altro mo
do, cioe costituendo pur con la linea, a, b, nel ponto, a, per la vigesimaterza del
primo l'angolo, g, a, b, è equale all'angolo, c, & dal ponto, a, tirare la linea, a, e,
per la undecima del primo, perpendicolare alla linea, a, g, & per la decima del
primo, dividere la linea, a, b, in due parti equale in ponto, f, & dal ponto, f, pro
durre la linea, f, h, per la undecima del primo perpendicolare alla linea, a, b, &
dal ponto, h, doue la detta perpendicolare, f, h, sega la linea, a, e, produrre la linea,
h, b, & perche le due linee, a, f, et, f, b, sono equale, & la linea, f, h, è commune al
triangolo, a, f, h, et al triangolo, f, h, b, adonque le due linee, a, f, et, f, h, del triangolo,
a, f, h, sono equale alle due linee, f, b, et, f, h, del triangolo, f, h, b, & l'angolo a, f,
h, è equal all'angolo, h, f, b, per esser ciascun di loro retto dal presupposito, dil-
che la basa, a, h, de l'uno serà equal alla basa, h, b, dell'altro, per la quarta del pri-
mo, adonque facendo il ponto, h, centro di cerchio, et sopra quello descritto uno cer
chio secondo la quantità de, h, a, la circonferentia di quello passerà per lo ponto,
b, per esser la, h, b, equale alla, h, a, il qual sia il cerchio, a, b, e, & per lo corre-

terio della detta sestadecima di questo, la linea, a, g, tocca il cerchio nel ponto, a, per la qual cosa ogni angolo qual si sia fatto in la portione, a, g, c, b, serà equale all'angolo, g, a, b, (per la precedente) & perche l'angolo, g, a, b, fu descritto equale all'angolo, c, seguita adonque che ogni angolo descritto in la detta portion a, g, c, b, serà equale all'angolo, c, che è il proposito, & cosi se poria procedere quando l'angolo, c, fusse maggior del retto, &c.

Problema. 6. Propositione. 34.

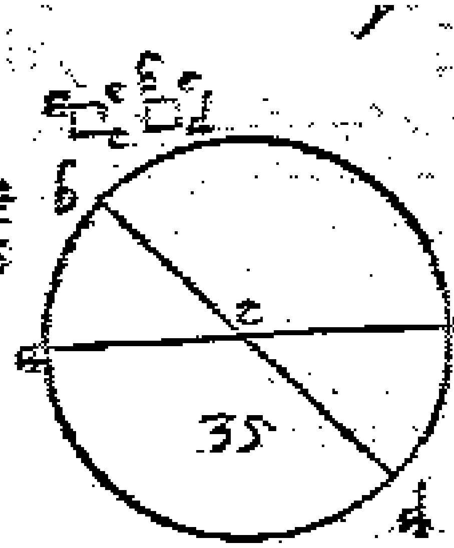
33
34 Da vno dato cerchio possemo tagliare vna portione recipiente vn'angolo equale a vno dato angolo rettilineo.



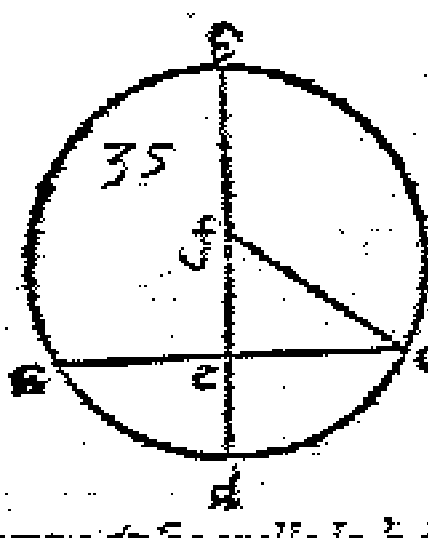
Sia il dato cerchio, a, b, f, & il dato angolo rettilineo, c, voglio dal cerchio, a, b, f, segare vna portione la quale receua vno angolo equale all'angolo, c, produrò la linea, d, a, e, (per la decima settima di questo) che tocchi il dato cerchio in ponto, a, dal quale produco la linea, a, b, (in lo detto cerchio) contingente con la linea, a, e, l'angolo, e, a, b, equale all'angolo, c, dal che la portione, a, f, b, (per la trigesima seconda di questo) serà recipiente vno angolo equale all'angolo, e, a, b, & perche l'angolo, e, a, b, fu posto equal all'angolo, c, adonque la portione, a, f, b, per commune sententia, serà recipiente vn'angolo equale all'angolo, c, che è il proposito.

Theorema. 29. Propositione. 35.

34
35 Se in vno cerchio due rette linee si segano fra lor quello che procede da vna parte d'una de dette linee nell'altra parte de quella medesima e equal a quello rettangolo che e contenuto sotto al le due parti dell'altra linea.



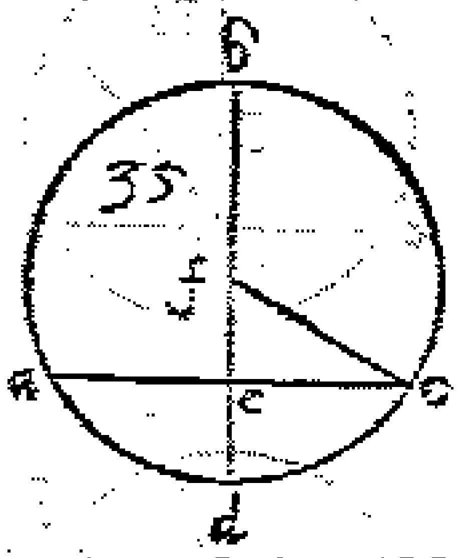
Siano le due linee, a, c, et, b, d, lequal se segano fra lor in lo cerchio, a, b, c, d, sopra il ponto, e, dico che lo rettangolo che vien fatto dalla parte, a, e, in la parte, e, c, e equale a quello che viene fatto della parte, b, e, in la parte, e, d, perche ouer che ambedue le dette linee trapassano per lo centro del cerchio, ouer solamente vna di quelle, ouero niuna. hor ponemo primamente che ambedue passano per lo centro come in la prima figura appare. Adonque il ponto, e, serà il centro del cerchio, & tutte le quattro linee, e, b, e, d, e, a, e, c, seranno equale, per la diffinitione del cerchio, per laqual cosa il proposito è manifesto, ma se vna sola de quelle passerà per



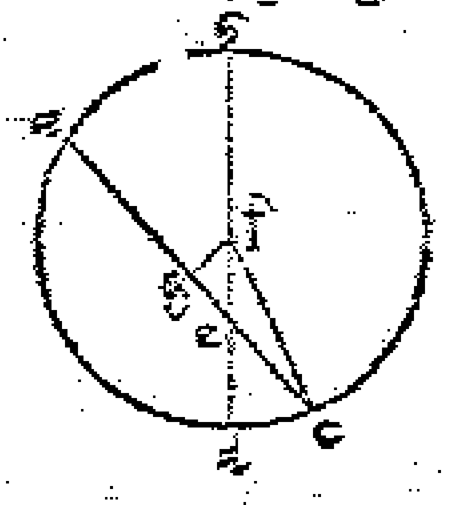
lo centro & sia quella la, b, d, & il centro del cerchio sia il ponto, f, certamente

la, b,

la,b,d,segharà la,a,c,in due parti equali, over in due parti nõ equali ponianto prima che quella la seghi in due parti equali serà adõque per la prima parte del la terza di questo la linea,a,c,seghata orthogonalmẽte dalla detta linea,b,d,e tato sia,dutta la linea,f,c, & per la quinta del secondo quello che vien fatto della, b,e,in la,e,d,cõ lo quadrato della,e,f,serà equale al quadrato della linea,f,d,cioe al quadrato della linea,f,c,& perche il quadrato dalla detta linea,f,c,è equale per la penultima del primo alli dui quadrati delle due linee,e,f,et,e,c,adõque quel che è fatto del la,b,e,in la,e,d,cõ lo quadrato della,e,f,serà equale alli dui quadrati delle dette due linee,e,f,& e,c,adonque levãdo communamẽte da l'una e l'altra parte il quadrato della,e,f,per la terza cõmuna sentẽtia li dui rimanenti seranno etiã equali,cioe quello che è fatto della,b,e,in la,e,d,serà equale al quadrato della linea,e,c,& perche la,e,c,è equale alla,a,e,il proposito è manifesto



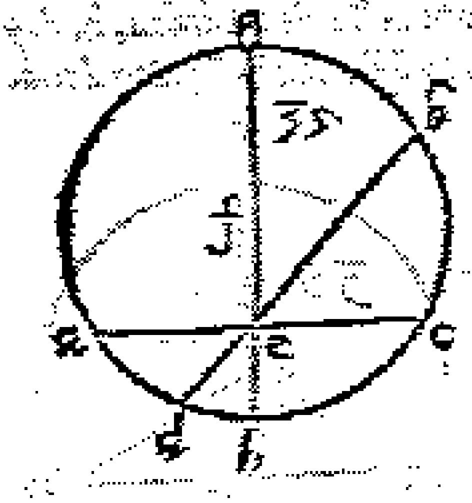
ma se la,b,d,(la quale trapasse per lo cẽtro)segharà la,a,c,in due parti nõ equale,come in questa terza figuratione appare,del centro,f,sia dutta la,f,g,perpẽdiculare sopra la,a,c,dil che la a,g,per la,2. parte della terza di questo serà equale alla,g,c,sia dutta anchora la linea,f,c,onde per la detta quinta del secõdo,quello che è fatto della,b,e,in la,e,d,col quadrato della,e,f,serà equale al quadrato della,f,d,cioè al quadrato della,f,c,& perche il quadrato della detta linea,f,c,(per la penultima del primo) è equale alli dui quadrati delle due linee,f,g,& g,c,seguita adonque che quello che è fatto della,b,e,in la,e,d,co'l quadrato della linea,f,e,equal alli dui quadrati delle due linee,f,g,& g,c,et perche il quadrato della detta linea,f,e,è equale alli dui quadrati delle due linee,f,g,& g,e,per la detta penultima del primo per esser l'angolo,e,g,f,retto adonque quello ch'è fatto della,b,e,in la,e,d,con li dui quadrati delle due linee,f,g,& g,e,serà equale alli dui quadrati delle due linee,g,c,& g,f,tolendo adonque communamente dell'una e l'altra parte il quadrato della linea,g,f,resterà quello che è fatto della,b,e,in la,e,d,col quadrato solo della linea,g,e,equale al quadrato della linea,g,c,ma per

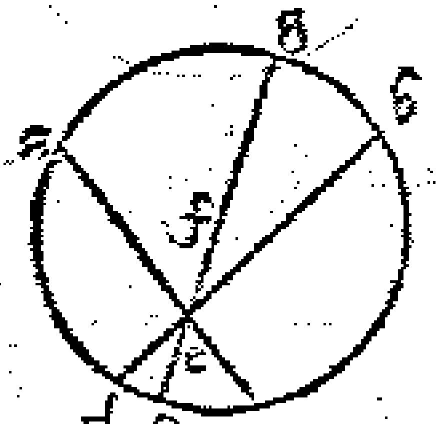


la quinta del secõdo quel che è fatto della,a,e,in la,e,c,col quadrato della linea,g,è anchora lui equal al medesimo quadrato della,g,c,seguita adonque per commune sententia che quello che e fatto della,b,e,in la,e,d,co'l quadrato della linea,g,e,e equale a quello che e fatto della,a,e,in la,e,c,co'l quadrato della linea,g,e,tolendo adonque dall'una e l'altra parte il quadrato della linea,g,e, restarà per la terza communa sententia quello che è fatto della,b,e,in la,e,d, equale a quello che vien fatto della,a,e,in la,e,c,che e il proposito.Ma se ne

l'una

L'una ne l'altra de quelle transisse sopra il centro, overamente che una di quelle dividerà l'altra in due parti equali, over in due parti non equali, hor poniamo primamente che la linea, b, d, divida la linea, a, c, in due parti equali in ponto, e, come in questa quarta figuratione appare. produrrò la linea, g, f, e, h, diametro del cerchio che transisca per il ponto della divisione di quelle, cioe per lo ponto, e, & perche la linea, g, h, (laqual transisce per lo centro del cerchio) divide la linea, a, c, in due parti equali nel ponto, e, quello che è fatto della, g, e, in la, e, h, è equale per lo secondo modo di questa conclusione a quello ch'e fatto della, a, e, in la, e, c, & perche la, g, h, divide la, b, d, in due parti non equali per lo terzo modo di questa medesima conclusione, quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, serà etiam lui equal a quello ch'è fatto della, g, e, in la, e, h, adonque quello che vien fatto della, b, e, in la, e, d, e equale a quello che e fatto della, a, e, in la, e, c, che e il proposito, ma se niuna de loro non divide l'altra in due parti equali, come in questa ultima figuration appare, tirata pur la linea, g, f, e, h, diametro del cerchio che transisca pur per lo ponto, e, quello ch'e fatto della, g, e, in la, e, h, serà equal per lo terzo modo di questa a quel che e fatto della, b, e, in la, e, d, & per lo medesimo serà etiam equale a quello che e fatto della, a, e, in la, e, c, dil che per commune sententia quello ch'e fatto della, b, e, in la, e, d, seria etiam equale a quello ch'e fatto della, a, e, in la, e, c, che e il proposito.



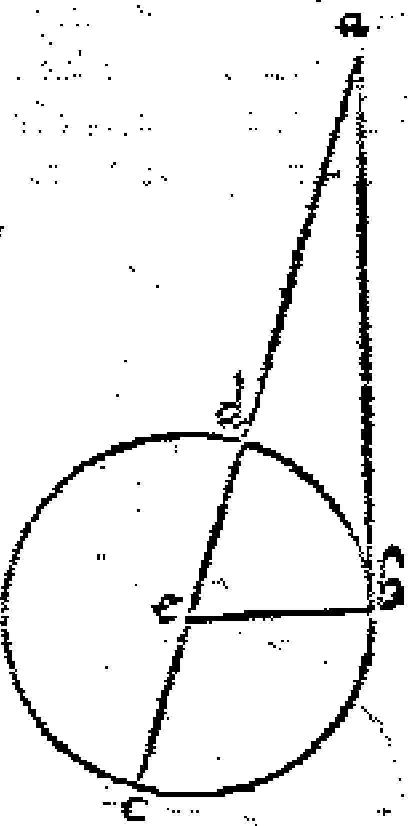


Theorema. 30. Propositione. 36.

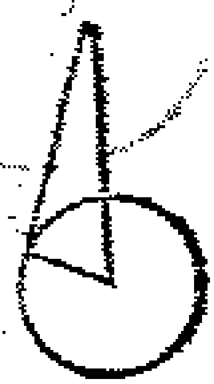
35
36 Sel se signarà uno ponto fuora d'un cerchio, & da quello si menà due linee rette, al cerchio, l'una che seghi, & l'altra che tocchi il detto cerchio, quello che se contenerà sotto di tutta la linea segante, & della parte estrinsica, serà equale al quadrato che se descriverà della linea che tocca.

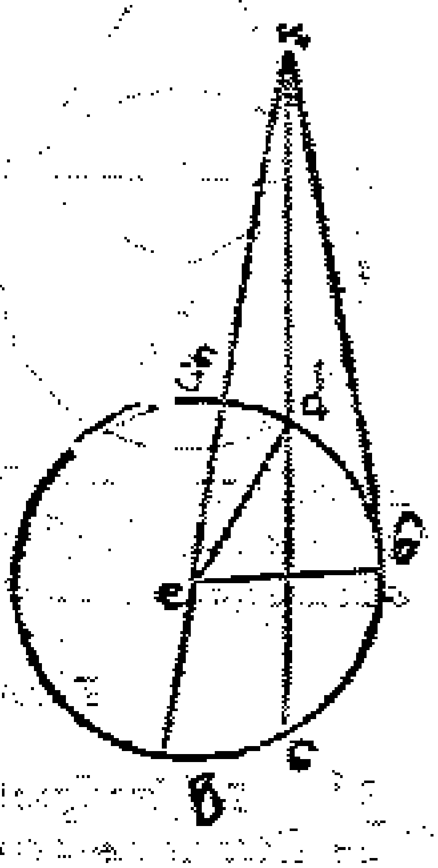
Sia il ponto, a, signato di fuora del cerchio, b, c, d, (il centro del quale e il ponto e.) dal qual sieno dutte al cerchio le due linee, a, b, toccante, & la, a, c, segante il detto cerchio dico che quello che vien fatto de tutta la, a, c, in la parte, a, d, equale al quadrato della, a, b, perche, over che la, a, d, c, passa per lo centro, overo nò ponemo prima che quella passi per il centro (che e il ponto, e.) et sia dutta la linea, e, b, laquale per la decimaottava de questo serà perpendicolare sopra la linea, a, b, et perche la linea, d, c, e divisa in due parti equali nel ponto, e, & a quella e aggionta la linea, d, a, serà per la sesta del secondo quello che e fatto della, c, a, in la, a, d,

col



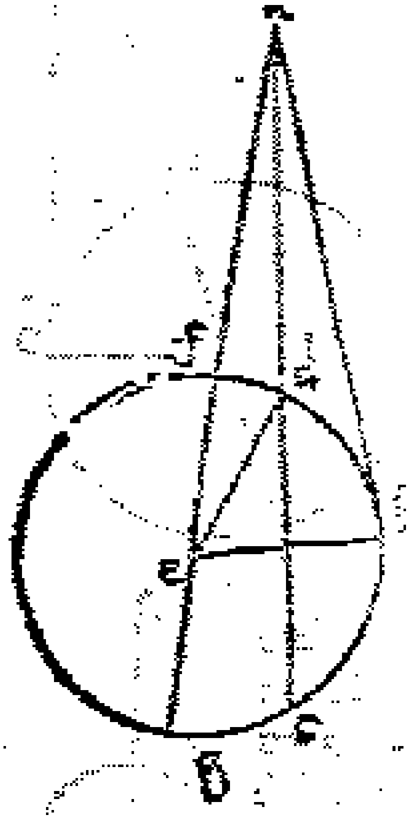
col quadrato della linea,e,d,serà equale al quadrato della linea,e,a, & il quadrato della linea,e,a, per la penultima del primo,è quanto li dui quadrati delle due linee,a,b,& e,b, per esser l'angolo,a,b,e,retto, adonque quello che è fatto della linea,c,a,in la parte, a,d,col quadrato della linea,e,d,serà equale alli dui quadrati delle due linee,a,b,& b,e,et perche la,e,d,è equale alla,e,b,per la diffinitione del cerchio, li loro quadrati seranno etiã equali, adonque quel che è fatto della,a,c,in la,a,d,col quadrato della,b,e, serà equale alli dui quadrati delle due linee,a,b,& ,b,e, tolto adonque communemente dall'una e dall'altra parte il quadrato della,b,e,restarà,per la tertia cõcettione, q̃l che è fatto della,c,a,in la,a,d,equale al quadrato della linea,a,b,che è il proposto,ma se la linea,a,d,c, nõ trãsisce per lo centro,come in questa seconda figura appare,sia tirata la linea,a,f,e,g,sopra il cẽtro,e, & siano tratte le due linee,e,d,& e,b,& sia,e,h, perpendicolare sopra alla linea,a,d,c,& per la tertia di questo,la,d,h, serà equale alla,c,h,perche adonque la linea,d,c,e diuisa per equale parti nel ponto,h,& a quella è aggionto la linea,a,d,per la sesta del secondo, quel che e fatto della,c,a,in la,a,d, col quadrato della,d,h,serà equale al quadrato della linea,a,h,onde aggionto a ciascuno il quadrato della,h,e,quello che e fatto della,c,a,ĩ la,a,d,cõ li quadrati delle due linee,d,h,& h,e,cioe col quadrato della,d,e,imperoche il quadrato della,d,e,e quanto li dui quadrati delle due linee,d,h,& h,e, per la penultima del primo,perche l'angolo,e,h,d,e retto serã equali alli dui quadrati delle due linee,a,h,& h,e,cioe al quadrato della linea,a,e, per la penultima del primo, & il quadrato della,e,d,e equale al quadrato della,e, f, per la diffinitione del cerchio, adonque quello che e fatto della,c,a,ĩ la,a,d,col quadrato della,e,f,e equale al quadrato della,e,a,et ancora per la detta sesta del secondo, quello che e fatto della,g,a,in la,a,f,col quadrato della linea,f,e equale al quadrato della linea,a, e,per la qual cosa ciascuno de essi rettangoli fatti della, c,a,in la,a,d,& della,g,a,ĩ la,a,f, col quadrato della linea,e,f,e equale al quadrato della linea,a,e,perala seranno equali fra loro,tratto adonque di ciascuno il quadrato della linea,e,f,serà quello che e fatto della,c,a,in la,a,d,equale a quello chè e fatto della,g,a,ĩ la,a,f,ma

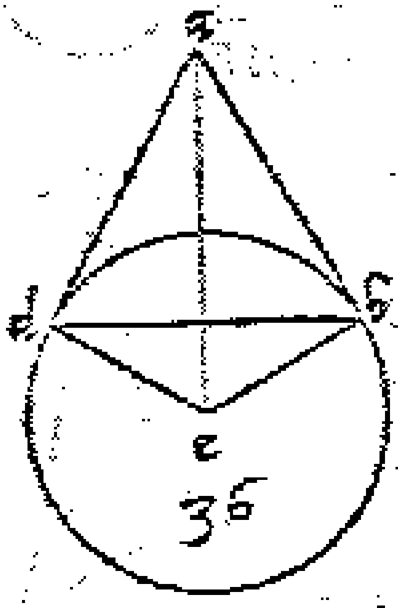




quel

quel che è fatto della .g.a. in la .f.a. è equale al quadrato della linea .a.b. per lo primo modo di questa adonque quello che è fatto della .c.a. in la .a.d. è equale al quadrato della .a.b. che è il proposito. Da questa propositione si manifesta che quando uno ponto è dato fuora d'un cerchio & da quello molte linee si menino nel cerchio segandolo, quello che è fatto de tutte le linee nella parte di fuora sian fra loro equali, perche ciascuno di quelli rettangoli sono equali al quadrato della linea che tocca, e ancora menādo da quel ponto due linee che tocchino il detto cerchio de necessità quelle seranno fra loro equale, impero che'l quadrato di ciascuno serà equale al rettangolo fatto de tutta la linea segante in la parte di fuora, & questo piu evidentemente si manifesta per la penultima del primo, sia il ponto .a. signato fuora del cerchio .b.c.d. il centro del quale sia il ponto .e. & da quello sian dutte le due linee .a.b. & .a.d. che tocchino li cerchi in li dui ponti .b.d. dico le dette due linee esser fra loro equale, & per dimostrar questo produrò le linee .e.a. .e.b. .e.d. onde per la decimaottava di questa, l'uno e l'altro di dui angoli .b. & .d. serà retto e per la penultima del primo, il quadrato della .a.e. serà equale alli dui quadrati delle due linee .a.b. & .b.e. similmente anchora alli dui quadrati delle due linee .a.d. et .d.e. per laqual cosa li quadrati delle due linee .a.b. & .b.e. sono equali alli quadrati delle due linee .a.d. & .d.e. & perche li quadrati delle due linee .e.b. & .e.d. per commune sententia, sono equali, per esser le due linee .e.b. & .e.d. per la diffinitione del cerchio dilche li dui quadrati delle due linee .a.b. & .a.d. per la terza concettione, seranno equali, adonque, per commune sententia la .a.b. e equale alla .a.d. che e il proposito, anchora per quest'altra via, sia dutta la linea .b.d. per la quinta del primo l'angolo .e.b.d. serà equale all'angolo .e.d.b. per esser la .e.b. equale alla .e.d. & perche l'uno e l'altro di dui angoli .b. & .d. e retto serà, per commune sententia, l'angolo .a.b.d. residuo equale all'angolo .a.d.b. residuo, adonque per la sesta del primo, la linea .a.b. e equale alla linea .a.d. che e il medesimo proposito.



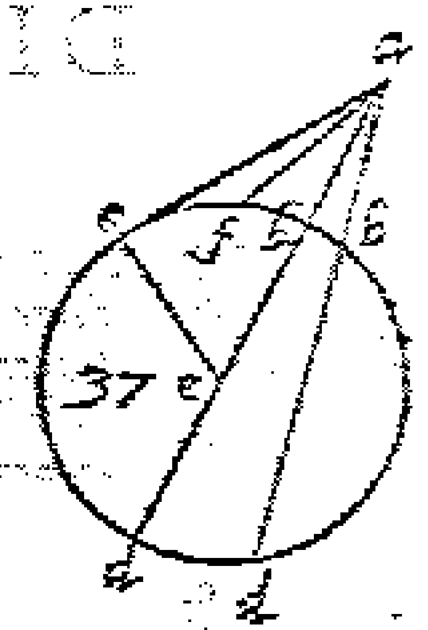


Theorema 31. Propositione 37.

36 S'el serà signato uno ponto fuor d'un cerchio dalqual sian dutte due
37 linee rette alla circonferentia una segante l'altra alla circonferentia applicata,

plicata, e sia il dotto di tutta la linea segante nella parte di fuora, equale al quadrato della linea applicata, di necessita quella linea applicata sera tāgēte al cerchio.

Sia il ponto a segnato fuora del cerchio b, c, d, il centro del quale sia il ponto e, dal quale siano dutte al cerchio la linea a, b, d, segante quello, & la linea, a, c, applicata alla circonferentia e sia quel che e fatto della d, a, in la a, b, equale al quadrato della a, c, dico la linea a, c, esser toccante, & questa e il converso della precedente, perche se la non e toccante, per l'adversario, sia adonque la a, f, &, per la precedente, quello che e fatto della d, a, in la a, b, sera equale al quadrato della a, f, onde il quadrato della linea a, f, seria equale al quadrato della linea a, c, per esser ciascun di lor equal a quello che e fatto de tutta a, d, in la parte a, b, adonque la a, c, (per commune scientia) seria equale



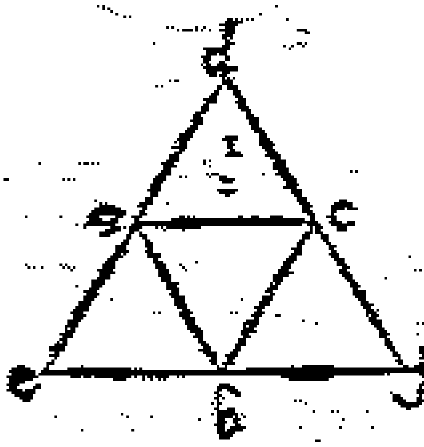
alla a, f, laqual cosa e impossibile per l'ottava di questo, adonque la a, c, sera toccante, che e il proposito, questo medesimo se approvera ancora demostratiuamente sia la superior disposizione et il presupposito, & se la linea a, b, d, transise per lo centro sia dutta la linea c, e, sera per la 6. del secondo, quel che e fatto della d, a, in la a, b, col quadrato della e, b, equal al quadrato della a, e, ma per esser la e, b, equal alla c, e, per la diffinitione del cerchio, sera quello che e fatto della a, d, in la a, b, col quadrato della c, e, equale al quadrato della a, e, ma quel che e fatto della a, d, in la a, b, e posto equale al quadrato della a, c, adonque il quadrato della a, c, col quadrato della c, e, e equale al quadrato della, a, e, adonque, per la ultima del primo, l'angolo c, e retto, onde, per lo corrolario della sestadecima di questo, la linea a, c, sera toccante il cerchio che e il proposito ma se la a, b, d, non transisse per lo centro sia dutta dal ponto a una linea transitte per lo centro, & perche quello che e fatto de tutta questa in la parte de fuora de essa linea equale a quello ch'e fatto della d, a, in la a, b, di quella che non passa per lo centro, per la precedente, & perche quello che e fatto de tutta la linea a, b, d, che non passa per lo centro, in la parte a, b, e equale al quadrato della a, c, dal presupposito, sera chiaro per commune scientia, quel che e fatto della linea a, d, transiente per lo centro in la parte a, b, equale al quadrato della a, c, dilche la a, c, per le ragione dette, sera toccante il cerchio.

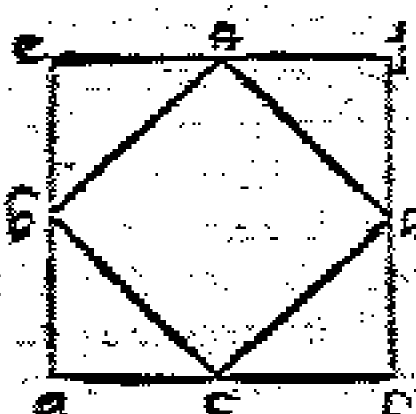
IL FINE DEL TERZO LIBRO.

LIBRO QVARTO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1/1 VNA figura rettilinea viene detta esser descritta in vn'altra figura rettilinea, quando ciascun angolo della figura inscritta tocca ciascun lato de quella in laquale è descritta. Sia il triangolo, a, b, c, descritto di dentro del triangolo, d, e, f, talmente che ciascun angolo del triangolo, a, b, c, tocca ciascun lato del triangolo, d, e, f. (cioe in li tre ponti, a, c, b,) hor dico che 'l triangolo, a, b, c, vien detto esser inscritto in lo triangolo, d, e, f, similmente se il fusse il quadrato, a, b, c, d, descritto di dentro del quadrato, e, f, g, h, talmente che ciascun angolo del quadrato, a, b, c, d, tocchi ciascun lato del quadrato, e, f, g, h, nelli quattro ponti, a, b, c, d, dico che il quadrato, a, b, c, d, vien detto esser inscritto di dentro del quadrato, e, f, g, h, & cosi si deue intendere de ogni altra sorte de figura contenuta de linee rette.

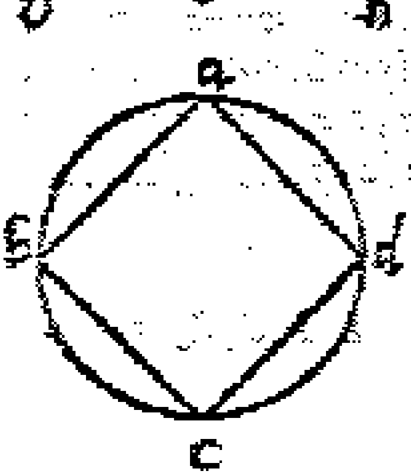




Diffinitione 2.

2/2 Similmente vna figura vien detta esser descritta circa a vn'altra figura, quando ciascuno lato della circonscritta tocca ciascun angolo de quella circa laquale è descritta.

Sia come è il triangolo, d, e, f, (della precedente) che ciascun lato di quello tocca ciascun angolo del triangolo, a, b, c, per laqualcosa il triangolo, d, e, f, vien detto esser descritto atorno al triangolo, a, b, c, & similmente il quadrato, e, f, g, h, vien detto esser descritto circa al quadrato, a b c d perche ciascuno lato di quello tocca ciascuno angolo del detto quadrato, a b c d.



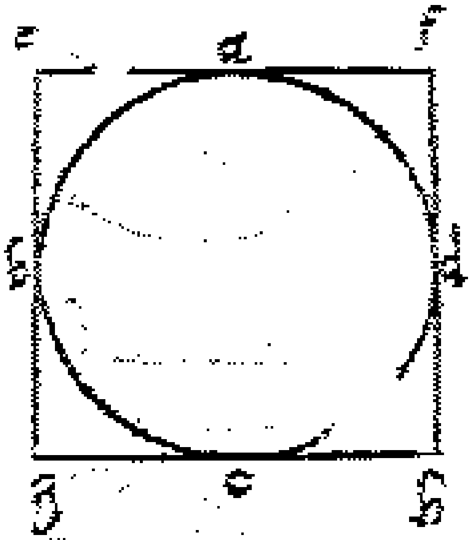
Diffinitione 3.

0/3 Vna figura rettilinea vien detta esser descritta in vno cerchio, quando ciascaduno angolo della inscritta tocca la circonferentia dello cerchio.

Si come

Si come appareria la quadrato a, b, c, d, che ciascuno angolo di esso quadrato tocca la circonferentia del cerchio a, b, c, d, (in li quattro ponti a, b, c, d,) per laqual cosa il detto quadrato vien detto esser descritto in lo detto cerchio et cosi verria detta ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 4.



o/4 Vna figura rettilinea vien detta esser descritta cerca à vn cerchio quando ciascun lato della circonscritta tocca la circonferentia del cerchio.

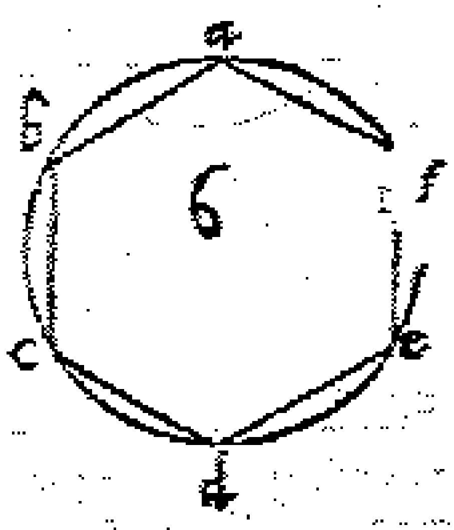
Si come accade al quadrato e, f, g, h, ilquale (perche ciascun lato di quello tocca la circonferentia del cerchio a, b, c, d,) in li quattro ponti a, b, c, d vien detto essere descritto cerca al detto cerchio a, b, c, d, & cosi verria detta ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 5.

o/5 Similmente vno cerchio vien detto esser descritto in vna figura rettilinea, quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascun lato de quella tal figura in la quale è descritto.

Si come accade al cerchio a, b, c, d, (della figura precedente) il qual vien detto esser descritto in lo quadrato e, f, g, h, (perche la circonferentia di quello tocca ciascun lato del detto quadrato e, f, g, h, et cosi verria detto quando cosi fusse in ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 6.



o/6 Vno cerchio vien detto esser descritto cerca a vna figura rettilinea quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascuno angolo de quella tal figura cerca laquale è descritto.

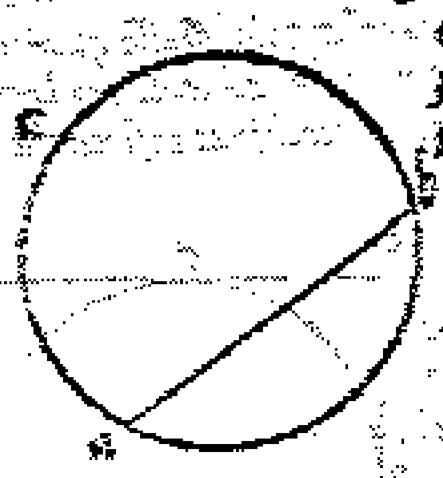
Si come interuiene al cerchio a, b, c, d ilquale (perche la sua circonferentia tocca ciascuno angolo della figura, a, b, c, d, e, f, rettilinea) vien detto esser descritto cerca a essa figura rettilinea.

Diffinitione. 7.

o/7 Vna retta linea vien detta coniongerse in vn cerchio quando li estremi di quella cadeno in la circonferentia del detto cerchio.

Come appare alla linea a, b laquale vien detta coniongerse in lo cerchio a, b, c

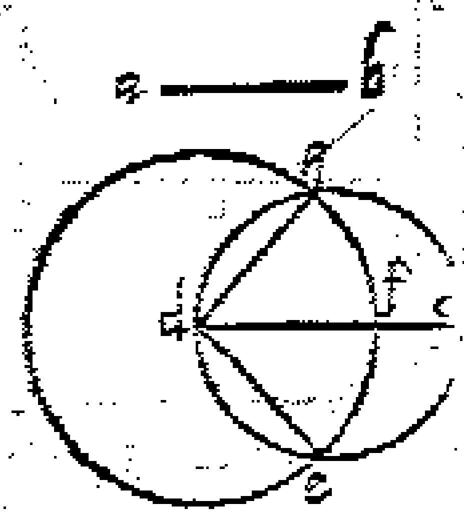
(perche



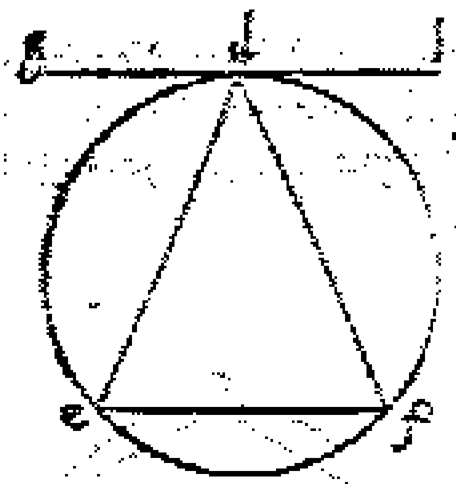
perche li suoi dui estremi, cioe li dui ponti a e b che sono il fine di quella vadeno precisamente in la circonferentia del detto cerchio a.b.c.

Problema primo. Propositione prima.

1/2 Dentro à uno dato cerchio potemo accommodare una linea retta equale a una data retta linea laquale non sia maggiore del diametro



Sia il dato cerchio c, d, e, il diametro del quale è la d, c, è la linea data a.b. laqual non e maggior del diametro c.d. voglio dentro del dato cerchio accommodare una linea equale alla linea a.b. laqual se la sera equale al diametro d.c. gia e fatto quello ch'e proposto perche in lo cerchio, d, e, c, e stata adatatta la linea retta, d.c. equale alla data linea a.b. ma sel diametro d.c. e maggiore di essa linea b. sia tolto dal diametro d.c. la parte d.f, per la terza del primo, equal alla linea a.b, e sopra il ponto d, secondo la quantità della d.f. sia descritto il cerchio f.e.g. segante il detto cerchio in dui ponti g, & e, all'uno di quali sia ducta, dal ponto d, una linea retta come la d.e. over d.g. & l'una e l'altra di quelle sera equale alla linea a. b, perche l'una e l'altra de esse linee d.e. & d.g, per la diffinition del cerchio, sono equal alla linea d.f. laqual fu posta equale alla detta linea a, b, per laqual cosa havemo il proposito.



Problema. 2. Propositione. 2.

3/4 Dentro a uno dato cerchio potemo collocare un triangolo equiangolo a un triangolo assignato.

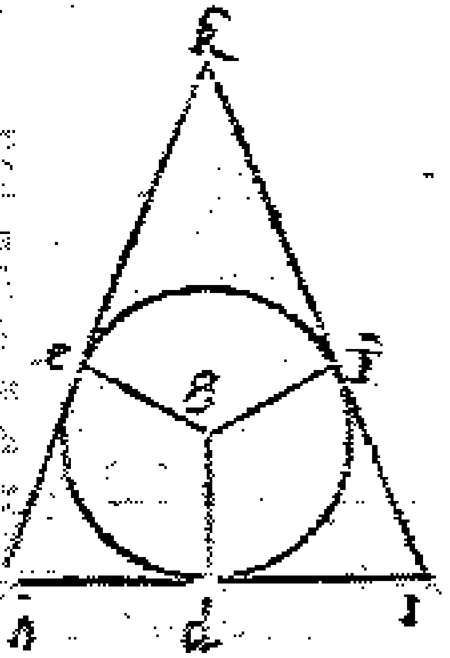
Sia lo assignato triangolo. a, b, c, & lo assignato cerchio d.e.f. voglio dentro a questo cerchio collocare uno triangolo equiangolo. al triangolo a.b.c. non è necessario essere equilatero. ma e ben possibile a essere, produro la linea g.d.h. toccante il cerchio in ponto de sopra il qual facio l'angolo h.d.f. dutta la linea d.f, per la vigesima tertia del primo, equale all'angolo c. & similmente l'angolo g.d.e, dutta la linea d.e, equale al angolo, b, & tiro la linea e.f. & per la trigesima seconda del tertio, l'angolo e. sera equale all'angolo h.d.f. & l'angolo h.d.f. fu constituido equale all'angolo. c, adonque

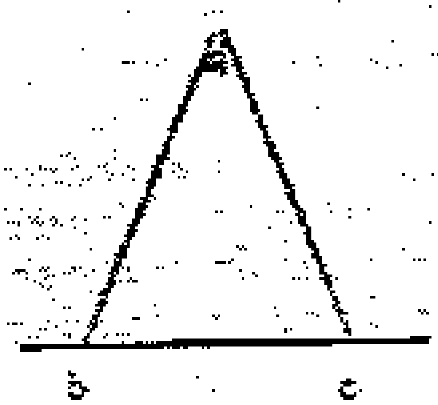
adonque (per commune sententia) l'angolo .e. serà equale all'angolo .c. & (per le medesime ragione l'angolo .f. serà equale al angolo .b. (per la qual cosa l'angolo rimanente del triangolo .e.d.f. serà equale (per la trigesima seconda del primo) all'angolo .a. che è similmente il terzo del triangolo .a.b.c. per la qual cosa haveremo il proposito, cioè in lo cerchio .d.e.f. haveremo collocato il triangolo .d.e.f. che li suoi tre angoli sono equali alli tre angoli del triangolo .a.b.c. cioè ciascun al suo corrispondente come volevamo.

Problema 3. Propositione 3.

3 Intorno a uno assignato cerchio, potemo descrivere uno triangolo equiangolo a uno triangolo dato.
3

Sia lo assignato triangolo .a.b.c. & lo assignato cerchio .d.e.f. (il centro del quale è il ponto .g.) intorno a questo cerchio voglio descrivere uno triangolo equiangolo al triangolo .a.b.c. (equilatero non è necessario ma è possibile) produco la basa .b.c. dall'una e l'altra parte acciochè siano fatti li dui angoli estrinseci, & dal centro .g. produco la linea .g.d. fina alla circonferentia & constituisco l'angolo .d.g.e. (dutta la linea .g.e.) equal all'angolo .b. estrinseco & similmente l'angolo .d.g.f. (dutta la linea .g.f.) equale all'angolo .c. estrinseco & dalli ponti .d.e.f. produco in l'una e l'altra parte le linee orthogonalmente le quali (per lo corrolario della sestadecima del terzo) seranno toccante il cerchio le quale linee toccanti produco da ciascuna parte fina a tanto che concorrano in li ponti .h.k.l. (il qual concorso approvaremo di sotto) perchè adonque in lo quadrilatero .h.d.e.g. li dui angoli .d. & .e. sono retti seranno li dui altri angoli .g. & .h. equali a dui angoli retti conciosia che li quattro angoli di ciascun quadrilatero sono equali a quattro angoli retti (come è dimostrato sopra la trigesima seconda del primo) & perchè li dui angoli .b. cioè lo intrinseco e lo estrinseco



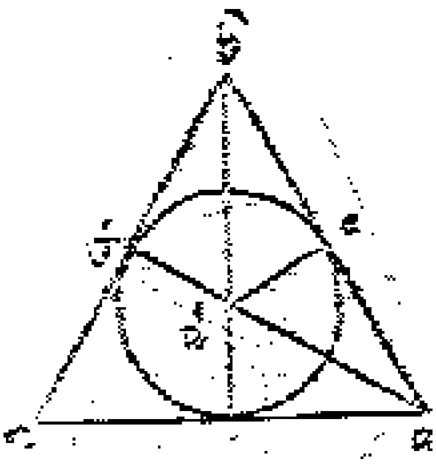


sono similmente equali a dui angoli retti (per la terzadecima del primo ma l'angolo .b. estrinseco fu posto equal al angolo .d.g.e. serà adonque l'angolo .b. intrinseco (per commune sententia) equale all'angolo .h. anchora per simile ragione l'angolo .c. intrinseco è equale all'angolo .l. essendo adonque li dui angoli .h. & .l. del triangolo .h.l.k. equali alli dui angoli .b. & .c. del triangolo .a.b.c. de necessità anchor l'angolo .k. (per la 32 del primo) serà equale all'angolo .a. equiangoli adonque sono li dui triangoli .a.b.c. & .h.l.k. il che intorno al cerchio .d.e.f. havemo descritto il triangolo .h.l.k. equiangolo al triangolo .a.b.c. che è il proposito.

Hora ci resta a prouare come le tre linee contingenti in li detti tre ponti, d, f, e, protratte da ciascheduna parte di necessità concorreranno, perche li duoi angoli che sono al ponto, e, l'uno e l'altro è retto, e similmente l'uno e l'altro de quelli che sono al ponto, d, e, una retta se'l sarà inteso con la mente esser tirata una linea dal, d, al, e, li duoi angoli liquali sono alla parte, b, seranno minori de duoi angoli retti, per laqual cosa protratte in quella parte le due linee, l, h, b, & k, e, h, (per la penultima petitione) concorreranno, & per la medesima ragion concorreranno, etiam le due linee, h, l, & k, f, l, & similmente le due, l, f, k, e, h, e, k, che è il proposito.

Problema. 4. Propositione. 4.

4/4 In uno dato triangolo puotemo descriuere uno cerchio.



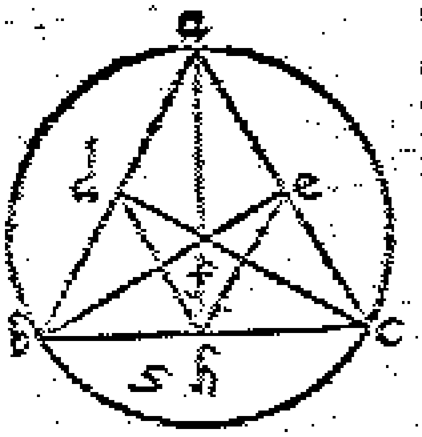
Sia lo assignato triangolo, a, b, c, uoglio di dentro di questo triangolo descriuere uno cerchio, diuido li duoi angoli, a, & b, di questo triangolo (per la nona del primo) in due parti equali dalla linea, a, d, & la linea, b, d, lequali concorrano in lo ponto. d. dal qual ponto. d. duco le perpendicolare (per la duodecima del primo) alli tre lati del detto triangolo, liquali sono, d, e, d, f, & d, g, & perche l'angolo, a, de uno di duoi triangoli, e, d, a, & g, a, d, è equale all'angolo, a, dell'altro, e l'uno e l'altro di duoi angoli, e, & g, è retto, e lo lato, a, d, è commune, dilche la linea, d, e, (per la uigesima sesta del primo) serà equale alla linea, d, g, per la medesima ragione l'angolo, b, dell'uno de duoi triangoli, e, b, d, & f, b, d, è equale all'angolo, b, dell'altro, e l'uno e l'altro delli duoi angoli, e, & f, è retto, e ancora il lato, d, b, è commune, dilche (per la medesima uigesima sesta del primo) la linea, e, d, serà equale alla linea, d, f, per laqual cosa le tre linee, d, e, d, f, d, g, sono equale, fatto adunque il centro in ponto, d, & descritto il cerchio secondo la quantità de una de dette tre linee transirà (per la nona del terzo) per le altre due estremità, & perche ciascuna delle tre linee, a, b, b, c, & c, a, (per lo corrolario della sestadecima del. 3.) serà toccante il cerchio descritto il proposito uien esser manifesto.

Problema. 5. Propositione. 5.

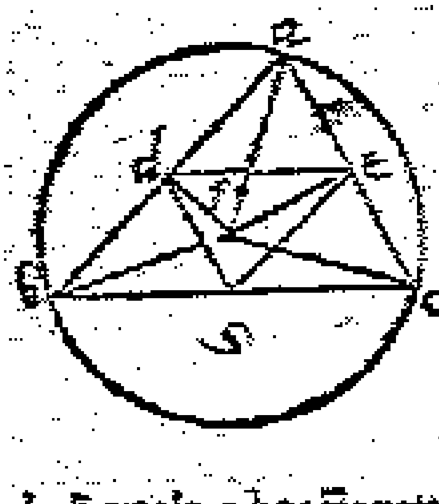
5/5 Circa uno triangolo assignato, sia quello orthogonio, ouer ambligonio, ouer oxigonio, puotemo descriuere uno cerchio.

Sia il triangolo assignato, a, b, c, uoglio circa di lui descriuere uno cerchio, diuido li suoi duoi lati, a, b, & a, c, (per la decima del primo) in due parti equali, cioè a, b, in ponto, d, & a, c, in ponto, e, dalli quali ponti produco le perpendicolare (per la undecima del primo) alle linee, a, b, a, c, lequalle allongo fin tanto che quelle concorrano insieme in lo ponto, f, & siano, d, f, e, f, & quelle concorrano, perche l'uno

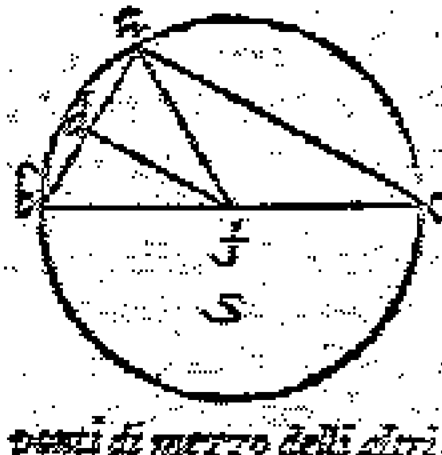
e l'altro



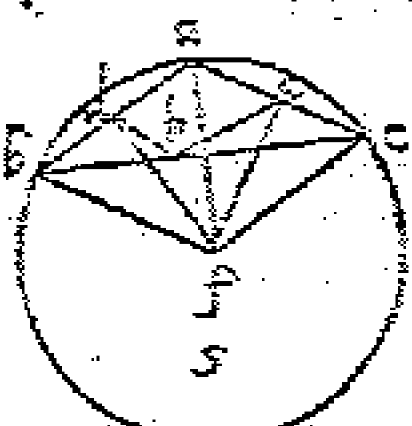
e l'altro delli duoi angoli .d. & .e. retto, sel serà inteso esser tirata una linea dal .d. a .e. che li duoi angoli che faranno fatti, alla parte dove seranno tirate, seranno minori duoi angoli retti, per laqual cosa quelle concorrano (per la penultima petitione), adonque dal ponto .f. il quale è il ponto del concorso, ilqual dico esser il centro del quesito cerchio tiro le linee a ciascun angolo le qual sono .f.a. .f.b. .f.c. & perche in lo triangolo .a.d.f. li duoi lati .a.d. .d.f. sono equali alli duoi lati .b.d. & .d.f. del triangolo .b.d.f. & l'angolo .d. dell'uno è equale all'angolo .d. dell'altro, perche l'uno e l'altro e retto, dil che, per la quarta del primo, la linea .a.f. serà equale alla linea .f.b. & per la medesima ragione la linea .f.a. serà equale alla linea .f.c. per esser similmente li duoi lati .a.e. & .e.f. del triangolo .a.e.f. equale alli duoi lati .f.e. & .e.c. del triangolo .c.e.f. & l'angolo .e. dell'uno all'angolo .e. dell'altro, adonque per la nona del terzo, el ponto .f. serà il centro del quesito cerchio, questa universal demostratione a ogni specie di triangolo, tamen perche il se vede nel thore nel mezzo voler variare dil giongendo intra lo triangolo orthogonio lo ambligonio, & lo oxygonio, dil che l'è da esser dimostrato di ciascun de quelli quale ne piace da per se.

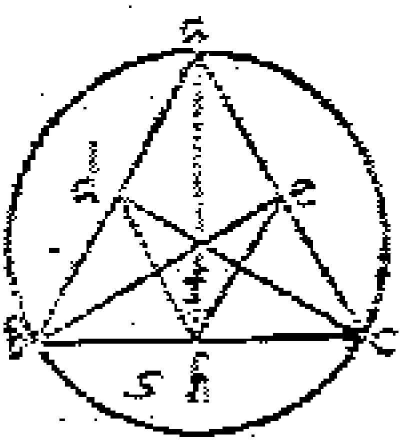


Sia adonque il trigono proposito orthogonio, e sia lo angolo .a. retto, il lato .b.c. opposito al detto angolo retto diuido in due parti equali in ponto .f. il qual ponto .f. dico essere il centro del quesito cerchio, & per dimostrare questo dal ponto .f. al mezzo dell'uno delli duoi altri lati ilqual sia il ponto .d. duco la linea .f.d. & perche la linea .f.d. divide li duoi lati .a.b. & .b.c. del triangolo .a.b.c. in due parti equali la detta linea .f.d. serà equidistante al terzo lato, cioè alla linea .a.c. (& questo fu demostrato sopra la trigesima nona del primo), & perche l'angolo .a. è posto retto serà, per la seconda parte della vigesima nona del primo, l'uno e l'altro di duoi angoli che sono al ponto .d. serà retto, sia adonque tirata la linea .f.a. & perche li duoi lati .a.d. & .d.f. del triangolo .a.d.f. sono equali alli duoi lati .d.b. & .d.f. del triangolo .d.b.f. & l'angolo .d. de l'uno è equale all'angolo .d. dell'altro la basa .b.f. dell'uno, per la quarta del primo, serà equale alla basa .f.a. dell'altro, & perche la linea .b.f. sia equale alla linea .f.c. dal presupposito, seranno, per commune sententia, le tre linee .b.f. .a.f. .c.f. fra loro equali, per laqual cosa il ponto .f. per la nona del terzo, serà il centro del quesito cerchio. Ancor sia il dato triangolo .a.b.c. ambligonio & sia l'angolo .a. ottuso il lato .b.c. che riguarda questo angolo ottuso diuido in due parti equali in ponto .h. dal qual alli ponti di mezzo delli altri duoi lati quali son .d. & .e. duco le linee .h.d. & .h.e. e per



quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) la linea .b.d. serà equidistante al lato .a.c. & la linea .a.h. e ... .a.b. per laqual cosa l'uno e l'altro delli dui angoli .b.d.h. & .e.h.b. (per la vigesima nona del primo) seranno equali al l'angolo .a. & per tanto l'uno e l'altro de quelli serà ottuso, dutte adonque le perpendicolari .d.f. alla linea .a.b. & .e.f. alla linea .a.c. sia a tanto che quelle concorrano in ponto .f. (il qual dico esser il centro del cerchio quesito) il qual concorso è manifesto per le ragione di sopra adutte & l'una e l'altra de quelle segar la linea .b.c. che riguarda l'angolo .a. ottuso, & quelle concorrere de fuora del triangolo .a.b.c. (per la conversa modo della trigesima prima del terzo) altramente l'angolo retto seria equale al ottuso, adonque dal ponto .f. il quale è il ponto del concorso de quelle produco le linee .f.a. .f.b. .f.c. & perche li dui lati .a.d. & .d.f. del triangolo .a.d.f. sono equali alli dui lati .d.b. & .d.f. dello triangolo .d.b.f. e l'angolo .d. dell'uno è equale allo angolo .d. dell'altro (per esser ciascaduno de loro retto) la basa .f.b. dell'uno (per la quarta del primo) serà equale alla basa .a.f. dell'altro. & per le medesime ragione la basa .f.c. (del triangolo .e.f.c.) serà equale alla basa .a.f. del triangolo .a.e.f. dilche (per la prima commune sententia) le tre linee .f.b. .f.a. .f.c. seranno fra loro equale, onde (per la nona del terzo) il ponto .f. serà il centro del quesito cerchio, sia di nuovo che il triangolo .a.b.c. sia ossigonio e divido tutti li lati di quello in dui parte equali, cioè il lato .a.b. in ponto .d. & lo lato .a.c. in ponto .e. & .b.c. in ponto .h. tiro le linee .d.e. .d.h. & .e.h. (& per quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) .d.h. serà equidistante al .a.c. & .e.h. al .a.b. per laqual cosa l'uno e l'altro delli dui angoli .h.d.b. & .h.e.c. (per la seconda parte della vigesima nona del primo) serà equale all'angolo .a. e per tanto l'uno e l'altro serà acuto, dutte adonque le perpendicolare .d.f. alla linea .a.b. & .e.f. alla linea .a.c. è manifesto quelle concorrere dentro il triangolo .a.b.c. (altramente l'angolo retto se equaliaria allo acuto, over che seria minor de quello) e sia il ponto del concorso .f. il quale dico essere il centro del cerchio. & per dimostrar questo, produco le linee .f.a. .f.b. .f.c. & perche li dui lati .a.d. & .d.f. del triangolo .a.d.f. sono equali alli dui lati .b.d. & .d.f. del triangolo .b.d.f. & l'angolo .d. dell'uno equale all'angolo .d. dell'altro, onde (per la 4 propositione del 1.) la linea .b.f. serà equal alla linea .a.f. similmente perche li dui lati .a.e. & .e.f. del triangolo .a.e.f. son equali alli dui lati .c.e. & .e.f. del triangolo .c.e.f. per l'angolo .e. de l'uno equal all'angolo de l'altro, dilche (per la medesima quarta del primo) la basa .f.c. serà equale alla basa .f.a. onde (per la prima commune sententia) le tre linee .b.f. .f.a. .f.c. seranno fra loro equale, per la qual cosa il ponto .f. (per la nona del terzo) serà il centro del cerchio quesito.



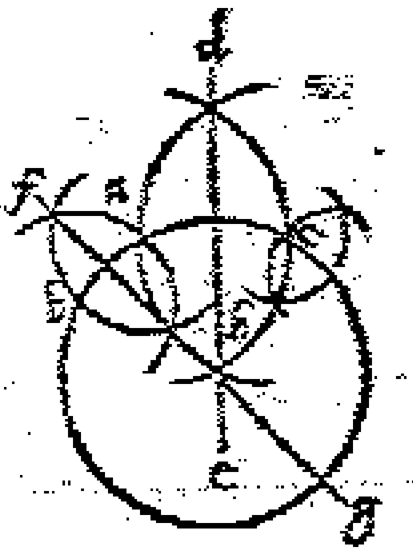


Corolario

Correlario.

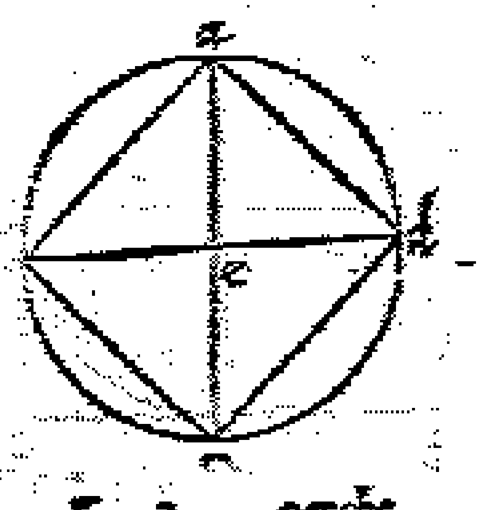
5 Per le cose dette è manifesto che se il triangolo sarà orthogonio il cen
5 tro del cerchio da circonscriuere cade in mezzo del lato che è opposito al l'angolo retto se quel sarà ambligonio il centro cade di fuora del triangolo. Ma se quello sarà oxigonio cade dentro del triangolo, & è conuerso. quando il centro del cerchio cade sopra il lato. b. c. l'angolo che sta nel mezzo cerchio, cioè l'angolo. b. a. c. è retto, & se il detto centro cade di fuora del triangolo è ambligonio, ma se'l cade di dentro il sarà oxigonio.

Il Tradottore.



In questa quinta el se ne causa il modo de trouar il centro de uno cerchio che la sua circonferentia passi per tre ponti propositi ad bene placitum, dummodo che non siano in linea retta, essempi gratia, siano li tre ponti. a. b. c. uoglio trouare il centro d'un cerchio che la sua circonferentia transisca per cadauno delli predetti tre ponti. a. b. c. immagino che li detti tre ponti siano li tre angoli d'un triangolo, & che le tre differentie delli detti ponti siano li tre lati del detto triangolo, & con questa immaginatione diuido la differentia che è dal ponto. a. al ponto. c. in duoi parti equali orthogonalmente con la linea retta. d. e. (per la decima & undecima del primo) & quel medesimo faccio della differentia che è dal ponto. a. al ponto. b. cioè la diuido pur in duoi parti equali orthogonalmente con la linea. f. g. lequal due linee. d. e. & f. g. se intersegano in lo ponto. h. il qual ponto. h. dico esser il centro del quesito cerchio che per il modo sopra posto in lo primo modo chiaro appare, adonque descriuendo sopra il centro. h. uno cerchio secondo la quantità de. h. b. ouer. h. a. la circonferentia di quello transirà per cadauno delli altri ponti, che è il proposito.

Problema. 6. Propositione. 6.



Dentro de uno dato cerchio possemo descriuere uno quadrato.

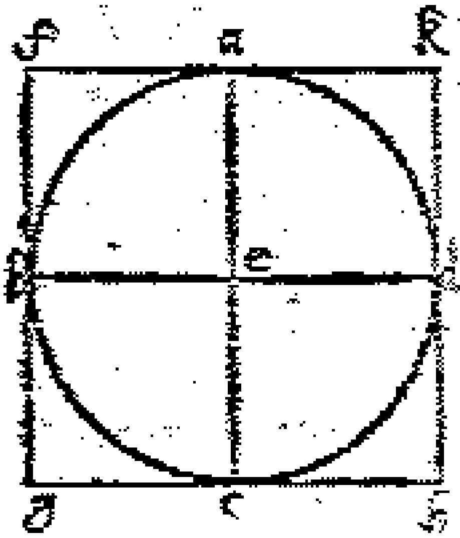
6 Sia il dato cerchio. a. b. c. d. il centro delquale è il pon
6 to. e. uoglio dentro di esso cerchio descriuer un quadrato tiro in detto cerchio li duoi diametri. a. c. & b. d. segandose orthogonalmente sopra il centro. e. di quali congiungo le estremità, tirando le linee. a. b. b. c. c. d. & d. a. lequale dico contener il quesito quadrato,

perche le quattro linee, e, a, e, b, e, c, & e, d, (per la diffinitione del cerchio) sono equale fra loro & li quattro angoli che sono al centro, e, son equali fra loro per esser ciascun di loro retto, siche (per la quarta del primo) le quattro linee, a, b, b, c, c, d, & d, a, sono etiam fra loro equale, & ciascuno di quattro angoli, a, b, c, & d, e retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo) perche ciascun de quelli è nel mezzo cerchio, adonque il quadrilatero, a, b, c, d, (per esser de quattro lati equali & de angoli retti) e quadrato (per la 21 diffinition del primo) che è il proposito.

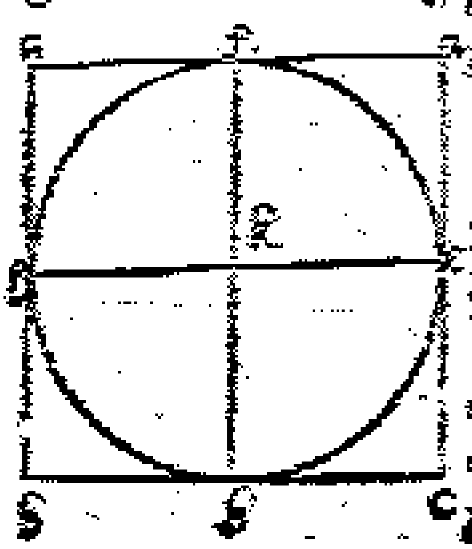
Problema 7. Propositione 7. 7

2/7 Circa a vno dato cerchio puotemo descriuere vn quadrato.

Sia il proposto cerchio, a, b, c, d, il centro di quale e il ponto, e, voglio d'intorno a questo cerchio descriuere vn quadrato, tiro in lui li dui diametri, a, c, & b, d, segantesi fra loro orthogonalmente sopra il centro, e, alle estremità delli quali com duco in l'vna & l'altra parte le linee orthogonalmente fina a tanto che ciascuna di quelle concorrano insieme & siano li ponti del concorso de quelle, f, h, k, & g, per lo correlario della sestadecima del terzo ciascuna delle predette quattro linee cosi tirate seranno toccante il detto cerchio perche adonque in lo quadrilatero, a, f, b, e, li tre angoli, a, b, & e, sono retti il quarto angolo (il quale, e, f,) serà ancora lui retto, perche li quatro angoli de ciascuno quadrilatero sono equali a quattro angoli retti, come fu dimostrato sopra la trigesima seconda del primo



& per la medesima ragione ciascaduno delli altri angoli, g, h, & k, serà retto, adonque (per la seconda parte della vigesima ottaua del primo) le due linee, e, f, g & k, h, etiam le due, f, k, & g, h, sono equidistante adonque, f, k, (per la 34 del primo) è equale al, g, h, & f, g, al, k, h, (& per la medesima 34 del 1.) f, k, è equale, al b, d, & f, g, al a, c, ma b, d, è equale al, a, c, (per esser ciascun di loro diametro del cerchio) onde (per la prima concettione) le quattro linee, f, k, g, h, f, g, & h, k, sono equale, & li quattro angoli, f, g, k, h, sono retti, come di sopra fu approuato, adonque il quadrilatero, f, g, h, k, (per la diffinitione) è quadrato, che è proposito.



Problema 8. Propositione 8.

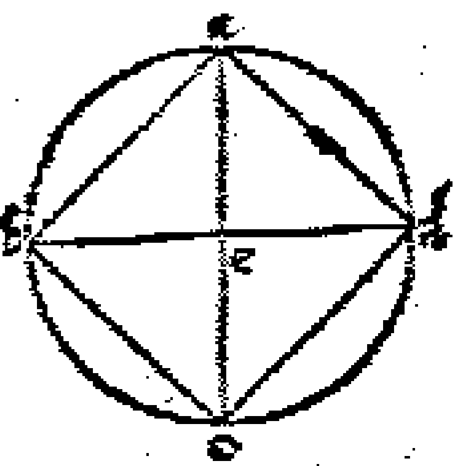
3/8 In vn dato quadrato puotemo descriuere vno cerchio.

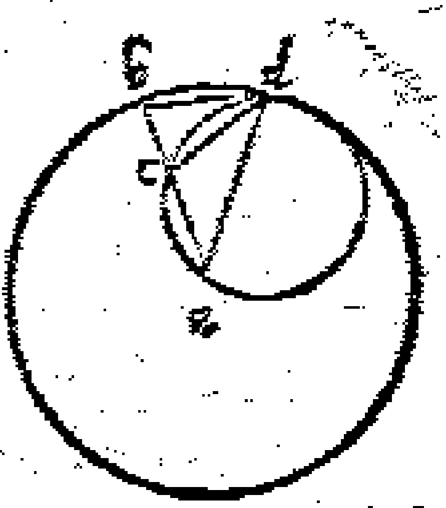
Sia lo dato quadrato, a, b, c, d, voglio dentro di lui descriuere vno cerchio diuido ciascuno lato di quello in due parti equali (per la decima del primo) cioe, a, d, in ponto, f, e, a, in ponto, g, e, b, in ponto, h, & , d, c, in pon to,e, & produco le linee,e,g,& f,h,le quali si segano fra loro in ponto K. il qual dico esser il centro del cerchio,perche la linea,f,h,per la trigesima terza del primo) serà equale & equidistante alla linea a.b.(per questo che la a.f.& b.h.sun equale & equidistante. similmente(per la medesima) la linea f.h.serà equale & equidistante al lato d.c.& per le medesime ragione,g.e.serà equale & equidistante al,a,d,et similmente al b.c.et perche tutte le mitade di quattro lati del detto quadrato (per la ottaua sententia) son fra loro equali dilche le quattro linee. K. g.K.h.K.e.et K.f.(per la trigesima quarta del primo)seranno equale fra loro,adonque descriuendo sopra il centro.K.il cerchio secondo la quantità de K.g.ouer de. K. f.ouer de K.e.ouer de K.h.transirà etiam per li altri tre ponti,& serà toccante le quattro linee,ouer lati del quadro cioe a.b.b.c.c.d.& d.a.& lo ponto.k.serà (per la nona del terzio) il centro del qual cerchio, che è il proposito.

Problema .9. Propositione .9.

6/9 Cerca vno assignato quadrato puotemo descriuere vno cerchio.

Sia il quadrato,a,b,c,d, voglio cerca di lui descriuere vno cerchio tiro in lui li dui diametri,a,c,& b,d,seganti fra loro in ponto,e,equal dico esser el centro del circulo.conciosia che le due linee a.b.et a.d.siano equale (li dui anguli,a,d,b,& a,b,d,(per la quinta del primo) seran equali,& perche l angulo .a.b.c retto (per la 32.del primo l'vno et l'altro de quelli serà la mitade di vn retto.Anchora con simil modo el se prouerà ciascun delli altri angoli parti di contenuti dalli predetti diametri,& delli lati del proposito quadrato esser la mità d vn retto. Perche adonque lo angolo,e,a,d,è equale allo angolo,e,d,a,(per la sesta del primo) la linea,e,a,serà equale alla linea e,d,(per la medesima ragione,e,a,serà etiam equal al,e,b,& e,c,serà equale al e.d. dilche descriuendo sopra el ponto,e,el circulo secondo la quantità de vna delle quattro linee,e,a,e.b,e,c,ouer,e,d,transirà etiam per li altri tre ponti,& (per la nona del terzio) el ponto,e,è el centro del detto circulo,che è il proposito.

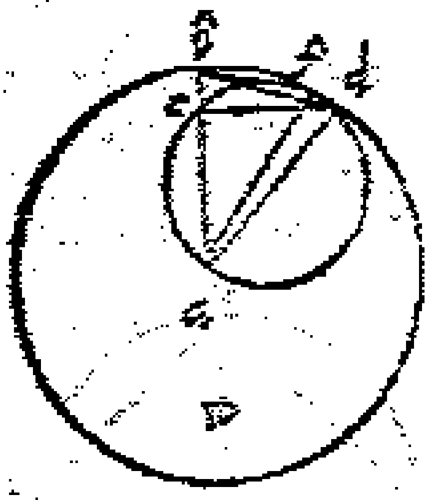


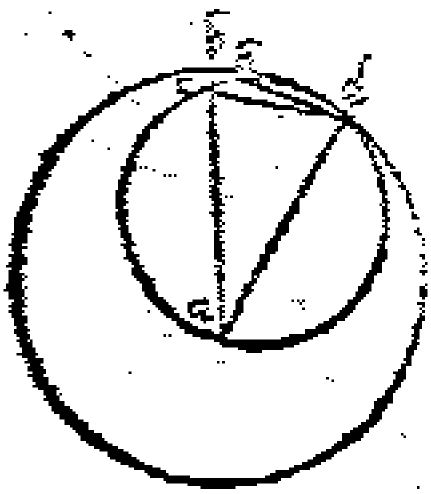


Problema.10. Propositione.10.

10/10 Puotemo designare vno triangolo de dui lati equali del quale l'vn e l'altro di dui angoli che sono sopra la basa sia doppio dell'altro.

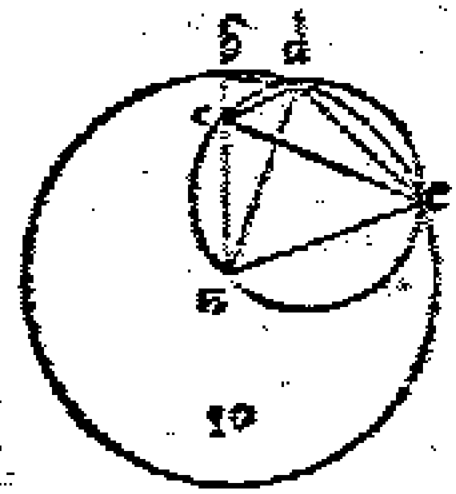
La intentione e da descriuere vno triangolo de dui lati equali & del terzio non equale, del quale l'vno e l'altro de i dui angoli che sono sopra il lato che non è equale alli altri dui sia doppio al terzio. Et per far que [illegible] sia tolto beneplacito una linea retta laqual sia a b laqual sia diuisa secondo che [illegible] la undecima del secondo in ponto c, talmente che quello ch'è fatto della a b in la b c, sia equale al quadrato della a c, & sopra il ponto a centro sia descritto (secondo la quantità della detta linea a b) il cerchio b d e, dentro del quale sia accommodata la linea b d (per la prima di questo) equale alla linea a c, & siano produtte le due linee d a, & d c. dico il triangolo a c b esser tal qual è stato proposto & per dimostrar questo sia circonscritto un cerchio, il qual sia d c a, (per la quinta di questo) al triangolo d c a, perche adunque la linea d b è equale alla linea a c, serà quello che vien fatto della a b in b c, equale al quadrato della linea b d, per laqual cosa la linea b d (per la ultima del terzo) è toccante il cerchio d c a (& per la trigesimaseconda del medesimo) l'angolo c d b è equale al angolo c a d, giontovi adunque communamente l'angolo c d a, tutto l'angolo b d a (per la seconda concettione) serà equal alli dui angoli c a d, & c d a, ma per la trigesimaseconda del primo) l'angolo b c d è equale alli medesimi dui angoli c a d, & c d a (perche è estrinseco a quelli) adunque l'angolo b d a, è equale all'angolo b c d, & perche l'angolo c d b, è equale all'angolo c b d (per la quinta del primo) per esser li dui lati a b, & a d equali (per la diffinitione del cerchio) l'angolo b c d, per la prima concettione, serà equale all'angolo c b d, adonque, per la sesta del primo, la linea c d è equale alla linea b d, & perche la linea b d fu posta equale alla linea c a seguita adonque, per la prima commune sententia, che la linea c d sia equale alla linea c a, adonque, per la quinta del primo, l'angolo c a d è equale all'angolo c d a. perche adonque l'uno & l'altro di dui angoli c d b, & c d a è equale all'angolo c a d, tutto l'angolo b d a serà doppio all'angolo d a b, & per tanto l'angolo a b d à lui equale è ancora a lui doppio al medesimo angolo b a d, che è il proposito. Et se l'aduersario dice il cerchio d c a circonscritto al triangolo partide segherà il cerchio b d e in alcun ponto dell'arco b e, siche insieme segherà la linea b d onde quella non serà applicata al cerchio, si come se suppone in la demostratione, ma serà segante quello, sia adonque, se possibile è, come pone l'aduersario, & dal ponto b sia ducto al detto cerchio minor la linea b f (per la 17 del terzo) toccante quello secondo la linea f a, f d serà, per la penultima del terzo, quello che vien fatto della a b in la b c equale al quadrato della b f, adonque la b f è equale alla b d per laqual cosa l'angolo b f d, per la quinta del primo, serà equale all'angolo b d f. & perche l'angolo a f d è equale, per la trigesima seconda del terzo, all'angolo a d f, & perche tutto l'angolo b f d per la ultima concettione, è maggior dell'angolo b f a, serà etiam maggior dell'angolo

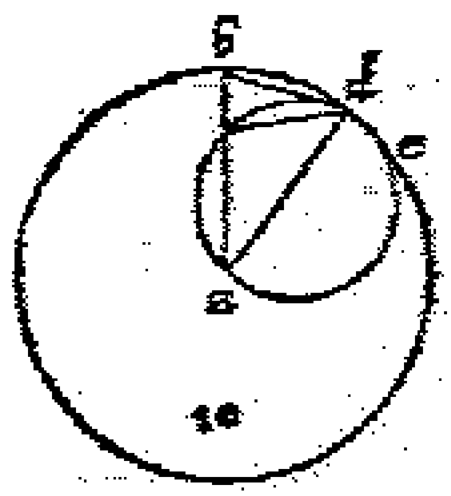




f d b

f,d,a, (è quello equale) & perche l'angolo,f,a,b,è equal al detto angolo,b,f,d, seguiria (per commune sentenia) che l'angolo,f,d,b,fusse maggiore dell'angolo,f,d,a, laqual cosa è impossibile (per la vltima concettione) che la parte sia maggior del tutto, adonque il cerchio,a,c,non segharà in duoi ponti l'arco,b,d, ancora per vno altro modo possiamo dimostrar questo che il cerchio minor per modo alcun segharà la linea,b,e, perche il detto aduersario forse dirà che segharà quella non seghando l'arco,d,b,del maggior cerchio,se pur possibil è che seghi quella sia quello in ponto,h,& serà quello che è fatto della,e,h,in,h,c,equale a quel che vien fatto della,d,h,in,h,b, Perche'l fu demostrato di sopra nella penultima del terzo che se in alcuna poca superficie sian dui vn cerchio siano dutte quante linee si voglia al detto cerchio seghante quella tutti li rettangoli contenuti sotto a cadauna di esse linee in le sue parti equali ce sono equali fra loro, & perche quello vien fatto della,e,h,in,h,c,è equale al quadrato della,h,d, (dal presupposito) seguiria adonque che quello che vien fatto della,b,d,in,h,b,esser equale al quadrato della,d,h, laqual cosa è impossibile (per la seconda del secondo) per la qual cosa il proposito è manifesto. E nota che'l minor cerchio de necessità segharà il maggiore & taglia da quello vno arco equale al arco,b,d, & lo maggiore similmente taglia dal medesimo vno arco equale alo arco,d,c, laquale cosa se approuerà così. Se il minore non segha il maggiore adonque il toca quello in ponto,d,& perche (per la vndecima del terzo) li centri di cerchij che si toccano & il ponto del toccamento sono in vna linea,serà il centro dello minore cerchio in la linea,a,d, per questo che in quella è il centro del maggiore, & il ponto del toccamento, adonque (per la decima ottaua del terzo) l'angolo,a,d,b,è retto,dilche similmente l'angolo,a,b,d, (à lui equale) è retto,onde seguiria che li tre angoli del triangolo,a,b,d,fussino maggiori de duoi angoli retti,laqual cosa è impossibile, per la trigesima seconda del primo. Adonque lui segha quello in li duoi ponti,c,& d, onde l'arco,c,d,del maggiore esser equale all'arco,d,b,& l'arco,d,c,del minore esser equale all'arco,d,c,produco le linee,d,a,c,e, & c,e,c, per la vigesima settima del terzo,ciascuno di quattro angoli liquali sono,d,e,c,e,a,d,a,e,& a,d,c,serano equali perche li duoi archi,d,e,& e,a,sono equali perche (per la prima dispositione di questa) la,d,e,fu trouata equale alla,d,b,laqual,d,b,fu posta equale alla,a,c,e per tanto le,d,c,& c,a,sono equali,& pero li duoi archi (per la vigesima ottaua del terzo) sono equali per laqual cosa tutto l'angolo,a,e,d,è doppio all'angolo b,a,d, & per tanto serà ciascun equale all'uno e l'altro di duoi angoli a,b,d, & a,d,b, & perche l'angolo,a,c,d,è equale all'angolo,a,d,c, per la quinta

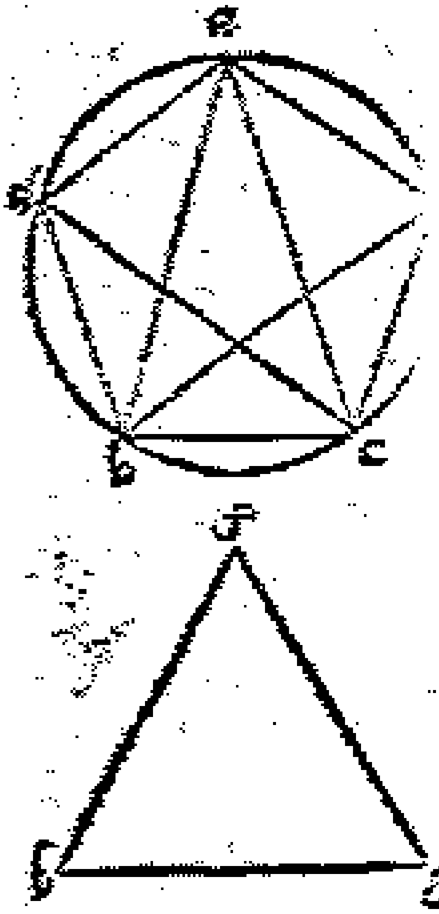




del primo) perche a e, & a d, sono equale (per la diffinicione del cerchio, perche sono dal centro alla circonferentia) seranno li dui angoli, e, d, del triangolo, a e d, equali alli dui angoli d & b, del triangolo, a d b, adonq. (per la trigesima seconda del primo) l'altro angolo, a, del uno serà equale all'altro angolo a dell'altro, adonque (per la vigesima sesta del terzo) l'arco, e d, del maggiore è equale all'arco, d b, & per la medesima l'arco e d, del minore è equale, al arco, d, e, & questo è quello, che hauemo proposto.

Problema. 11. Propositione. 11.

11 / 11 In un dato cerchio possiamo descriuere uno pentagono equilatero, & equiangolo.

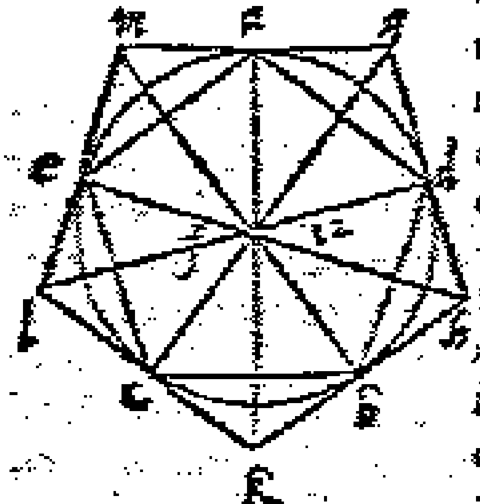


Sia il dato cerchio a b c d voglio di dentro di lui descriuere uno pentagono equilatero et equiangolo designo uno triangolo (per la precedente) il qual sia f g h, che habbia ciascun di dui angoli che sono sopra la basa g h doppio all'angolo f, & descriuo (per la seconda di questo) in lo cerchio, a b c, il triangolo a c b, equiangolo al triangolo f g h & sia l'uno e l'altro di dui angoli a b c & a c b doppio all'angolo c a b. Diuido l'uno e l'altro de quelli (per la nona del primo) in due parti equali dutte le due linee b e, & c d, e per la vigesima sesta del terzo li cinque archi in liquali li cinque ponti, a, d, b, c, e diuideno il cerchio seranno equali fra loro per questo li cinque angoli che cadeno in li detti archi sono equali fra loro, adonque per le linee rette continuate da quelli cinque ponti lequal sono a d, d b, b c, c e, & e a, serà il pentagono, a d b c e inscritto in lo dato cerchio tal qual è stà proposto (per la vigesima nona del terzo) qual è equilatero conciosia che li cinq. archi li quali li cinque lati di questo son corde sono equali fra loro. ancora dico quel esser equiangolo perche la circonferentia a e è equale alla circonferentia d b giongendo a ciascuna di quelle la circonferentia, e c b. (per la seconda commune sententia) tutta la circonferentia, a e c b, è equale tutta la circonferentia d b c e adonque li dui angoli a d b & d a e (per esser deduti sopra le dette due circonferentie equale) (per la vigesima settima del terzo) seranno equali fra loro, e per questa medesima ragion ciascuno di quelli angoli che sono sotto, a e c, & c b d & e b d seranno equali a ciascuno di quelli angoli che sono sotto c a d & a d b adonque il pentagono, a d b c e equiangolo, & di sopra hauemo dimostrato come egli è equilatero, adunque in lo dato cerchio a b c hauemo descritto il pentagono, a d b c e, equilatero, & equiangolo che è il proposito.

Problema. 12. Propositione. 12.

11 *Circa a uno dato cerchio potemo descriuere uno penthagono equilate-*
12 *ro, et equiangolo.*

Sia il proposito cerchio a b c il centro del quale è il ponto f, voglio circa di la descriuere uno penthagono equilatero & equiangolo sopra la circonferentia del detto cerchio secondo la dottrina della precedente notarò li 5 ponti angulari quasi come hauesse inscritto un penthagono, liquali siano a d b c e, alliquali dal centro f tirarò le linee f a, f d, f b, f c, f e, & dalli medesimi ponti produrò le perpendiculare a queste linee, & quelle slongarò in l'una e l'altra parte fina a tanto che quelle si



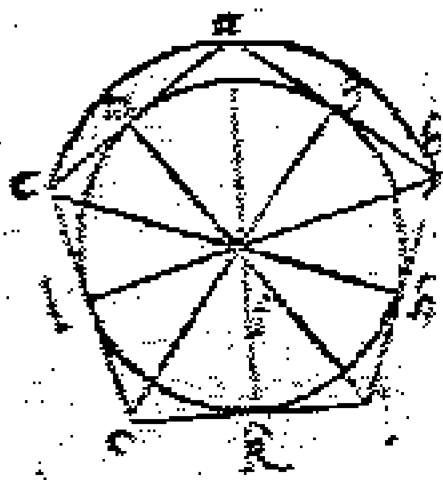
concorrano in li cinque ponti g h k l m & queste linee saranno, per lo correlario della decimasesta del terzo, toccante il cerchio, & a questi ponti del concorso, dal centro f condurò le linee f g f h f k f l f m, & perche fu dimostrato sopra la penultima del terzo che se d'alcun ponto signato fuora d'un cerchio siano dutte 2. linee al detto cerchio toccante quelle che quelle saranno equale, sarà la linea g a, equale alla linea g d, & la h d alla h b & cosi de tutte le altre. Ma perche li cinque archi in li quali li cinque ponti a d b c e diuideno il cerchio, sono equali fra loro, per la uigesima settima del terzo, li cinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, liquali sono dedutti sopra a questi archi in lo centro f, seranno fra loro equali, ma li dui lati a g & f a del triangolo f a g sono equali a dui lati d g, & f d del triangolo f g d, & il lato g f è commune, adunque (per la ottaua del primo) li dui angoli de quelli liquali sono al centro, f, e similmente li dui angoli che sono al g, sono equali fra loro, & per la medesima ragione li dui angoli liquali sono al centro f in li trianguli d f h et b f h e anchora li dui che sono al ponto h sono equali. Similmente anchora cadauno delli altri tre angoli liquali sono b f c, c f e, e f a, & cadauno di tre liquali sono k l m sono diuisi in due parti equali li primi per la linea f k, li secondi per la linea f l, li terzi per la linea f m, & perche questi tre angoli liquali sono b f c, c f e, & e f a sono equali a se medesimi et alli altri dui (liquali sono a f d, & d f b) seranno pur equali seranno le diece mitade de quelli liquali sono diece angoli fatti in lo centro f equali fra loro perche adunque li dui angoli a & f del triangolo g a f sono equali alli dui angoli a & f del triangolo m a f et lo lato a f è commune (per la 26 del primo) l'angolo g de l'uno serà equale all'angolo m dell'altro & lo lato g a al lato a m per la medesima ragione serà l'angolo g (nel triangolo g f d) equale al angolo h in lo triangolo d f h & lo lato g d serà equale al lato d h per la qual cosa perche g a è la mità de g m & g d è la mità de g h & g a & g d sono equali seranno per commune scientia g m & g h (che sono il doppio di quelle) equali fra loro similmente anchora hauremo prouato g m esser equale al m

l &

l. & m. l. al l. k. & l. l. al l. k. b. per laqual cosa il pentagono g. h. k. l. m. è equilatero. Dico anchora quello esser equiangolo, conciosia che li duoi angoli che sono al g. [illegible] fra loro equali & li duoi che sono al m. similmente equali fra loro & g. [illegible] [illegible] di sopra fu approvato esser equali, cioè che l'angolo [illegible] (per la medesima comune sententia) [illegible] è equale all'angolo f. m. a. [illegible] & per la medesima ragione [illegible] tutto l'angolo g. è equale a tutto l'angolo m. & per la medesima ragione [illegible] equale a tutti li altri angoli, per laqual cosa è equiangolo, adunque il proposito è manifesto.

Problema 13. Propositione 13.

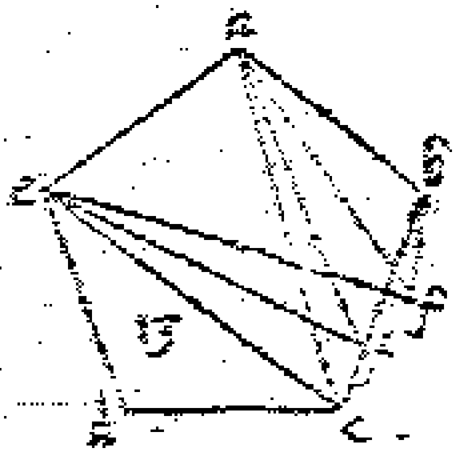
12 Dentro a un assignato pentagono equilatero, & equiangolo puotemo descrivere uno cerchio.
13

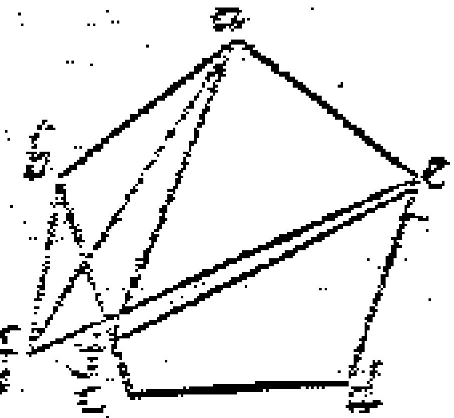


Sia lo assignato pentagono equilatero, & equiangolo (perche delli altri non è necessario questo esser possibile) a. b. c. d. e. voglio dentro di lui descrivere uno cerchio. Divido li suoi duoi propinqui angoli liquali sono a. & e. (per la 9. del primo) in due parti equali ducendo le linee a. f. & e. f. fin a tanto che quelle concorrono in lo ponto f. de dentro del pentagono, il qual dico esser il centro del detto cerchio, e questo se dimostrerà, ma prima voglio chiarire un dubbio, cioè qualmente è necessario che le due linee a. f. & e. f. concorrano insieme, et di dentro del pentagono, perche adonque li 5. angoli del dato penthagono (come fu demostrato sopra la 32. del primo) sono equali a 6 angoli retti, adonque ciascun angol del penthagono serà equal a un angolo retto & a un quinto de angolo retto, finalmente duoi mezzi angoli del detto penthagono sono equali pur a un angolo retto & a un quinto de retto, & perche la linea [illegible] cade sopra le due linee a. f. & e. f. & li duoi mezzi angoli f. e. a. & f. a. e. sono minori de duoi angoli retti (per la 5. petitione) per tanto in quella parte concorreranno, ma io dico che concorreranno di dentro del penthagono, e se possibile fusse, per l'adversario dico che [illegible] che non concorressero di dentro del penthagono, concorreranno over di fuora del detto, over in lo lato di esso penthagono, over in l'angolo di quello che è opposito fra l'uno e l'altro delli angoli divisi, hor ponemo primamente che quelle concorrano di fuora in ponto f. & sia ducta la linea b. f. & perche li duoi lati e. a. & a. f. del triangolo e. a. f. sono equali alli duoi lati a. b. & a. f. del triangolo b. a. f. & l'angolo a. dell'uno al angolo a. dell'altro (per la quarta del primo) la basa e. f. serà equale alla basa f. b. e perche l'angolo a. partiale è equal al angolo e. partiale (perche tutto l'angolo a. (dal presupposito) è equal a tutto l'angolo e. serà (per la sesta del primo) f. a. equale al f. e. per laqual cosa f. a. (per la prima concettione) seria etiam equale al f. b. adonque (per la 5. del primo) li duoi angoli f. b. a. & f. a. b. seriano equali, & perche l'angolo f. b. a. è maggior del l'angolo e. b. a. (del pentagono) similmente l'an-

golo.

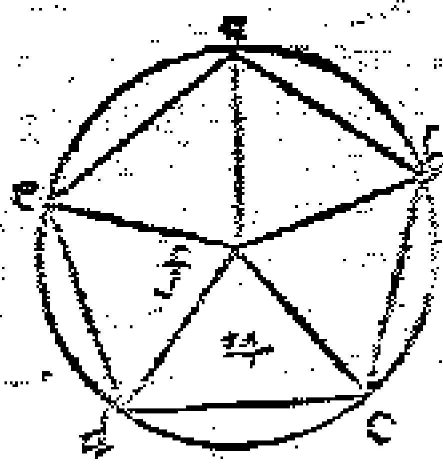
golo f,a,b.(per commune sententia) seria maggior del detto angolo,e,b,a, & per che lo angolo,b,f,g è equale all'angolo b,a,e, l'angolo f,a,b. seria ancora maggiore (per commune sententia) del detto angolo,b,a,e, la qual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia maggior del tutto, adunque non ponno concorrer de fuora del penthagono ma pur dentro adunque che quelle (se possibile è per l'adversario) concorrano sopra il lato,b,e,in punto,f,seguendo per le precedenti, et per il precedente modo seria l'angolo,e,a,f, partiale equale a tutto l'angolo,b,a,e, laqual cosa è impossibile, ma se per caso l'adversario dicesse forse che quelle concorrano in l'angolo,e,seria per le medesime, & per il medesimo modo) l'angolo equale al, a,e,d, & per tanto e converso come prima l'angolo,e,a,b, seria equale all'angolo b,a,e, ma perche questo è impo esser (per la ultima concettione) sia adonque il ponto del concorso (il qual è,f,) dentro del penthagono dal qual conduco cinque perpendicolare alli cinque lati di quello lequale siano,f,g,f,h,f,k,f,l,f,m, & alli duoi angoli di quello propinqui dal lato,e,d, (cioè & seguiro) alli duoi angoli diviso in due parti equali, liquali siano,b,& d, conduco le due linee,f,b,f,d, & perche li duoi angoli a,& m, del triangolo,a,f,m sono equali alli duoi angoli,a,& g, dello triangolo,a,f,g,& lo lato,a,f, commune sera (per la 26 del primo) la f,m, equale alla,f,g, ancora per la medesima ragione tu approverai la,f,l, esser equale alla,f,m, tolti delli duoi triangoli,e,f,m, & e,f,l, perche da principio li duoi lati,a,f,& a,b,del triangolo,a,f,b, sono equali alli duoi lati a,f,& a,e del triangolo,a,f,e, & l'angolo,a,dell'uno all'angolo,a,dell'altro sera (per la quarta del primo) l'angolo,b, partiale equale all'angolo,e partiale, & perche tutto l'angolo,b, è equale a tutto l'angolo,e,dal presupposito, & tutto l'angolo,e,è diviso in due parti equali sera etiam tutto l'angolo,b,diviso in due parti equali, per lo medesimo modo tu approverai tutto l'angolo,d,esser diviso in due parti equali per la equalità del angoli,b,partiali b,& a, partiali tolti per li triangoli,e,a,f & e,d,f perche adonque li duoi angoli,g,& b,del triangolo g,f,b, sono equali alli duoi angoli,h,& b,del triangolo,h,f,b, & lo lato,f,b, commune sera (per la 26. del primo) la,f,h,equale alla,f,g, per la medesima tu approverai la,f,k, esser equale alla,f,l tolte dalli triangoli,k,f,d, & l,f,d, perche adonque le cinque linee,f,g,f,h,f,k,f,l & f,m, sono equale sera il ponto,f,(per la 9 del terzo) centro del cerchio, il qual descriveremo secondo la quantità de una de quelle, e quello toccarà tutti li lati del penthagono per la equalità delle linee (& non segarà alcuno de quelli (per la 16. del terzo) e così il proposito è manifesto





Problema 14 Propositione 14

14 Circa a uno dato penthagono equilatero & equiangolo puotemo descri
14 vere uno cerchio.

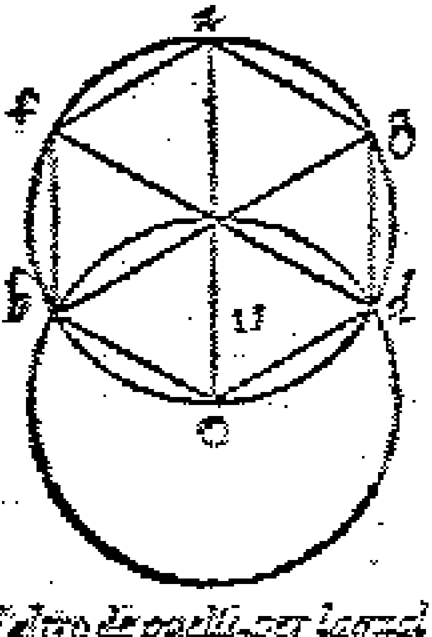


Sia come in prima il penthagono equilatero et equiangolo (perche delli altri questo non è necessario esser possibile) a.b.c.d.e. voglio di lui descriuere uno cerchio (questa è quasi conuersa della .12.) diuido li duoi propinqui angoli di quello (liquali sono .a. et .e.) in due parti equali (per la .9. del primo) tutte le linee .a.f. & .e.f. duco sia a cento che quelle concorrano di dentro da esso penthagono in ponto .f. & quelle concorrerano, & dentro del penthagono (come fu approuato in la precedente) & dal ponto del concorso conduco alli altri angoli le linee lequal siano .f.b.f.c.f.d. & perche li duoi lati .a.f. & .a.b. del triangolo .a.f.b. son equali alli duoi lati .a.f. & .a.e. del triangolo .a.f.e. & l'angolo .a. dell'un all'angolo .a. dell'altro (per la .4. del primo) la .f.b. serà equale alla .f.e. & l'angolo .b. partiale all'angolo .e. particolar, & perche tutto l'angolo .b. è equal a tutto l'angolo .e. et tutto l'angolo .e. è diuiso in due parti equali, serà similmente tutto l'angolo .b. diuiso in due parti equali, & per questo modo anchora tu prouerai l'uno e l'altro delli angoli .c. & .d. esser diuiso in due parti equali, & le cinque linee .f.a.f.b.f.c.f.d.f.e. esser equali, per laqual cosa (per la .9. del terzo) il ponto .f. serà il centro del cerchio, & cosi il proposito è manifesto.

Problema .15. Propositione .15.

15
15 In un dato cerchio possiamo descriuere uno essagono equilatero & equiangolo.

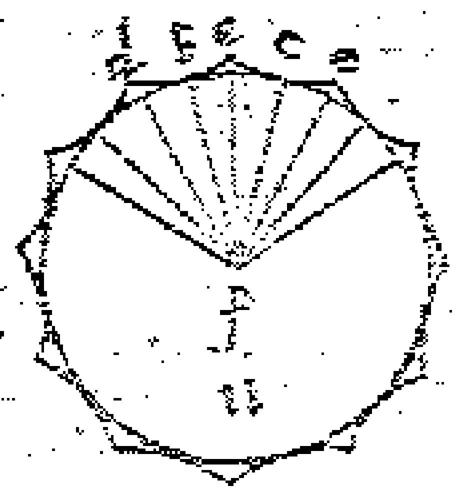
Sia il proposito cerchio .a.b.c.d. il centro delquale sia il ponto .e. uoglio dentro di lui descriuere uno essagono equilatero & equiangolo, produco il diametro .a.e.c. & secondo la quantità del mezzo diametro .e.c. (fatto centro il ponto .c.) descriuo il cerchio .e.b.d. segando il primo in li duoi ponti .b.d. dalli quali produco li duoi diametri nel cerchio primo liquali sono .b.e.g. & .d.e.f. congiongo adonque le estremità di detti tre diametri con sei linee lequale sono .a.f. .f.b. .b.c. .c.d. .d.g. & .g.a. lequali dico contener lo essagono quesito, perche (come dimostra la prima del primo) l'un e l'altro di duoi triangoli .b.e.c. & .c.e.d. serà equilatero, per laqual cosa serà etiam equiangolo (per la .5. del medesimo) (adonque per la .32. del primo) li duoi angoli .b.e.c. & .c.e.d. cadauno d'essi insieme che sia equale a uno de quelli, sono equali a duoi angoli retti, per questo che cadauno de loro è il terzo de duoi angoli retti, ma quelli con l'angolo .d.e.g. (per la terzadecima del primo) son pur equali a duoi angoli retti, adonque l'angolo .d.e.g. (per commune sententia) è equale all'uno et l'altro de quelli, per laqual cosa li sei angoli che son al centro .e. (per la .15. del primo)



no sono fra loro equali, adonque (per la 26. del terzo) li archi in liquali cadeno sono equali, per laqual cosa & le corde de quelli (per la 29. del medesimo) equal sono li lati del esagono, adonque egliè equilatero. Dico etiam (per la 27. del terzo) egliè equiangolo per questo che li sei archi, in li quali le ponte angulare del esagono divideno il cerchio tolti a doi a doi sono equali fra loro (come l'arco a.f.b. all'arco f.b.c.) per tanto l'angolo f, ilquale sta in lo primo è equale all'angolo b ilqual e stato lo secondo, il medesimo accade in tutti li altri, adonque il proposito è manifesto.

Correlario.

15 Da qui è manifesto che il lato del esagono è equale alla mità del diame-
15 tro del cerchio al qual è inscritto.



Perche la mità del diametro del cerchio, & il lato esagono sono li lati del medesimo triangolo equilatero come a.f. & f.b. & a.b. & vista che'l non se propone qualmente potemo designare circa a uno dato cerchio uno esagono equilatero et equiangolo, ne che potemo dentro a tal esagono ne circa a tal esagono descrivere un cerchio si come fu fatto del triangolo quadrato & pentagono. Non perche questo non sia necessario esser possibile, ma perche questi tre per li medesimi processi, che son fatti in lo pentagono equilatero et equiangolo si fanno in ogni altra figura equilatera & equiangola. Ogni fiata adonque figura equilatera & equiangola laqual sapiamo inscrivere in un cerchio quella medesima descriveremo de fuora del cerchio, etiam descriveremo il cerchio dentro & di fuora di quella, co li medesimi mezzi & modi che havemo fatto in lo pentagono. Nota anchora che ogni figura equilatera al cerchio inscritta, over circonscritta, e anchora necessario che quella sia equiangola. Della inscritta el se manifesta (per la 27. e 28. del terzo) per li archi del cerchio delli quali li lati della figura inscritta sono corde tolti a doi a doi, in questi archi cascano li angoli della detta figura & della circonscritta facile la approverai per le linee dutte dal centro del cerchio a tutti li angoli di quella, & alli ponti dei toccamenti si come appare in la figura a.d.e. descritta circa al cerchio b.c. (il centro del qual è il ponto f.) laqual essendo equilatera tu approverai quella esser equiangola in questo modo, protrarai dal centro f. a cadaun angolo de detta figura una linea retta, si come è la linea f.a. e la linea f.d. & similmente dal detto centro f. tu condurai una linea retta a cadaun ponto del toccamento si come e la linea f.b. et f.c. poi arguirai in questo modo, la linea b.a. (per quello che fu demonstrato sopra la 36. del terzo) è equale alla linea a.c. (perche ciascuna vien dal ponto a. e tocca il cerchio in li duoi ponti b. et c.) adonque li duoi lati a.b. & b.f. del triangolo a.b.f. sono equali alli duoi lati a.c. & c.f. del triangolo a.f.c. e la basa a.f. è commune, adonque (per la 8. del primo) l'angolo

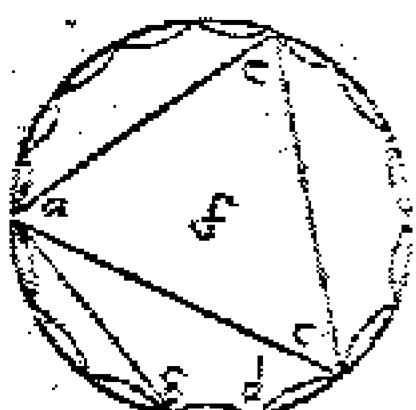
golo

de.f.e.b.sera equal all'angolo.f.a.e.per la qual cosa l'angolo .b.a.e. che e tut o l'angolo.a.sera esser diviso in due parti equali dalla linea.f.a.& cosi se approueranno tutti li altri angoli di essa figura esser divisi in due parti equali dalle linee che a loro vengon dal centro, perche adonque li dui lati.a.f.& a.e.del triangolo.a.e.f.sono equali alli dui lati.a.d.& a.f.del triangolo.a.f.d.& l'angolo.a.dell'uno all'angolo.a.dell'altro sera la basa.e.f.dell'uno equale per la quarta del primo, alla basa.f.d.dell'altro & l'angolo.a.e.f.all'angolo.a.d.f.& perche l'angolo.a.d.f.la mita de tutto l'angolo.d.de detta figura similmente l'angolo.a.e.f.e la mita de tutto l'angolo.e.per commune scientia, tutto l'angolo.d.sera equal a tutto l'angolo.e. per le medesime ragione se approuano tutti li altri angoli di essa figura esser fra loro equali.& cosi se procederia in ciascuna altra figura equilatera che fusse circonscritta a uno cerchio, che e il proposito.

Problema.16. Propositione.16.

16
16 In uno dato cerchio potemo designar un quindecagono equilatero & equiangolo. Oltra di questo potemo circa a qualunque cerchio assignato descriuer un quindecagono equilatero, & equiangolo, & in un dato quindecagono descriuer uno cerchio.

Sia il dato cerchio.a.b.c.voglio a lui inscriuer un quindecagono equilatero & equiangolo & dapoi etiam il voglio circonscriuere & ancora dentro a tal quindecano proposito voglio descriuere uno cerchio, ma il non propone di voler circa a tal quindecano descriuere uno cerchio, perche per le altre che quel propone e sufficientia tal da ad intendere, in lo dato cerchio (secondo la dottrina della seconda di questo) tiro il lato del triangolo equilatero il qual sia.a.c.& secondo la dottrina della undecima di questo, tiro etiam il lato del penthagono equilatero, & equiangolo il qual sia.a.b.& perche la arco.a.c.e la terza parte de tutta la circonferentia de laqual l'arco.a.b.e la quinta parte, sera il superfluo, ouer differentia che fra questi dui archi (laqual e l'arco.b.c.) li dui terzi dell'arco.a.b. ouer li dui quinti dell'arco.a.c. ouer li dui quintodecimi de tutta la circonferentia, perche in ogni tutto la terza parte eccede la quinta in dui terzi di essa quinta parte ouer in dui quinti di essa terza parte, ouer in .2. quintodecimi del tutto, e questo e manifesto in la quinta e terza parte del primo numero che ha parte quinta e terza, ilqual e .15. la parte terza di quello (laqual e 5.) eccede la quinta parte de quello (laqual e .3.) in due unita laqual sono li dui terzi del medesimo ternario (ilqual e la quinta parte del detto .15.) ouer li dui quinti del medesimo quinario (ilqual e la terza) ouer li dui quintodecimi del detto numero.15. ilquale e il tutto. diuise adonque l'arco.b.c.in due parte equali (per la .30. del terzo) in ponto.d.e manifesto l'uno e l'altro di dui archi.b.d. & d.c.esser la terza parte della



arco.a.b.ouer la quinta dell'arco.a.c.ouer lati.15.de tutta la circonferentia tirando adonque le corde.c.d.et d.b.di quelli, & (per la prima di questo) accommodando continuamente dentro dal dato cerchio altre corde a quelle equale (che in tutto serano 15.) serà compita la figura proposta le altre due che esso anchor propone con la tertia che per le altre il ne da ad intendere, cioè de circonscriuer uno quindecagono a uno cerchio, et describere in uno quindecagono uno cerchio, et anchor circonscriuer, facilmente concluderai per il modo della.12.13.&.14.di questo, e nota che cadauna figura equilatera laqual sapiamo descriuere in uno cerchio in lo medesimo cerchio sapemo etiam inscriuerne & circonscriuerne un'altra del doppio piu lati, et quella medesima saperemo inscriuer & circonscriuer il cerchio per li archi alliquali se sottendeno li lati di quella figura, diuisi per la.30.del.3.in due parti equali e per le linee tirate dalli ponti di mezzo, cioè di lor diuisione, alle estremità di lati della medesima figura serà fatto di dentro di esso cerchio una figura del doppio piu lati della prima laqual serà equilatera, per la.29.del.3.adonque serà equangola, perche sopra la.15.di questo, egli fu dimostrato questo, che in ogni figura equilatera inscritta in un cerchio e etiam equangola, e perche questa la sapemo inscriuer in lo cerchio, sapemo etiam concluder le altre.3.per la.12.13.&.14.di questo, adonque perche sapemo inscriuer un triangolo equilatero, sapemo per questo descriuer lo esagono, e perche lo esagono lo duodecagono, e per lo duodecagono una figura di 24.lati, e cosi in infinito dopiando, ben che per il triangolo lo esagono (come hauemo detto) puo esser inscritto, tamen quel ha posto la propria dimostration di quella dallaqual ne seguita grandemente utile, e similmente perche sapemo etiam inscriuer il quadrato sapemo per questo inscriuer ogni figura che'l numero di lati di quella è equalmente paro, per lo pentagono anchora sapemo inscriuer un decagono, e una figura de 20.lati, e cosi continuamente dopiando quel medesimo, anchora intende del quindecagono, perche per quello son cognite le figure del.30.&.60.& de tutte continuamente de lati dopiatione delle altre figure dellequal questa non insegna, ouer quelle che per queste non hauemo, la scientia è difficile, & di poca utilità, come son la settagona, nonagona, undecagona, ma se noi saperemo designar un triangolo de duoi lati equali che l'uno e l'altro di duoi angoli che son sopra la basa di quello sia treppio all'altro saperemo descriuer lo settagono in un cerchio come di sopra fu fatto il pentagono, ma se l'uno e l'altro de detti duoi angoli fusse quadruplo all'altro saperemo descriuer la figura nonangola, e sel fusse quincuplo la figura undecagona, et quel medesimo in le altre figure de lati dispari, posto l'un e l'altro di angoli alla basa multiplice l'altro per quel numero, ilqual è la mità del maggior numero paro contenuto sotto el numero disparo di lati della detta figura.

Il Tradottore.

In questo loco, in la prima traddottione egli e stato aggionto un modo da diuidere uno angolo in tre parti equali, & consequentemente a descriuere una figura nonangola equilatera & equiangola in uno dato cerchio, ma perche tal suo procedere non è dimostratiuo lo hauemo interlassato come cosa inutile.

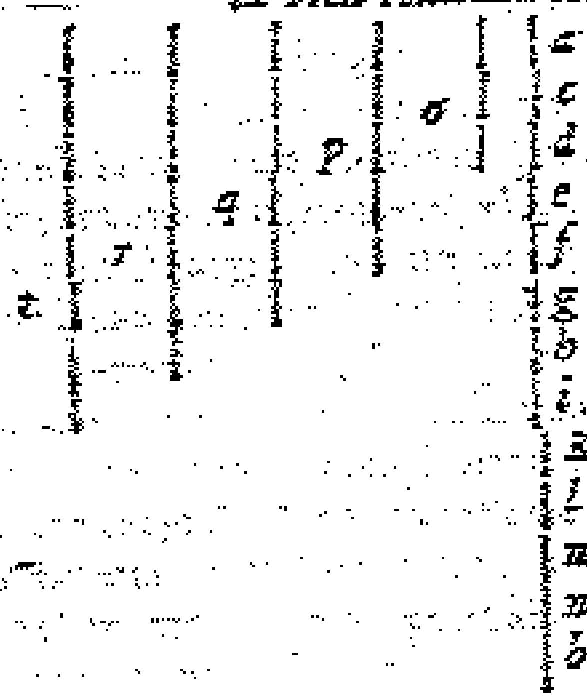
IL FINE DEL QVARTO LIBRO.

LIBRO QVINTO
DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 *Vna quantità minore è parte d'una quantità maggiore quando che la minore numera, ouer misura la maggiore.*

La parte alcuna volta se piglia propriamente, & è quella laqual è tolta per vn certo numero de volte, quella constituisse precisamente il suo tutto, senza alcuna diminutione, ouer augumento, & quella è detta numerare il suo tutto per quel numero, secondo il quale la vien tolta alla constitutione di esso tutto, & tal parte (laqual chiamano multiplicatiua) l'autor la diffinisse in questo loco, & alcuna volta la se piglia communemente, & questa è qualunque quantità minore, laqual è tolta quante volte si voglia quella constituisse men, ouer piu del suo tutto, laqual dicemo parte aggregatiua, imperoche con altra quantità diuersa constituisse il suo tutto, ma per se tolte quante volte si voglia quella non lo produce.



Il Tradottore.

Per essempio di questa diffinitione, sia la infrascritta linea .a.b. diuisa in duodeci parti lequal parti sono .a.c.c.d.d.e.e.f.f.g.g.h.h.i.i.k.k.l.l.m.m.n.n.b. della qual linea toltone la quantità .a.c. (laqual pongo che la sia la quantità .o.) & quella referta, ouer comparata a tutta la linea .a.b. diremo che quella serà propriamente parte di tutta la linea .a.b. per la diffinition di l'Auttore, perche tal quantità minore, numera ouer misura precisamente la quantità maggiore, cioe la detta .a.b. duodeci volte, & questa tal parte a differentia della parte communamente detta, se chiama parte aliquota, ouer multiplicatiua, similmente tolendo la quantità .p. equale alla quantità .a.d. & quella referta, ouer comparata a tutta la quantità .a.b. (per la detta diffinitione) serà parte propria, ouer multiplicatiua de tutta la detta quantità .a.b. perche quella numera, ouer misura precisamente sei volte. Similmente tolendo la quantità .q. equal alla quantità .a.e. ouer la quantità .r. equal alla quantità .a.f. caduna di loro veria esser parte de tutta la quantità .a.b. perche la quantità .q. veria numerare ouer misurar quella precisamente quattro volte, & la quantità .r. tre volte, & queste tal parti sono denominate dal numero delle volte che quella tal parte misura il suo tutto, essempli gratia la quantità .a.c. ouer .o. diraisse la duodecima parte de tu-

ta la

ta la quantità .a.b. et la quantità .a.d. ouer .p. serà la sesta, & la quãtità .a.e. ouer .q. la quarta, & la quantità .a.f. ouer .r. la terza lequal parti precisamente se descriueno in questo modo $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ & li numeri che sono sotto alle virgule sono detti denominatori di dette parti, ma se della detta quantità, ouer linea .a.b. ne torremo la quantità .a.s. qual ponimo che la sia la quantità .t. dico che questa quantità .t. non serìa parte propria ouer multiplicatiua della quantità .a.b. perche quella non misura, ouer numera la quantità .a.b. precisamente, perche in due volte la non puo compire di misurarla, ouer de numerarla, & in tre la soprabonda, & questa è quella che è detta parte aggregatiua, ouer communamente detta. Alcuno poria adimandar sopra qual sorte parte si debbe intendere la nostra communa sententia, io rispondo che la si debbe intendere largamente sopra l'una & l'altra in genere. $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{6}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$

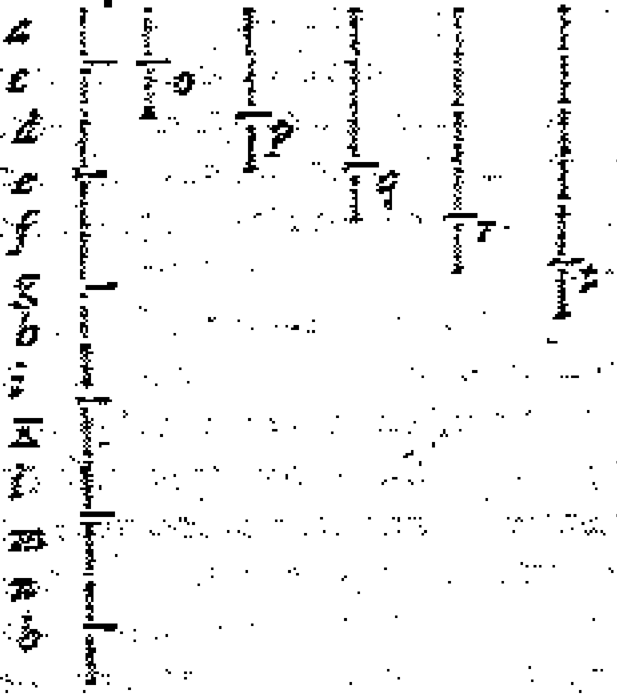
Diffinitione. 2.

2/2 Multiplice è la maggior della minore quando la minor misura quella.

La parte vien detta relatiuamente al tutto, & in questi duoi estremi consiste la relatione di quelle fra loro, & pertanto hauendo diffinito lo minor estremo, in questo luoco diffinisse il maggiore e chiama questo maggior multiplice per questa causa che il minor tolto un certo numero de volte constituisse il detto maggiore, seranno adonque relatiuamente detti fra loro e multiplice perche ogni parte e submultiplice, come se manifesta per la diffinition di quella.

Il Tradottore.

Per esempio di questa diffinitione torremo pur la quantità, ouer linea .a.b. della diffinition precedente laqual linea .a.b. in comparatione a ciascuna de quelle sue parti, cioe delle quattro linee .o.p.q.r. vien detta multiplice, & la sua multiplicità serà denominata dal medesimo numero che denomina la medesima parte, esempli gratia in comparatione della linea .o. serà detta dodecupla, et in comparatione della linea .p. serà detta sescupla, & in comparatione della linea .q. quadrupla, & della linea .r. tripla, ma della linea ouer quantità .t. non serà multiplice perche la detta quantità .t. non numera ouer misura la detta quantità .a.b.



Diffinitione. 3.

3/3 La proportione e la conuenientia certa de due quantità de vno medesimo genere dell'una nell'altra sia de quanta grandezza si voglia.

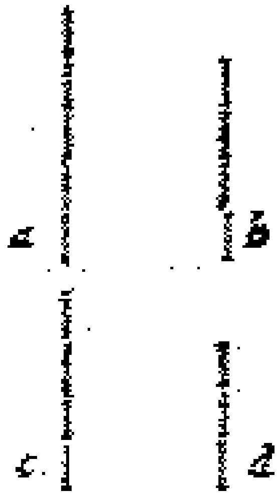
La proportione & la conuenientia de due cose d'un medesimo genere fra loro, in questo che una de quelle e maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equale, per-

perche non solamente in le quantità se ritroua la proportione, ma in li pesi potentie, & soni. Platone nel Timeo doue dimostra del numero delli elementi, unde che in li pesi & in le potentie sia proportione, ma liquidamente appare della musica esser proportione in li soni, perche come vuol Boetio nel quarto, se qualunque nervo serà diviso in due inequale parti, la proportione delle parti e di suoni serà una medesima, contrario modo, ma in quelle cose in lequal vien trouata la proportione quelle participano la natura, & la proprietà della quantità, perche la non vien trouata in alcune due cose se non in questo che una de quelle è maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equale: il proprio della quantità è esser detta secondo quella equal ouer inequale, come vuol Aristotile in li predicamenti, onde è manifesto la proportione primamente essere trouata in le quantità, & per quella in tutte le altre cose. Ne può esser proportione in alcune cose alla quale simile non sia in alcune quantità, per laqual cosa ben ha detto Euclide la proportione simplicemente esser in la quantità, conciosia che lui a diffinido quella per conuenientia de due quantità fra loro d'un medesimo genere. Lo intelletto della quale diffinitione è che la proportione è la conuenientia de due quantità fra loro alla quale il se auertisse in questo che una de quelle è maggiore ouer minor dell'altra, ouer equale, per laqual cosa è manifesto che'l bisogna quelle esser d'un medesimo genere, come duoi numeri, ouer due linee, ouer due superficie, ouer duoi corpi, ouer duoi luochi, ouer duoi tempi, perche il nō può essere detto che la linea sia maggiore, ouer minore della superficie, ouer del corpo, ne il tempo del luocho, ma la linea della linea, & la superficie della superficie, perche solamente le cose uniuoce sono comparabile, ma quello che dice certa conuenientia non intendere cosi si come conuenientia nota ouer cognita, ma si come determinata, il sentimento della quale è questo, la proportione è la determinata cōuenientia di due quantità, io dico cosi determinata, che la sia questa, & non altra, perche non è necessario che ogni conuenientia de due quantità sia cognita di noi, ne anchora dalla natura, perche alcuna proportione è di discreti come de numeri, & alcuna de continui, ma in li numeri il minor è parte, ouer parti del maggiore, come se dimostra nel settimo, per laqual cosa & in tutti quelli la cōuenientia è certa & nota, ma in li continui la proportione è piu larga, perche in quello è doue la minor quantità è parte, ouer parti della maggiore, & di tutti questi tali per mezzo de numeri la proportione è nota laqual vien detta rationale, & tutte queste tal quātità sono dette communicante, perche quelle una medesima quātità necessariamente li misura, onde & tutti li numeri sono communicanti, perche la unità misura tutti quelli, egli è anchora doue che la minore non è parte, ouer parti della maggior, & in questi tali non è nota la proportione ne a noi ne alla natura, et questa proportione vien detta irrationale, & queste quantità incommunicante, onde si fa che ciascaduna proportione, laqual se troua in li numeri q̄lla se troua etiam in ogni genere de continui come in le linee, superficie, corpi, & tempi, ma non è econuerso, perche infinite proportioni se trouano in li continui lequali la natura di numeri nol patisse, ma ciascuna proportione laqual sia trouata in uno genere

de

& continui la medesima vien trouata in tutti li altri, perche a qualunque modo se ritroua alcuna linea a qualunque altra se ritroua, cosi qualunque superficie ad alcuna altra, & qualunque corpo ad alcun altro, similmente il tempo, ma non cosi qualunque numero ad alcun altro, onde piu è larga la proportione in li continui che in li discreti, per il che è manifesto la proportione geometrica essere de maggior abstratione, che la proportione arithmetica, perche in ogni proportione circa laquale versa la arithmetica e rationale, ma la geometrica equalmente considera la rationale, & la irrationale.

Diffinitione. 4.



4/4 La proportionalità & la similitudine delle proportioni.

Come se noi dicessimo che la proportione che è della .a. alla .b. quella è anchora della .c. alla .d. la proportione che è fra la .a. & la .b. e simile a quella che è fra la .c. & la .d. & questa similitudine che resulta da queste proportioni vien detta proportionalità.

Diffinitione. 5.

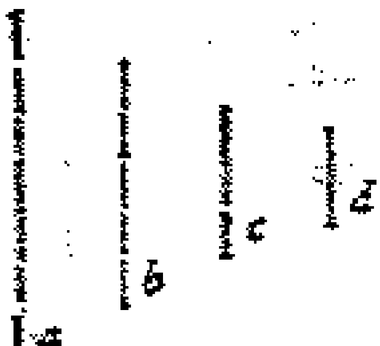
0/5 Le magnitudine sono dette hauer proportione fra loro lequali multiplicate se possono l'una e l'altra eccedere.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione, il senso della quale è questo che le magnitudine se dicono hauere porportione insieme, lequale multiplicate se possono eccedere l'una & l'altra, perilche il seguita che fra qualunque due quantità (ouer magnitudine) terminate, che siano de uno medesimo genere è sempre qualche specie de porportione perche sempre se po multiplicare una di quelle talmente che la eccederà, ouer auanzarà l'altra ma quando l'una fusse terminata, & l'altra infinita all'hora non seria fra l'una et l'altra alcuna specie di porportione per che la terminata non se poria multiplicare talmente che potesse eccedere la infinita, e pero dice Aristotile in lo primo de celo & mundo texto quinquagesimo secundo, proportio nulla est infiniti ad infinitum, cioe che de una cosa infinita a una finita et terminata non gli e proportione alcuna, perilche concesso, ouero presupposto che due quantità habbiano proportione fra loro, ne seguita per questa diffinitione che si possa multiplicare la minore talmente che eccederà la maggiore, come accade sopra la ottaua di questo etiam nella prima del decimo, & similmente concesso in due quantità inequale che la minor multiplicata secondo il bisogno la eccederia la maggior, seguiria quelle due quantità hauer proportion fra loro, esempli gratia concesso che il quadruplo del diametro d'uno cerchio eccedà la circonferentia seguita il diametro il cerchio hauer proportione con la circonferentia quantunque la ne sia incognita per fina a questa hora.

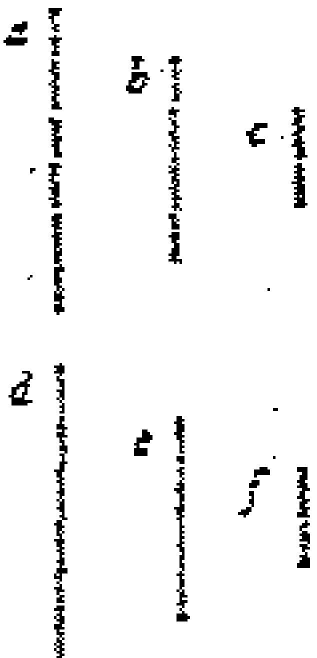
Diffinitione 6.

5 Le quantità lequale sono dette hauer la proportionalità continua, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti ouero che sono equali, ouero che equalmente senza interruptione se sopraauanzano, ouero sminuiscono.



Supposta la diuisione delle proportionalità, o cõtinua & discõtinua l'Auttor diffinisse li membri che diuide no, & primamente la cõtinua, o per dire meglio supposta la diuisione delle quantità proportionale, per continue, & discontinue, proportionale, lui non diffinisse la continua proportionalità, ne la discontinua, ma le quantità continue proportionale, & le discontinue, ma la diffinitione della continua proportionalità, & della discontinua assai è manifesta per la diffinitione delle quantità continue proportionale, & delle discontinue. ma la continua proportionalità è quando in qual proportione la prima (de quante quantità si voglia de uno medesmo genere) antecede la seconda in la medesma, la prossima consequente antecede una delle altre, come esempli gratia quando dicessimo si come è della .a. alla .b. cosi è della b. alla .c. & della c. alla .d. & ciascuna di quella serà antecedente, & consequente eccetto la prima laquale è solamente antecedente, & la vltima laquale è solamente consequente. & in questa proportionalità è necessario tutte le quantità esser de uno medesmo genere per la continuatione delle proportione (impero che'l non è proportione in fra le quantità de diuersi genere) et questa serà almanco in tre termini constituida, ma la discontinua è quando de quattro quantità (ouer serano tutte de uno medesmo genere, ouer le due prime de uno, & le due ultime de un'altro) in qual proportione la prima antecede la seconda in quella medesma la terza antecede la quarta come quando dicessimo si come è della .a. alla .b. cosi è della .c. alla .d. & serà qualunque di quelle, ouer solamente antecedente, ouer solamente consequente ne etiam è necessario che siano tutte quattro de uno medesmo genere, si come in la proportionalità continua, imperoche il consequente della prima proportione non è continuado allo antecedente della seconda, ma è possibile che siano de uno medesmo genere, & è possibile che siano de diuersi perche si come accade trouarse una linea doppia a un'altra, ouero treppia, cosi accade trouarse una superficie ad un'altra superficie, & un corpo ad un'altro corpo, & cosi un tempo a un tempo, & un numero ad un numero.

Visto che cosa sia la proportionalità cõtinua, et la discõtinua essponemo la sopra scritta diffinitione delle quantità cõtinue proportionale, la qual dice che le quantità cõtinue proportionale sono quelle, delle quale li multiplici tolti equalmẽte ouer che sono tra loro equali, ouer che senza interrumpimẽto equalmẽte si sopra auanzano, ouer mãcano, esempli gratia, siano le tre quãtità d'un medesmo genere .a. b. c. alle quale siano tolte le .d. e. f. equalmẽte multiplice. cioè che si come la .d. è multiplice alla .a. che cosi la .e. sia multiplice alla .b. & la .f. alla .c. & se rãno tutto in el medesimo genere (perche li multiplici, & li submultiplici sono in uno medesimo genere, & sia che le .d. e. f. ouer che le siano equale fra loro, ouer che le siano simile nel sopraauãzare, ouer mãcare, cioè che si come la .d. auãza sopra alla .e. ouer mãchi da quella, cosi la .e. auãzi sopra alla .f. ouer mãchi da quella, dico che quãdo questi multiplici serãno a questo modo le tre quãtità .a. b. c. serãno cõtinue proportionale. ma non intẽdere li multiplici esser simili nel soprabõdare, ouero nel mãcare in quãto alla quãtità delli eccessi, ma in quãto alla proportione, pche altramẽte la diffinitione saria falsa, perche di qualunque quantità, di uno medesimo genere che si eccedino per differentie equale tolto li multiplici equalmẽte, anchora li multiplici se eccedeno per differentie equale onde similmẽte sono simili, nel soprabondare & nel minuire, ouer mãcare in quãto alla quãtità delli eccessi, ouer differẽtie niẽtedimeno le prime quantità nõ sono cõtinue proportionale, anzi sẽpre delle minore quãtità, è maggior la proportione, & questo adiene perche li multiplici di quelle nõ se eccedeno similmẽte in quãto alla proportione, ma solamẽte in quãto alla quãtità delle differẽtie pche etiã in li minori multiplici e la proportione maggiore essempli gratia siano tolti tre numeri che se eccedino per differẽtie equale immediatamẽte cioè arithmetice come .2. 3. 4. tutti multiplici questi .3. numeri tolti equalmente si eccedeno fra loro, li doppi se eccedeno per il binario & li treppij per il ternario & cosi li altri niẽtedimeno li tre numeri .2. 3. 4. non sono continui proportionali anci di duoi minori è maggiore la proportione, perche la proportione di quelli è sesquialtera & di duoi maggiori è sesquitertia. adonque perche fra quelli non è similitudine di proportione, & pero fra quelli nõ serà proportionalità ne cõtinua ne discontinua adunque è manifesto che quella similitudine di sopragiõgere ouer di diminuire ouer mancare nõ se intende in quãto alla quãtità delle differẽtie, ma in quãto alla proportione, e per tanto il senso della soprascritta diffinitione serà in questo modo: le quãtità cõtinue proportionale sõ quelle delle quali tutti li multiplici equalmẽte tolti, sono cõtinui proportionali. ma il nõ uolse ponere essa diffinitione sotto questa forma: perche all'hora se diffineria tal cosa per quella medesima, ma quãto aspetta alla cosa, questo è cõuertibile cõ la sua diffinitione: ma le tre quãtità .a. b. c. bisogna esser d'un medesimo genere, per questo che li multiplici di quelle fra loro siano



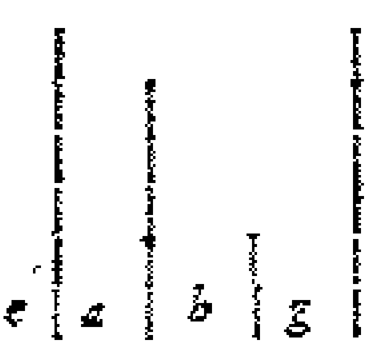
equali, ouer che siano simili in soprabondare, ouer in mãcare perche se .a. & .b. fussino di diuersi generi seriano etiam .d. & .e. (multiplici di essa .a. & .b.) di medesmi diuersi generi per questa causa che li multiplici, e li submultiplici sono d'uno medesimo genere, per laqual cosa .d. non serà equale ne maggiore ne minore di .e. perche le quantità di diuersi generi non sono comparabile fra loro.

Il Tradottore.

Questa sopradescritta diffinitione se ritrova solamente in la prima tradottione la quale diffinitione, penso questo & tengo per fermo che la non sia di Euclide, per le tre ragioni. Prima perche tal diffinitione non ha in se alcuna ragione de diffinitione, perche ne secondo il modo chi parla tal diffinitione, ne secondo che dice lo espositore di quella puotemo conoscere, over dimostrar tre quantità continue, esser continue proportionale, & molto mi maraviglio del commentatore che vuol diffinire tre quantità continue proportionale per tre quantità continue proportionale, cioe per li lor multiplici, ma voria saper da lui come potrò io conoscer, over dimostrar che li multiplici siano continui proportionali in le quantità continue non sapendo qual siano le quantità continue proportionale, adonque non assignandone un proprio accidente di conoscer le quantità continue proportionali, nõ sapremo conoscer che li multiplici che son pur quantità siano continui proportionali adonque tal diffinition non manifesta la cosa diffinita, la seconda ragione che la non sia di Euclide e che di tal diffinitione non se ne serve in loco alcuno per tutta l'opera sua, per il che tal diffinitione (quando che bene fusse bona) seria cosa frustra, & il costume di Euclide (come piu volte e stato detto) non e di mettere cosa alcuna frustatoria, la terza ragione e che tal diffinitione non se trova nella seconda tradottione, per il che tengo che la sia stata aggionta d'alcuno che si persuadeva di sapere, ma alcuno porria dire tal diffinitione esser pur dell'autore, ma che la non si puo diffinire altramente, io rispondo che quando tal diffinitione gli fusse sta bisognosa in qualche propositione, che l'haveria saputa rettamente porre, come in fine della sequente se dirà.

Diffinitione. 7.

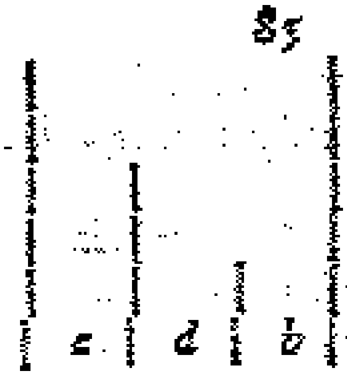
6 Le quantità lequale sono dette esser secondo una proportione, cioe la prima
6 alla seconda, come la terza alla quarta, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti alla prima & terza, comparati alli multiplici equalmente tolti alla seconda & quarta, seranno simili over in eccedere, over mancare, over in equaliarse tolti in quel medesimo ordine.



Posta di sopra la diffinitione delle quantità continue proportionale quivi pone la diffinitione delle proportionale discõtinue, & e che di qualũque quattro quantità delle quale seranno tolti li multiplici equalmẽte alla prima, & terza, e similmente li multiplici equalmente alla seconda, & quarta, & serà che il multiplice della prima sia cosi al multiplice della seconda (in quanto al eccedere over manchare, over alla equalità) si come il multiplice della terza al multiplice della quarta, la proportione della prima di quelle alla seconda serà si come della terza alla quarta, essempli gratia siano le quattro quantità. a.b.c.d. & siano tolti, alla

prima

prima et tertia (lequale sono. a. et c.) li multiplici equalmente (come seria a dire doppij) liquali siano, e, & f, & similmente alla seconda & quarta (lequali sono, b, & d.) siano tolti li multiplici equalmente (come seria a dire treppij) liquali siano g, & h, & sia che questi quattro multiplici cosi tolti (comparati fra loro secondo l'ordine delle prime quattro quantità, cioè che la, e, sia comparata alla, g, & la, f, alla, h, & non la, e, alla, f, ouer la, g, alla, h, siano simile nel auanzare, diminuire & equaliare, cioè che se la, e, eccede la, g, che similmente la, f, eccede la, h, ouero che se la, e, minuisse della, g, similmente la, f, minuisca della, h, ouer se la, e, è equale alla, g, che similmente la, f, sia equale alla, h, allhora la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d.



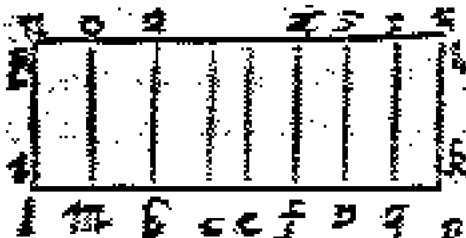
† Ma la similitudine del sopra aggionger, ouer diminuir, sia inteso in questo loco si come in la diffinitione delle quantità continue proportionale, cioe non in quanto alla quantità delli eccessi, ma in quanto alla proportione, & quella parte che dice tolte in quel medesimo ordine, sia intesa si come è stato esposto, cioe che li multiplici non siano reseriti insieme secondo l'ordine di quella quantità dalle quale seranno stati tolti multiplici equalmente, cioe che'l multiplice della prima non sia refferto al multiplice della tertia, ouer il multiplice della secō da al multiplice della quarta, ma siano referti secondo il primo ordine di quelle quattro quantità, cioè il multiplice della prima al multiplice della seconda, & lo multiplice della tertia al multiplice della quarta, serà adonque il senso di questa diffinitione in questa forma, quattro quātità son proportionale discō tinue, cioe la proportione della prima alla seconda, & si come della terza alla quarta quando che li multiplici tolti equalmente alla prima & terza, & similmente li multiplici tolti equalmente alla seconda, & quarta, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come è del multiplice della tertia alla multiplica della quarta: ma non ha voluto diffinire sotto questa forma per la causa predetta, auenga che quanto aspetta alla cosa sia el medesimo, ma non è necessario che le quattro quantità. a. b. c. d. siano d'vn medesimo genere: impero che la. b. non è continuata in proportione con la. c. ma può esser le due prime d'vn genere, & le due seguente d'vn altro, per la qual cosa è manifesto che gli è necessario esser referto lo multiplice della prima allo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza al multiplice della quarta, & non lo multiplice della prima allo multiplice della terza, ouer il multiplice della seconda al multiplice della quarta, perche lo multiplice della prima & della terza non sono sempre d'vn medesimo genere, ne etiam il multiplice della seconda & della quarta, ma ei fu necessario torre li multiplici equalmēte alla prima & terza, et similmente li multiplici equalmēte alla secōda & quarta, et non li multiplici equalmente alla prima et secōda, ne ancora li multiplici equalmente alla terza & quarta, perche per il tuor de multiplici non è

continuati

continuati li termini della prima proportione con li termini della seconda non serà perche cosa sia la proportione della a alla b si come della c alla d.

Il Tradottore

La sopraseritta espositione senza dubio è uno misto de dui narij Commentato ri, perilche la voglio dividere in due parti, la prima parte serà dal principio di tal espositione, per fin a questo segno ‡ & la seconda serà dal medesimo segno per fin al fin di detta espositione. hor dico che colui che descrisse la prima parte ue ramente intendeua Euclide, perche in essa esprima benissimo & sufficientemente il



uero senso di tal diffinitione, & nō accade intendere nelli multiplici niuna di quelle coditioni che si narra nella seconda parte, ma bisogna intēderle largo modo, come in essa prima parte se dechiara, laqual cosa se manifesta per tutti li lochi doue che Euclide si serue di questa tal diffinitione, cioè nella quarta, settima, & undecima propositione di questo quinto libro, similmente nella prima del sesto & nella 25. dello undecimo. ma la seconda parte (quale credo sia una gionta del Campano) nō solamente intorbida il uero senso di tal diffinitione, ma confonde totalmente lo studente che'l non sa doue si sia cō tante sue conditioni & articuli di poca ue rità, & acciochè questo liquidamente appara, induremo in campo sotto breuità la prima parte della prima propositione dil sesto libro (per esser molto a proposito per dar ad intendere bene questa diffinitione) cioè siano li duoi paralellogrammi a.b.c. & d.e.f. de equal altezze, & fra le due linee equidistante g.h. & i.k. hor cōcludo queste quattro quantità, cioè li duoi parallogrāmi a.b.c. & d.e.f. & le sue due base b.c. & f.e. sono in una proportione perche li multiplicati & comparati secondo l'ordine di questa soprascritta settima diffinitione hanno quella similitudine & condicione che in essa si ricerca, laqual cosa dimostreremo in questo modo. Batezaremo primamente la basa b.c. per prima quantità, & la basa f.e. per seconda, & lo paralellogrāmo a.b.c. per terza & lo d.e.f. per quarta & procederemo in questo modo, pigliarò della linea b.l. una parte che sia multiplice alla basa b.c. in che numero me piace, ma per il presente la faremo doppia, & sia la linea b.l. & quella diuiderò in parti equali al la basa b.c. in ponto m. & dalli duoi ponti l. & m. condurò le equidistante al la a.b. lequale siano l.n. & m.o. & compirò le superficie de equidistanti lati n.m. & o.b. & serà ciascuna de quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla superficie a.c. per laqual cosa si come la linea b.l. multiplice alla b.c. cosi la superficie n.b. è multiplice alla superficie a.c. cioè che l'una e l'altra è dopia & cosi uenimo hauer tolti li multiplici equalmente alla prima & terza. Similmente anchora pigliarò una parte della linea f.k. che sia multiplice alla basa f.e. secōdo che numero me piace, ma per el presente la faremo treppia, & sia la linea f.p. laqual diuiderò pur in parte equale alla linea f.e. nelli duoi pōti q. r. & tirarò dalli tre pōti p.q.r. tre linee eqdistāte alla linea d.f. lequale siano r.s. q.t. & p.u. & ciascuna delle tre supficie d.r. s.q. t.p. serà equal alla supfi

cie.

tie d.e. (p la detta trigesima sesta del primo) dil che tutta la superficie d.p. serà cosi multiplice alla superficie d.e. si come la linea f.p. alla linea f.e. cioè treppia & cosi uenimo hauer tolti li multiplici equelmente alla seconda & quarta. Hor cōparando il multiplice della prima (cioe la linea, l,b,) al multiplice della secōda (cioè alla linea f.p., & lo multiplice della tertia (cioè la superficie n,b,) al multiplice della 4. (cioe alla superficie. d.p.) hāno quella similitudine che recerca la soprascritta diffinition, cioè che la linea. b.l. è maggior della linea. f.p. etiam la superficie n. b. (per la trigesima sesta del primo) de necessità serà maggiore della superficie d.p. & se la è minore, minore. & se la è equale, equale, per il che seguita che le due base b.c. & e.f. & le due superficie a.b.c. & d.e.f. siano in una proportione (per questa soprascritta diffinitione) che è il proposito. Si uede adōque che quella similitudine di eccedere, diminuire, & equaliare se piglia largo modo, & nō se ha rispetto che tal eccedere, ouer diminuire sia ne secondo la quantità del eccesso, ne secondo la proportione, come uuol la secōda parte, ne etiam si debbe, ne si puo dar a tal diffinitione quel senso ch'in la detta seconda parte se cōclude (qual dice cosi) discontinue proportionale sono quattro quantità, & la proportion della prima alla seconda e si come della tertia alla quarta quando li multiplici tolti come se propone, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come del multiplice della tertia al multiplice della quarta. Perche il se diffineria tal cosa per quella istessa, per il che la cosa diffinita insieme con la diffinitione uerriano a restar equalmente ignote. essempli gratia, se io non so conoscer in le quattro proposte quantità se quelle siano proportionale manco saprò io conoscer ne dimostrar tal cosa nelli quattro moltiplici che son pur quattro quantità, uero è che uno tal senso potria admettere per propositione (per esser demostrabile) & seria il conuerso della quarta propositione di questo, & se dimostraria per mezzo di questa settima diffinition procedendo per lo conuerso modo della quarta di questo, riducendo lo aduersario allo impossibile, ma per diffinitione non è a proposito. Et nota che questa settima diffinitione parla alquanto piu correttamente nella seconda tradottione qual dice in questa forma.

Le grandezze se dicono esser in una proportione, cioè la prima alla secōda, & la tertia alla quarta quando li multiplici tolti equalmente alla prima & tertia comparati alli multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta che insieme si eccedino ouer che insieme siano equali, ouer che insieme manchino, nientedimeno, in sostantia son conforme.

Il Tradottore.

Quando che al Auttore fusse stato necessario a diffinire le quantità de continua proportionalità facilmente lui li poteua diffinire in questo luoco rettamente, cioè, per accidenti proprij in questo modo.

Tre quātità si dicono hauer proportionalità cōtinua, quādo che li duoi multiplici equalmēte tolti alla prima & alla secōda cōparati alli altri doi multiplici

equalmente

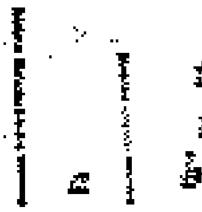
equalmente tolti alla medesima seconda & alla tertia, siano simili in quanto al lo aumentare diminuire & equaliare.

In questa diffinitione se potria chiamar propositione perche quello che hauemo detto se potria dimostrare per la precedente diffinitione pigliando la seconda in loco di seconda e terza, ma l'Autor non ha posta, o per non hauerne bisogno, ouer perche la precedente satisfa per l'una e per l'altra.

Diffinitione. 8.

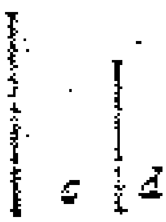
7/7 Le quantità, che hanno una medesima proportione sono dette proportionale.

Il Tradottore.



Essempli gratia, se la proportione della quantità, a, alla quantità, b, fusse si come della quantità, c, alla quantità, d, le dette quattro quantità seriano dette proportionale.

Diffinitione. 9.



8/8 Quando che seranno tolti li multiplici equalmente alla prima & terza, & similmente li multiplici equalmente alla seconda & quarta, & che'l multiplice della prima sopravanzarà il multiplice della seconda, e che lo multiplice della terza non sopravanzarà il multiplice della quarta, all'hora la prima se dirà hauere maggiore proportione alla seconda, che la terza alla quarta.

Il Tradottore.

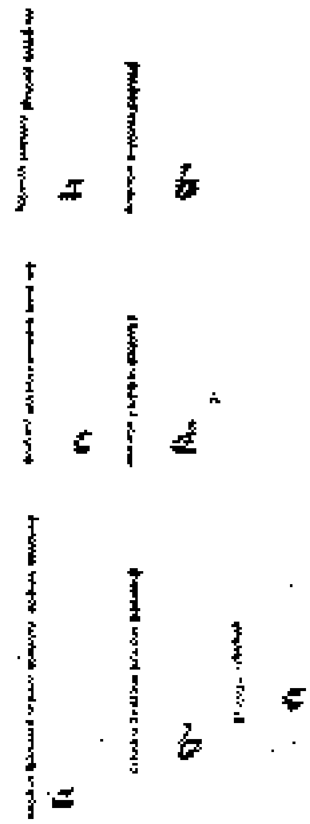
Sopra a questa nona diffinitione (in la prima tradottione) se ritroua una espositione, laqual è per uno misto de duoi uarij commentatori (si come era cium sopra la scrittura) perche in quella son alcune parti che bene esplicano il senso di tal diffinitione, ma poi ue ne sono state interposte, ouer mescolate con quelle tante altre piene di zanze inutile e fuora di proposito che non solamente occultano le dette parti bone, ma accecano talmente il studente che'l non sa doue el se sia, per tanto acciochè il detto studente non entri in tal errore hauemo separato la luce dalle tenebre, cioè le parti che rettamente parlano da quelle che non rettamente dicono.

Diffinite le quantità proportionale il diffinisse le quantità disproportionale, ma le disproportionale sono quelle fra lequale è la dissimilitudine delle proportioni, la qual cosa puo accadere in duoi modi, ouero perche maggiore è la proportione della prima alla seconda, che della terza alla quarta, ouer perche è minore, e però di que ne sono due specie, la prima quando egli è maggiore la proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, et questa è detta disproportionalità maggiore, et la seconda è quando che egli è minore la proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, & questa è detta disproportionalità minore, el diffinisce adunque quelle quantità, fra lequale è maggiore la proportione della

prima

prima alla seconda, che della tertia alla quarta la qual è la maggiore disproportionalità, ma la diffinitione di quelle fra lequale è minor la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta lui non l'ha posto, perche quella è manifesta per l'altra.

Quando adunque seranno quattro quãtità delle qual siã tolti multiplici equalmente alla prima, & tertia, & li multiplici equalmẽte alla secõda & .4. et che li multiplici della .1. & 3. cõparati insieme nõ serãn simili nel ecceder, diminuir & equaliare alli multiplici della tertia & della quarta quelle quattro quantità seranno disproportionale, & se'l multiplice della prima serà maggiore del multiplice della secõda et che'l nõ sia necessario che'l multiplice della tertia sia maggiore del multiplice della quarta all'hora serà maggiore la proportione della prima alla secõda che della terza alla quarta, perche in niun loco è maggiore la proportione della prima (di quattro quantità) alla seconda che della tertia alla quarta, che'l nõ acascHi sẽpre a trovarse alcuni multiplici equalmẽte tolti alla prima & alla tertia liquali quando seranno comparati ad alcuni multiplici equalmẽte tolti alla seconda e quarta, se ritrouerà il moltiplice della prima sopravanzare il moltiplice della secõda, & lo moltiplice della tertia nõ sopravãzarà il moltiplice della quarta, ne in loco alcuno acasca ritrouar questo, che'l non sia maggiore la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta, come dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo, & queste quãtità disproportionale possono essere da diversi generi, si come anchor le quãtità proportionale discõtinue, come se'l se dicesse la proportione della .a. alla .b. è maggiore che della .c. alla .d. ma se la disproportionalità serà continua di necessità seranno tutte d'un medesimo genere (si come nella cõtinua proportionalità) come se'l se dicesse maggiore è la proportione della .a. alla .b. che della .b. alla .c.



Il Tradottore.

Le soprascritte sono le parti che ben esplicano il sẽso della soprascritta diffinitione, & non accade di descriuere le parti che non rettamẽte parlano, perche volendole narrare a una per una, & volendole poi riprobare gli andaria da dire assai, ma se pur alcuno haverà accaro di vederle, potrà satisfarse in essa prima tradottione Latina.

Diffinitione. 10.

9 Ma la proportionalità è consistita almanco fra tre termini.
9

Dopoi che l'Autor ha diffinito la proportione, & proportionalità & le quãtità proportionale, el ne dimostra il minimo numero di termini fra li quali puo star la proportionalità et non mette il massimo, perche quello non si puo assignare, perche

che qualunque proportione puo essere cōtinuata in infiniti termini o sia proportione rationale, over irrationale, ma alla proportionalità è necessario almanco due proportioni simile, imperoche la proportionalità è similitudine di proportione, et qualunque proportione ha lo antecedente & lo consequente, adonque qualunque proportionalità ha almanco doi antecedenti & duoi consequenti, laqual cosa è impossibile farse in manco di tre termini in liquali il medio di quelli vien a esser antecedente & consequente, & però la proportionalità serà cōtinua, per laqual cosa la proportionalità continua è constituida al manco fra tre termini, ma la discontinua non serà in manco di quattro, imperoche in quella qualunque termine e solamente antecedente, over consequente, il medesimo se intende del minor numero di termini della dissproportionalità, perche se la serà continua serà almāco fra tre termini, se la serà discontinua almanco fra quattro.

Diffinitione. II.

10 Se seranno tre quantità continue proportionale, la proportione della prima
10 alla terza se dirà proportione duplicata della prima alla seconda.

L'Auttor diffinisse la proportione che è fra li estremi termini della cōtinua proportionalità constituida in tre termini, & dice che se'l serà la proportione dello primo termine allo secondo, si com'è dello secondo allo terzo, che la proportione del primo al terzo serà si come e dal primo al secōdo duplicata, cioè cōposta di due tali, over (che è quel medesimo) la proportione dal primo al tertio serà si come dal primo al secōdo duplicata, cioè in se multiplicata, essempli gratia, in numeri, siano tre numeri continui proportionali, & siano cōtinuamēte doppii come .2.4.8. La proportione del primo al tertio serà si come la proportione del primo al secōdo in se moltiplicata, & la proportione del primo al secondo è doppia, & la doppia in se moltiplicata produce una quadrupla, onde la proportione delli estremi è quadrupla, cioè il doppio del doppio, over (secondo la prima espositione) la proportione delli estremi è si come la proportione del primo al secondo duplicata, perche la quadrupla è composta de due dupple.

Il Tradottore.

El Campano nella sopra scritta espositione (se tal espositione è del Campano) cōmette piu errori, l'uno de quali è questo, che de diffinitione lui la reduce in propositione, & che lui dice che Euclide dice che se la proportione del primo termine al secondo serà si come del secondo al terzo, che la proportione del primo al tertio serà doppia a quella che è fra il primo e il secondo, & io dico che Euclide non dice, che la sia doppia a quella, anzi lui diffinisse che la se dirà doppia a quella, cioè che nelle cose sequēte, over che per l'avenire il doppio d'una proportione si debbe intendere secondo che lui diffinisse in questa diffinitione e nō altramente, ma se lui concludesse che la fusse il doppio di quella (come vuol il Cāpano) la nō seria diffi-

tione.

mitione anci seria una propositione, et bisognaria che lui demostrasse che la fusse il doppio di quella, & volendola dimostrare, bisognaria prima sapere, ouer diffinire che cosa sia il doppio d'una proportione, perche nõ seria possibile a dimostrare che una proportione fusse doppia a un'altra che nõ sapesse prima come se intẽda il doppio d'una proportione. Alcuno potria dire che eglie cosa notissima, che cosa sia il doppio d'una cosa. io rispondo che eglie il vero in le quantitade, ma non gia in le proportioni, ꝑche il doppiare delle proportioni, nõ seguita ne risona al audito, secondo l'ordine del doppiare delle quantità (massime de numeri) eccetto che nella ꝓportione doppia, cioe che il doppio d'una ꝓportione doppia fa una quadrupla, si come anchora il doppio di .2. (numero) fa .4. ma el nõ seguita questo in alcun'altra specie di proportione, ꝑche il doppio di una tripla non fa una sexcupla (si come che il doppio di tre fa sei) anci fa una noncupla, & similmente il doppio di una quadrupla nõ fa una ottupla anci fa una sedescupla, & tutto questo se trouerà cosi esser per la sopradetta diffinitione, e per tanto fu necessario a diffinire come si debba intendere il doppio d'una proportione nelle cose che seguita, ouer che se hãno da dire, perche inuero se l'Auttor non hauesse diffinito tal cosa, lo studente se potria ingannar grandamente, cioe pigliar tal doppiar secondo lo indoppiare di numeri, cioe pigliar, ouer intender che il doppio d'una tripla fusse una sexcupla, laqual cosa nõ seguita, come di sopra è detto, anchora ꝑ un'altra ragione fu necessario a Euclide diffinire tal cosa perche senza tal diffinitione il non se haueria potuto dimostrare la decima ottaua del sesto, laquale dice che sel serà duoi triangoli simili che la proportione di l'uno all'altro e si come la proportione duplicata di qual si voglia lato di l'uno al suo relatiuo lato di l'altro, laqual cosa se dimostrarà per mezzo di questa soprascritta diffinitione.

Anchora bisogna notare equalmente questa & quasi tutte le altre diffinitioni di questo quinto libro. Euclide le ha poste in specialità ꝑ le quantità cõtinue e nõ ꝑ li numeri, & se cosi non fusse Euclide non haueria replicato questa & molte altre nel settimo, nelli numeri, e però queste nõ si deueriano esemplificare con numeri, ma con quantità continue, cioe con linee, vero è che lo esemplificare cõ numeri molte volte gioua, & fa capire la cosa, ma molte volte è nociuo nelle ꝓpositioni et demostrationi geometrice, perche spesse volte il studente che vede con la esperientia de numeri verificarse la ꝓpositione proposta, non si cura de intendere quella ꝑ demostratione, & nõ aduertisse ne considera che'l non se intende che l'huomo sappia quelle cose che non intende per demostrationi (come fu detto in principio) l'altra, spesse volte l'huomo che in tutte le cose se vol fondare sopra la esperientia de numeri, molte volte, ouero che'l si confunde, ouero che el se inganna, massime in quelle cose, che si dicono in specialità per le quantità continue, & questo è interuenuto al Campano sopra la settima & non a diffinitione di questo (se tal espositioni son del Campano: perche el non trouaua nelle sue esperientie de numeri verificarsi sempre nelli moltiplici, quello che lui pensaua che volesse dire Euclide, (ma non quello che Euclide diceua, perche se hauesse isperimentato secondo, che

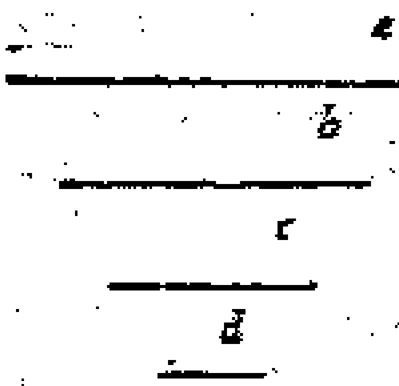
Euclide

Euclide diceua lui haueria trouato quello che il detto Euclide diceua) perche vi sopragiunse tante uarie coditioni, nel sopra auanzare e diminuire di multiplici, & massime sopra la nona, similmente per fondarse totalmente sopra la esperientia, et accidenti de numeri non puol tolerare, che la proportione della prima alla terza di tre quātità cōtinue pportionale, se dica dopplicata alla proportione che è dal la prima alla seconda (come di sopra appare) per che la denominatione di tal propositione, nelli numeri non risuona allo audito si come il dopplicamento di numeri, & pero uole che la se dica in se multiplicata, & non considera che nelle quātità cōtinue nō hauemo sempre notitia delle denominationi delle lor proportioni, per il che non se potemo gouernare in quelle per le sue denominationi, come se uede espresso sopra la detta decimaottaua del sesto, & in molti altri lochi, ideo.

Diffinitione . 11.

11 Quando seranno quattro quantità continue proportionale, la proportione 10 della prima alla quarta se dirà proportione della prima alla seconda triplicata.

Il Tradottore.



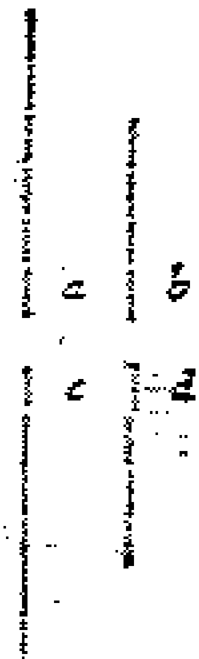
El Campano similmente nel esponere questa diffinitione incorre nelli medesmi errori della passata, cioe de diffinitione la retira in propositione, & similmēte per fondarse sopra il treplicare de numeri pare a lui che tal diffinitione nō be suoni a chiamarla treplicata, anzi pare a lui che respōderia meglio a dire che la proportione della prima alla quarta sia si come quella della prima alla secōda in se dapoi nel produtto multiplicata, ma uorria saper da lui con che gratia di parlare (con tal sorte di diffinitione) se potria dittare la trigesimasesta propositione del undecimo, ma per non abondare in scrittura (troncando le cose superflue) esponeremo semplicemente la soprascritta diffinitione, dico adunque che hauendo Euclide nella precedente diffinito come si debba intendere il doppio, ouer il dopplicare d'una proportione nelle quantità continue, al presente in questa diffinitione, come si debbia intendere il treppio, ouer il treplicare d'una proportione, & dice come di sopra le sue parole sonano, cioe che 'l serà quattro quantità continue proportionale che la proportione della prima alla quarta se dirà treppia a quella che è dalla prima alla seconda, essempli gratia, siano le quattro quantità continue proportionale, a, b, c, d, & sia supposta la, a, prima, b, secōda, c, terza, d, quarta dice che la pportione della a alla d se dirà per l'aduenire il treppio della proportione che è dalla a alla b, cioe treppiata a quella, et cosi si debbe intendere il treplicare, ouer il treppio d'una proportione, per che secondo questo modo, & secōdo questa diffinitione se intende, & se dimostra la trigesimasesta propositione del undecimo libro.

Diffi-

Diffinitione. 13.

12 Le quantità che sono in una proportione, lo antecedente al consequen-
11.12 te, & lo antecedente al consequente, se dirà è contraria, si come lo conse
13 quente allo antecedente, cosi lo consequente allo antecedente: similmente permutatamente, si come lo antecedente allo antecedente, cosi ancora lo consequente al consequente.

Il Tradottore.



Quivi l'Auttor ne incomincia a diffinire le specie della proportionalità, lequale nella prima tradottione sono sette (ben che il Campano dica sei) ma nella seconda tradottione sono undeci, la prima delle quale è detta (semplicemente) proportionalità: le altre dieci se dicono proportionalità, conversa, permutata, coniunta, disgionta, eversa, equa, ordinata, inordinata, diffesse, & perturbata, come nelle sequente diffinitione appare, el diffinisse adonque sotto brevità la prima, seconda, & terza specie, & dice che le quantità che sono in una proportione (cioe semplicemente proportionale) se intende lo antecedente al consequente, si come lo antecedente al consequente, cioe la prima alla seconda, si come la terza alla quarta, perche il primo termine della proportione se chiama antecedente, & lo secondo consequente: ma accio meglio mi intendi siano li quattro quantità, a, b, c, d, & sia supposto la, a, prima, b, seconda, c, terza e, d, quarta, hor dico che sel si concludesse (semplicemente) tai quantità esser proportionale, l'Auttor vol che tal conclusione se intenda che lo antecedente, a, al suo consequente, b, sia si come lo antecedente, c, al suo consequente, d, (cioe la prima alla seconda esser si come la terza alla quarta) & questa tal similitudine di proportione e detta semplicemente proportionalità, ma quando che il se concludesse (come si fa nel corelario della quarta propositione di questo) che le dette quattro quantità fussino proportionale al contrario. l'Auttor diffinisse che tal conclusione si debba intendere che lo consequente, b, allo suo antecedente, a, sia si come lo consequente, d, al suo antecedente, c, cioe della seconda alla prima come della quarta alla terza, & tal similitudine di proportioni (a differentia dell'altre di sopra dette) se adimanda proportionalità conversa, overo al contrario, ma quando che il concludesse (come si fa nella sestadecima di questo) che le dette quattro quantità fussino permutatamente proportionale, lo Auttor diffinisse che tal conclusione si debba intendere che lo antecedente, a, allo antecedente, c, sia si come il consequente, b, al consequente, d, cioe della prima alla terza, esser si come della seconda alla quarta, & tal similitudine di proportioni, (a differentia delle altre specie) è detta proportionalità permutata.

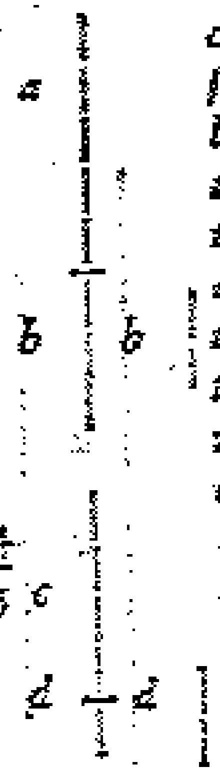
Diffinitione. 14.

13
14 Magnitudine che si come lo antecedente con il consequente al con-

sequente cosi sia anchora lo antecedente con il consequente al consequente se dice proportionalità congionta.

Il Tradottore.

Quivi l'Auttor diffinisse che ogni volta che'l congionto del antecedente cō il consequente al consequente, habbia tal proportione come lo congionto d'un altro antecedente con el suo consequente, al ditto suo consequente (cioe che il congionto della prima quantità cō la seconda habbia tal proportione alla seconda si come lo cōgionto della terza et quarta alla quarta) tal similitudine di proportioni se dice proportionalità congionta, e pero quando che'l si cōcludesse (come si fa nella decimaottava di questo) che le sopra dat= te quatro quātità, a, b, c, d, fussero congiontamente proportionale, tal conclusion si debbe intēder che il cōgionto della, a, et, b, (insieme) alla, b, haver tal proportione, come il congionto della, c, &, d, alla, d.

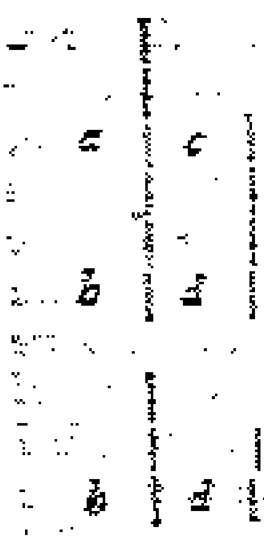


Diffinitione. 15.

14 / 15 Ma la equal comparatione delli augumenti delli antecedenti sopra li consequenti a essi consequenti se dice proportionalità disgionta.

Il Tradottore.

Questa è quasi al contrario della precedente, perche in quella si compone, & in questa se disso mpone, esempli gratia, se per caso fusse quatro quantità, a, b, prima, b, seconda, c, d, terza & d, quarta, et che la proportione della, a, b, alla, b, fusse si come della, c, d, alla, d, & che da questo il si concludesse (come si fa nella decima settima di questo) tai quantità essere disgiontamente proportionale, l'auttor vole che tal conclusione se intenda che la differentia che e dal antecedente, a, b, al suo consequente, b, (cioe la semplice, a,) a esso cōsequente, b, esser si come la differentia che e dal antecedēte, c, d, al suo cōsequēte, d, (cioe la semplice, c,) a esso consequente, d, tal similitudine di proportioni, se dice proportionalità disgionta.

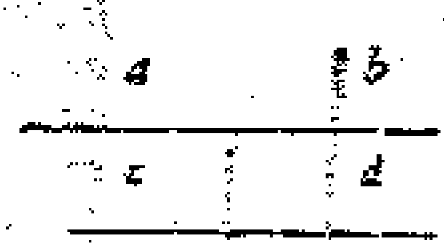


Diffinione. 16.

15 / 16 La similitudine delle proportioni di quel si voglia antecedenti alli suoi augumenti sopra li suoi consequēti, se dice proportionalità eversa.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se la pportione della, a, b, alla, b, fusse si come della, c, d, alla, d, et che da questo il se cōcludesse tai quātità esser eversamente pportionale, l'aut tor vuole che tal conclusione se intenda che la proportione dello antecedente, a, b, alla semplice, a, (cioe alla differentia che e dalla, a, b, alla semplice, b, esser si come la proportione dello antecedente, c, d, alla semplice, c, (cioe alla differentia ch'e dalla, c, d, alla semplice, d,) & tal similitudine di proportioni, se chiama proportionalità euersa.

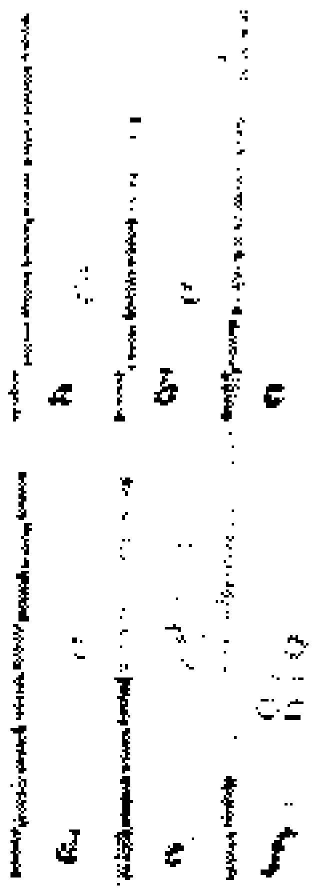


Diffinitione. 17.

16 Proposte piu quantità, & altre secondo il medesimo numero, applicate a due a due in una proportione, e remosso equal numero di termini
17 di mezzo, la similitudine delle proportioni dell'uno, e l'altro di duoi estremi, se dice proportionalità equa.

Il Tradottore.

L'Auttor dice che quando fussero proposte piu quantità dall'un lato, (come seria a dire per essempio le tre, a, b, c,) & altretante dall'altro (come seria a dire le altre tre, d, e, f, o siano del medesimo genere, over d'un altro non importa) & che le seconde siano applicate a due a due in una medesima proportione con le prime, o siano in quel medesimo ordine (come si propone nella vigesima seconda di questo) cioe che dalla, d, alla, e, fusse si come dalla, a, alla, b, & dalla, e, alla, f, si come dalla, b, alla, c, over per ordine contrario (come se propone in la vigesima tertia di questo) cioe che la proportione della, d, alla, e, fusse si come della, b, alla, c, & dalla, e, alla, f, si come dalla, a, alla, b, & che da questo se concludesse (come si conclude in la detta vigesima seconda & vigesima tertia di questo) che le dette quantità fussero proportionale in la equa proportionalità, l'Auttor vuole tal conclusione se intenda, che li estremi sono proportionali, cioe la proportione dalla, a, alla, c, esser si come dalla, d, alla, f.

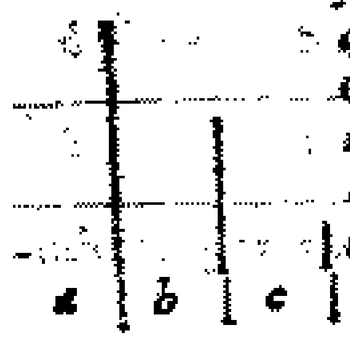


Diffinitione. 18.

19 La proportionalità è ordinata quando che lo antecedente al conse-
18 quente serà si come lo antecedente al consequente, & lo consequente a un'altra cosa, come il consequente a un'altra cosa.

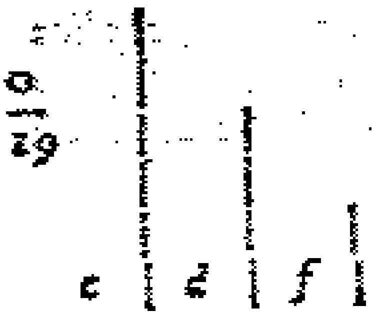
Il Tradottore.

L'Auttore ne aduertisse come si debba intender la proportionalità ordinata in duoi ordini di quantità, essempli gratia, se la proportionalità della, a, alla, b, serà



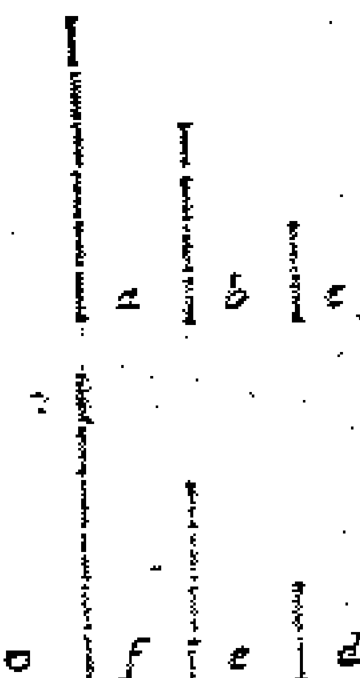
si come della, c, alla d, (cioe lo antecedente, a, al suo consequente, b, si come lo antecedente, c, al suo consequente, d,) & che lo consequente, b, habbia tal proportione a un'altra cosa (ponimo alla, e,) si come lo consequente, d, a un'altra (ponimo alla, f,) il uuole che questa specie di proportionalità sia intesa ordinata.

Diffinitione. 19.



19 *La proportionalità inordinata e quando l'antecedente al consequente sera come l'antecedente al consequente, & il consequente a un'altra cosa, come un'altra cosa all'antecedente.*

Il Tradottore.

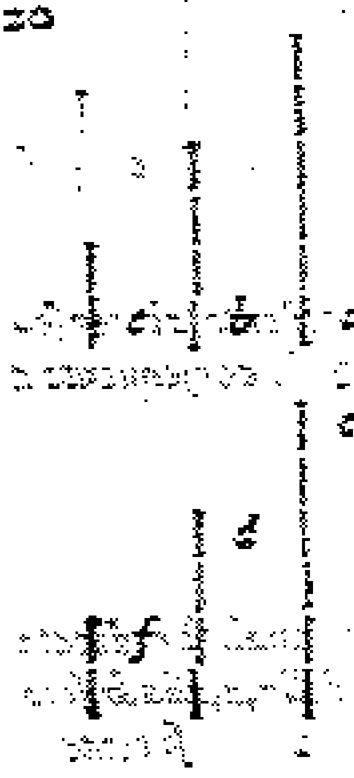


Essempli gratia, essendo le quattro quantità, a, b, c, d, & che la, a, fusse supposta prima, b, seconda, c, terza, e, d, quarta, & che la proportione della antecedente, a, al suo consequente, b, fusse si come quella del antecedente, c, al suo consequente, d, et che da poi si ritrouasse, ouer approuasse che lo consequente, b, hauesse tal proportione a un'altra cosa (ponimo alla, e,) si come hauesse un'altra cosa (ponimo f.) al lo antecedente, c, tal proportionalità è detta inordinata.

Diffinitione. 20.

20 *La proportionalità dissesa e quando uno antecedente a un consequente sera si come uno antecedente a uno consequente, ma sera si come lo consequente a un'altra cosa cosi lo consequente a un'altra.*

Il Tradottore.



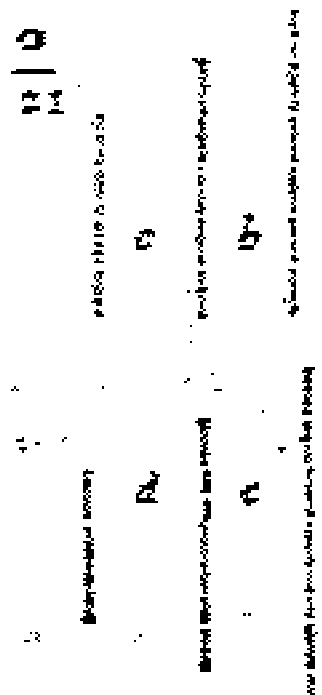
Questa diffinitione pare in sostantia simile alla decima ottaua (cioe alla proportionalità ordinata,) perche l'una e l'altra uole che la proportion d'uno antecedente al suo consequente sia si come d'un altro antecedente a uno altro consequente, & che il consequente primo sia a un'altra cosa, si come lo secondo a un'altra cosa, che in uero el non uol dir altro che se la proportione del antecedente, a, al suo consequente, b, sera si come lo antecedente, c, al suo consequente,

ma

Ma seria si come lo consequente .b. a vn'altra cosa (poniamo al .e.) si come lo consequente .d. a un'altra cosa (poniamo al .f.) come fu essemplificato sopra la decima ottaua, nondimeno la decima ottaua parla in genere, & questa in specie, perche in la proportionalità diffesa non solamente se intende che la proportione della .a. alla .b. sia si come .c. della .d. ma si intende che la sia anchora si come della .b. alla .e. & similmente della .d. alla .f. cioe che le due prime proportioni siano simili alle seconde, laqual cosa inuero non vuol dire altro saluo che siano continue proportionale si le tre .a.b.e. come le tre .c.d.f. ma in una medesima proportione & in la proportionalità ordinata, le due prime proportioni ponno esser, & non esser simile alle due seconde.

Diffinitione 21.

21



Ma la proportionalità perturbata, e quando che sia tre grandezze da una banda, & altre tante dall'altra, & che si come nelle prime grandezze sia lo antecedente al cõsequente cosi nelle seconde grandezze sia lo antecedente al consequente, & si come nelle prime grandezze è il consequente a un'altra cosa cosi nelle seconde e vn'altra cosa all'antecedente.

Il Tradottore.

Questa diffinitione della proportionalità perturbata pare in sostantia simile alla decima nona, cioe alla proportionalità inordinata, perche l'una e l'altra dice, che quando che sia si come lo antecedente al consequente (in tre quantità, over grandezze) cosi sia lo antecedente al consequente in tre altre, & si come sia il consequente (in le prime) a un'altra cosa, cosi sia vn'altra cosa (in le seconde) all'antecedente, laqual cosa in vero non vuol dire altro in l'una e l'altra saluo, che se la proportione della .a. alla .b. sia si come della .c. alla .d. & che dal consequente .b. a un'altra cosa (poniamo alla .e.) sia si come vn'altra cosa (poniamo .f.) all'antecedente .c. come fu essemplificado anchora sopra la detta decima nona, nientedimeno la proportionalità inordinata e differente dalla perturbata, si come è della ordinata alla diffesa, cioe la inordinata, parla in genere, o siano le due seconde proportioni simile, over diverse dalle due prime, & la perturbata se intende che le due seconde siano non solamente simile fra loro, ma che siano anchora simile alle due prime, cioe che la proportione del .b. al .e. non basta che sia equale a quella che e dal .f. al .c. ma bisogna sia anchora equal a quella ch'e dal .a. al .b. over dal .c. al .d. (che è il medesimo) ma nella inordinata se intende largamente o siano simile, over diverse.

Il Tradottore.

Alcuno potria dire che fra la proportionalità diffesa, & la perturbata non gli è differentia alcuna, perche tutte le proportioni sono equale fra loro, io rispõ do che quanto alla similitudine delle proportioni nõ gli e differentia alcuna, perche le tre prime, & le tre seconde quantità sono in l'una e l'altra continue proportionale, & in simile proportioni, niente dimeno lo argumentare per il modo della diffesa è differente da quello della perturbata, perche il modo del dire è del argumentare della diffesa procede rettamente secondo l'ordine delle prime supposte quantità, & la perturbata non procede cosi come per li suoi essempi appare.

Il Tradottore.

Anchora bisogna aduertire qualmente quelli modi di dire vsitati nelle sopra scritte specie di proportionalità, cioè conuersamente, permutatamente, congiontamente, disgiontamente, euersamente, equalmente, ordinatamente, inordinatamente, & se applicano & vsano anchora alla quãtità disproportionale, et questo se manifesta dall'Auttore nella vigesima sesta propositione di questo, & nelle altre seguenti, perche nella detta vigesima sesta l'Auttor conclude che le quattro quantità proposte in quella seranno conuersamente disproportionale, et nella vigesima settima conclude il medesimo permutatamente, et nella vigesima ottaua conclude pur il medesimo congiontamente, & nella vigesima nona disgiontamente, & nella trigesima euersamente, & nella trigesima prima equalmẽte nelle quantità ordinatamente disproportionale (quantunque l'Auttor nol dica) & nella trigesima seconda nelle quãtità inordinatamente disproportionale, come al suo loco si potrà vedere.

Il Tradottore.

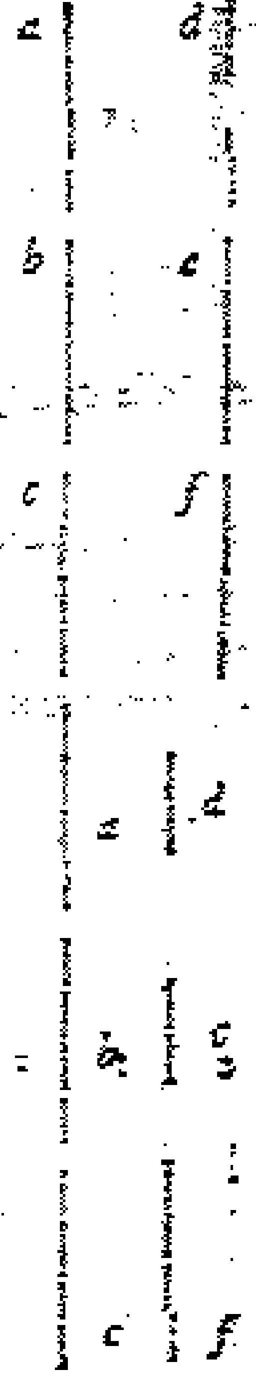
Anchora bisogna notare qualmẽte tutte le propositioni di questo quinto libro nella prima traduttione nel dire sono differente a tutte quelle della seconda, in questo che doue nella prima dice quãtità, nella secõda dice grãdezza, ouer grãdezze, la differẽtia di quali vocaboli, ouer nomi è questa, che questo nome quãtità è nome generale per il qual se intẽde ogni specie di quãtità o sia cõtinua, ouer discreta, & questo nome grãdezza, e nome speciale il quale se aspetta solamente alla quãtità cõtinua, & che io credo che tutto quello che l'Auttor propone in questo quinto libro, lui lo propone semplicemente per le quantità cõtinue (benche il medesimo se verifichi nelle discrete) & se cosi non fusse, superflue seriano state molte propositioni che ha proposte, ouer replicate nel settimo, niente dimeno per esser questo nome quantità piu vsitato tra vulgari che grãdezza, quãtità e nõ grãdezza, nella nostra traduttione hauemo tradotto, ouer detto, cioè hauemo usato piu li vocaboli, cioè il dir, ouer il proferir della prima traduttione che della seconda

Theorema prima. Propositione prima.

I — I Se seranno quante quantità si voglia equalmente multiplice de altre tante, ouer de una in una equale, gli è necessario si come è una di quelle alla sua compagna così esser anchora tutto lo aggregato da quelle, a tutte quelle pur aggregate insieme.

Siano

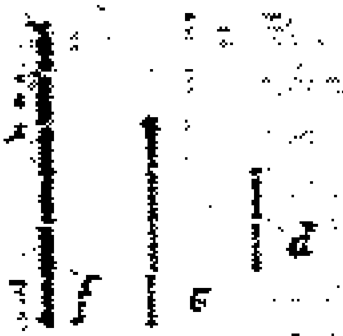
Siano quante si voglia quātità (poniamo, a, b, c,) dell'altre tā te (lequale siano, d, e, f,) equalmēte multiplice (ciascuna alla sua compagna) ouero che a una per una siano equale, cioe in questo modo, che si come la, a, e multiplice alla, d, cosi sia la, b, multiplice al la, e, similmēte la, c, multiplice alla, f, ouer che se la, a, è equale al la, d, che similmēte la, b, sia equale alla, e, & similmēte la, c, alla, f, dico che si come che è la, a, alla, d, cosi serà lo aggregato de tutte le prime (lequale sono, a, b, c,) allo aggregato de tutte le secōde lequal sono, d, e, f, & se a una per una sono equale egliè manifesto il proposito per questa commune scientia, se a cose equale serà aggiō to cose equale, le summe serāno anchora equale; ma essendo tutte alle sue compagne equalmente multiplice diuise quelle secōdo la quantità delle sue submultiplice, lo aggregato della prima parte della, a, & della prima parte della, b, & della prima parte della c, serà equale allo aggregato delle, d, e, f, (per la predetta commu na scientia aggiōtando con questa altra, quelle cose che a una medesima cosa sono equale fra loro sono equale, similmente anchora lo aggregato delle seconde parti delle quantità, a, b, c, serà pur equale allo medesimo aggregato delle, d, e, f, & cosi delle altre, & perche questo potra esser fatto tante volte, quante che la, d, sia cō tenuta in la, a, seguita, che lo aggregato della, d, e, f, tāte volte sia contenuto in lo aggregato delle, a, b, c, quante volte la, d, sia contenuta dalla, a, perche adonque quante volte la, d, numera, la, a, tāte volte lo aggregato delle, d, e, f, numera lo aggregato delle, a, b, c, egliè manifesto che si come la, a, è multiplice alla, d, cosi è lo aggregato delle, a, b, c, allo aggregato delle, d, e, f, che è il proposito.



Theorema. 2. Propositione. 2.

2 Se seranno sei quantità delle quale la prima alla seconda, & la terza alla quarta siano equalmēte multiplice, e la quinta alla seconda, & la sesta alla quarta siano pur equalmente multiplice, il composto della prima, & della quinta alla seconda, & il composito della terza, & della sesta alla quarta conuien esser equalmente multiplici.

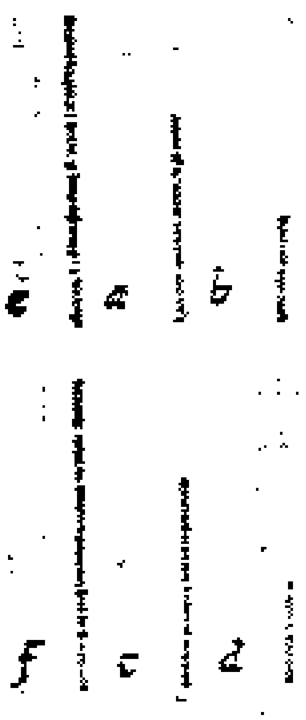
Siano sei quātità, a, prima, b, seconda, c, terza, d, quarta, e, quinta, f, sesta, & sian la, a, et la, c, equalmēte multiplice alla, b, et alla, d, & anchora la, e, & la, f, sian equalmente multipli ce alle medesime, dico che si come che tutto lo aggregato della, a, et, e, è multiplice alla quātità, b, cosi tutto lo aggregato della, c, et, f, è multiplice alla quātità, d, pche il numero secōdo il quale la, b, è cōtenuta dalla, a, è equale al numero secondo il quale la, d, è contenuta dalla, c, similmēte anchora, il numero secōdo il quale la,



b. contenuta dalla.e. equale al numero secondo il quale la. d. è contenuta dalla.f. (per commune scientia, che se a cose equale siano aggionte cose equale &c.) il numero secondo il quale la.d.è contenuta dallo aggregato della.a.& e. serà equale al numero secondo il quale la.d. è contenuta dal lo aggregato della.c.& f. per laqual cosa si come che lo aggregato della.e.& e, è multiplice alla.b, cosi e lo aggregato della.e.& f. multiplice alla.d, che è il proposito.

Theorema.3. Propositione.3.

3 Se il primo termine del secondo, & il terzo del quarto seranno equalmente multiplici, & siano tolti li multiplici equalmente al primo e al terzo, il multiplice del primo al secondo, & il multiplice del terzo al quarto seranno equalmente multiplici.



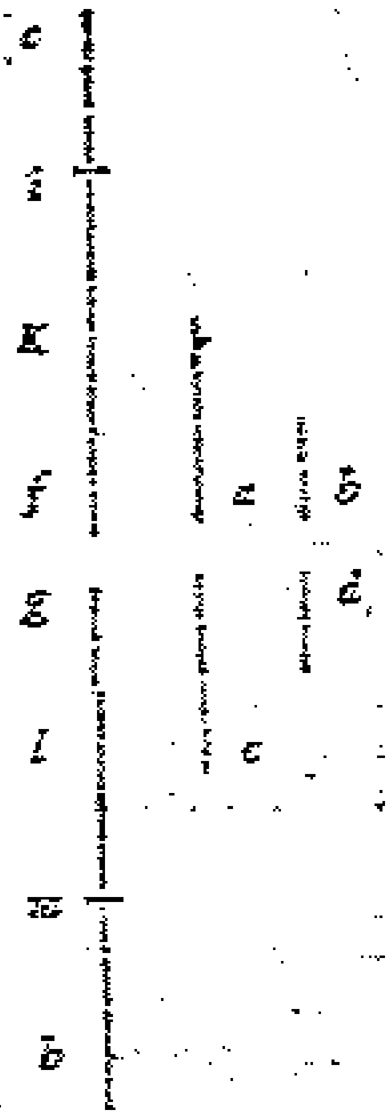
Siano sei quantità, a, prima, b, seconda, c, terza, d, quarta, e, quinta, f, sesta, e sian la, a, alla, b, & la, c, alla, d, equalmente multiplice, & anchora la, e, alla, a, & la, f, alla, c, equalmente multiplice, dico che si come che la, e, è multiplice alla, b, cosi è la, f, alla, d, perche se'l serà divisa la, e secondo la quantità della, a, suo submultiplice et la, f, secodo la quantità della, c, & (per la equalità delle parti della, e, alla, a, & delle parti della, f, alla, c) serà che qual si voglia delle parti della, e, sia cosi multiplice alla, b, si come quale si voglia delle parti della, f, alla, d, perche adonque si come che la prima parte della, e, e multiplice alla. b. come la prima parte della f, multiplice alla, d, & ancora si come che la seconda parte della, e, e multiplice alla, b, cosi è la seconda della, f, alla, d, adonque (per la precedente) la aggregato delle due prime parti della, e, seran cosi multiplice alla. b, si come la aggregato delle due prime parti della, f, alla, d, & perche anchora la parte terza della, e, (se gli serà alcuna terza parte) e cosi multiplice alla, b, si come che la terza della, f, alla, d, (per la medesima precedente) seguita che tutto lo aggregato delle tre prime parti della, e, sia cosi multiplice alla, b, si come tutto lo aggregato delle tre prime parti della, f, alla, d, et cosi se fussino piu parti della, e, e della, f, componendo sempre le sequente con lo aggregato delle prime, concludendo che si come che è la, e, multiplice alla, b, cosi è la, f, alla, d, (per la precedente) tolta tante volte quante parti siano state nella, e, overo nella, f, manco una, & cosi è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

Anchora per un'altro modo sia il primo termine, a, del secondo, b, & similmente il terzo, c, del quarto, d, equalmente multiplice (hor poniamo doppio) &

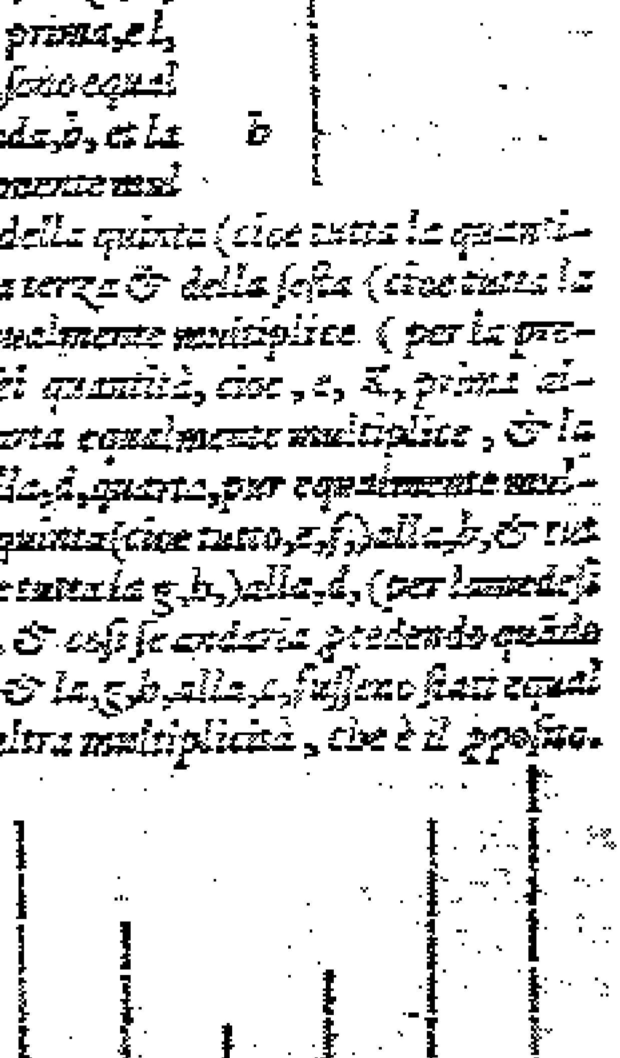
siano

siano tolti li duoi termini, e f, & g h, equalmente multiplici del, a, & del, c, (per ponimento treppi) dico che il termine, e f, del, b, & lo, g h, del, d, sono equalmente multiplici, perche lo, e f, del, a, & la, g h, del, c, son equalmente multiplici, adonque quante quantità sono nel, e f, equale alla quantità, a, tante anchora ne sono nella quantità g h, equale alla quantità, c, sia adonque diuiso, f e, in quantità equale alla, a, cioe in, e i, i K, & K f, (perche fu presupposto che fusse treppio) & similmente, g h, in quantità equale alla, c, cioe in, g l, l m, & m h, che seranno pur per numero tre si come quelle della f e, (per esser presupposte equalmente multiplici) & perche la quantità, a, della, b, & la quantità, c, della, d, sono equalmente multiplice, & perche la, e i, è equale alla, a, & la, g l, alla, c, adonque la e i della, b, & la, g l, della, d, sono equalmente multiplice & per questa medesima ragione la, i K, alla, b, & la, l m, alla, d, seranno equalmente multiplice, & similmente la, K f, & la, m h, adonque queste sei quantità seranno, e i, prima, b, seconda, g l, terza, d, quarta, i K, quinta et l m, sesta delle quale la prima, e i, alla seconda, b, & la terza, g l, alla quarta, d, sono equalmente multiplice, & la quinta, i K, alla seconda, b, et la sesta, l m, alla quarta, d, sono similmente equalmente multiplice, adonque il congionto della prima & della quinta (cioe tutta la quantità, e K,) alla seconda, b, & lo congionto della terza & della sesta (cioe tutta la quantità, g m,) alla quarta, d, seranno equalmente multiplice (per la precedente propositione) anchora haueremo sei quantità, cioe, e K, prima alla, b, seconda, & la, g m, terza alla, d, quarta equalmente multiplice, & la K f, quinta alla, b, seconda, & la, m h, sesta alla, d, quarta, pur equalmente multiplice, tutto il cõgionto della prima & della quinta (cioe tutto, e f,) alla, b, & tutto il congionto della terza & della sesta (cioe tutta la g h,) alla, d, (per la medesima precedẽte) serãno equalmẽte multiplice, & cosi se andaria procedendo quãdo che gli fusse piu parti, cioe che la, e f, alla, a, & la, g h, alla, c, fussero stati equalmẽte quadrupli, ouero quincupli, ouero di altra multiplicità, che è il proposito.

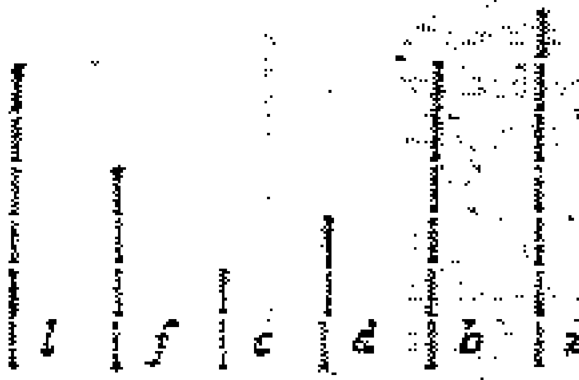


4 Theorema. 4. Propositione. 4.

Se la proportion del primo al secondo serà si come del terzo al quarto, e siã assignati li multiplici tolti equalmẽte al primo & al terzo, & similmente li multiplici tolti equalmente al secondo e al quarto, seranno li assignati multiplici nel medesimo ordine proportionali.



Sia



Sia la proportione del,a,primo al,b,secondo si come del,c,terzo al,d,quarto,et siano tolti,e,al,a,& f,al,c,equalmente multiplici,& anchora,g,al,b,& h,al,d,equalmẽte multiplici,dico che la proportione del,e,al,g,e si come del,f,al,h,siano tolti,k,al,e,& l,al,f,equalmente multiplici,& anchora,m,al,g,& n,al,h,equalmente multiplici,& per che,e,& f,sono equalmente multiplici,al,a,& al,c,& similmente,k,& l,equalmente multiplici al,e,& al f,(per la precedente)k,& l,seranno equalmẽte multiplici al,a,& al,c,(per la medesima)anchora,m,& n,seranno equalmẽte multiplici al,b,& d,per laqual cosa el,k,al,m,& l,al,n,(per il conuerso della diffinitione della proportionalità discontinua)quelli seranno simili nel aggiõgere,sminuire & equaliare,adonque per che,k,& l,sono equalmente multiplici al,e,& al,f,& anchora,m,& n,sono pur equalmente multiplici al,g,& h,(per la diffinitione della proportionalità discontinua)la proportione del,e,al,g,è si come del,f,al,h,che è il proposito.

Lema, ouero assumptione.

o Adonque per essere stato dimostrato che se la,k,escede la,m,similmente
4 la l,eccede la,n,& se è equale,è equale:& se è minore è minore,e per questo della,g,alla,e,serà cosi come della,h,alla,f,

Correlario.

o Da qui è manifesto che se quattro grãdezze seranno proportionale ancho
4 ra al contrario seranno proportionale.

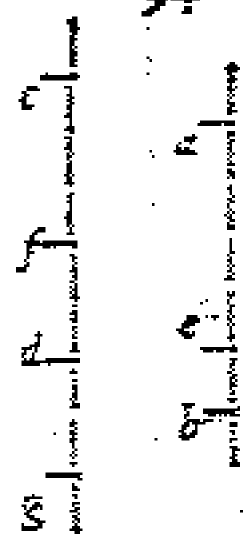
Theorema. 5. Propositione. 5.

o Se seranno due quantità delle quale una sia parte dell'altro,et sia sminui-
4 do dall'una & l'altra medesima parte,il rimanente al rimanente,& il tutto al tutto,seranno equalmente multiplici,ouero,in questo altro modo,se la serà aliquota il restante del restante,serà tale parte quale e il tutto del tutto.

Sia la quantità,a,b,tal parte della quantità,c,d,qual e la,e,b,della medesima,a,b,et sia cauata la quãtità,a,b,dalla quãtità,c,d,et sia il residuo la,f,c,onde la,f,d,serà equale alla,a,b,sia anchora similmẽte cauata la,e,b,dalla quãtità,a,b,& sia il residuo la,e,a,dico che qual parte è la quãtità,a,b,della quantità c,d,tal,e la quãtità,a,e,della quãtità,c,f,per che cõciosia che la,f,d,sia equale al la,a,b,la detta,f,d,serà cosi multiplice alla,e,b,si come che è la,c,d,multiplice alla,a,b,pone ò adõque la,d,g,cosi multiplice alla,a,e,si come che la,f,d,e multiplice alla,e,b,(& p'a prima di questo)la quãtità,f,g,serà cosi multiplice al

la,a,

la.a.b. si come che la.f.d. è multiplice alla.e.b. & perche la.c.d. fu supposta cosi multiplice alla.a.b. si come la.f.d. fu multiplice alla.e.b. l'una e l'altra delle due quantità.c.d. & f.g. serà equalmente multiplice della quantità.a.b. per la qual cosa (per commune scientia) le due quantità.c.d. & f.g. sono equale fra loro, adonque leuando uia dall'una & dall'altra di quelle la quantità.f.d. restarà la.c.f. equale alla.d.g.e. perche la d.g. fu cosi multiplice alla.a.e. si come che è la f.d. alla e.b. e però si come la.a.b. alla.e.b. per laqual cosa, & si come la.c.d. alla.a.b. serà adonque la.c.f. cosi multiplice alla.a.e. si come che è tutta la, c.d. di tutta, la.a.b. che è il proposito.



Il Tradottore.

El testo di questa quinta propositione in la seconda tradottione, dice in questo modo se una magnitudine de un'altra magnitudine serà equalmente multiplice, si come una parte tolta a una parte tolta, il residuo al residuo serà cosi multiplice come il tutto, al tutto laqual propositione e piu generale della sopra scritta, per che quella nõ astringe che la.e.b. sia la medesima parte de.a.b. qual è la.a.b. della.c.d. pur che la detta.e.b. sia tal parte della parte.f.d. qual è tutta la.a.b. di la tutta.c.d. conclude che'l residuo.e.a. serà medesima parte del residuo.f.c. laqual cosa medesimamente se demostra tollendo per la.g.d. come di sopra, & arguire (per la prima di questa) se concluderà la g.d. essere equale alla.c.f.

Theorema.6. Propositione.6.

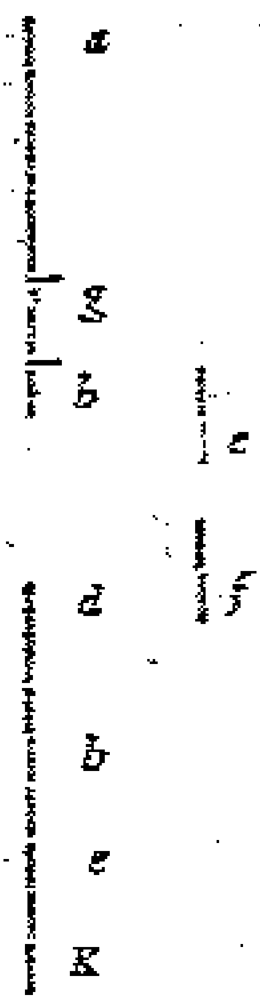
6 Se seranno due quantità equalmente multiplice a due altre, & siano se-
6 careate due minore delle maggior, cioè l'una & l'altra dalla sua multiplice, li duoi rimanenti seranno de quelle medesime parti, ouero equalmente multiplici, ouero a quelle equali.

Siano le quãtità, cioè la.a.b. alla.c.& la.d.e. alla.f. equalmẽte multiplice et siano secrate la.c. dalla.a.b. et la.f. dalla.d.e. et siano li residui della.a.b. la.a.g. & (della.d.e.) la.d.h. ꝙ il che.la.g.b. serà equale alla.c. & la h.e. equale alla.f. dico che li dui residui.a.g. & d.h. ouero che serãno equali alle due quãtità, c. et f. ouero che seranno a quelle equalmẽte multiplice, sia adonque primamente la.a.g. equale alla.c. dico che la.d.h. è equale alla.f. & per dimostrare questo io torò la quãtità.e.K. equale alla.f. & per li precedenti presupposti seguirà che tante volte la.f. sia in la.K.h. quante volte la.c. è in la.a.b. per laqual cosa si come che la.a.b. e multiplice alla.c. cosi la.h.K. e multiplice alla.f. & cosi anchora la.d.e. era multiplice della medesima.f. adonque (per commune scientia) la.h.K. serà equale alla.d.e. adonque tolta communamente all'una e l'altra la quantità.h.e. restarà la.d.h. equale alla.e.K. per laqual cosa serà.h equale alla.f. che è il proposito ma se la, a.g. serà multiplice alla.c.

pouerò

ponerò la, c, K, che sia similmente equalmente multiplice alla, f, & seguirà come prima che tante volte la f, sia in la h. K. quante volte la c, sia in la, a, b, & tante volte essa anchora in la, d, e, adonque come prima serà la, d, e, equale alla, h, K, & la, d, h, alla e, K, per laqual cosa si come che la, a, g, è multiplice alla, c, cosi e la, d, h, multiplice alla, f, che è lo proposito, a demostrare il medesimo f altramente, conciosia che la quantità, a, b, contenga la quantità c, per quel medesimo numero secondo ilquale la quantità, d, e, contiene la quantità, f, leuando adonque via da quel tal numero la unità, remanerà ouer la unità, ouer il numero secondo che la, a, g, contiene la, c, & che la, d, h, contiene la, f, adonque egliè manifesto le quantità, a, g, & d, h, ouero essere equale, ouero equalmente multiplice alle quantità, c, & f.

Il Tradottore.



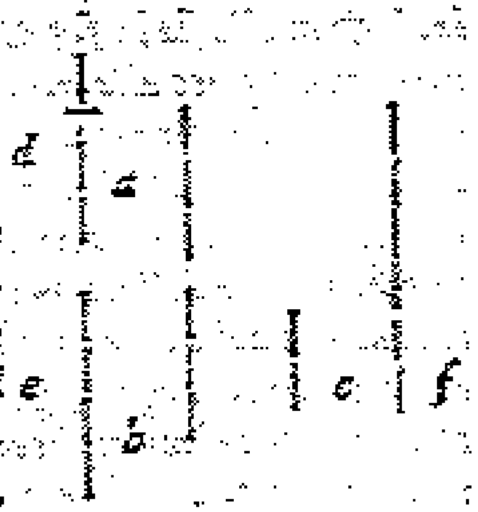
Se le due quantità, a, b, & d, e, seranno equalmente doppie al le due quātità, c, & f, (come nel primo essempio appare) sotratto le due minore dalle due maggiore (cioè la, c, dalla, a, b, & la, f, dal la, d, e, li duoi rimanenti, cioe, a, g, & d, h, seran equali alle dette parti, cioè lo rimanente, a, g, serà equali alla quantità, c, & la d, h, alla, f, ma se le dette due quantità, a, b, & d, e, serāno pur equalmente multiplice alle dette, c, & f, ma in altra maggior multiplicità che doppia, sotratte le minore dalle maggiore li duoi rimanenti sempre seranno equalmente multiplici alle dette due parti, essempli gratia, se le dette due quantità, a, b, & d, e, fussero state equalmente tripple alle dette due, c, & f, (come nella seconda figuratione appare) sotratte le dette due minore dalle dette due maggiore li duoi residui serāno equalmente doppii, alle dette due parti, cioe lo residuo, a, g, serà doppio alla c, & lo d, h, alla, f, (come nella detta seconda figuratione appare) & cōseguiria in ogni altra maggiore multiplice, essempli gratia, se le dette quantità, a, b, & d, e, fossero state equalmente quadruple alle dette due, c, & f, li duoi rimanenti, a, g, & d, h, seriano stati equalmente tripli alle dette, c, & f, & se fussero stati quincupli li detti rimanenti seriano stati quadrupli.

Theoreme. 7. Propositione. 7.

7 Se due quantità equale seranno, comparate a quale si voglia quantità, di
7 quelle a quella serà vna medesima proportione, & similmente da quella a quelle serà una medesima proportione.

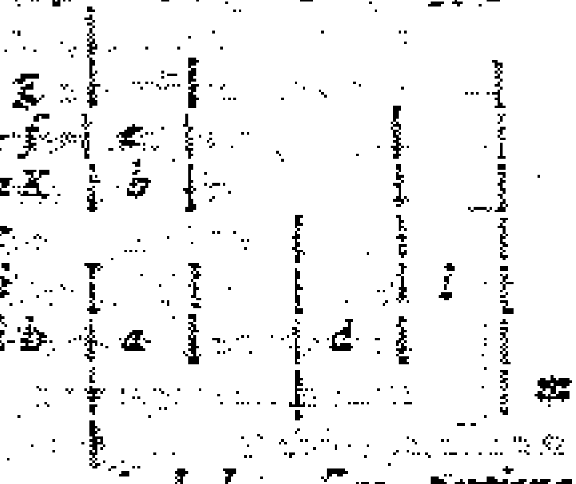
Siano le due quantità, a, et, b, equale lequal siano comparate a qual si voglia terza (come seria alla, c,) dico che la proportiō ch'è della, a, alla, c, e la medesima che è della, b, alla, c, & similmēte la proportione che è della, c, alla, a, è simile a quella

quella che è della, c, alla, b, la prima parte si approua in questo modo, conciosia che la, c, sia consequente al la, a, (prima) & alla, b, (terza) quella serà in ragione de seconda e quarta piglierò adonque la, d, alla, a, prima e la, e, alla, b, terza equalmente multiplice, e piglierò la, f, per qual multiplice mi pare di multiplici della, c, laquale è seconda & quarta, & perche la, a, & la, b, (dalla quale li suoi multiplici tolti equalmente sono, d, & e,) sono posti equale, seguiria questo che se la, d, serà diuisa secondo la quantità della, a, & similmente la, e, secondo la quantità della, b, che le parti dell'una e dell'altra sono di numero e di quantità equale, di numero per il presupposito per la equalità della multiplicatione dell'una e l'altra, ma di quantità (per questa commune sententia repetita tante volte quante bisogna) quelle cose che a una medesima cosa sono equal fra loro son equale, perche adonque la prima delle parti della, d, è equal alla prima delle parti della, e, & la seconda, alla seconda, & le altre alle altre, & sono tante parti in la, d, quante son in la, e, (per la prima di questo) la d, serà equale alla, e, per laqual cosa se due quantità equale seranno comparate a una altra terza quantità (per commune sententia) ouer che ambedue le quantità, d, & e, son maggiore della f, ouer minore, ouer equale, adonque (per la settima diffinitione) la proportione della, a, prima alla, c, seconda serà come quella che è della, b, terza alla, c, quarta, che è il proposito, la seconda parte la approuerai per l'ordine conuerso in questo modo, sia posta la, c, come prima & terza & la, a, seconda & la, b, quarta, e conciosia che la quantità, f, laqual è equalmente multiplice alla prima e alla terza sia simile nel auanzare ouer in mancare, ouer in equalitare delle quantità, d, & e, lequale sono equalmente multiplice alla seconda e quarta, seguirà (per la medesima diffinitione) che la proportione della, c, prima alla, a, seconda sia si come della, c, terza alla, b, quarta, che è il secondo proposito.

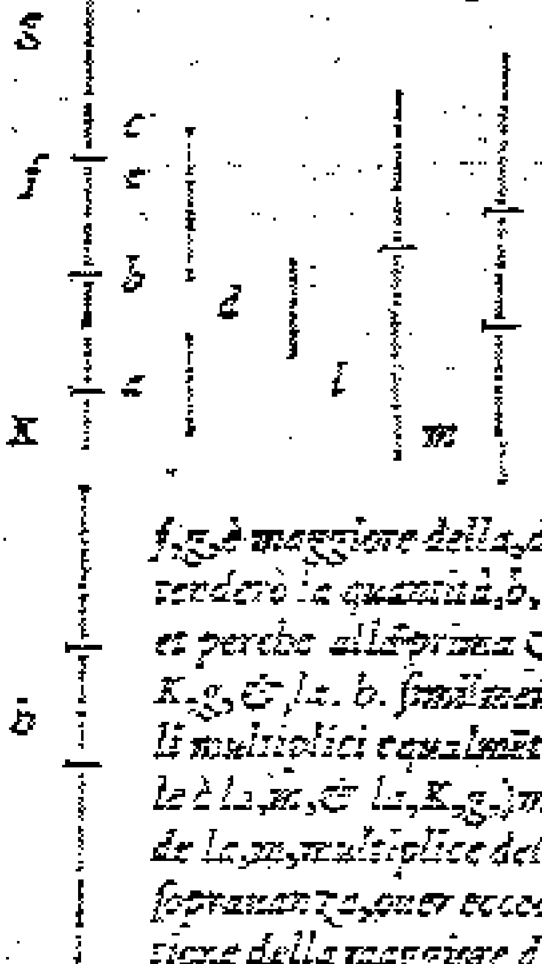


Theorema. 8. Propositione. 8.

8/8 Se due quantità inequale seranno proportionale a una quantità, certamente la maggior assignarà maggior proportion, e la minore, minore, ma la proportione di quella a quelle certamente alla minore serà maggior, e alla maggior serà minor.



Siano due quantità inequale, & a, b, c, & sia maggior la, b, c, e siano proportionate a una medesima quantità laqual sia, d, dico che la proportione della, b, c, alla, d, è maggior di quella che è della, a, alla, d, & per il contrario maggior è quella della d, alla, a, che della, d, alla, b, c, & per approuar la prima parte io ponerò la, e, b, equale alla, a, e multiplicarò tante volte la, e, c, che ne peruenga una quantità maggior di la, d, la,d,& quella sia la,f,g,& torò la,K,f,cosi multiplice alla,b,e similmente la,b,cosi multiplice alla,a,si come la,f,g,è multiplice alla,e,c,& (per la prima di questo) la,b,serà cosi multiplice alla,a,si come che la,K,g,è multiplice alla,b,c,serà anchora la,h,equale alla,K,f,per questa causa che le summultiplice di quelle (lequale sono,a,et,b,e,) sono state poste equale,anchora ponerò che la,h,non sia minore della,d,ma equale,over maggiore,perche multiplicarò tante volte caduna delle tre quantità,e,c,b,e,& a,equalmente che la,f,g,(multiplice della,e,c,) pervenga maggior della,d,questo bisogna osservar nelli primi multiplici cioe che el multiplice,f,g,havesse queste due conditione cioe che fusse talmente multiplice alla,e,c,primo che la fusse maggior della,d,et oltra di questo che la,h,tolta in tal multiplicità alla,a,tal,h,non sia menor della,d,ma o equale over maggiore,& che la,h,(multiplice della,a,) non pervenga minore della medesima,& dapoi questo multiplicarò tante volte la,d,che ne pervenga quantità maggior della,h,& sia la,m,la prima quantità di multiplici della,d,che è maggior della,h,sotto della quale torò l'altra maggior multiplice della,d,(cioe torò la equale a quella se per caso la,m,fusse la prima in l'ordine di multiplici della,d,) laquale sia,la l,et seguirà che la,l,nō sia maggiore della,h,& la,m,serà



composta della,d,& ,l,per questa causa che ogni multiplice è composto del prossimo precedente multiplice,& del sempio (com'è il treppio,el qual è composto del doppio et dal sempio eccetto il primo multiplice (cioe il doppio) il qual è solamente composto da dui sempii,perche,adōque la,h,e equale alla,K,f,la detta,K,f,nō serà minore della,l,adonque la,K,f,insieme con la,d,nō sono meno che la,l,& d,per la qual cosa non fanno meno,che,m,et perche la f,g,è maggiore della,d,la,d,la K,g,serà maggiore della,m,adonque intenderò la quantità,b,c,prima,la,d,secōda,la,a terza,et la,d,quarta,et perche alla prima & terza son tolti li multiplici equalmēte,cioe la K,g,& la,h,similmente anchora alla secōda & quarta sono pur tolti li multiplici equalmēte,anci è uno medesimo in ragione de duoi il quale è la,m,& la,K,g,(multiplice della prima) sopravanza,overo eccede la,m,multiplice della seconda,& la,h,(multiplice della terza non sopravanza,over eccede la,m,multiplice della quarta,(per la diffinitione della maggiore dissproportionalità) la proportione della,b,c,prima alla,d,secōda serà maggiore che della,a,terza,alla,d,quarta,ch'è il primo proposito il secondo tu lo approvarai per la medesima diffinitione,per cōtrario ordine intendēdo che la,d,sia prima & terza,& la,a,seconda,et la,b c,quarta & perche la,m,(multiplice della prima) eccede,over sopravanza la,h,(multiplice della seconda) & la,m,(multiplice della terza) non sopravanza la,K,g,(multiplice della quarta) per laqual cosa maggior proportiōe è dalla,d,alla,a,che

dalla,

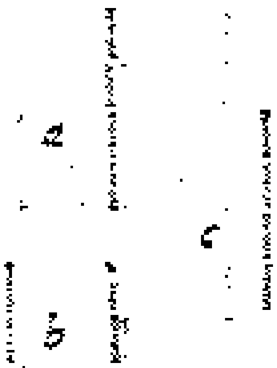
della, d, alla, b, e che è il secōdo proposito, et dal modo di questa dimostratione si manifesta la sufficientia della diffinitione della maggior disproportionalità posta dall'Auttore ī principio di ąsto quinto libro, perche in niun luoco è maggior la proportione della prima (di quattro quantità) alla seconda che della terza alla quarta che 'l non accascki sempre ritrouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima et alla terza, liquali quando serranno comparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta se trouerà lo multiplice della prima soprauanzare lo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza non soprauanzare lo multiplice della quarta, e questi multiplici li ritrouaremo per il modo che dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo.

Il Tradottore.

Per intelligentia delle cose dette di sopra bisogna notare che se la quātità, d, fusse tre, & che la quantità b, fusse. 14. el primo multiplice della, d, che eccedesse la, b, (cioe la, m,) seria il quintuplo (cioe quindeci) & la, l, seria il quadruplo (cioe dodeci) ma se la, b, fusse solamente cinque la, m, seria il doppio della, d, (cioe sei) & la, l, seria equale alla, d, anchora bisogna notare che 'l primo di multiplici d'una quātità se intēde il doppio, et lo secōdo se intēde il treplo, et il terzo il quadruplo, et cosi discorrēdo, et essa prima quātità se chiama il simplo.

Theorema. 9. Propositione. 9.

9
9
Se la proportione di alcune quantità a una quantità serà una medesima, egli è necessario quelle quantità esser equal, & se la proportione dell'una a quelle serà una medesima similmente egli e necessario quelle esser equale.

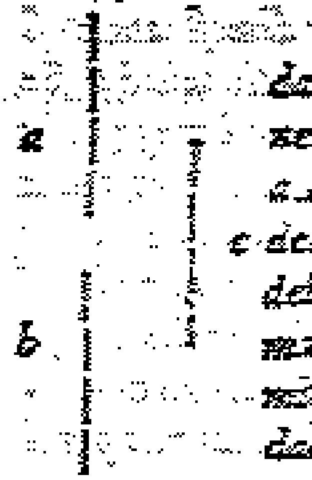


Sia la proportione delle due quantità, a, & b, alla quantità, c, una medesima, dico che quelle esser equalle, & al contrario se la proportione della, c, all'una e l'altra di quelle serà una medesima, dico similmente quelle esser equale (questa è al contrario della settima) il primo proposito si approua in questo modo, se quelle non sono equale (per l'aduersario) poniamo se possibile è che una di quelle sia maggiore poniamo la, a, (per la prima parte della precedente) la proportione della, a, alla, c, serà maggiore che quella della, b, alla, c, che è contra il presupposito, il secondo ancora è manifesto, perche se la, a, è maggiore della, b, (per la seconda parte della precedente) la proportione della, c, alla, b, serà maggiore che alla, a, laqual cosa è anchora contra il presupposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

10
10
Se la proportione dell'una di due quantità ad alcuna quantità serà maggiore, quella quantità è necessario esser maggiore, ma se la proportione della una alla medesima serà maggiore egli è necessario quella esser minore.

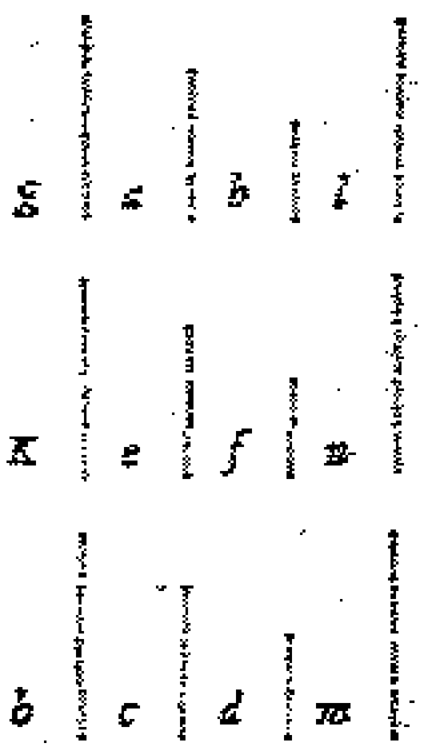
Se la



Se la proportione della, a, alla, c, serà maggiore di quella che è della, b, alla, c, dico la, a, esser maggior della, b. & se la proportione della, c, alla, b, serà maggiore di quella che è della detta, c, alla, a, all'hora dico la, e, esser maggior della. b. (questa è al contrario e della ottaua) il primo proposito è manifesto (per la prima parte della settima, e per la prima parte della ottaua) perche (per la prima parte della settima) la, a, non serà equale alla, b, ne ancora minore (per la prima parte della ottaua) il secondo è manifesto dalle seconde parti delle medesime propositioni.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11/11 Quelle proportioni che a una medesima proportion seranno equale eglie necessario che fra loro siano equale.



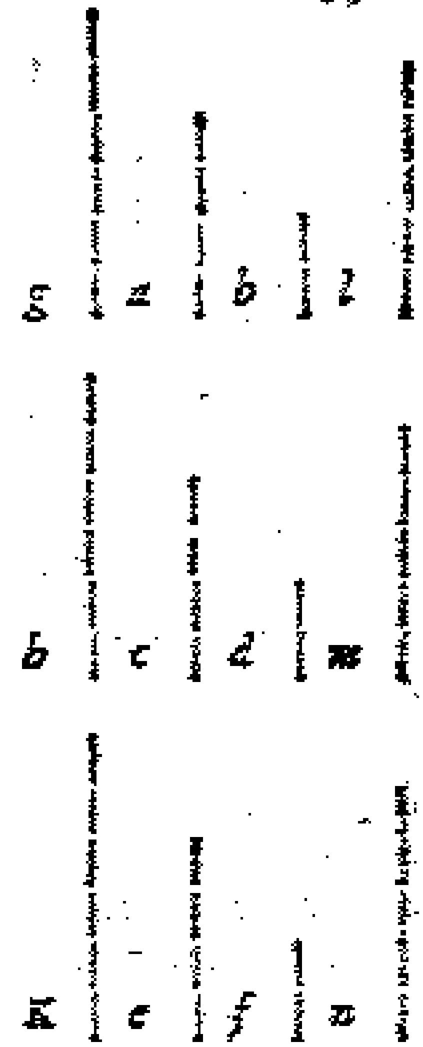
Questa propositione (che Euclide nel principio del primo libro la connumerò fra le commune sentenție) quelle cose che a una medesima cosa son equale anchora fra loro sono equal (come se intende nella quantita,) in questo loco lui dimostra come la se accommoda in le proportioni, sia adonque l'una e l'altra delle due proportioni, che sono dalla, a, alla, b, & dalla, c, alla, d, equal alla proportione che è dalla, e, alla, f, dico le proportioni che son dalla, a, alla, b, & dalla, c, alla, d, esser fra loro equale, & per dimostrar questa io torò la, g, alla, a, & la, h, alla, c, & la, K, alla, e, equalmente multiplice, e ancora la, l, alla, b, & la, m, alla, d, & la, n, alla, f, equalmente multiplice, & perche (per il presupposito) la proportione dalla, e, alla, f, è si come dalla, a, alla, b, et similmente si come dalla c, alla, d, seguita (per la conuersione della settima diffinitione tolta due uolte) che se la, K, eccede la, n, che la, g, eccede la, l, & la, h, la, m, & se la, K, manca della, n, che la, g, mancarà dalla l, & la, h, dalla, m, & se la K, è equale alla, n, che la, g, serà equale alla, l, & la, h, alla, m, perche adonque la, g, alla, l, & la, h, alla, m, sono simile nel aggionger, diminuire & equalizare per mezzo della, K, & n, (per la settima diffinitione) la proportione della, a, alla, b, serà si come della, c, alla, d, che è il proposito.

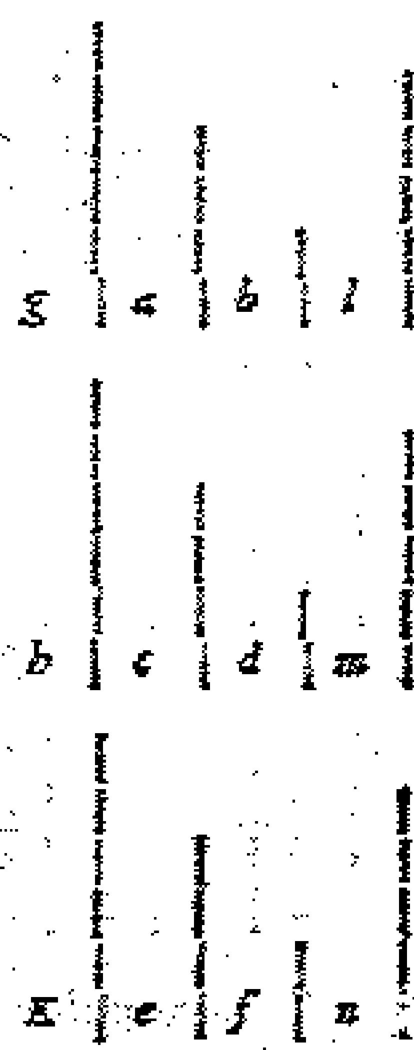
Theorema. 12. Propositione. 12.

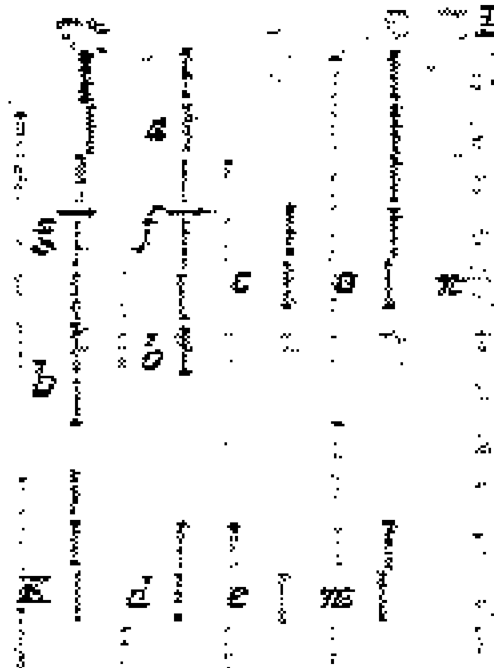
12/12 Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del terzo al quarto, & del terzo al quarto maggiore che dal quinto al sesto, la proportione del primo al secondo serà maggiore che dal quinto al sesto.

Similmente

Similmẽte (come in la precedente) quel che quivi dimostra in le ꝓportioni in le quantitate cõcessibile, cioe che se due quantità serãno fra loro equal, di qua lunq; quãtità che l'una di quelle serà maggior ancho ra l'altra serà maggior di quella medesima, niente di meno questo se dimostra in le proportioni, come, essem pligratia, se la proportion della, a, alla, b, sia si come della, c, alla, d, & che la proportion della, c, alla, d, sia maggior di quella che della, e, alla, f, anchor la propor tione che è della, a, alla, b, serà maggior di quella che è della, e, alla, f, & per dimostrar questo io torò la, g, alla, a, & la, h, alla, c, & la, K, alla, e, equalmente mul tiplice & anchora la, l, alla, b, & la, m, alla, d, e la, n, alla, f, equalmente multiplice, e, perche per il suppo sito la ꝓportiõ della, c, alla, d, e si come della, a, alla, b, e maggior di quella della, e, alla, f, (ꝑ il cõuerso del la settima diffinitione) seguiria che se la, h, sop auãza la, m, che anchora la, g, sopravãzarà la, l, & per il cõ uerso della diffinitione della maggiore disproportio nalità nõ è necessario che la, K, sopravãci la, n, adõq; perche (ꝑ il mezzo della, h, & , m,) se la, g, sopravan za la, l, non è necessario che la, K, sopravanzi la, n, (per la diffinitione della maggiore disproportionali tà) serà maggior proportiõ della, a, alla, b, che della, e, alla, f, che e il proposito, anchora ꝑ simel modo tu ap proverai che se la proportione della, a, alla, b, sia si co me della, c, alla, d, & della, c, alla, d, minore che della e, alla, f, similmente della, a, alla, b, serà minor che del la, e, alla, f, cõciosia che della, c, alla, d, sia minor pro portione che della, e, alla, f, serà adõque la proportio ne della, e, alla, f, maggiore che della, c, alla, d, adon que (per la conversione della diffinitione della mag giore disproportionalità) se la, K, eccede la, n, non e necessario che la, h, ecceda la, m, & se la, h, nõ eccede la, m, la, g, nõ ecceda la, l, adõque se la, K, ecceda la, n, non e necessario che la, g, ecceda la, l, adõque (ꝑ la dif finitione della maggiore disproportionalità) la pro portione della, e, alla, f, serà maggiore che della, a, al la, b, (ꝑ il cõtrario) adonque la proportione della, a, alla, b, serà minore che della, e, alla, f, che e il ꝓposito (& per il modo della demostratiõ della ottava di que sto,) & da questa serà manifesto che se la proportione

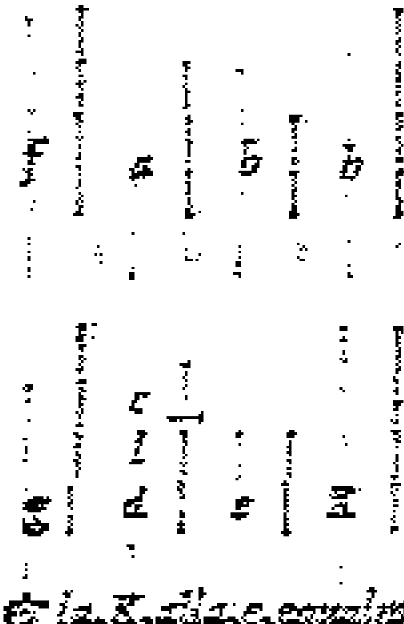




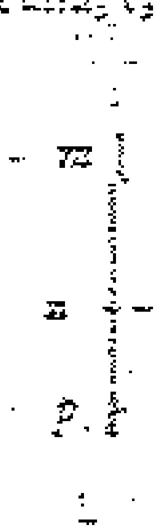


della prima (di quattro quantità) alla seconda sarà maggiore che della terza alla quarta, gli è di necessità sempre ritrouarse alcuni multiplici equalmente tolti alla prima & alla terza, liquali quando seranno cõparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta, se trouerà il multiplice della prima sopranãzare il multiplice della seconda, e lo multiplice della terza non soprauãzare il multiplice della quarta, la qual cosa se manifesta in questo modo, sia la proportione della, a, b, alla, c, maggiore che della, d, alla, e, io ponerò adonque che la proportione della, a, f, alla, c, sia si come della, d, alla, e, (per questa undecima & per la decima) la, a, f, serà minore della, a, b, hor ponimo che la sia minore la quãtità, f, b, la qual multiplicarò tante uolte che ne peruẽga una quãtità maggiore della, c, la qual sia la, g, h, cõ questa conditione che la, d, multiplicata tante uolte produca una quãtità nõ minore della, e, (laqual sia la, K,) hor ponerò che la, l, g, sia cosi multiplice alla, a, f, si come che la, g, h, e, multiplice alla, f, b, ouero la, K, alla, d, (per la prima di questo) la, l, h, serà cosi multiplice della, a, b, si come che è la, K, alla, d, da poi ponerò che la, n, sia la prima quantità multiplice alla, e, che sia maggior della, K, & ponerò la, o, cosi multiplice alla, c, si come che la, n, è multiplice alla, e, (per li precedenti supposit & per la cõuersione della discontinua proportionalità) la quãtità, n, serà la prima di multiplici della, c, che serà maggiore della, l, g, ne la, l, g, serà minore della, d, adonque tolto sotto alla, n, la massima della multiplice della, c, ouer a se equale (se per sorte la, e, fusse la prima di multiplici di quella) la qual sia la, o, et la, n, serà cõposta della, o, & della, c, adõque perche la, l, g, nõ è minore della, o, & la, g, h, è maggiore della, c, la, l, h, serà maggiore della, n, per la qual cosa essendo la, K, minore della, n, è manifesto il proposito.

Puotemo anchora dimostrare il conuerso di questa, cioe che se'l accade trouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima & alla terza (di quattro quantità) li quali essendo comparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda e quarta, & che lo multiplice della prima eccedi lo multiplice della seconda, & che il multiplice della terza non eccedi il multiplice della quarta, la proportione della prima alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, laqual cosa si approua in questo modo, siano le quattro quantità, a, prima, b, seconda, c, terza, e, quarta & sia la, f, alla, a, & la, g, alla, c, d, equalmente multiplice, similmente siano la, h, alla, b, & la, K, alla, e, equalmente multiplice, & ponimo che la, f, ecceda ouer sopra-uanci la, h, & che la, g, nõ sopra-uãzi la, K, dico che la proportione della, a, alla, b, è maggior



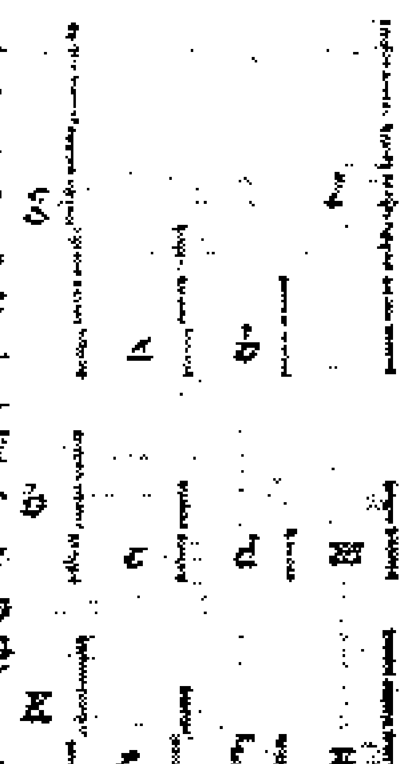
è maggior che della, c, d, alla, e, & se fusse possibile (per l'aduersario) esser altramente, ouer che la seria equal, ouer minore equal non pol esser, perche se la fusse equale (per la conuersione della settima diffinitione) la, g, eccederia la, K, laqual cosa seria contra il presupposito, & se la fusse minore, sia della, e, l, alla, c, si come della, a, alla, b, & (per la decima di questo) la, e, l, serà minore della, c, e, ma sia minor in la quantità, l, d, adonque pongo la, m, n, che sia così multiplice alla, c, l, & la, n, p, così multiplice alla, l, d, si come che la, f, è multiplice della a, (& per la prima di questo) la, m, p, serà così multiplice alla, c, d, si come che la, f, è multiplice della, a, adonque l'una e l'altra delle due quantità, m, p, & g, e, equalmente multiplice alla quantità, c, d, adonque quelle insieme equale (perche questa si è quella fu dimostrata in la sesta di questo) & perche la, g, non è maggiore della, K, la, m, p, non serà maggiore della medesima, K, & (per la medesima conuersione della diffinitione della disproportionalità) la, n, p, è maggiore della, K, imperò che la, f, è maggiore della, h, adonque la, n p, è maggiore della, m, p, che è impossibile, per laqual cosa rimane il proposito.



Theorema.13. Propositione.13.

13 Se de quante si voglia quantità ad altre tante vna per vna, serà vna
13 medesima proportione, tal proportione qual serà dell'vna all'vna quella medesima anchora serà de tutte quante le prime gionte insieme, a tutte quante le seconde gionte insieme.

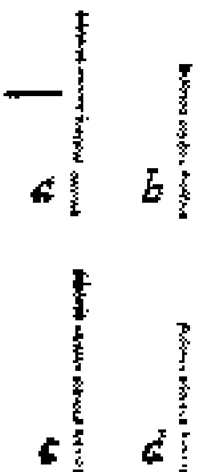
Quello che nella prima propose di multiplicità, in questo loco lui propone di ogni proportione, onde questa è più communa di quella, perche ogni multiplicità è proportione ma non è conuerso, cioè che ogni proportione non è multiplicità. Sia adonque della, a, alla, b, & della, c, alla, d, & della, e, alla, f, vna proportione, dico che qual proportione è della, a, alla, b, la medesima è del composto delle, a, c, e, al composto delle, b, d, f, & per dimostrar questo io tolo la, g, alla, a, & la, h, alla, c, & la, K, alla, e, equalmente multiplice e similmente la, l, alla, b, & la, m, alla, d, & la, n, alla, f, equalmente multiplice & serà (per la prima di questo) il composto delle, g, h, K, e così multiplice al composto delle, a, c, e, si come la, g, è multiplice alla, a, similmente (per la medesima) il composto delle, l, m, n, serà così multiplice al composto delle, b, d, f, si come la, l, è multiplice alla, b, & (per la conuersione della diffinitione della incontinua proportionalità (tolta due uolte) se la, g, aggionge sopra la, l, la, h, aggiongerà sopra la, m, & la, K, sopra la, n, e se la minuisse, & se la se equalia, s'equalia, adonque (per communa scientia) se la, g, ag-



gionge sopra la, l, il composito delle, g, h, k, aggiongerà sopra il composito delle, l, m, n, & sel mancasse mancasse, & se fusse equalia se equalia, adonque (per la diffinition della incontinua proportionalità) la proportione della, a, alla, b, e si come del composito delle, a, c, e, al composito delle, b, d, f, che è il proposito.

Theorema 14. Propositione 14.

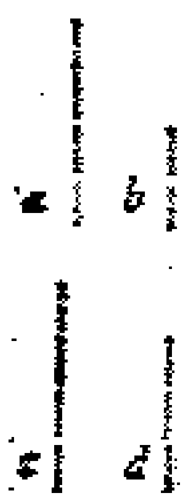
14 Se quattro quantità seranno proportionale, et che la prima sia maggior
14 della terza, e necessario la seconda esser maggior della quarta ma se la serà minore è necessario esser minore, & se serà equale equale.



Sia la proportion della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, dico che se la, a, è maggiore della c, la, b, serà maggior della, d, & se la è minor serà minor & se la è equale serà equale, perche se la, a, sia maggiore della, c, serà (per la prima parte della ottaua di questo) maggior la proportione della, a, alla, d, che della, c, alla, d, per laqual cosa maggiore serà della, a, alla, b, adonque (per la seconda parte della decima di questo) la, b, serà maggior della, d, che è il proposito, ma se la, a, sia minor della, c, serà (per la prima parte della ottaua) minore proportione della, a, alla, d, che della, c, alla, d, per laqual cosa maggiore serà della, c, alla, b, che alla, d, adonque (per la seconda parte della decima) la, b, serà minor della, d, ma si la, a, sia equale alla, c, serà (per la prima parte della settima) della, a, alla, d, si come della, c, alla, d, per laqual cosa della, a, alla, d, è si come alla, b, adonque (per la seconda parte della nona) la, b, serà equale alla, d, & cosi è manifesto il proposito.

Theorema. 15. Propositione. 15.

15 Se ad alcune quantità seranno tolti li multiplici equalmente, la propor
15 tione di multiplici, & quella di submultiplice serà una medesima.



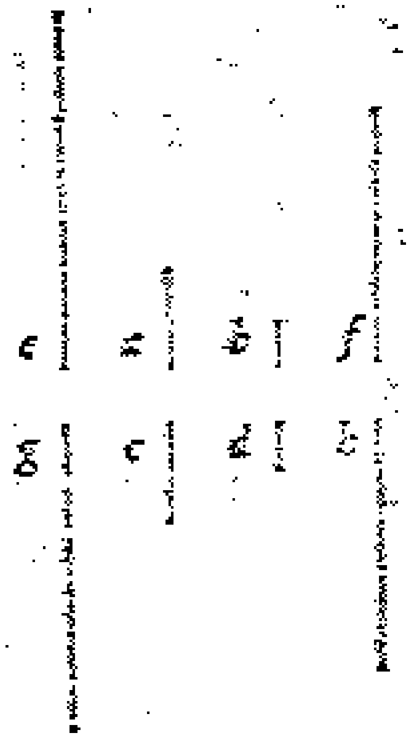
Siano la, e, alla, a, & la, d, alla, b, equalmente multiplici, dico che la proportione laquale è della, a, alla, b, quella medesima e della, c, alla, d, sia diuisa la, c, secondo la quantità della, a, & la, d, secondo la quantità della, b, & son tante le parte della, c, quante quelle della, d, e tante parte son in, c, quante in d, & perche qual parte tu uoi della, c, a qual parte tu uoi della, d, è si come della, a, alla, b, serà (per la terza decima di questo) della, c, alla, d, si come della a, alla, b, che è il proposito.

Theorema 16. Propositione. 16.

16 Se quattro quantità seranno proportionale, anchora permutatamente
16 seranno proportionale.

Sia la

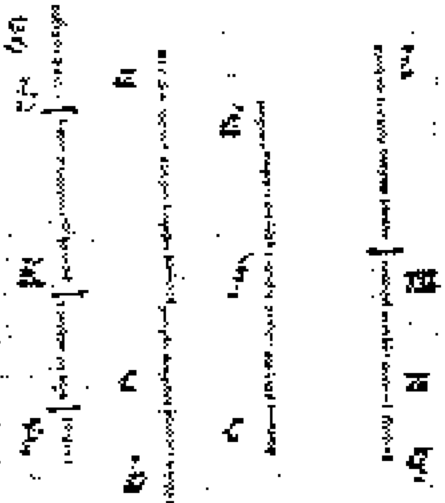
Sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, dico che della, a, alla, c, serà si come della, b, alla, d, & questo è il modo de arguir, il qual è detto proportione permutata, la dimostratione della quale cosi è manifesta, tolgo la, e, alla, a, & la, f, alla, b, equalmente multiplice & serà (per la precedente) della, e, alla, f, si come della, g, alla, h, per la qual cosa (per la quintadecima) se la, e, aggionge sopra, g, & la, f, aggionge sopra la, h, & se la minuisse, la minuisse, & se la se equalia, la se equalia, adunque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) serà della, a, al la, c, si come della, b, alla, d, che è il proposito. ma le necessario che in la permutata proportionalità tutte le quantità siano de uno medesimo genere.



Theorema. 17. Propositione. 17.

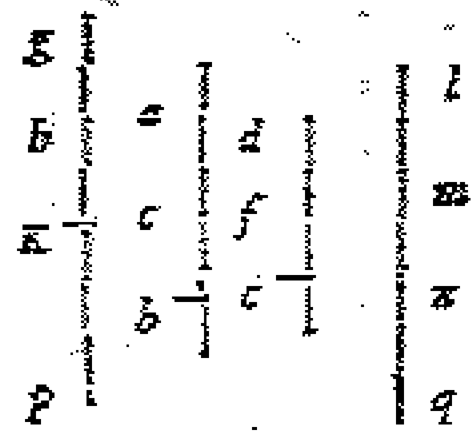
17 Se le quantità congiontamente seranno proportionale quelle medesime ancora è necessario disgiontamente esser proportionale.

Dimostrato el modo di arguire el qual se dice proportionalità permutata, hor dimostra quello che se dice proportionalità disgionta, sia anchora la proportione della, a, b, alla, b, c, si come della, d, e, alla, e, f, dico che della, a, c, alla, c, b, serà si come della, d, f, alla, f, e, & per dimostrare questo io tolgo la, g, h, alla, a, c, & la, h, k, alla, c, b, & similmente la, l, m, alla, d, f, & la m, n, alla f, e, equalmente multiplice, adonque (per la prima di questo) la, g, k, e cosi multiplice alla, a, b, si come la, g, h, è multiplice alla, a, c, & la, n, l, cosi è multiplice alla, d, e, si come la, l, m, è multiplice alla, d, f, & per tanto (per li precedenti presupposito) la, g, k, è cosi multiplice alla a, b, si come è la, l, n, alla, d, e, pone anchora la, k, p, alla, c, b, & la n, q, alla f, e, equalmente multiplice, et seranno (per la seconda) la h, p, alla, c b, et la m, q, alla f, e, equalmente multiplice, adonque (per la conversione della diffinitione della incontinua proportionalità) se la, g, k, aggionge sopra la, h, p, la, l, n, aggiongerà sopra la m, q, & se la minuisse quella minuisse, et se la se equalia quella se equalia, e per tanto levate communamente la, h, k, & m, n, (per climmna sententia) serà che se la, g, h, excede la, k, p, (cioè che la sia maggiore di quella) che ancora la, l, m, excederà la, n, q, & se la manca (cioè che la sia minore di quella) la serà minore, et se quella se equalia quella se equalia, adonque (per la sesta diffinitione) la proportione della a, c, alla c, b, serà si come della, d, f, alla f, e, che è il proposito.

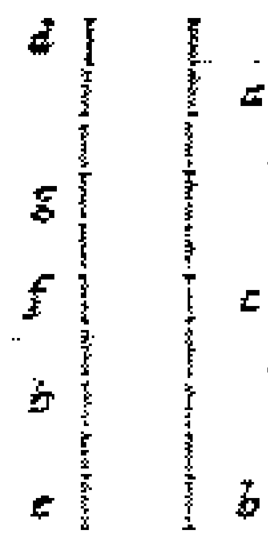


Theorema. 18. Propositione. 18.

18 Se le quantità seranno disgiontamente proportionale anchora congiontamente seranno proportionale.



El se dimostra il modo di arguire, ilquale si dice proportionalità congionta, & è il modo converso della precedente, e però alla demostratione di questa sia repigliata la dispositione della detta precedente, cioe rimangano tutti li presupposti di quella eccetto che'l se suppone la proportion della, a, c, alla, c, b, essere si come della, d, f, alla, f, e, dico la proportione della, a, b, alla, b, c, essere si come della, d, e, alla, f, e, perche da questo presupposto & dalli presupposti della precedente (di multiplici equalmente tolti) il seguita (per la conversione della diffinitione della discontinua proportionalità) che se la, g, h, sopravanza la, k, p, che la, l, m, sopravanza à la, n, q, & se la minuisse (overo manca di quella) quella minuirà, & se la se equalia quella se equaliarà, adonque gionti communamente la h, k, & la, m, n, seguita (per commune scientia) che se la, g, k, sopravanza la, h, p, che la, l, n, sopravanzi la, m, q, & se quella minuisse quella minuisse, & se la equalia quella se equalia, per la qual cosa (per la settima diffinitione) la proportione della, a, b, al la, b, c, serà si come della, d, e, alla, e, f, che è il proposito.



Anchora se pol dimostrare il medesimo indirettamente in questo modo, conciosia cosa che la proportione della, a, c, alla, c, b, sia si come della, d, f, alla, f, e, hor se possibile (per l'adversario) non sia della, a, b, alla, b, c, si come della, d, e, alla, e, f, sia adonque la proportione della, d, e, ad alcuna altra quantità si come della, a, b, alla, b, c, laquale, over che la serà maggiore della, e, f, overo minore, perche se la fusse a quella equale seria manifesto il proposito, per tanto sia primamente maggiore & sia, e, g, & serà (per la precedente) della, a, c, alla, c, b, si come della, d, g, alla, g, e, per laqual cosa (per la undecima) della, d, g, alla, g, e, e si come della, d, f, alla, f, e, seguita adonque (per la quartadecima) che quando la, d, g, prima sia minore della, d, f, terza la, g, e, seconda serà minore della, e, f, quarta, ma il proposito era che quella fusse maggiore, sia adonque la proportione della, d, e, à quantità minore della, e, f, (laqual sia, e, h,) si come della, a, b, alla, b, c, & (per la precedente) serà della, a, c, alla, c, b, si come della, d, h, e, per laqual cosa (per la undecima) della, d, h, alla, h, e, serà si come della, d, f, alla, f, e, & perche la, d, h, prima e maggiore della, d, f, terza serà (per la quartadecima) la, e, h, seconda maggiore della, e, f, quarta, & perche questo e impossibile, seguita il proposito.

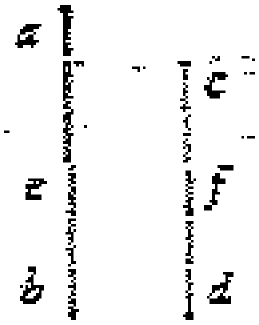
Theorema. 19 Propositione. 19.

19 Se da duoi tutti seranno tagliate due parti, & che il tutto al tutto sia si
19 come la parte tagliata alla parte tagliata, il rimanente al rimanente serà si come il tutto al tutto.

Quello che propone la quinta di multiplici questa propone universalmente de

ogñ

ogni proportione, donde questa è tanto piu commune de quella, quanto è la proportione della multiplicità. siano adonque le due quantità .a.b. & c.d. dalle quale siano tagliate due parti lequali siano .b.e. & d.f. & sia la proportion de tutta la .a.b. a tutta la c.d. si come la tagliata .b.e. alla tagliata .d.f. dico che la medesima proportione serà del residuo .a.e. al residuo .c.f. che è de tutta la .a.b. a tutta la .c.d. perche essendo la .a.b. alla .c.d. si come la .b.e. alla .d.f. serà permutatamente la .a.b. alla .b.e. si come la .c.d. alla .d.f. & disgiuntamente la .a.e. alla .e.b. si come la .c.f. alla .f.d. & anchora permutatamente la .a.e. alla .c.f. si come la .e.b. alla .f.d. & perche cosi era la .a.b. alla .c.d. è manifesto il proposito.



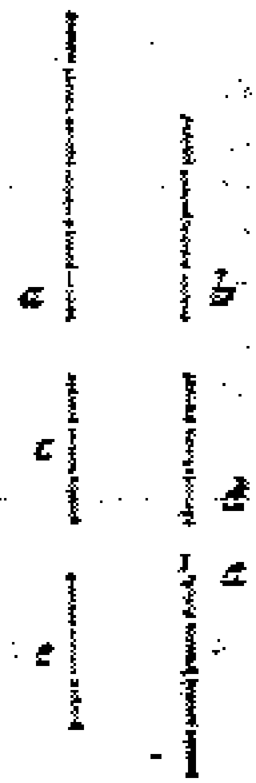
Correlario.

o Da qui se manifesta che se le magnitudine composte seranno proportionale

19 conversamente etiam seranno proportionale.

Il Tradottore.

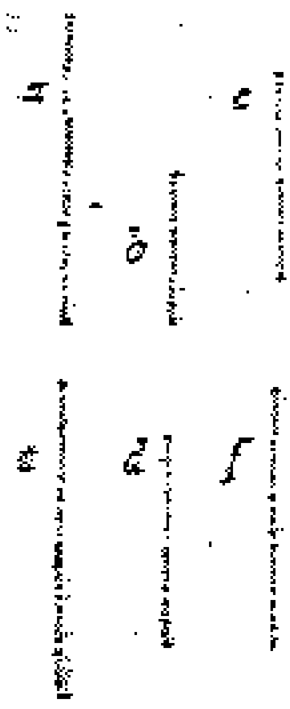
Questo soprascritto Correlario in fine della espositione della soprascritta propositione il Campano lo aggiunge come cosa sua, dicendo da questa decimanona & dalla permutata proportionalità vien dimostrato il modo de arguire el qual se dice proportionalità eversa, esempli gratia, sia la .a.b. alla .b.e. si come la .c.d. alla .d.f. dico che la .b.a. alla .a.e. serà si come la .c.d. alla .c.f. perche essendo la .a.b. alla .b.e. si come che è la .c.d. alla .d.f. serà permutatamente la .a.b. alla .c.d. si come la .b.e. alla .d.f. per laqual cosa (per questa decima nona) la .b.a. alla .d.c. e si come la .a.e. alla .c.f. adonque permutatamente la .b.a. alla .a.e. è si come la .c.d. alla .c.f. che è il proposito. Anchora la conversa proportionalità, laquale (dalla diffinitione della incontinua proportionalità,) havemo dimostrato in esponere li principii di questo quinto la puo anchora in questo loco esser demostrata indirettamente dalla permutata proportionalità, & dalla nona di questo, come sel sia la proportione della .a. alla .b. si come della .c. alla .d. dico che della .b. alla .a. serà si come della .d. alla .c. essendo altramente sia della .d. alla .e. si come della .b. alla .a. & perche della .a. alla .b. è si come della .c. alla .d. serà permutatamente della .a. alla .c. si come della .b. alla .d. & perche anchora della .b. alla .a. si come della .d. alla .e. serà anchora permutatamente della .b. alla .d. si come della .a. alla .e. per laqual cosa serà della .a. alla .e. si come della .a. alla .c. se adonque la .e. non è equale alla .c. accade lo impossibile, & contrario della seconda parte della nona, ma se la e equale serà della .b. alla .a. si come della .d. alla .c. che è il proposito.



Theorema. 20. Propositione. 20.

20 Se seranno tre quantità dall'un lato prese & altre tante ne siano prese
20 dell'altro lato delle quale le prime a due a due siano secondo la proportio-
ne delle ultime eglie necessario in la proportione della equalità che se la pri-
ma delle prime serà maggiore della ultima, anchora la prima delle ultime
de necessità serà maggior della ultima, & se la serà minore, minore, e se
la serà equale equale.

Essendo per dimostrare Euclide il modo di arguire, il quale se dice equa proportionalità, overo le quantità de duoi ordini rettamente, over perturbatamente proportionate, el prepone duoi antecedenti necessarij a demostrare il proposito, per il primo di quali se dimostra la equa proportionalità, cō le quantità de duoi ordeni direttamente proportionate, & per il secondo quando quelle seranno proportionate perturbatamente, siano adonque le tre quantità, a, b, c, & siano tolte le tre altre lequale siano, e, d, f, & si la proportione della, a, alla, b, si come della, e, alla, d, & della, b, alla, c, si come della, d, alla, f, dico che se la, a, è maggior della, c, che etiam la, e, serà maggiore della, f, & se la è minore, minore, & se la è equale, equale, per che se la è maggiore serà (per la prima parte della ottaua) maggiore la proportione della, a, alla, b, che della, c, alla, b, per laqual cosa (per la duodecima) serà etiam maggiore della, e, alla, d, che della, c, alla, b, & perche (per la conuersa proportionalità) della, c, alla, b, è si come della, f, alla, d, serà della, e, alla, d, maggior che della, f, alla, d, adonque (per la prima parte della decima) la, e, è maggiore della, f, che è il proposito, ma se la, a, sia minore della, c, per le medesime & al medesimo modo se approua la, e, esser minore della, f, per che serà minore proportione della, a, alla, b, che della, c, alla, b, (per la prima parte della ottaua) e però (per la duodecima & per la conuersa proportionalità) serà minore della, e, alla, d, che della, f, alla, d, e però (per la prima parte della decima) la, e, serà minore della, f, che è il proposito, ma se la, a, sia equale alla, c, serà (per la prima parte della settima) la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, b, e però (per la undecima, & conuersa proportionalità) serà della, e, alla, d, si come della, f, alla, d, per la qual cosa (per la prima parte della nona) la, e, è equale alla, f, che è il proposito, ma questa conclusione alcuni l'hanno demostrata per la proportionalità permutata in questo modo, la proportione della, a, alla, b, e si come della, e, alla, d, adonque permutatamente, della, a, alla, c, e si come della, b, alla, d, un'altra volta, & perche della, b, alla, c, e si come della, d, alla, f, serà permutatamente della, b, alla, d, si come della, c, alla, f, ma quella della, b, alla, d, era si come della, a, alla, c, adonque (per la undecima di questo) serà della, a, alla, c, si come della, e, alla, f, adonque (per la quartadecima) se la, a, prima è maggiore della, c, terza serà la, e,



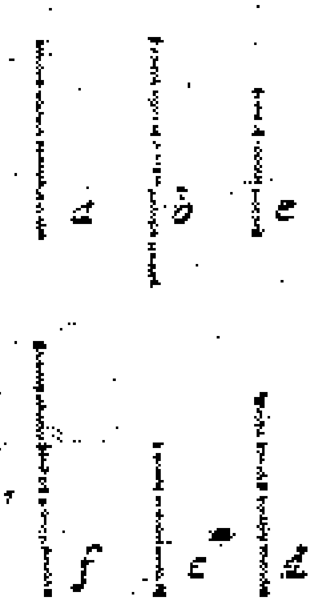
seconda

seconda maggior della, f, quarta, & se la è menor serà menore, & se la è equa serà equale, che è il proposito, ma questi tali hanno errato in la sua demostratione, perche se la intentione de Euclide fusse de demostrarla in questo modo il non bisognarebbe preponere questa conclusione per antecedente alla equa proportionalità, perche se un'altra uolta sia fatta una permutatione della proportionalità alle quale siamo peruenuto, laqual è esser della, c, si come della, e, alla, f, el seguita che'l sia della, a, alla, e, si come della, c, alla, f, e questo è la equa proportionalità, oltra di questo se le quantità de ambiduoi ordini non seranno tutte d'un medesimo genere, perche se la, a, b, e, fussino linee & c, d, f, superficie, ouer corpi, ouer tempi, all'hora la conclusione de quelli non seguita de permutare le proportioni, peccano adonque quelli che dimostrano il detto uniuersale particularmente.

Theorema.21. Propositione.21.

21. *Se seranno tre quantità dall'uno de lati prese, & altre tante dall'altro, dellequale le prime siano tolte a due a due secondo la proportione delle altime, ma sia perturbata la proportionalità di quelle, anchora egli è necessario nell'equa proportione che se la prima delle prime serà maggiore della ultima, etiam la prima delle posteriore serà maggiore della ultima, & se la serà minore, minore, se la serà equale equale.*

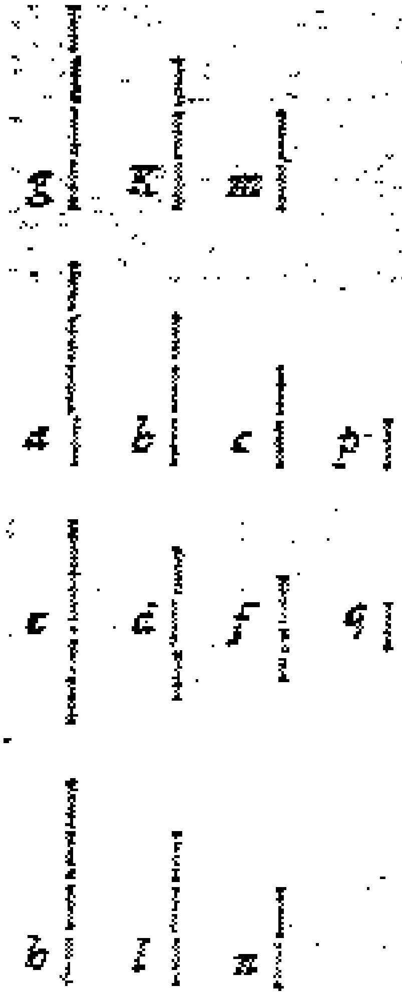
Lo secondo antecedente. Siano le tre quantità, a, b, e, & ne siano poste altre tre le quale siano, f, c, d, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, & della, b, alla, e, si come della, f, alla, c, dico che se la, a, è maggiore della, e, la, f, serà maggiore della, d, & se la è minore serà minore, & se la, e, è equale serà equal, & questo se approua per le medesime uie, & per il medesimo modo con equale fu prouata la precedente, perche se la, a, è maggior della, e, serà maggiore proportione della, a, alla, b, che della, e, alla, b, per laqual cosa serà etiam maggior della, c, alla, d, che della, c, alla, b, e per tanto serà etiam maggior che della, c, alla, f, adunque serà maggior la, f, che la, d, (per la seconda parte della decima,) che è il proposito, ma se la, a, sia minore della, e, serà similmente minor della, c, alla, d, che alla, f, per laqual cosa (per la medesima parte della medesima) la, f, serà menor della, d, ma se la, a, sia equale alla, e, seguita che'l sia la proportione della, c, alla, d, si come della, c, alla, f, adonque (per la seconda parte della nona) serà la, f, equale alla, d, che è il proposito.



Theo-

Theorema. 22. Propositione. 22.

22
22 Se seranno quante quantità si voglia dall'un lato & altre tante dall'altro delle quale le ultime a due a due siano secondo la proportione delle prime, in la equa proportionalità seranno proportionale.



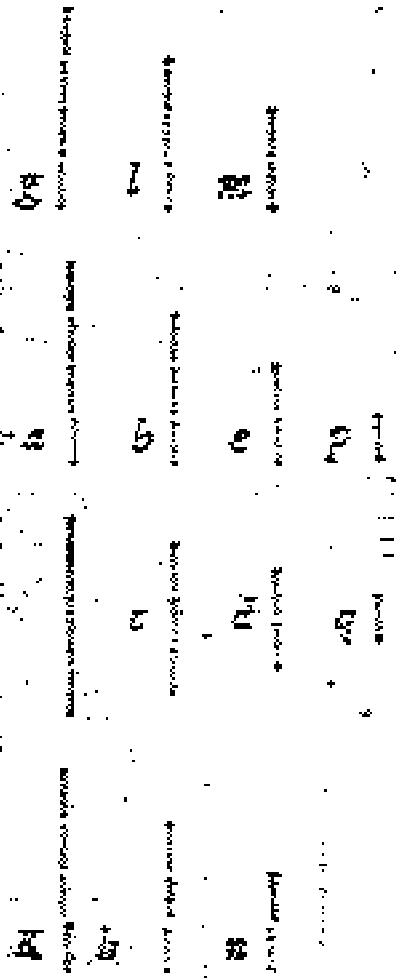
Demostrati li antecedenti alla equa proportionalità, in questo luoco dimostra essa equa proportionalità, e primamente quando le quantità delli dui ordini sono direttamente proportionale, & nõ è necessario che la sia demostrata se non quando in l'uno, e l'altro di dui ordini sono solamẽte tre quantità, perche per questo seguita euidentemente quando che in l'uno e l'altro ordene seranno quattro, ouero piu quãtità, e pero non è stato bisogno de dimostrare li suoi antecedenti saluo quando in l'un e l'altro ordine sian tre quantità, siano adonque le tre quantità, a, b, c, & ne siano tolte tre altre lequale siano, e, d, f, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, e, alla, d, et della, b, alla, c, si come della, d, alla, f, dico che della, a, alla, c, serà si come della, e, alla, f, perche pigliando la, g, alla, a, & la, h, alla, c, equalmente multiplici, & similmente la, K, alla, b, & la, l, alla, d, equalmente multiplici, & un'altra volta la, m, alla, e, et la, n, alla, f, equalmẽte multiplici, & serà (per la quarta) la, g, alla, K, si come la, h, alla, l, & la, K, alla, m, si come la, l, alla, n, per laqual cosa (per la uigesima) se la, g, è maggior della, m, serà la, h, maggior della, n, & se è minore serà minore, & se è equal serà equale, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) della, a, alla, c, è si come della, e, alla, f, che è il proposito. anchora questo puo esser dimostrato (per la quintadecima di questo) tolte le, g, K, m, alle, a, b, c, & le, h, l, n, alle, e, d, f, equalmẽte multiplice, perche serà (per la quintadecima) la, g, alla, K, si come la, h, alla, l, & la, K, alla, m, si come la, l, alla, n, tutte le altre cose trattãdo come prima, ma se le quãtità seranno piu di tre in l'uno e l'altro ordine poniamo quattro, gionteli, la, p, et la, q, cosi che la, c, sia alla, p, si come la, f, alla, q, serà un'altra volta della, a, alla, p, si come della, e, alla, q, perche serà della, a, alla, c, si come della, e, alla, f, perche questo è stato dimostrato di sopra, adonque leuade uia la, b, & d, seranno le tre quãtità, a, c, p, & le altre tre, e, f, q, come se propone, per laqual cosa della, a, alla, p, serà si come della, e, alla, q, & cosi uien dimostrato de quattro quãtità per le tre (leuado uno mezzo) & per il medesimo modo tu demostrerai de cinque per le quattro leuãdo uia li dui mezzi & de sei per le cinque leuãdo uia le tre, & cosi de altre.

Theorema. 23. Propositione. 23.

23
23 Se seranno quante quantità si uoglia dall'un lato, & altre tante dell'altro,

l'altro, delle quale le seconde siano tolte a due a due, secondo la proportione del
le prime, ma indirettamente proportionate, in la equa proportionalità seranno
proportionale.

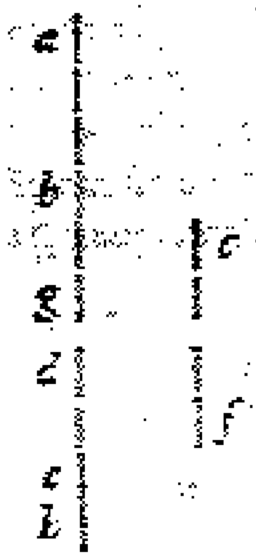
Quivi l'Auttor demostra la equa proportionalità in le quantità de duoi or-
dini indirettamente, over perversamente proportionate, ne è necessario che sia demo
strato se non quando in l'uno e l'altro di duoi ordeni sono solamente tre quantità,
perche questo evidentemente seguita di quante quantità si siano poste in l'uno e
l'altro ordine, si come la precedente è stato demostrato delle quantità direttamen
te proportionate, sia adonque tre quantità, a, b, e, e siano pigliate altre tre lequali sia
no, f, c, d, & sia la proportione della, a, alla, b, si come del
la, c, alla, d, et della b, alla, e, si come della, f, alla, c, dico
che della, a, alla, e, serà si come della, f, alla, d, perche pi
gliaro la, g, alla, a, e la, h, alla, c, e la, k, alla, f, equalmen
te multiplice et similmente la, l, alla, b, et la, m, alla, e, &
la, n, alla, d, equalmente, multiplice & serà (per la quar
ta) la, g, alla, l, si come la, h, alla, n, & (per la quintadeci
ma) la. l. alla. m. si come la. k. alla. h. per laqual cosa (per
la vigesimaprima) se la. g. aggionge sopra la. m. et la. k.
aggionge sopra la. n. & se la menuisse la menuisse, & se a
la se equalia la se equalia, adonque (per la diffinitione del
la incontinua proportionalità, la proportione della. a. al
la. e. è si come della. f. alla. d. che è il proposito, questo an
chora puo esser demostrato per la quintadecima di questo,
tolte le. g. l. m. alle. a. b. e. & le. k. h. n. alle. f. c. d. equal-
mente multiplice, perche serà (per la quintadecima) della
g. l. si come della. h. alla. n. & della. l. alla. m. si come del
la. k. alla. h. tutte le altre cose tratale come prima, tamen
piu convenientemente (questa & la precedente) vengono
demostrate secondo il primo modo, ma se in l'uno & l'al
tro ordine seranno piu di tre quantità, ponimo quattro
gionteli la. p. & la. q. in questo modo che sia della. a. alla. b. si come della. d. alla.
q. & della. b. alla. c. si come della. c. alla. d. & della. e. alla. p. si come della. f. alla
c. serà un altra volta della. a. alla. p. si come della. f. alla. q. (perche per le cose avan
ti demostrate) serà della. a. alla. e. si come della. c. alla. q. levando adonque via la. b.
e la. d. seranno le tre quantità. a. e. p. e altre tre. f. c. q. come se propone per laqual
cosa della. a. alla. p. serà si come della. f. alla. q. et così vien demostrato delle quat
tro quantità per le tre levado via un mezzo, per il medesimo modo se demostra
rai delle cinque per le quattro levado via duoi mezzi, & de sei per le cinque le
vando via tre, & così de altre.



24 Theorema. 24. Propositione. 24.

24 Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del ter-
zo al

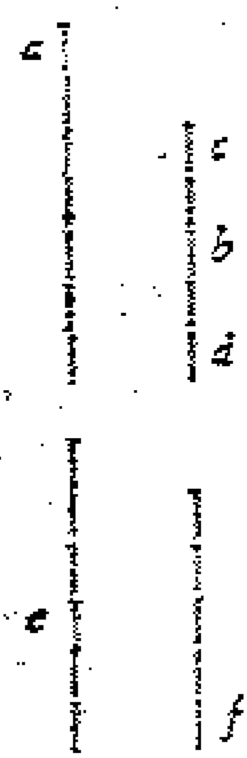
zo al quarto, e la proportione del quinto al secondo serà si come del sesto al quarto, la proportione del primo & quinto tolti insieme al secondo serà si come del sesto e terzo tolti insieme al quarto.



Quello che propose la seconda di multiplici, questa propone universalmente de ogni proportione, onde è tanto piu commune de quella quanto che è la proportione de multiplicità, & è a quella si come la terzia decima alla prima. sia adonque la proportione della, a, b, alla, c, si come della, d, e, alla, f, & della, b, g, alla, c, si come della, e, h, alla, f, dico che la proportione della, a, g, alla, c, è si come della, d, h, alla, f, perche el serà (per la conversa proportionalità) della, c, alla, b, g, si come della, f, alla, e, h, per laqual cosa (per la vigesima seconda) serà in la equa proportionalità della, a, b, alla, b, g, si come della, d, e, alla, e, h, adonque congiuntamente (per la decimaottava) della, a, g, alla, g, b, serà si come della, d, h, alla, h, e, adonque (per la vigesima seconda) serà in la equa proportionalità della, a, g, alla, c, si come della, d, h, alle f, che è il proposito.

Theorema. 25. Propositione. 25.

25 Se seranno quattro quantità proportionale, & la prima sia la maggiore di quelle, & la ultima sia la minima, la prima, & la ultima tolte insieme, se approva de necessità esser maggiori delle altre due.



Quello che se propone in questo loco nō ha loco se non quando tutte le quattro quantità siano d'uno medesimo genere, siano adonque (de quattro quantità de uno medesimo genere) la proportione della, a, b, alla, c, d, si come della, e, alla, f, & sia la, a, b, la piu grande (et nō bisogna poner che la, f, sia la minima) perche quello seguita da questo che la, a, b, è posta la piu grande, onde l'Auttor nō ha posto questo in conclusione si come positione, ma piu tosto si come conclusione della precedente positione, dico che essendo cosi serà maggiore l'aggregato della, a, b, et, f, che quello della, c, d, et, e, perche essendo maggior la, a, b, della, e, taglierò dalla, b, a, la, b, g, equale alla, e, similmente anchora perche la, c, d, è maggiore della, f, taglierò della, c, d, la, h, d, equale alla, f, et (per il presupposito) serà della, a, b, alla, c, d, si come della, g, b, alla, h, d, per laqual cosa (per la decimanona) lo residuo, a, g, al residuo, c, h, serà si come tutta la, a, b, a tutta la, c, d, cioè la, a, b, alla, c, d, conciosia adonque che la, a, g, è alla, c, h, si come la, a, b, alla, c, d, ma la, a, b, è maggiore della, c, d, per laqual cosa la, a, g, è maggiore della, c, h, aggiontoli adonque all'una e all'altra le due quantità, g, b, et h, d, serà (per commune sententia) l'aggregato della, a, b, et h, d, maggiore dell'aggregato della, c, h, et g, b, et perche la, d, h, è posta equale alla, f, et la, g, b, alla, e, serà

maggiore

maggiore lo aggregato della, a, b, & f, che lo aggregato della, c, d, & e, che è il proposito.

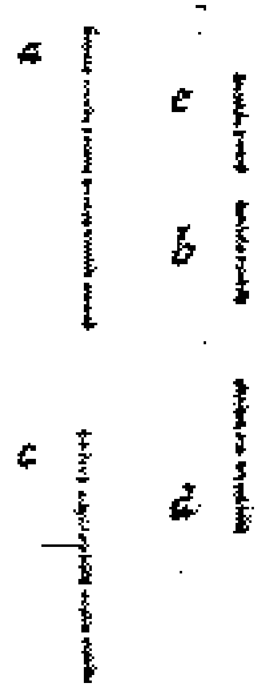
Il Tradottore.

Tutte le sequente noue propositioni mancano in la seconda tradottione.

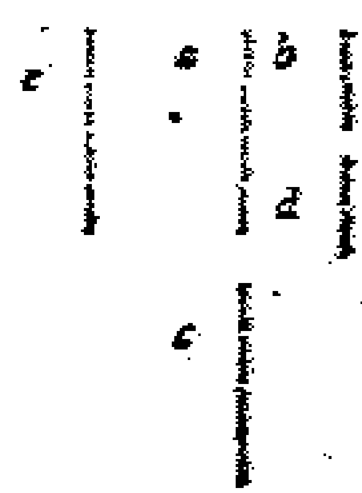
Theorema. 26. Propositione. 26.

25 Se la proportione della prima, de quattro quãtità alla seconda serà mag o giore che della terza alla quarta, cõuersamẽte serà al contrario, cioe la proportione della seconda alla prima serà minore che della quarta alla terza.

Sia la proportione della, a, alla, b, maggiore che della, c, alla, d, dico che per il modo conuerso, ouero econtrario, la proportione della, b, alla, a, serà minore che della, d, alla, c, essendo altramente per l'aduersario, o che la serà quella medesima o che la serà maggiore, ma se possibile fusse che la proportione della, b, alla, a, fusse si come della, d, alla, c, seguita al cõtrario che la proportione della, a, alla, b, fia come della, c, alla d, laqual cosa non è, anci è maggiore dal presupposito, anchora se possibile è per l'aduersario che la proportione della, b, alla, a, sia maggiore che della, d, alla, c, sia della, e, alla, a, si come della, d, alla, c, & (per la duodecima) la proportione della e, alla, a, serà minor che della, b, alla, a, per laqualcosa (per la prima parte della decima) la, e, serà minore della, b, e pero, (per la seconda parte della ottaua) la proportione della, a, alla, e, serà maggiore della, a, alla, b, & perche (per la conuersa proportionalità) della, a, alla, e, è si come della, c, alla, d, serà (per la duodecima) la proportione della, c, alla, d, maggiore che della, a, alla, b, & era minore, rimane adonque il proposito, potemo anchora sel ne piace arguire il proposito demostratiuamente, perche è manifesto (per la prima parte della decima) che quella quantità qual alla, b, è quella medesima proportione

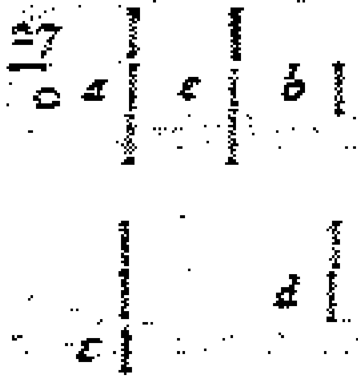


che è della, c, alla, d, è minore della, a, (imperoche el se pone maggiore la proportione della, a, alla, b, che della, c, alla, d,) adonque quella quantità sia, e, essendo adonque la proportione della, e, alla, b, come della, c, alla, d, serà al contrario della, b, alla, e, come della, d, alla, c, & è manifesto (per la seconda parte della ottaua) che la proportione della, b, alla, a, è minore che la proportione della, b, alla, e, adonque (per la duodecima) la proportione della, b, alla, a, è minore che della, d, alla, c, che è quello che voleuamo.



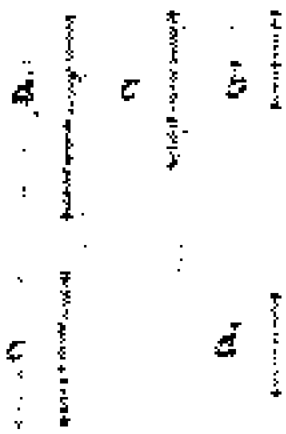
Teo-

Theorema. 27. Propositione. 27.



27 / o Se l'serà de quattro quantità maggior proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, serà permutatamente maggior proportione della prima alla terza che della seconda alla quarta.

Sia anchora in questo luoco la proportione della, a, alla, b, maggior che della, c, alla, d, dico che serà permutatamente maggior proportione della, a, alla, c, che della, b, alla, d, per che non serà la medesima (perche all'hora anchora sarebbe permutatamente della, a, alla, b, si come della, c, alla, d,) & non serà minore, perche se questo sia posto, sia adunque della, e, alla, c, come della, b, alla, d, & serà (per la duodecima) maggior proportione della, e, alla, c, che della, a, alla, c, per laqual cosa (per la prima parte della decima) la, e, seria maggiore, della, a, adonque (per la prima parte della ottava) la proportione della, e, alla, b, serà maggiore che della, a, alla, b, & per che è stato posto che'l sia della, e, alla, c, si come della, b, alla, d, serà permutatamente della, e, alla, b, si come della, c, alla, d, (per la duodecima) adonque maggior serà la proportione della, c, alla, d, che della, a, alla, b, ma era posto lo contrario, adonque è vero il proposito, & consequentemente anchora quello instesso secondo che in la precedente, perche è tolta la, e, alla, b, come, la, c, alla, d, serà (per la prima parte della decima) la, e, minore della, a, per laqual cosa (per la prima parte della ottava) maggiore serà della, a, alla, c, che della, e, alla, c, ma per la premutata proportionalità è della, e, alla, c, come della, b, alla, d, adonque (per la duodecima) della, a, alla, c, è maggiore che della, b, alla, d, che è il proposito.

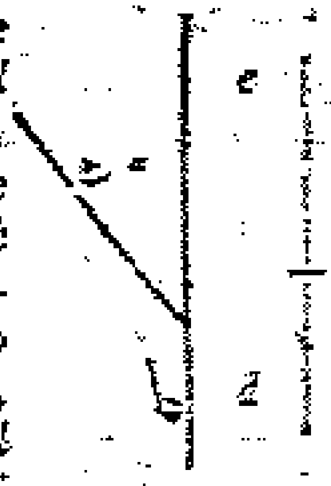


Theorema. 28. Propositione. 28.

28 / o Se seranno quattro quantità delle quale la prima alla seconda sia maggior proportione che della terza alla quarta serà anchora congiuntamente maggior proportione della prima e seconda alla secõda che della terza, & quarta alla quarta.

Sia maggiore la proportione della, a, alla, b, che della, c, alla, d, dico che serà maggiore proportione de tutta la, a, b, alla, b, che de tutta la, c, d, alla, d, perche quella (per l'aduersario) non serà equale & non serà minore, perche s'ella è equal, all'hora serà disgiuntamente della, a, alla, b, come della, c, alla, d, contra al presupposito ma se la è minore sia della, e, b, alla, b, come della, c, d, alla, d, & serà (per la duodecima) maggiore proportione della, e, b, alla, b, che della, a, b, alla, b, adõque (per la prima parte della decima) la, e, b, è maggiore che la, a, b, & (per la conceptione)

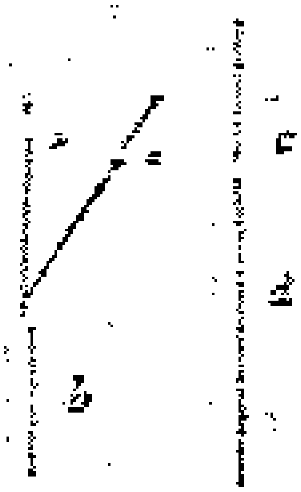
la,



la,e,è maggior che la,a, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggior e la proportione della,e,alla,b, che del la,a,alla,b, ma della,e,alla,b,è come della c,alla,d, (per la di sgiunta proportionalità) impero che era della,e,alla,b, come della,c,d,alla,d, adonque (per la duodecima) della,c,alla,d, è maggior che della,a,alla,b, ma questo è contra al presupposi to quel medesimo ancora demostratiuamente, perche quando il preposito sia che maggior sia la proportion della,a,alla,b, cio è della,c,alla,d, sia la proportione della,e,alla,b, come del la,c,alla,d, & serà (per la prima parte della decima) la,e, mi nor della,a, adonque (per commune scientia) la,e,b, serà minore che la,a,b, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggior serà la proportione della, a,b,alla,b, che della,e,b,alla,b, ma la proportione della,e,b,alla,b, è (per la cõ giunta proportionalità) si come della,c,d,alla,d, perche è posto che'l sia della, e,alla,b, come della,c,alla,d, adonque (per la duodecima) maggior è della,a, b,alla,b, che della,c,d,alla,d, che è il proposito.

Theorema. 29. Propositione. 29.

29
o
Se seranno quattro quantità, delle quale della prima & seconda alla seconda sia maggiore, proportione che della terza & quarta alla quar ta, serà ancora disgiuntamente la proportione della prima alla seconda maggiore che della terza & quarta.



Sia la proportione della,a,b,alla,b, maggiore che della,c, d,alla,d, dico che serà disgiuntamente la proportione, della, a,alla,b, maggior che della,c,alla,d, altramente serà equale, ouero minor, ma se è equale serà (per la congiunta proporti onalità) della,a,b,alla,b, come della,c,d,alla,d, laqual cosa è con tra il presupposito, ma se è minor serà maggior della,c,alla,d, che della,a,alla,b, adonque (per la precedente) serà maggior della,c,d,alla,d, che della,a,b,alla,b, che è inconueniente per che è stata posta minore, adonque, e uero quello che uien detto laqual cosa anchora demostratiuamente la demostremo in que sto modo, perche ponemo che la proportione della,e,b,alla,b, sia come la pro portione della,c,d,alla,d, & serà (per la prima parte della decima) la,e,b, mi nor che la,a,b, per laqual cosa (per commune scientia) la,e, e minor che la,a, mi nor è adonque (per la prima della ottaua) la proportione della,e,alla,b, che e del la,a,alla,b, ma la proportione della,e,alla,b, e si come della,c,alla,d, (per la disgiunta proportionalità) adonque (per la duodecima) la proportione della,a, alla,b, e maggior che della,c,alla,d, che e il proposito.

Theorema. 30. Propositione. 30.

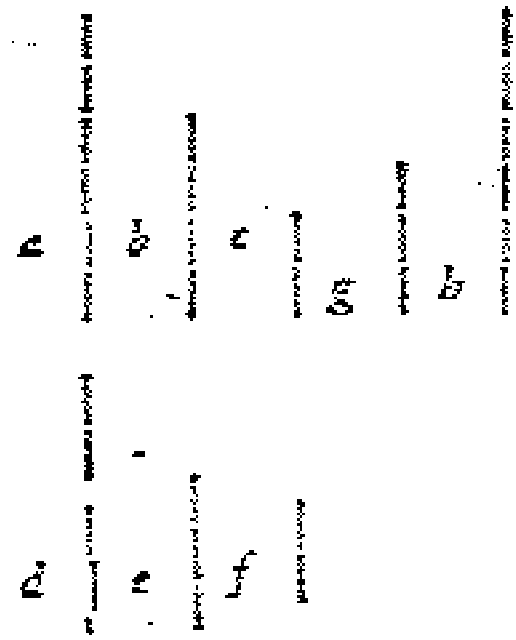
30
o
Se seranno quattro quantità, delle quale della prima e seconda alla seconda

seconda sia maggior proportione, che della terza e quarta alla quarta serà euersamente minor proportione che della prima e seconda alla prima che della terza e quarta alla terza.

Sia maggiore la proportion della, a, b, alla, b, che della, c, d, alla, d, dico che euersamente minor serà la proportione della, a, b, alla, a, che della, c, d, alla, c, perche serà disgiuntamente (per la precedente) maggior proportione della, a, alla, b, che della, c, alla, d, adonque (per la uigesima sesta) serà econuerso minor della, b, alla, a, che della, d, alla, c, per laqual cosa (per la quarta alla precedente) congiuntamente serà minore della, b, a, alla, a, che della, d, c, alla, c, che è il proposito.

Theorema. 31. Propositione. 31.

31 Se seranno tre quantità in uno ordine, & anchora tre in uno altro & serà
o della prima delle priore alla seconda maggior proportione che della prima delle posteriore alla seconda, & similmente della seconda delle priore alla terza maggiore che della seconda delle posteriore alla terza, serà anchora della prima delle priore alla terza maggior proportione, che della prima delle posteriore alla terza.



Siano le tre quantità, a, b, c, & similmente altre tre, d, e, f, & sia maggiore proportione della, a, alla, b, che della, d, alla, e, & similmente maggiore della, b, alla, c, che della, e, alla, f, dico, che maggiore serà la proportione della, a, alla, c, che della, d, alla, f, perche sia la, g, alla, c, come la, e, alla, f, & serà (per la prima parte della decima) la, g, minore della, b, per laqual cosa (per la seconda parte della ottaua) la proportione della, a, alla, g, è maggiore che della, a, alla, b, molto maggiore adonque è la proportione della, a, alla, g, che della, d, alla, e, sia adonque della, h, alla, g, come della, d, alla, e, & serà (per la prima parte della decima) la, a, maggiore della, h, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) la proportion della, a, alla, c, è maggiore che la proportion della, h, alla, c, ma la proportione della, h, alla, c, è (per la equa proportionalità) si come della, d, alla, f, per che è della, h, alla, g, come della, d, alla, e, & della, g, alla, c, come della, e, alla, f, adonque (per la duodecima) la proportion della, a, alla, c, è maggior che della, d, alla, f, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema. 32. Propositione. 32.

32 Se seranno tre quantità in uno ordine, & similmente tre in uno altro
o & serà

& serà la proportione della seconda delle prior alla terza maggior, che della prima delle posteriore alla seconda: similmente della prima delle prior alla seconda maggior che della seconda delle posteriore alla terza, serà maggiore la proportion della prima delle prior alla terza che della prima delle posteriore alla terza.

Perche siano tre quantità in uno ordine, a, b, c, & similmente tre in uno altro. d, e, f, secondo che in la precedente. & sia maggiore la proportion della, b, alla, c, che della, d, alla, e, & maggior della, a, alla, b, che della, e, alla, f, dico che maggior serà la proportion della, a, alla, c, che della, d, alla, f, perche sia la, g, alla, c, come la, d, alla, e, et serà la, g, minor della, b, per la prima parte della decima, per la qual cosa maggior serà la proportion della, a, alla, g, che alla, b, per la seconda parte della ottaua, adonque molto maggior è della, a, alla, g, che della, e, alla, f, sia adonque della, h, alla, g, come della, e, alla, f, & serà la, a, maggior della, h, per la prima parte della decima, per laqual cosa la proportion della, a, alla, c, è maggiore che della, h, alla, c, per la prima parte della ottaua, ma, per la uigesimaterza, la proportion della, h, alla, c, è come della, d, alla, f, imperoche è della, g, alla, c, come della, d, alla, e, & della, h, alla, g, come della, e, alla, f, adonque, per la ... maggior è la proportione della. a. alla. c. che della. d. alla. f. che è il proposito.

Theorema. 33. Propositione. 33.

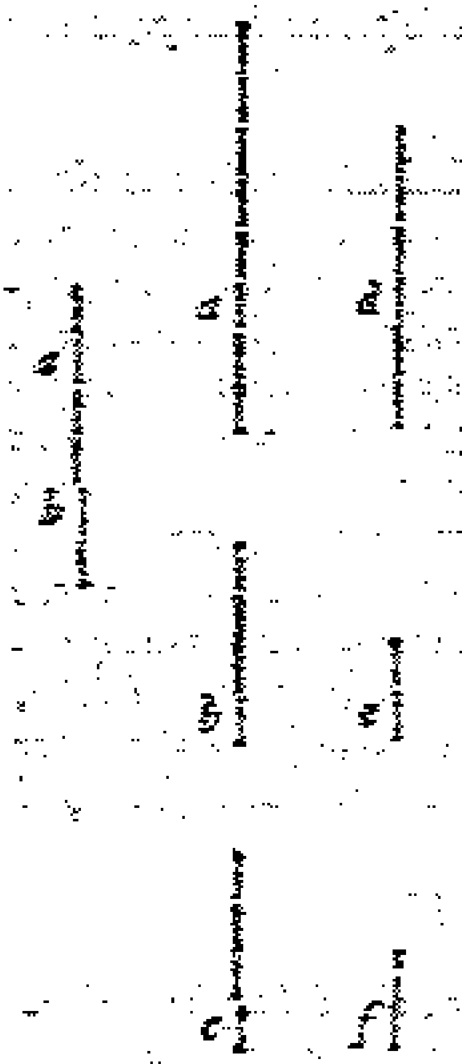
33 Se la proportione del tutto al tutto serà maggiore, che del tagliato al tagliato, serà del residuo al residuo maggior proportione che del tutto al tutto.
o

Siano le due quantità a. & b. delle quale siano tagliate le. c. & d. & li residui siano e. & f. & sia maggior proportione della. a. alla. b. che della. c. alla. d. dico che maggior serà la proportione della. e. alla. f. che della. a. alla. b. perche serà, per la uigesima settima, permutatamente maggior proportione della. a. alla. c. che della. b. alla. d. per laqual cosa, per la uigesima, serà euersamente minor proportione della. a. alla. e. che della. b. alla. f. adonque un'altra uolta, per la uigesima settima, permutatamente dalla. b. alla. a. serà maggior che dalla. f. a la. e. per la qual cosa, per la 26. minor serà della. a. alla. b. che della. e. alla. f. che è il proposito.

Theorema. 34. Propositione. 34.

34 Se quante si uoglia quantità seranno comparate a altretante altre, & serà
o de qualunque precedente alla sua relatiua maggior proportione che de alcuna subsequente alla sua, serà de tutte queste tolte insieme a tutte quelle tolte insieme maggior proportione, che de alcuna, non di ciascuna di quelle non di

alcuna di loro delle susseguente alla sua comparata, & anchora che de tutte tolte insieme a tutte tolte insieme, ma menor che della prima alla prima.



Siano le tre quantità, a, b, c, referente a altre tante lequale siano, d, e, f, & sia maggiore la proportione della, a, alla, d, che della, b, alla, e, et della, b, alla, e, sia maggiore che della c, alla, f, dico che la proportione delle, a, b, c, tolte insieme alle d, e, f, tolte insieme è maggiore proportione che della, b, alla, e, et etiam maggiore che della, c, alla, f, & etiam maggiore che delle, b, & , c, tolte insieme alle, e, & f, tolte insieme, & che quella è minore che della, a, alla, d, perche essendo della, a, alla, d, maggiore che della, b, alla, e, sarà permutatamente della, a, alla, b, maggiore che della, d, alla, e, & coniontamente delle, a, b, alla, b, maggiore che delle, d, e, alla, e, & un altra volta permutatamente delle, a, b, alle, d, e, maggiore che della, b, alla, e, per laqual cosa, per la precedente, della, a, alla, d, è maggiore che delle, a, b, alle, d, e, & per il medesimo modo se approva esser maggiore della, b, alla, e, che delle, b, c, alle, e, f, adunque maggiore proportione è della, a, alla, d, che delle, b, c, alle, e, f, per laqual cosa permutatamente maggiore è della, a, alle, b, c, che della, d, alle, e, f, & coniontamente maggiore delle, a, b, c, alle, b, c, che delle, d, e, f, alle, e, f, & un altra volta, permutatamente maggiore delle a, b, c, alle, d, e, f, che delle, b, c, alle, e, f, per laqual cosa, per la precedente maggiore è della, a, alla, d, che delle, a, b, c, alle, d, e, f, che è il proposito.

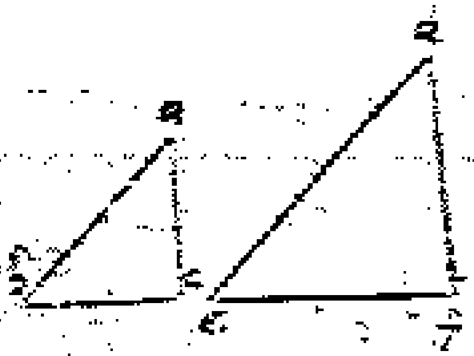
IL FINE DEL QVINTO LIBRO.

LIBRO SESTO DI EVCLIDE.

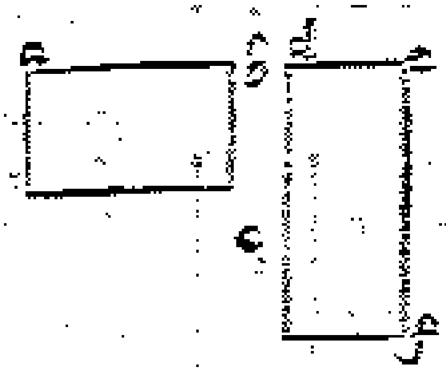
Diffinitione prima.

1 Le figure rettilinee simile, sono quelle che hanno li angoli a uno per uno
1 equali, & li lati che sono circa alli angoli equali, proportionali.

COME se'l triangolo, a, b, c, serà equiangolo, al triangolo, d, e, f, cioe che l'angolo, a, sia equale all'angolo, d, & l'angolo, b, equale all'angolo, e, & l'angolo, c, all'angolo, f, & che la proportione del lato, a, b, al lato, d, e, sia si come del lato, a, c, al lato, d, f, & del lato, b, c, al lato e, f, essi seranno simili, il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di figura, si paralellogramma come non paralellogramma.



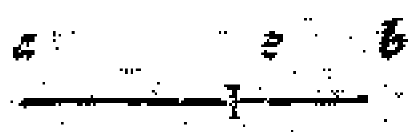
Diffinitione. 2.



2 Le superficie de lati mutui, ouero reciproce,
2 sono quelle in tra li lati delle quale se haurà la proportionalità retransitiuamente.

Come se delli duoi quadrilateri, a, b, c, & d, e, f, la proportione della, a, b, lato del primo, al, d, e, lato del secondo, serà si come la proportione del, e, f, lato del secondo, al, b, c, lato del primo, essi duoi quadrilateri se diranno de lati mutui ouer mute, che sia, ouer secondo la seconda tradottione figure reciproce.

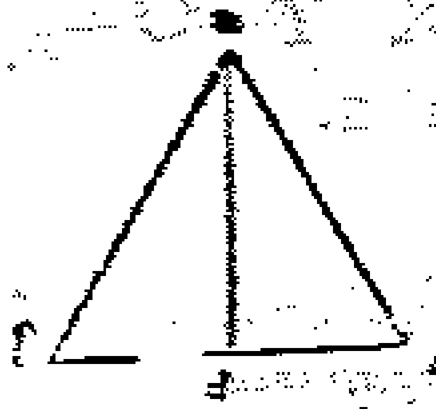
Diffinitione. 3.



3 Vna linea se dice esser diuisa secondo la propor-
3 tione hauente il mezzo, & duoi estremi quando che eglie quella medesima proportione di tutta la linea alla sua maggiore settione che e della maggior settione alla minore.

Il Tradottore.

Exempli gratia, quando che la proportione di tutta la linea, a, b, alla sua maggiore parte, a, c, fusse si come della detta parte, a, c, all'altra parte, c, b, tal linea se diria esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo et duoi estremi in ponto. c.



Diffinitione. 4

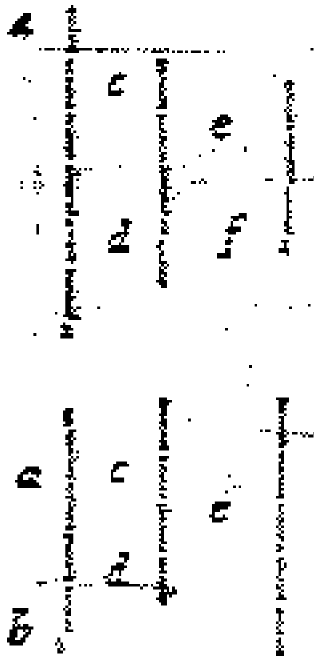
L'altezza di ciascuna figura è la perpendicolare dutta dalla vertice over cima di quella alla basa.

Il Tradottore.

Essempli gratia, la altezza del triangolo, a, b, c, non se intende esser la linea, a, b, ne anchora la linea, a, c, ma solamente la perpendicolare dutta dalla vertice, over cima di quella, cioe dal ponto, a, alla basa, b, c, cioe la linea, a, d,

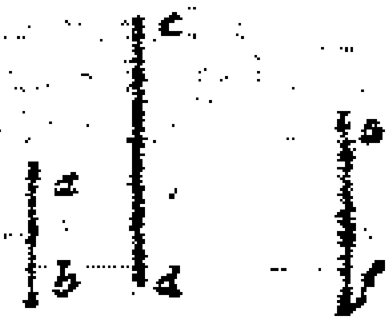
Diffinitione. 5

5 Vna proportione se dice esser composta da due proportioni, ouero piu, quando le quantità de alcune proportioni multiplicate fanno la quantità di detta proportione.



Sia che la quantità, a, b, habbia vna data proportione alla quantità, c, d, come seria dupla, ouero tripla, ouero qualunque altra, & la, c, d, alla, e, f, habbia medesimamente vna data proportione, dico che la proportione della, a, b, alla e, f, e composta della proportione della, a, b, alla, c, d. & della, c, d, alla, e, f, ouero se la quantità della proportione della, a, b, alla, c, d, multiplicata in la quantità della proportione della, c, d, alla, e, f, fa la quantità della proportione della, a, b, alla, e, f, similmente dico che la proportion della detta, a, b, alla, e, f, se dice esser composta della proportione della detta, a, b, alla, c, d. & della, c, d, alla, e, f, & sia primamente la, a, b, maggiore della, c, d, & la, c, d, dell'a, e, f, & sia la, a, b, doppia della, c, d, & la, c, d, tripla della, e, f, perche adonque la, c, d, è tripla della, e, f, & la, a, b, è doppia della, c, d, adonque la, a, b, è sexupla della, e, f, & se duplicamo el terzo triplo se fa sexuplo, & questo dico essere propriamente la compositione, over in questo altro modo perche la, a, b, è doppia alla, c, d, sia divisa la, a, b, in parti equali alla, c, d, e queste siano, a, g, & g, b, & perche la, c, d, è tripla alla, e, f, & la, a, g, è equal alla, c, d, adunque e la, a, g, e tripla alla, e, f, per la qual cosa ancor la, g, b, è similmente tripla alla, e, f, adunque tutta la, a, b, è sexupla alla medesima, e, f, adunque la proportione della, a, b, alla, e, f, composta dalla proportion della, a, b, alla, c, d, & della, c, d, alla, e, f, vien colligata dal termine di mezzo, cioe dalla, c, d, e similmente se la, c, d, sera minor di l'una e di l'altra delle medesime, a, b, & e, f, quel medemo se trouarà, e per delucidare questo, do noto, sia la, a, b, tripla alla, c, d, & che la, c, d, sia la mità della, e, f, e perche la, c, d, è la mità della e, f, & la, a, b, e tripla alla, c, d, adonque la, a, b, è sesquialtera della, e, f, cioe vna volta e mezza, e se triplicamo el suo mezzo farà pur vno e mezzo, e perche la, a, b, è tripla alla, c, d, & la, c, d, è la mità della, e, f, di quella quantità equal alla, c, d, della quale la,

& la .a.b. è di tre tale de due tale è la .e.f. per laqual cosa la .a.b. è sesquialtera della .e.f. adonque la proportione della .a.b. alla .e.f. (composta della proportione) della .a.b. alla .c.d. et della .c.d. alla .e.f. viene colligata per la .c.d. (termine di mezzo). ma poniamo anchora che la .c.d. sia maggiore di l'una & di l'altra delle due .a.b. & .e.f. & sia che la .a.b. sia la mitade di essa .c.d. & la .c.d. sia sesquiterza alla .e.f. adonque perche di quella tal quantità che la .a.b. è due tale, di quattro tale è la .c.d. & quella tal quantità che la detta .c.d. è quattro tale la .e.f. è di tre tale, adonque di qual quantità la .a.b. è di due tale la .e.f. è di tre tale, adonque uien altra uolta la proportione della .a.b. alla .e.f. laqual è come di dui a tre esser colligata dal termine di mezzo. Il medesimo anchora seguirà in piu proportioni & in altri casi, & è manifesto che se da una composta proportione sia cauata ciascuna delle cōponente, gettato via uno delli estremi resta al altro estremo delle componente.

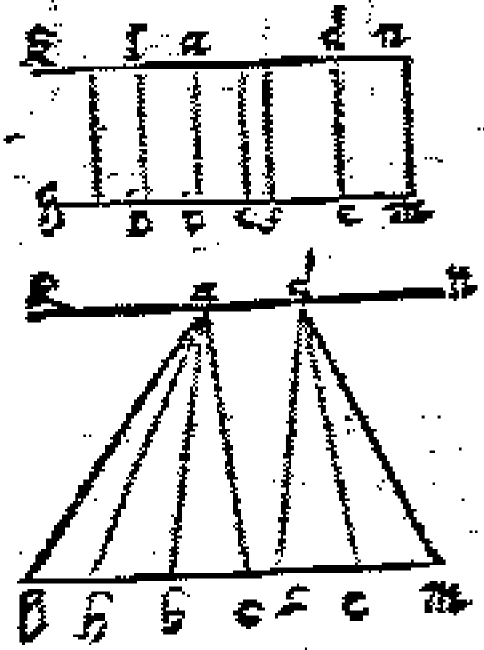


Il Tradottore.

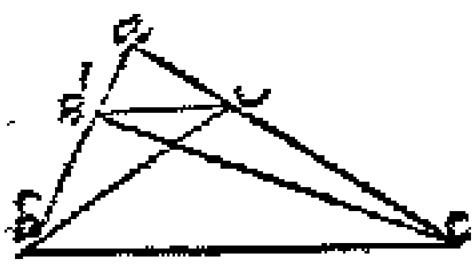
Per intelligentia delle cose dette nella sopradetta diffinitione bisogna notare che la quantità di una proportione si debbe intendere la denominatione di quella, essempli gratia la quantità, ouer denominatione de ogni proportion dupla è dui, e di ogni tripla è tre, & di ogni quadrupla è quattro, e cosi discorrendo in ogni altra proportione multiplice, & similmente la quantità, ouer denominatione de ogni sesquialtera è uno e mezzo, & di ogni sesquiterza è uno e uno terzo, & di una sesquiquarta è uno e uno quarto, & cosi discorrendo in ogni altra superparticolare, & similmente la quantità, ouer denominatione di ogni superbipartiens tertias è uno e dui terzi, e de ogni supertripartiens quartas è uno e tre quarti similmente di ogni dupla sesquialtera è dui e mezzo, e d'una tripla sesquialtera è tre e mezzo, et d'una quadrupla superbipartiens tertias è quattro e dui terzi & una quadrupla supertripartiens quartas è quattro e tre quarti, & cosi discorrendo in ogni altra qualità di multiplice superparticolare & di ogni multiplice superpatiente, & queste tal quantità, ouero denominationi si trouano per regola generale, partendo ogni antecedente per il suo consequente, o sia della maggior inequalità, ouer della minore, essempli gratia, la denominatione di dui a uno, che è dupla, è dui, & la denominatione di uno a dui, che è una subdupla, è mezzo, lequal denominatione si trouano partendo l'antecedente per il consequente, & cosi seguita nelle altre specie, adonque una proportione sestupla (la denominatione della quale è .6.) se dirà esser composta da una dupla, & da una tripla, perche multiplicando le lor denominationi, ouer quantità (che è dui & tre) fanno sei, cioe la quantità di detta sestupla, & similmente, una proportione uintiquadrupla la denominatione della quale è uintiquattro, se dirà esser composta da una dupla, & da una duodecupla, ouero da una quadrupla & da una sestupla. perche le dette denominationi multiplicate fanno uintiquattro, anchora se pol dire che sia composta da tre proportioni, cioe da vna dupla & da vna tripla & da vna quadrupla, perche le lor quantita, ouero denominationi multiplicate l'vna fia l'altra, & quel produtto fia l'altra fa pur vintiquattro, & questo è quello che in la diffinitione se vol inferire.

Theorema primo. Propositione prima.

1 Se l'altezza de due superficie rettilinee de lati equidistanti, ouero de doi
1 triangoli serà vna medesima, la proportione dal'vna al'altra di quelle serà si come la basa di l'vna alla basa di l'altra.



Siano li doi parallelogrammi, a.b.c.d.e.f. de equal altezza, dico la proportione de quelli esser si come, la b.c. alla. e. f. ponerò quelli doi parallelogrammi sopra vna linea, laqual sia la g.m. & serano (perche sono de equal altezza) fra linee equidistante, delle quale l'altra sia la. k.n. dapoi dalla linea g.m. torò la g.c. multiplice alla b.c. (secondo che numero vorò) e diuiderò quella in parti equali alla b.c. in li ponti h.e.b. dalli quali & dal ponto g. condurò le linee equidistante alla linea, a.b. lequale sono g. & h.l. & compirò le superficie de equidistanti lati k.h. & l.b. & serà ciascuna di quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla a.c. per laqual cosa si come che la linea g.c. è multiplice alla linea b.c. cosi è la superficie. c. k. alla superficie a.c. similmente alla linea e.f. torò dalla linea g.m. la linea f.m. multiplice, secondo che numero vorò, alla e.f. & compirò la superficie de equidistanti lati ducta la linea. m. n. equidistante alla linea d. e. & serà la superficie, n.f. cosi multiplice alla superficie d.f. si come la linea m.f. alla linea e.f. & perche (per la. 36. del primo) se la linea g.c. è maggiore della f.m. la superficie. K.c. è maggiore della superficie n.f. & se minore minore, & se equale equale serà, per la diffinitione della continua proportionalità, la medesima proportione della basa. b.c. alla basa e.f. che è della superficie a.c. alla superficie d.f. che è il proposito, delli triangoli de equal altezza il medesimo, tu approuerai, & per il medesimo modo, per la trigesima ottaua del primo, ducte le linee dalle estremita de quelle linee che tu torai multiplice alle basa, alle vertice de triangoli.



Theorema secondo. Propositione. 2.

2 Se vna linea retta segante li doi lati d'un
2 triangolo, serà equidistante all'altro, è necessario che quella seghi quelli doi lati proportionalmente, & per il contrario, se quella linea sega quelli lati proportionalmente necessariamente quella serà equidistante al'altro lato.

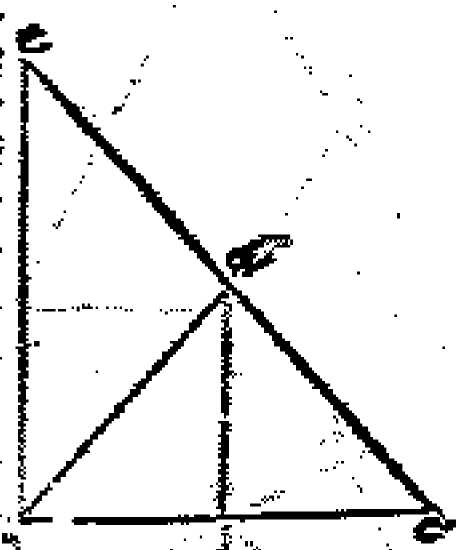
Sia il triangolo a b c, del quale la linea d e seghi li duoi lati a b, & a c, equidistantemente al terzo lato, il quale è b c dico che la proportione del a d al d b serà si come del a e al e c. & per aconverso, se'l serà la proportione del a d al d b, si come del a e al e c la linea d e serà equidistante alla linea b c, perche portarò le due linee e b, & d c. & serà, per la trigesimasettima del primo, il triangolo e b d, equale al triangolo e d c, per questo che ambiduoi quelli sono sopra la linea d e. & fra le linee equidistante, e per tanto, per la seconda parte della settima del quinto, la proportione del triangolo a d e. all'uno e l'altro de quelli sera una medesima, ma la proportione de quello, per la precedente, al triangolo e d b è si come della linea a d alla linea d b. & al triangolo d e c si come la linea a e alla linea e c. perche quello con l'uno e l'altro de quelli è de equal altezza. per laqual cosa la proportione della a d al d b serà si come del a e al e c. che è il proposito primo: e se questo serà, per la precedente, serà del triangolo a d e all'uno e l'altro de quelli una proportion, per laqual cosa, per la seconda parte della nona del quinto, quelli sono fra lor equali & perche quelli sono sopra una medesima basa, cioe sopra la linea d e. & da una medesima parte serà per la trigesimanona del primo la linea d e equidistante alla linea b c. che è il secondo proposito.

Theorema .3. Propositione .3.

3
3

Se una linea dutta d'alcun de li angoli d'un triangolo alla basa seghi quello angolo in due parti equali, le due parti della basa se approva esser proportionale alli altri duoi lati del medesimo triangolo: e se le due parti della basa lequale distingue la linea dutta dall'angolo seran proportionale alli altri duoi lati il se approva quella linea necessariamente dividere quel angolo in due equale.

Sia il triangolo a b c del quale la linea a d divida l'angolo a in due parti equale, dico che la proportione della b d alla d c è si come del lato b a al lato a c. & e converso, & per dimostrar questo tirarò la b e equidistante alla a d. & produrò la c a fina a tanto che la concorra con la b e nel ponto e, e serà, per la prima parte della vigesimanona del primo, l'angolo e b a equale all'angolo b a d. & per la seconda parte della medesima, l'angolo e all'angolo d a c. per laqual cosa lo angolo e è equal all'angolo e b a. adonque, per la sesta del primo, la e a è equal alla a b e però per la prima parte della seconda del quinto, la proportione della e a alla a c è si come della b d alla d c. ma per la precedente della e a alla a c è si come della b a alla d c. adonque della b a alla a c è si come della b d alla d c. che è il primo proposito la seconda parte, laquale è conversa della prima se aprovera per lo converso modo, perche stante la medema dispositione se'l serà la proportione



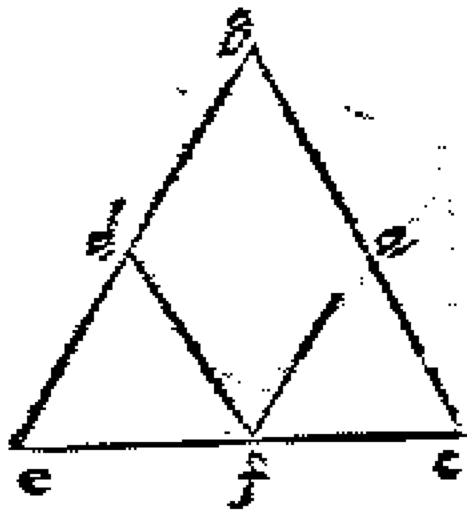
della .b.a. alla .a.e. si come della .b.d. alla .d.c. perche (per la precedente) della .e.a. al la .a.c. si come della .b.d. alla .d.c. serà la medesima proportione della .b.a. alla .a.e. che è della .b.a. alla .a.c. adonque (per la prima parte della nona del quinto) la .a.e. et .a.c. son equale, per la qual cosa (per la quinta del primo) li duoi angoli .a.c.e. & .a.e.c. son equali, adonque (per la prima e seconda parte della vigesima nona del primo) lo angolo .b.a.d. è equale all'angolo .d.a.c. che è il secondo proposito.

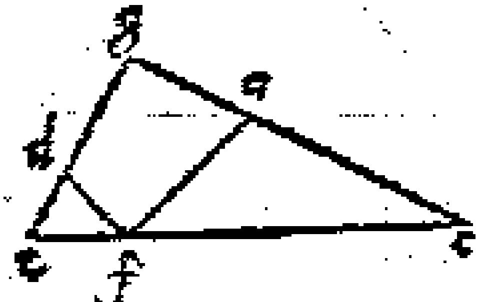
Il Tradottore.

El concorso delle protratte linee .e.a. con la linea .b.e. ilqual dall'aversario poria esser negato, se dimostra in questo modo, perche la linea .c.b. cade sopra le due paralelle .d.a. & .b.e. l'angolo .e.b.d. intrinseco (per la seconda parte della vigesima nona del primo) è equale all'angolo .a.d.c. estrinseco, giongendo adonque al l'uno è l'altro l'angolo .a.d.c. (per la seconda commune sententia) li duoi angoli .e.b.c. & .a.c.b. seranno equali alli duoi angoli .a.c.d. & .a.d.c. del triangolo .a.d.c. & perche li duoi angoli .a.d.c. & .a.c.d. del triangolo .a.d.c. (per la decima settima del primo) sono minori de duoi angoli retti, seguita adonque che li duoi angoli .e.b.c. & .a.c.b. sono etiam minori de duoi angoli retti, adonque protraendo da quella parte le due linee .c.a. & .b.e. (per la quarta petitione) è necessario che quelle concorrano insieme, che è il proposito.

Theorema .4. Propositione .4.

4/4 D'ogni triangoli li quali li angoli del l'un a li angoli de l'altro son equali li lati che risguardano li angoli equali sono proportionali.

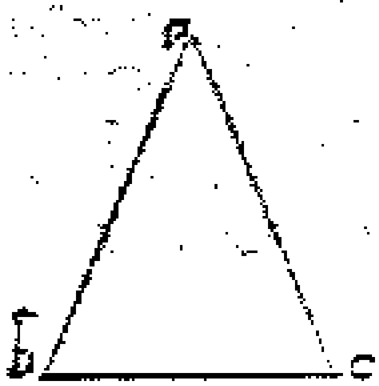




Siano li duoi triangoli .a.b.c. .d.e.f. equiangoli & sia l'angolo .a. equale all'angolo .d. & l'angolo .b. al l'angolo .e. & l'angolo .c. all'angolo .f. dico che la proportione del lato .a.c. al .a.b. & del .d.f. al .d.e. è si come del .e.f. al .b.c. e per dimostrare questo ponerò ambi dui li triangoli sopra una linea (laqual sia .e.c.) in tal modo che li duoi angoli de uno, liquali seranno sopra quella linea sian equali alli duoi angoli dell'altro liquali seranno sopra la medesima linea, non dimeno el medio, ouero lo estremo al estremo, ma il medio dell'uno allo estremo dell'altro, & ponerò li duoi medij angoli de quelli congiongersi in uno medesimo ponto & sia .f. e quel medesimo triangolo ilqual era .a.b.c. & per che l'angolo .a.f.c. è equale all'angolo .e. & l'angolo .d.f.e. all'angolo .c. (per il presupposito) serà (per la prima parte della vigesima ottava del primo) la linea .a.f. equidistante alla .d.e. & la .d.f. equidistante alla .a.c. compirò adonque la superficie de equidistanti lati laqual sia .g.f. serà per la vige

sima

sima quarta del primo) la, g, a, equale alla, d, f, & la, g, d, equale alla, e, f, perche adonque (per la seconda di questo) la, g, e, è alla, e, d, si come la, e, f, alla, f, c, & (per la medesima) la, e, f, alla, f, c, è si come la, e, d, alla, d, g, serà (per la settima del quinto) la, d, f, alla, a, c, & (per la medesima) la, e, d, alla, f, e, si come la, e, f, alla, f, c, che è il proposito.



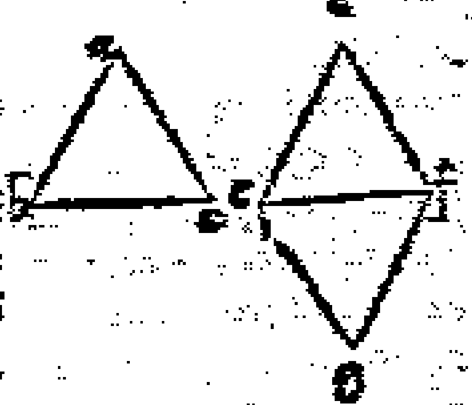
Theorema. 5. Propositione. 5.

5 Se dui triangoli haveranno li lati proportionali, li detti triangoli seranno equiangoli, & quelli angoli contenuti dalli lati relativi proportionali se provaranno esser fra loro equali.

Questa è il contrario della precedente, e non ha fatto di questa et della precedente una conclusion si come se fece in la seconda et terza di questo, perche la non se dimostra con la medesima figuratione ne con li medesimi mezzi con liquali se dimostra la precedente, siano adonque li dui triangoli a. b. c. & d. e. f. & sia la proportione del lato, a, b, al lato d, e, & del lato, a, c, al lato, d, f, si come del lato, b, c, al lato. e. f. dico che l'angolo a. c. è equale all'angolo d. & l'angolo, b, all'angolo, e, & l'angolo, c, all'angolo, f, & per dimostrare questo costituirò sopra la linea e. f. in la parte opposita del triangolo, d, e, f, l'angolo, f, e, g, equale all'angolo, b, & l'angolo, e, f, g, equale all'angolo, c, adonque (per la precedente) la proportione del, a. b. al, e, g, & del, a, c, al, f, g, serà si come del lato, b, c, al, e, f, per laqual cosa del lato, a, b, al, d, e, si come al, e, g, & del, a, c, al, d, f, si come al, f, g, adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo dato, d, e, è equal allo, e, g, & (per la medesima) lo, d, f, è equale allo. f. g. (per laqual cosa per la ottava del primo) li dui triangoli, d, e, f, & g. e. f. son equiangoli per laqual cosa adonque lo triangolo, d, e, è ancora equiangolo al triangolo, a, b, c, il proposito è manifesto.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6 Ogni dui triangoli, di quali uno angolo de uno sia equale a un angolo del l'altro, & li lati continenti quelli dui angoli equali proportionali, sono fra loro equiangoli.



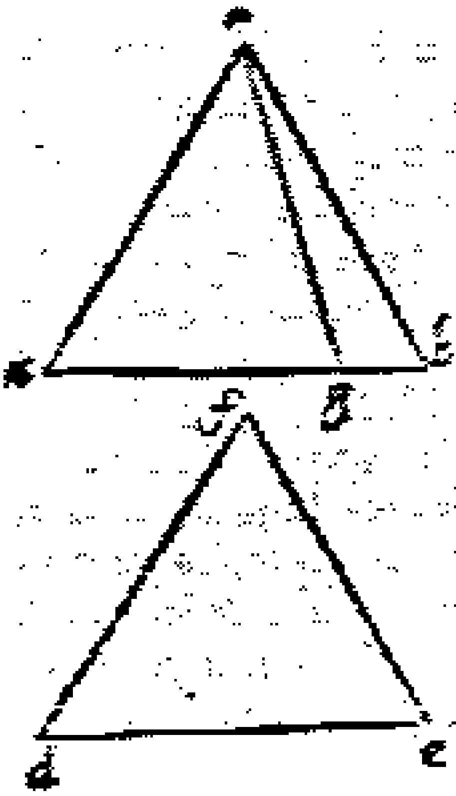
Rimanga la superior dispositione, e sia solamente l'angolo, b, equale all'angolo, d, e, f, e la proportion del, a, b, al, d, e, si come del, b, c, al, e, f, dico anchora li dui triangoli a, b, c, d, e, f, esser equiangoli, perche essendo (per la 4 del primo, & per il presupposito della premessa conclusion) del, a, b, al, e, g, si come del, b, c, al, e, f, serà del, a, b, al, d, e, si come del, a, b, al, e, g, per laqual cosa per la

seconda

seconda parte della nona del quinto) lo lato .a.c. è equale al .e.g. perche adonque li dui lati .d.e. & .e.f. del triangolo .d.e.f. sono equali alli dui lati .e.g. & .e.f. dello triangolo .g.e.f. & l'angolo .e. dell'uno all'angolo .e. dell'altro, perche l'uno e l'altro è equale all'angolo .b. questi seranno (per la quarta del primo) equiangoli, & perciò il triangolo .e.g.f. e etiam equiangolo al .a.b.c. è manifesto il proposito.

Theorema .7. Propositione .7.

7/7 Se seranno dui triangoli, di quali vn angolo dell'vno sia equale a vno angolo dell'altro, & l'uno di dui suoi restanti angoli siano contenuti da lati proportionali, & finalmente l'uno e l'altro di restanti angoli sia minore dell'angolo retto, ouero che ne l'vn ne l'altro sia minor, è necessario quelli duo triangoli con tutti li suoi angoli esser equiangoli.



Siano li dui triangoli .a.b.c. .d.e.f. & l'angolo .a. sia equale all'angolo .d. & la proportion del .a.c. al .d.f. si come del .c.b. al .f.e. & l'uno e l'altro di dui angoli .b. & .e. sia minor del retto, ouer ne l'vn ne l'altro sia minor del retto, dico quelli esser equiangoli, perche se l'angolo .c. dell'vno è equale all'angolo .f. dell'altro, è manifesto il proposito (per la precedente) ma se non saranno equali sia l'angolo .c. maggiore & sia fatto l'angolo .a.c.g. equale al medesimo, serà per la trigesima seconda del primo) il triangolo .a.g.c. equiangolo al triangolo .d.e.f. per la qual cosa (per la quarta de questo) la proportione del .a.c. al .d.f. serà si come del .g.c. al .e.f. ma cosi fu lo .b.c. al .e.f. adonque (per la nona del quinto) la .g.c. & .b.c. sono equali, adonque (per la 5. del 1.) l'angolo .b. è equal all'angolo .b.g.c. adonque se ne l'uno ne l'altro di dui angoli .b. & .e. serà minor del retto, accade li dui angoli d'un triangolo non esser minori de dui retti, laqual cosa non puo essere (per la 3 . & 17 del primo) ma se l'uno & l'altro serà minor del retto serà l'angolo .a.g.c. maggior del retto (per la terzadecima del primo) per laqual cosa & l'angolo .e. (a se equale) serà anchora maggiore del retto, che è contra il presupposito, per la qual cosa destrutto lo opposito remane il proposito, ma il bisogna che l'un e l'altro di dui restanti angoli esser minori del retto, ouer ne l'uno ne l'altro esser minore del retto, perche egli è possibile nel medesimo triangolo .a.b.c. la linea .g.c. esser equale alla .b.c. è però serà della .a.c. all'una e l'altra de quelle vna proportione (per la settima del quinto) ne tamen seranno li triangoli .a.g.c. & .a.b.c. equiangoli, abenche un angolo dell'uno sia equale a un angolo dell'altro (imma è quel medesimo come l'angolo .a.) & la proportione della linea .a.c. (come lato del grande) alla .a.c. (come lato del piccolo) è si come della .b.c. (lato del grande) alla .g.c. (lato del piccolo) perche l'una e l'altra è equale, è questo è per questo, che

l'angolo

l'angolo, g, del minore è maggiore del retto, & l'angolo, b, del maggiore è minore, perche in ogni triangolo de duoi lati equali l'uno è l'altro di duoi angoli che sono alla basa è minor del retto.

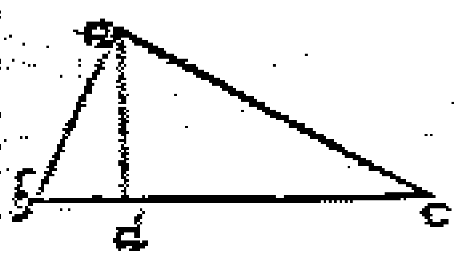
Theorema. 8. Propositione. 8.

8 / 8 Essendo dutta una linea perpendicolare dal angolo retto del triangolo orthogonio alla basa seranno fatti duoi triangoli simili a tutto il triangolo etiam fra loro.

Sia il triangolo, a, b, c, orthogonio & l'angolo, a, di quello sia retto dal qual sia dutta la perpendicolare, a, d, alla basa, dico che l'uno è l'altro di duoi triangoli partiali quali sono, a, b, d, et, a, d, c, è simile al total triangolo, a, b, c, & l'uno de quelli all'altro, perche l'uno è l'altro de quelli è equiangolo al totale (per la trigesima seconda del primo) imperoche l'uno, e l'altro è orthogonio & communicano in uno angolo con il totale per laqual cosa etiam fra loro sono equiangoli, cosi che l'angolo, b, è equale all'angolo, d, a, c, & l'angolo, b, a, d, all'angolo, c, & li duoi angoli che sono al, d, sono equali fra loro etiam all'angolo, a, totale, per laqual cosa (per la quarta de questo) li lati risguardanti li equali angoli de quelli sono proportionali, adonque per la diffinitione sono simili che è il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna aduertire nella demostratione fatta di sopra che ogni volta che li duoi angoli d'un triangolo sono equali alli duoi angoli d'un triangolo seguita de necessità che il terzo angolo del detto triangolo sia equal al terzo angolo de quello altro triangolo, essempli gratia, se l'angolo, b, a, c, del total triangolo, b, a, c, (per la terza petitione) è equale all'angolo, a, d, c, del triangolo, a, d, c, partiale (per esser ciascun retto) et l'angolo, c, è commun all'un è l'altro, dico che l'altro terzo angolo del triangolo, a, b, c, è equale all'altro terzo angolo del triangolo, a, d, c, cioè che l'angolo, a, b, c, è equale al l'angolo, d, a, c, laqual cosa se verifica per la seconda parte della trigesima seconda del primo, perche se li tre angoli de ciascuno triangolo sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che tutti tre li angoli del triangolo, a, b, c, insieme sono equali a tutti tre li angoli del triangolo, a, d, c, (per essere quelli equalmente equali a duoi angoli retti) tolendo adonque da l'una e l'altra parte angoli equali (per la terza commune sententia) li duoi rimanenti seranno equali, cioè l'angolo, a, b, c, all'angolo, d, a, c, et per li medesimi modi è via se approuerà del triangolo, a, b, d, essere equiangolo al total triangolo, a, b, c, etiam al triangolo, a, d, c, partiale, onde per la quarta de questo li lati che risguardano li angoli equali sono proportionali, adonque si come è lo lato, b, d, del triangolo, a, b, d, (risguardante lo angolo che sotto, b, a, d,) al, d, a, del triangolo, a, d, c, (risguardante lo angolo che, a, c,) cosi è la medesima, a, d, del triangolo, a, b, d, (risguardante lo angolo che, a, b,) alla



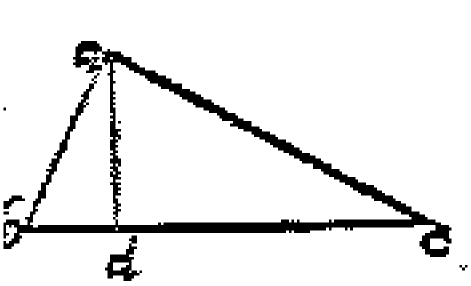
d.c, riguardante lo angolo che fatto.d.a.c. del triangolo.a.d.c.(equale a quello ch'è al.b.) et oltra di questo lo lato.b.a.al.a.c.è si come lo.a.c.al.b.c. perche tutti tre sottendono over riguardano li angoli retti, adonque per la prima diffinitione li duoi triangoli.a.b.d.& a.d.c. partiali sono simili al total triãgolo.a.b.c. etiam fra loro che è il proposito. Alcun se potria admirar di quel che è detto sopra il fine della espositione di questa ottaua propositione etiam da noi replicato di sopra il fine della espositione di questa ottaua propositione etiam da noi replicato di sopra doue uien concluso (per la quarta di questo) li lati di quelli triangoli riguardanti li equali angoli esser proportionali è da questo (per la diffinitione delle superficie simile) se cõcluse de quelli triangoli esser simili laqual cõclusion par fatta indecentemente atteso che la diffinitione non dice che li lati riguardanti li equali angoli sia proportionali, ma dice che li lati contenenti equali angoli sian proportionali per il che bisogna auertire che nelli triangoli eglie una cosa istessa a dire li lati riguardanti equali angoli esser proportionali, et li lati contenẽti equali angoli esser proportionali la qual cosa è manifesta in li duoi triãgoli.a.b.d.& a.d.c. di quali li duoi lati.b.d.& a.d. del triangolo.a.b.d. sono proportionali alli duoi lati.a.d.& d.c. del triangolo.a.d.c. come di sopra fu dimostrato (per la quarta di questo) perche riguardando angoli equali hor dico che li medesimi lati contegono etiam angoli equali, cioe l'angolo cõtenuto dalli duoi lati.a.d.& b.d. del triangolo.a.b.d. è equale all'angolo contenuto dalli duoi lati.a.d. & d.c. del triangolo.a.d.c. perche ciascun è retto & così se puo arguire delli altri & dapoi per la diffinitione concludere &c.

Correlario.

8/6 Vnde anchora è manifesto, che ogni triangolo rettangolo se da l'angolo retto de quello alla base sia dutta una perpendicolare, sera quella tal perpendicolar media proportional fra le due settione della detta base, & similmente l'uno è l'altro lato, fra tutta la basa & la portione della basa a se conterminale.

Il Tradottore.

Il senso del soprascritto correlario è questo che per le cose dette & dimostrate di sopra eglie manifesto che in ogni triangolo rettangolo, se dal angolo retto alla basa di quello sarà dutta una perpendicolare, che quella tal perpendicolare serà media proportionale fra le due settioni della basa, esempli gratia che la perpendicolare.a.d.(del soprascritto triangolo.a.b.c.) e media proportionale fra le due settioni.b.d.et.d.c. cioe che tal proportione, è della portione.b.d. alla perpẽdicolare.a.d. qual è della perpendicolare.a.d. all'altra settione.d.c. come di sopra hauemo dimostrato. Oltra di questo dice che l'uno e l'altro lato de detto triãgolo, è medio proportionale fra tutta la basa e la settion a se conterminale, cioè che lo lato.a.c.(del medesmo triangolo.a.b.c.) è medio proportionale fra tutta la basa.b.c.et la settione.d.c.a se conterminale in ponto.c. cioè tal proportione è de tutta la basa.b.c. al la



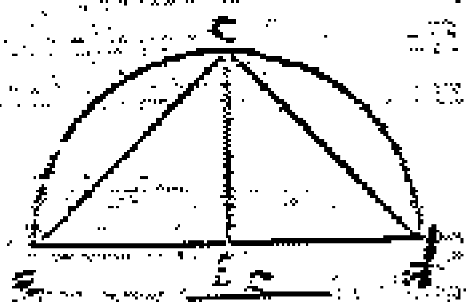
ta, d, c, qual è dal lato, a, c, alla settione, d, c, e similmēte lo lato, a, b, è medio proportionale fra la detta basa, b, c, & l'altra settione, b, d, a se coterminale la qual cosa è manifesta per la similitudine di triangoli, perche essendo lo triangolo, a, b, c, simile al triangolo, a, d, c, li lati contenenti li equali angoli sono proportionali verbi gratia li duoi lati, b, c, & a, c, del triangolo, a, b, c, sono proportionali alli duoi lati, a, c, & d, c, del triangolo, a, d, c, cioe caduno al suo relatiuo, perche contengono equali angoli, imo vno medesimo angolo che è l'angolo, c, adonque tal proportione è del lato maggior, b, c, del triangolo, a, b, c, al lato maggior, a, c, del triangolo, a, d, c, qual è del lato mezzano, a, c, del triangolo, a, b, c, al lato mezzano, d, c, del triangolo, a, d, c, si che si vede apertamente lo lato, a, c, esser medio proportionale fra la basa, b, c, e la settion, d, c, a se coterminale in ponto, c, et qual lato, a, c, si come lato maggior del triangolo, a, d, c, vien a esser consequēte della prima proportione, & come lato mezzano del triangolo, a, b, c, viē a esser antecedente della seconda proportione, e per li medesimi modi e vie se manifesta l'altro lato, a, b, esser similmente medio proportionale fra la basa, b, c, & la settione, b, d, a se coterminale in ponto, b, perche li duoi lati, b, c, & a, b, del triāgolo, a, b, c, sono proportionali alli duoi lati, a, b, & b, d, del triāgolo, a, b, d, cioe ciascun al suo relatiuo perche contengon vn medesimo angolo, che è l'angolo, b, adonque tal proportione è del lato maggiore, b, c, del triangolo, a, b, c, al lato maggior, a, b, del triangolo, a, b, d, qual è dal lato menor, a, b, del triangolo, a, b, c, al lato menor, b, d, del triangolo, a, b, d, onde si vede che il lato, a, b, si come lato maggior del triangolo, a, b, d, vien a esser consequente della prima proportione, & come lo lato menor del triangolo, a, b, c, vien a esser antecedente della seconda proportione, che è il proposito.

Problema primo. Propositione 9.

9 De due proposte rette linee puotemo trouar una
13 media proportionale.

nel Cardano. 39. & è falsa.

Siano le due linee proposte, a, b, & c, fra lequal voglio trouar una media proportionale aggiongerò l'una di quelle con l'altra, & sia tutta la composta da queste la, a, d, cioe che la, b, d, sia equale alla, c, & sopra tutta descriuo il semicircolo, a, e, d, e produco la, b, e, fin alla circonferentia perpendicolare alla linea, a, d, dico la linea, b, e, esser quella che adimandamo, e per dimostrare questo produco le linee, e, a, & e, d, & serà per la trigesima del terzo lo angolo, e, retto, per laqual cosa per la prima parte del corollario della premessa, la proportione della, a, b, alla, b, e, si come della, b, e, alla, b, d, che è il proposito.



Il Tradottore.

Questa soprascritta nona propositione in la seconda tradottione è la terzadecima
[illegible]

manifestamente à me par questo esser piu suo conueniente loco, perche le si dimo-
stra immediatamente dalla prima parte del correlario della precedente, vero è che io ho seguitato el testo della detta seconda tradottione è parendomi assai piu intelligibile di quello di la tradottione del Campano.

Problema. 2. Propositione. 10.

10
11 *A due date rette linee puotemo trouare vna terza a quelle in continua proportionalità.*

Siano le due linee proposte, a, b, & c, alle quale voglio soggiongere vna terza in continua proportionalità cōgiongo la linea, c, angularmente, come si voglia, con la linea, a, b, & sia la, a, d, (a se equale) & produco la linea, a, b, fina d, e, fin tanto che la, b, e, sia fatta equale alla, a, d, & protratta la linea, b, d, dal ponto, e, duco vna linea equidistante a essa linea, b, d, & produco la linea, a, d, fina a tanto che concorrano in ponto, f, dico adunque la linea, d, f, esser quella che cercamo, perche, per la seconda di questo, la proportione della, a, b, alla, b, e, è si come della, a, d, alla, d, f, ma della, a, b, alla, b, e, è si come della, a, b, alla, a, d, per la seconda parte della settima del quinto, per la qual cosa della, a, b, alla, a, d, è si come della, a, d, alla, d, f, che è il proposito, ma se a tre rette linee volemo trouar vna quarta alla qual sia la proportione della terza si come della prima alla seconda sia fatto vna linea della prima, & seconda e a tutta la linea composta sia aggionta la terza angularmente, & dal commune termine della prima, & della seconda sia dutta vna linea alla estremità della terza, & dall'altro termine della seconda, sia dutto a questa linea vna equidistante, fina a tanto che quella concorra con la terza protratta in continuo, & retto, & serà (per la seconda di questo) la linea che taglia questa equidistante quella che vien cercata, si come se in questa figura serà la prima, a, b, la seconda, b, e, la terza, a, d, serà la quarta, d, f.

Il Tradottore.

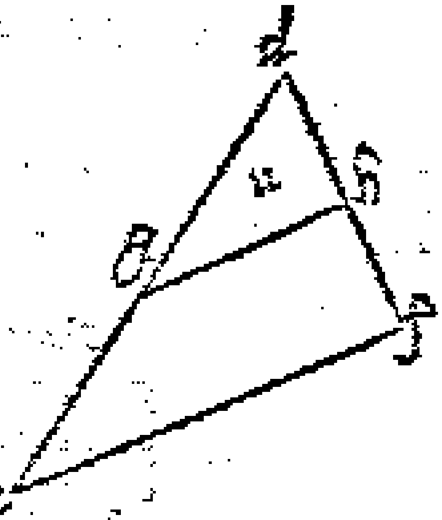
Bisogna aduertire in la soprascritta propositione che a voler trouar vna terza linea proportionale alle due date linee, a, b, & c, se puo intendere in dui modi cioe trouar vna consequente alla, c, ouer consequente alla, a, b, volendola consequente alla, c, se die procedere come di sopra è stato fatto, ma volendola consequente alla, a, b, se debbono congiongere pur angularmente come di sopra & dal ponto, d, al ponto, b, protrahere la linea, b, d, & produr la linea, a, d, fin al ponto, f, talmente che la, d, f, sia equale alla, a, b, & dal ponto, f, ducere vna linea equidistante alla, b, d, & produr la, a, b, fina a tanto che la concorra con quella in ponto, e, hor dico la linea, b, e, esser quella che cercamo, laqual cosa se dimostra per li medesimi modi e vie di l'altra.

Proble-

Problema.3. Propositione.11.

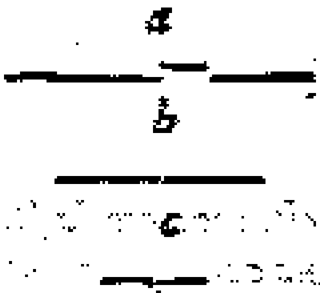
10 *A tre date rette linee, puotemo trouare una quarta proportionale.*
12

Siano le tre date rette linee.a.b.c voglio a esse,a, b,c, trouar una quarta proportionale congiongo due linee rette,d,e, & e,f, angularmente & taglio della linea.d.e.(per la terza del primo) la linea.d.g.equale alla linea .a. & la .g.e.equale alla, a, & oltra di questo la .d.h.equale alla.c. & dal ponto .g.al ponto.h.io tiro la linea.g.h.& dal ponto,e,duco la linea e,f, equidistante alla.g.h.& concorrente con la.d.f. in ponto,f, perche adonque del triangolo.d.e.f, a uno lato di quello (che è,e,f,) e protratta la equidistante, g, h, adonque per (la seconda di questo) è si come della d,g,alla,g,e,cosi della,d,h,alla.h,f,ma la,d,g,è equale alla a, et la,g,e,alla,b, et la .d.h.alla,g,e,cosi della,d,h,alla,h,f,ma la,d,g,e equale alla a, et la,g,e, alla,b,et la, d,h,alla,c,adonque è si come della,a,alla,b,cosi della,c,alla,h,f, adonque alle tre date rette linee,a,b,c, è trouata la quarta proportionale,h,f, qual cosa bisognaua fare.



Il Tradottore.

Bisogna auertir che a voler trouar una quarta linea proportionale alle tre date rette linee .a.b.c. se puo intendere in dui modi come etiam sopra la passata fu detto, cioe trouar una consequente alla,c, ouer una consequente alla,a, volendola trouar consequente alla,c, se procederia come è stato fatto di sopra, ponendo la,d,g, equal alla,a,& la,g,e, al,a,b,& la,d,h,alla,c,& procedere come è stato detto ma volendola trouar consequente alla,a,se haueria tolto la,d,g,equale alla,c,& la, g,e,equale alla,b,& la,d,h,equale alla,a,& procedere ut supra,& nota che le tre date linee ponno esser & non esser continue proportionale, anchora nota qualmente questa soprascritta propositione si ritroua solamente in la seconda tradottione, vero è che in fin della espositione della passata è stato aggionto, sotto breuità, il medesimo, tamen non ho voluto restar di ponerui la propositione di l'Auttor hauendola trouata.



Problema.4. Propositione.12.

11 *De una assignata retta linea puotemo tagliare una ordinata parte.*
9

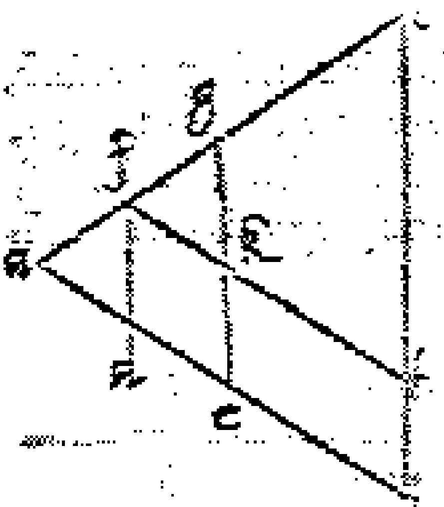
Sia la assignata linea.a.b.io voglio da quella tagliare una ordinata parte alliquota, come a dir il terzo, congiongo a quella angularmente, come viene una linea de indefinita quantità, laqual sia,a,c, dalla quale resecco tre equal portioni, lequale siano.a.d.d.e.& e.c.& produco le linee,c.b.et.d.f.fra loro equidistante dico la.a.f.esser la terza parte della.a.b.perche la proportione della.c.d.alla.d.

a per la secõda di questo, è si come della .b.f. alla .f.a. per laqual cosa congiuntamente della .c.a. alla .d.a. è si come della .b.a. della .f.a. concioſia adonque che la .c.a. ſia tripla alla .d.a. eglie manifeſto la .a.f. eſſer la terza parte de .a.b. che è il propoſito.

Problema .5. Propoſitione .13.

12
10 De due linee propoſte l'una indiuiſa l'altra diuiſa in parti, potemo diuidere la indiuiſa al modo della diuiſa.

Siano le due linee, lequale congiõgerò angularmẽte come vē gono, a.b. & .a.c. e ſia .a.b. diuiſa in tre, ouero quãte ſi voglia portioni, ſegnati in quella li ponti .d. & .e. voglio ſecondo le medeſime portioni diuidere la linea .a.c. quãdo adonque hauerò cõgiunte quelle angularmente, come è detto tirarò la linea .b.c. & equidiſtante a quella la .d.f. & .e.g. dico queſte equidiſtante diuidere la linea .a.c. in parti proportionale alle parti della .a.b. perche menãdo la .f.h. equidiſtante alla .a.b. laquale ſegha la .e.g. in ponto .k. & ſera per la ſeconda di queſto la proportione della .g.f. alla .f.a. ſi come della .e.d. alla .d.a. & della .c.g. alla .g.f. ſi come della .h.k. alla .k.f. per laqual coſa è ſi come della .b.e. alla .e.d. per la trigeſima quarta del primo, & e la ſeconda parte della ſeptima del quinto, che e il propoſito. ma il biſogna tante



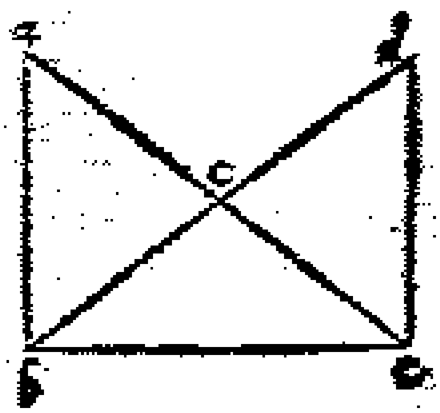
volte repetere la ſeconda de queſto quante, parti ſeranno in la linea .a.b. mãco una e trigeſima quarta del primo & la ſeptima del quinto mancho due.

Theorema .9. Propoſitione .14.

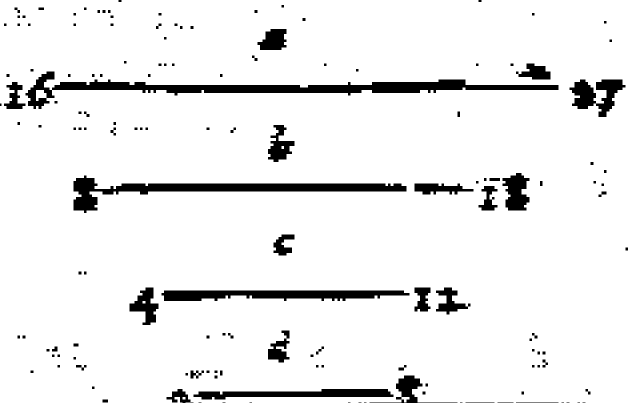
14
14 Se ſeranno due ſuperficie equali de lati equidiſtanti delle quale un angolo dell'una ſia equal a un angolo dell'altra, li lati continenti li dui angoli equali, e neceſſario eſſer mutekefia, e ſe li lati continenti li dui angoli equali ſeranno mutekefia le due ſuperficie è neceſſario eſſer equale.

Siano le due ſuperficie .a.b.c.d. & .c.e.f.g. de equidiſtanti lati & equali. e ſia l'angolo .c. dell'una equale all'angolo .c. dell'altra, dico la proportione del lato .b.c. al .c.g. eſſer ſi come del .e.c. al .c.d. e ſe la proportione del lato .b.c. al .c.g. ſerà ſi come del .e.c. al .c.d. & li predetti angoli ſiano anchora equali, dico che le due ſuperficie de lati equidiſtanti eſſer equale fer equale, perche congiungendo io quelle angularmente, cioe l'angolo, c, dell'una con l'angolo, c, dell'altra cosi che li dui lati di quelle liquali sono, b, c, & c, g, facciano una linea, & seranno simile li altri dui lati, d, c, & c, e, una linea altramente seguiria (per lo precedente presupposito) el quale che l'angolo, c, dell'una esser equale all'angolo, c, dell'altra, (& per la quartadecima del primo) la parte esser equale al tutto, adunque compirò le superficie de equidistanti lati protratte le linee, e, d, & f, g, per fina a tanto che concorrano in, h, & serà (per la prima parte della settima del quinto) de l'una & l'altra delle superficie, a, c, & c, f, alla superficie, c, h, una medesima proportione, & perche (per la prima di questo) la proportione della superficie, a, c, alla superficie, c, h, è si come della linea, b, c, alla linea, c, g, & della superficie, c, f, alla medesima superficie, c, h, si come della, e, c, alla, c, d, & è manifesta la prima parte della proposta conclusione, la seconda parte anchora è manifesta perche (per la prima di questo) la proportione della, b, c, alla, c, g, è si come della, a, c, alla, c, h, & della, e, c, alla, c, d, si come della, c, f, alla medesima, c, h, perche egli è sta supposto che la proportione della, b, c, alla, c, g, è si come della, e, c, alla, c, d, serà dell'una & dell'altra delle due superficie, a, c, & c, f, alla superficie, c, h, una proportion adonque (per la prima parte della nona del quinto) la, a, c, è equale alla, c, f, & cosi è manifesta la seconda parte.

Theorema 10. Propositione 15.



24 Se seranno dui triangoli equali delliquali
25 uno angolo dell'uno, sia equale a uno angolo dell'altro, li lati contenenti li dui angoli equali seranno mutekesi, & se li lati contenenti li dui angoli equali seranno mutekesi, li dui triangoli se approvano esser equali.



Siano dui triangoli, a, b, c, c, d, e, equali & sia l'angolo, c, dell'uno equale all'angolo, c, dell'altro dico la proportione della, b, c, al, c, e, esser si come del, d, c, al, c, a, & se'l serà la proportion del, a, c, al, c, e, si come del, d, c, al, c, b, et li predetti angoli siano anchora equali, dico quelli dui triangoli esser equali, perche congiungendo quelli angularmente cosi che li lati, a, c, & c, e, siano fatti una linea seranno similmente, b, c, & c, d, una linea altramente seguiria la parte esser equale al tutto (per la quintadecima del primo) & tirarò la linea, b, e, & serà (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno e dell'altro de ditti triangoli al triangolo,

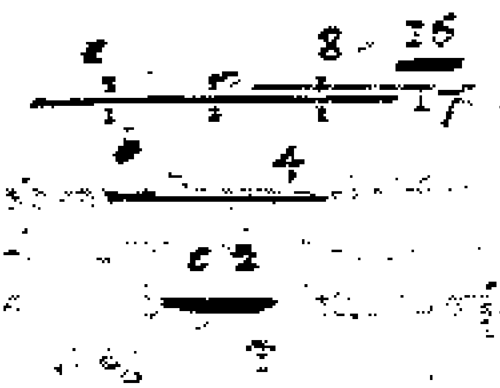
golo, c, b, e, vna proportione, & perche (per la prima di questo) del primo de quelli a quello è si come della, a, c, alla, c, e, & del secondo de quelli al medesimo è si come della, d, c, alla, c, b, è manifesta la prima parte della proposta conclusione. La seconda parte si proua al contrario perche della, a, c, alla, c, e, è si come del primo triangolo al triangolo, b, c, e, & del, d, c, al, c, b, si come del secondo al medesimo (per la prima di questo, & perche le stato posto che'l sia della, a, c, alla, c, e, si come del, d, c, al, c, b, serà dell'vno & dell'altro de ditti triangoli al triangolo, b, c, e, vna proportione, per laqual cosa per la prima parte della nona del quinto quegli sono equali & cosi manifesta la seconda parte.

Theorema 11. Propositione 16.

15 16 Se seranno quattro linee proportionale, lo rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la vltima, serà equale a quello, che serà contenuto sotto alle altre due, & se'l rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la vltima, serà equale a quello che serà contenuto sotto alle altre due, le quattro linee conuiene esser proportionale.

Siano le quattro linee, a, b, c, d, proportionale, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, dico che la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, è equale alla superficie contenuta sotto della, b, & della, c, & se la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, è equale alla superficie contenuta sotto della, b, & della, c, dico che la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, perche essendo fatte le superficie contenute sotto della, a, & della, d, & la superficie contenuta sotto della, b, & della, c, se la proportione adonque della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, li lati di quelle superficie seranno mutekesia & li angoli contenuti da quelle equali, perche l'vna e l'altra e di angoli retti, per laqual cosa (per la seconda parte della quartadecima di questo) esse sono equale, che è il primo proposito. El secondo è manifesto (per la prima parte della medesima) perche se esse sono equale (perche tutti li angoli de quelle sono retti) li lati di quelle seranno mutekesia perche la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, che è il secondo proposito.

Theorema 12. Propositione 17.

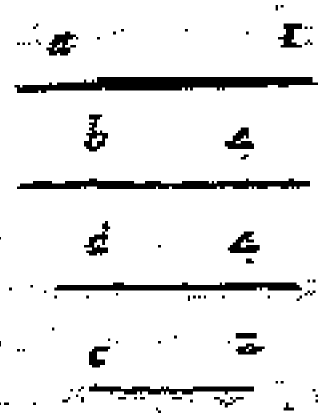


16 17 Se seranno tre linee proportionale, lo rettangolo, che serà contenuto sotto la prima & terza, serà equale al quadrato della seconda descritto, ma se quello che serà contenuto sotto la prima & terza è equale a quello quadrato che vien produtto della seconda, quelle tre linee seranno proportionale.

Sia

Sia la proportione della linea a.b. alla b. si come della linea b. alla linea c. dico che la superficie contenuta sotto della a. & della c. è equale al quadrato della b. & se la superficie contenuta sotto della a. & della c. è equale al quadrato della b. dico che la proportione della a. alla b. è si come della b. alla c. ma questo è euidente per la precedente posta una linea, laquale sia equale al a.b. talmente che la b. sia in ragione de seconda & de terza.

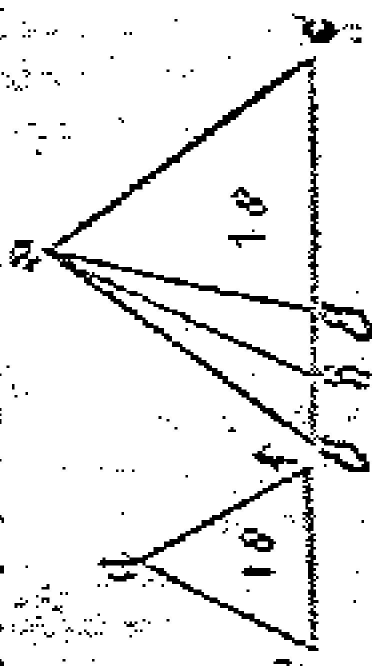
Il Tradottore.



Per piu gratia, ponendo la d. equale alla b. si come in la seconda figuratione appare, hauremo poi quattro linee proportionale, cioe, a.b.d.c. cioe che la proportione della a. alla b. è si come della d. alla c. onde (per la precedente) lo rettangolo che sera contenuto sotto della a. & della c. sera equale a quello che sera contenuto sotto della b. & della d. & perche il rettangolo contenuto sotto de la b. & della d. e equale e simile al quadrato della b. (per esser la d. equale alla b.) seguita adunque il rettangolo contenuto sotto della a. & della c. esser equale al quadrato della b. che è il primo proposito, il secondo similmente se manifesta per la seconda parte della precedente.

Theorema 12. Propositione 18.

17/19 *Se seranno duoi triangoli simili la proportione dell'uno all'altro è come la proportione de qual suo lato se piace al suo relatiuo lato dell'altro duplicata.*



Siano li duoi triangoli a.b.c. & d.e.f. simili & (per la diffinitione) seranno equiangoli & de lati proportionali, sia adunque l'angolo a. equale all'angolo d. et l'angolo b. all'angolo e. & l'angolo c. all'angolo f. & sera la proportione de lato a.b. al d.e. & della a.c. al d.f. si come del b.c. al e.f. dico che la proportion del triangolo a.b.c. al triangolo d.e.f. è si come la proportione del b.c. al e.f. duplicata perche essendo sotto giunta (secondo la dottrina della decima di questo) alle due linee, b.c. & e.f. una terza in continua proportionalita laqual sia c.g. protratta, ouer resecata la c.b. (se la c.g. sara maggior ouer minor di quella) & essendo produtta la linea g.a. & sera (per la seconda parte della decima quinta di questo) el triangolo a.c.g. equale al triangolo d.e.f. per questo che la proportione della a.c. alla d.f. è si come della e.f. alla c.g. & l'angolo c. equale all'angolo f. per laqual cosa (per la seconda parte della seconda del 5.) lo triangolo a.b.c. all'uno et l'altro de questi hauera una proportione, & (per la prima di questo) la propor-

tione del triangolo, a, b, c, al triangolo, a, g, c, è si come della, b, c, alla, g, c, & la proportione della, b, c, alla, g, c, è si come della, b, c, alla, e, f, duplicata (per la vndecima diffinition del quinto) adonque la proportion del triangolo, a, b, c, al triangolo, d, e, f, è si come la proportione della, b, c, alla, e, f, duplicata che è il proposito, ma se per caso la, c, g, fusse equale alla, b, c, serà (per la seconda parte della quintadecima di questo) il triangolo, a, b, c, equale al triangolo, d, e, f, & la equal proportion e composta dalla equal duplicata, ouer treplicata, ouer quante volte si voglia. Questa medesima positione possemo per il medesimo modo & per li medesimi mezzi demostrare delle superficie simile de lati equidistanti tolta solamente la quarta decima del presente in luoco della quintadecima, ma il non demostra quella, perche per la sequente el se dimostra vniuersalmente de tutte le superficie simile, per laqual cosa (per il correlario che vniuersalmente è proposto de tutte le superficie simile) non solamente è manifesto nelli triangoli, ma demostra la sequente serà manifesto de tutte, ma lui pose quello in questa & non in la sequente, perche il correlario de questa è non della sequente, perche dal modo della demostratione de questa è manifesta la sua verità e non dal modo di quella.

Correlario della prima tradottione.

a
47 Et da questo ancora è manifesto che di ogni tre linee continue proportionale quanta è la prima alla terza, tanta serà vna superficie constituida sopra la prima a vna superficie constituida sopra la seconda, essendo simile in lineatione & creatione.

Correlario della seconda tradottione.

49 Ancora da questo è manifesto che de ogni tre linee continue propor-
a tionale, quanta è la prima alla terza, tanta serà la superficie rettangola contenuta sopra la prima alla superficie rettangola contenuta sopra la seconda quando serà a quella simile in lineatione & creatione.

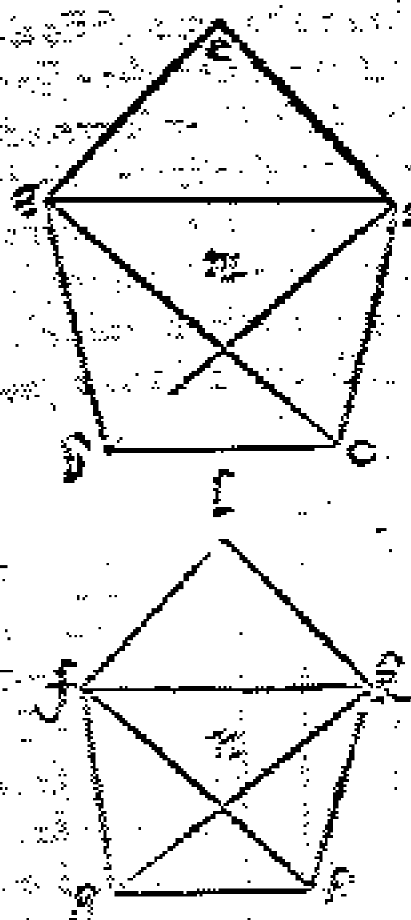
Il Tradottore.

El primo delli soprascritti doi correlarij conclude generalmente che per le cose dette, et dimostrate di sopra eglie manifesto che de ogni tre linee continue proportionale tal proportione serà della prima alla terza, quale serà de vna superficie constituida sopra alla prima linea, a vna superficie constituida sopra alla seconda linea, domente che le dette due superficie siano simile in lineatione & creatione. Il secondo, cioe quello della seconda tradottione, conclude il medesimo solamente delle superficie rettangole simile, & circa cio io dico che eglie ben il vero che di sopra eglie stato demostrato delle tre linee, c, b, & e, c, g, continue proportionale, che tale proportione e dalla prima, c, b, alla terza, c, g, qual è dallo triangolo, a, b, c, (constituito sopra alla prima linea) allo triangolo, d, e, f, (constituido sopra alla seconda) ma per questo non se verifica totalmente il detto correlario della prima tradottione, ilquale conclude generalmente de tutte

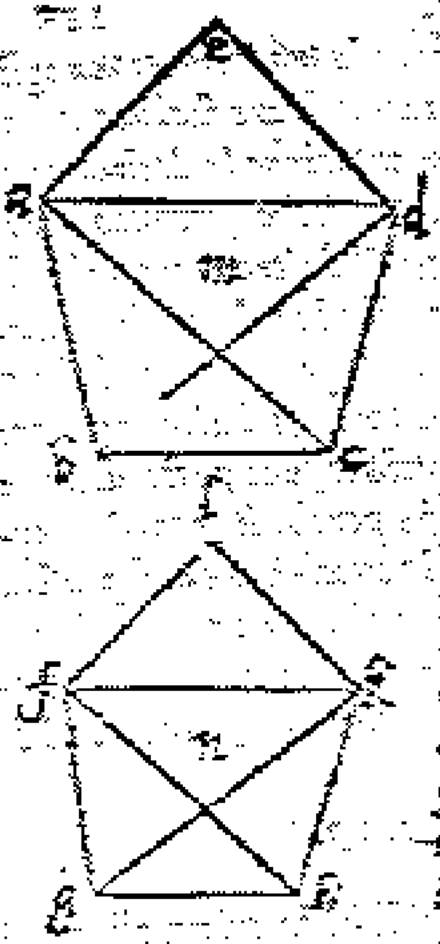
le super-le superficie simili, & manco si verifica quello della seconda traduttione: ma egli è ben il vero che quello della seconda tradottione si potria dimostrare facilmente (come dice etiam il Campano [illegible]) con vsitato nella argomentatione la decima quarta propositione di questo in luoco della decima quinta. Per il che (secondo il mio giuditio) il suo proprio & conueniente luoco dell'vno & dell'altro credo, che sia dapoi la demostratione della sequente propositione, perche in tale luocho (mediante le cose demostrate in la precedente, & etiam nella sequente propositione) verria ad essere verificato totalmente quello che concludе l'vno & l'altro delli predetti duoi correlarii, ma perche in l'vna e l'altra tradottione sono posti dietro a questa propositione, & in tal luocho li hauemo lassati, perche il secondo Correlario posto in fine della sequente propositione è simile in conclusione al sopra scritto della prima tradottione mi fa credere questo essere vno espresso errore delli tradottori, & se cosi non fusse lo sopradetto primo Correlario, cioè quello della prima tradottione saria stato superfluamente posto dallo Auttore, il che non è da credere.

Theorema 14. Propositione 19.

18 Ogni due superficie simili multiangole sono diuisibile in triangoli simili
20 & in numero equali, & la proportione dell'vna di quelle all'altra è si come, la proportione dupplicata de qualunque suo lato al suo relatiuo lato dell'altra.

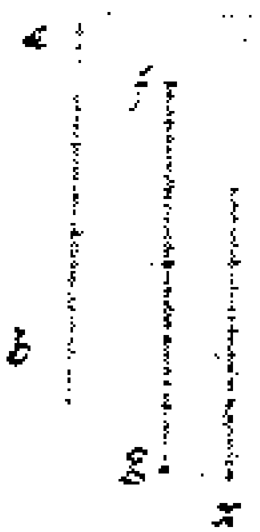


Siano essempli gratia li duoi penthagoni a.c.d. f.h.k. simili. Dico ch'essi sono diuisibili in triangoli simili & in numero equali, & che la proportione de l'vno di quegli all'altro è si come la proportione dupplicata del a.b. al f.g. perche essendo tirate le due linee a.c. et a.d. & similmente la f.h. & f.k. & serà (per lo precedente presupposito, & per la sesta di questo) lo triangolo a.b.c. equiangolo al triangolo f.g.h. & lo triangolo a.e.d. al triangolo f.l.k. similmente anchora (per quella commune scientia se da cose equale se toglie cose equale li rimanenti sono equali) serà lo triangolo a.c.d. equiangolo al triangolo f.h.k. perche li detti penthagoni sono stà posti equiangoli & similmente de lati proportionali. Et perche li triangoli ne li quali sono diuisi, sono fra loro equiangoli (come è stà prouato) seranno etiam simili (per la quarta di questo) & per la diffinitione delle superficie simili, per laqual cosa concluso che essi sono equali in numero è manifesto il primo proposito, per lo secondo sia protratta la b.d. laqual segharà la a.c. in ponto m. & la g.k. laqual segharà la f.h. in ponto n. & serà lo triangolo



b, c, d, equiangolo al triangolo, g, h, k, (per la sesta di questo, & per lo presente presupposito) per la qual cosa el triangolo, a, b, m, al triangolo, f, g, n, & l, a, m, d, al f, n, k adonque (per la quarta di questo) la proportion della, b, m, alla, g, n, si come della, a, m, alla f, n, & della, a, m, alla f, n, si come della, m, d, alla n, k, per qual cosa (per la undecima del quinto) della. b. m. alla, g, n, e si come della, m, d, alla, n, k, adonque permutatamente della, b, m, alla, m, d, e si come della g, n, alla n, k, ma (per la 1 di questo) del triangolo, a, b, m, al triangolo, a, m, d, e, del, b, c, m, la c, m, d, e si come della. b, m, alla, m, d, & (per la medesima) del, f, g, n, al. f, n, k, & del, g, n, h, al. h, n, k si come della, g, n, alla n, k, adonque (per la settimadecima del quinto) del triangolo, a, b, c, al triangolo, a, c, d, e si come del triangolo f, g, h, al triangolo, f, h, k, per la qual cosa permutatamente del, a, b, c, al, f, g, h, e si come del, a, c, d, al, f, h, k, con la medesima ragione su approueria che & si come del a, e, d, al, f, k, l, adonque (per la terzadecima del quinto) de tutto il penthagono a tutto il penthagono è si come del, a, b, c, al, f, g, h, adonque (per la precedente) la proportione del penthagono, a, c, d, al penthagono, f, h, k, è si come la proportione della, a, b, alla, f, g, duplicata, che è il proposito, del qual un altra volta è manifesto il correlario della precedente, altramente su quel tenno fare il essempio, perche essendo li triangoli, per li quali li penthagoni sono diuisi fra loro simili, sera (per la precedente) la proportione del a. b. c. al f. g. h. si come della b. c. alla. g. h. duplicata, & del a. c. d. al f. h. k. si come della c. d. alla h. k. duplicata, e del a. e. d. al f. l. k. si come della, a. e. alla f. l. duplicata, perche adonque tutte ditte proportioni duplicate sono equale per queste che si ha posto le sopra esser equal sera (per la terzadecima del quinto) de tutto il penthagono a tutto il penthagono si come dello lato del uno al suo relatiuo lato dell'altro la proportione duplicata.

Corelario.



o
10

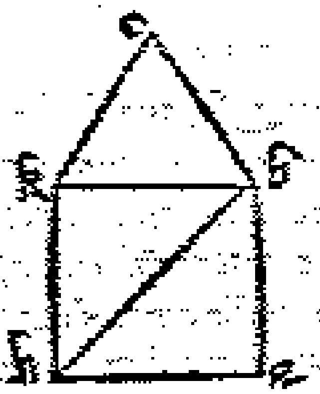
E per questo uniuersalmente è manifesto, che le simile figure rettelinee, fra loro sono in doppia proportione delle simile proportione di lati, perche se de essi medesimi a. b. & f. g. toglieremo la proportional. x. essa. a. b. alla. x. ha doppia proportione che la. b. alla. f. g. veramente, & il polygonio al polygonio, ouero il quadrato al quadrato hanno doppia proportione, che della simile proportione del lato al lato, cioe della a. b. alla f. g. & questo ancora è manifesto in li triangoli.

Corelario

Correlario secondo.

a Per tanto anchora universalmente è manifesto che se tre rette linee
20 seranno proportionale siccome la prima alla terza, così serà la specie, che è descritta dalla prima a quella laquale è similmente descritta simile dalla seconda.

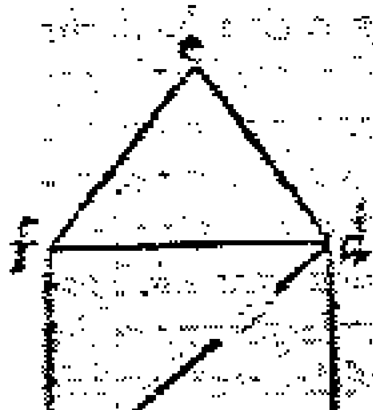
Il Tradottore.



Questi soprascritti dui Correlarij se trovano solamente in la seconda tradottione, il primo di quali conclude il converso dello correlario della precedente et il de questo secondo, perche questo secondo correlario in substantia conclude il medesimo che conclude il correlario della precedente, secondo la tradottione del Campano, qual conclude che de ogni tre linee continue proportionale e sel proportio ha la prima alla terza quel ha una superficie costituita sopra la prima a una superficie costituita sopra alla seconda quando la sia a quella simile in situatione & creatione, & perche el non specifica rettangola, come fa quello di la nostra tradottione se die intendere de ogni specie superficie simile, come conclude etiam il secondo di questa decima nona propositione, per il che a me par che questo secondo sia quel istesso della precedente secondo la tradottione del Campano. Onde penso che questo sia un errore de scrittori, altramente il correlario della precedente seria superfluo, perche il secondo di questa sustituisse per quello, o sia di la nostra tradottione, o sia di quella del Campano.

Problema .6. Propositione .20.

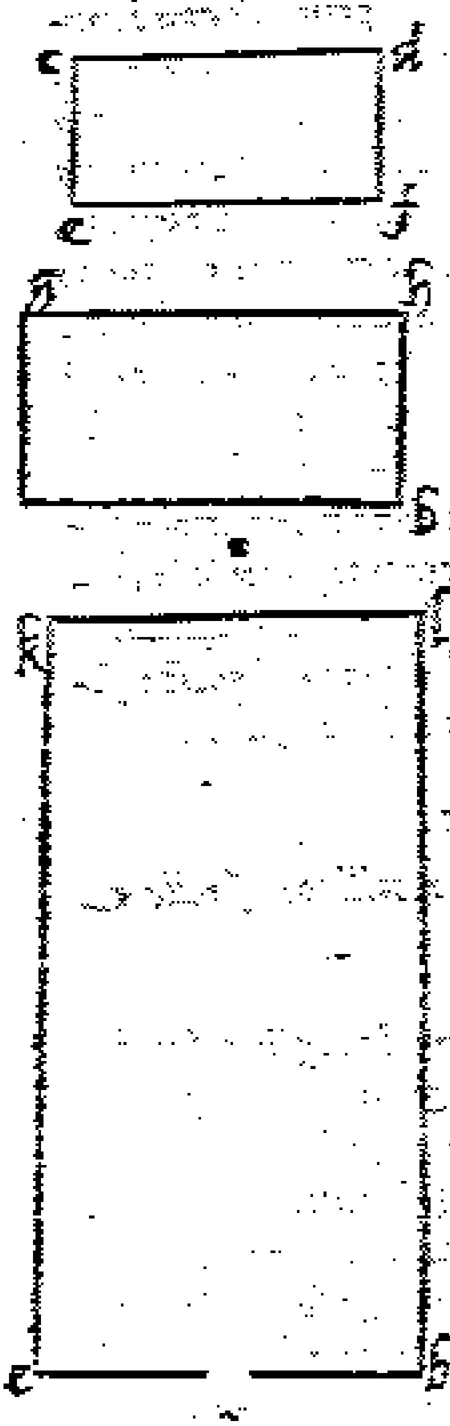
18 Sopra una data retta linea possemo descriver uno rettilineo simile e
19 similmente posto a uno dato rettilineo.



Sia la data linea a.b. sopra laquale voglio costituire una superficie rettilinea simile & similmente posta a data superficie, che sia penthagona, & sia c.d.e.f.g. divido questo penthagono in triangoli, dutte le linee d.f. & d.g. et sopra il ponto a. costituisco uno angolo equale all'angolo c. (dutta la linea a.b.) & sopra il ponto b. costituisco un altro angolo ilquale sia a.b.h. equale all'angolo c.d.g. protratta la linea b.h. fina a tanto che quella concorra con la a.h. in ponto h. & serà (per la trigesima seconda del primo) l'angolo a.h.b. equal all'angolo c.g.d. e poi (per la quarta di questo) li lati di dui triangoli g.c.d. & h.a.b. seranno proportionali. Fatto anchora lo angolo. h.b.k.

(dutta la linea.h.k.) equal al angolo.g.d.f.et l'angolo.k.h.l.(dutta la linea.h.l.) equale all'angolo.f.d.e et l'angolo.h.h.k.(dutta la linea.k.h.) equale all'angolo. d.g.f.& l'angolo.h.k.l.(dutta la linea.k.l.)equale all'angolo.d.f.e. & serà perfetto il pentagono che era da esser constituido sopra la linea.a.b.perche quello è equiangolo al ditto pentagono per la equalità di angoli di triangoli in liquali l'uno & l'altro è diviso.& etiam è de lati proportionali per la proportionalità di lati de essi triangoli,la qual cosa dalla quarta di questo euidentemente appareno.perilche (per la diffinitione delle superficie simile)lo pentagono constituido sopra la linea.a.b.è simile al pentagono dato,che è il proposito.

Il Tradottore.



El testo di questa sopraescritta propositione lo hauemo tradotto la maggiore parte secondo la seconda tradottione,perche quello della tradottion del Campano è diminuta assai,perche il propone de voler constituire sopra una data linea una superficie simile a una data superficie,& doueria dire una superficie rettilinea simile & similmente posta a una data superficie rettilinea altramente la superficie proposta porria esser cosi conditionata che sopra alla data linea se poria descriuere due è piu superficie simile alla data superficie & fra loro seriano differente in quantità,come saria verbi gratia,sia la data superficie.c.d.e.f.& per piu facile intelligentia,sia rettangola,& la longhezza.c.d. di quella sia doppia alla larghezza.c.e.& sian date due linee equale,cioe.a.b.prima & a.b.seconda hor dico che sopra alla linea.a.b.se puo descriuere due superficie simile alla data.c.d.e.f.& differente in quantità,perche se io ponerò la data linea per longhezza la me darà minor figura che a ponerla per larghezza come appar in le due superficie.a.b.g.e.& a.b.k.l.che caduna è fatta simile alla.c.e.d.f.cioe la longhezza de caduna è doppia alla sua larghezza,e sono rettangole & nientedimeno la.a.b.k.l.(per lo primo corrolario della decima nona di questo)è quadrupla alla.a.b.g.h.& questo procede che la prima linea.a.b.è posta per longhezza & la seconda per larghezza de detta superficie descritta,& se per caso la data superficie fusse de 3 lati diuersi sopra alla data linea se poteria descriuere 3 superficie simile alla data e diuerse fra loro in quantità,cioe una tolendo la data linea per il lato minor de detta figura,l'altra tolendola per il lato mezzano,e l'altra tolendola per il lato maggiore,& cosi se la data superficie fusse de quat-de quattro lati inequali se ne potrà descriuere quattro et se de cinque cinque, e cosi discorrendo in sei sette otto &c. Se uole adunque che la propositione seruar quella conditione che dice, & similmente posta, seria necessaria & hauerla piu risposte, ma con la detta conditione non puo hauere saluo che una risposta sola, e non piu, perche la figura che se hauerà a designar bisogna che la sia non solamente simile alla detta, ma che la sia similmente posta, cioe che la se riposa sul medesimo lato doue se riposa la data, onde la superficie, a, b, g, l, quantunque la sia simile alla data, c, d, e, f, niente di meno non è similmente posta, perche la data, c, d, e, f, sta riposta & tien per base il maggior lato di quella, cioe, e, f, & la, a, b, g, l, se riposa & per base il lato minore, cioe a, b, ma la superficie, a, h, g, k, fu similmente descritta sopra alla linea, a, b, con la conditione, che se recerca in la sopra scritta propositione, cioe simile & similmente posta alla data superficie, c, d, e, f, perche la se riposa & tien per base il maggior lato, e questo è quello che uolemo inferire.

Theorema. 15. Propositione. 21.

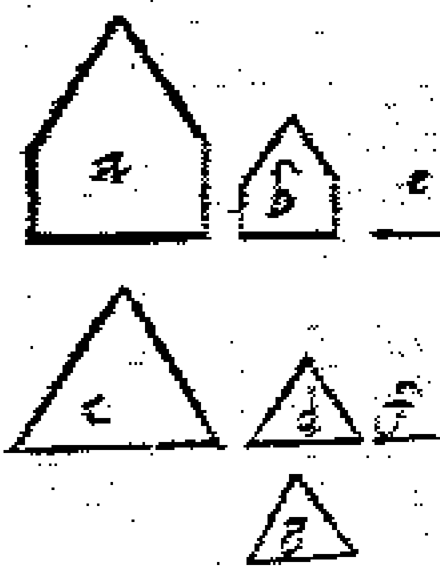
30/21 Se seranno due, ouer piu superficie simili a una superficie quelle è necessario fra loro esser simili.

Sia l'una e l'altro di penthagoni, a b c d e f, simili al penthagono, g, h, k, dico quelli esser fra loro simili, perche l'una e l'altro de quelli è equiangolo al penthagono, g, h, k, (per la conuersione della diffinitione della superficie simili) per il che sono fra loro equiangoli, similmente anchora per la conuersione della medesima diffinitione, la proportion del, a, b, al, g, h, è si come del, c, d, al, g, k, & del, g, h, al, d, e, si come del, g, k, al, d, f, adonque per la equa proportionalità del, a, b, al, d, e, è si come del, c, d, al, d, f, per la medesima uia tu approuerai li altri lati di penthagoni, a, b, c, & , d, e, f, (contenenti li equali angoli) esser proportionali adonque per la diffinitione delle superficie simili, essi sono fra loro simili, che è il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 22.

21/22 Se seranno quattro rette linee proportionale, & essendo designato sopra due et due superficie rette linee simile, & similmente descritte anchora esse superficie seranno proportionale, ma se li simili superficie constituite sopra due & due linee seranno proportionale, anchora esse linee necessario esser proportionale.

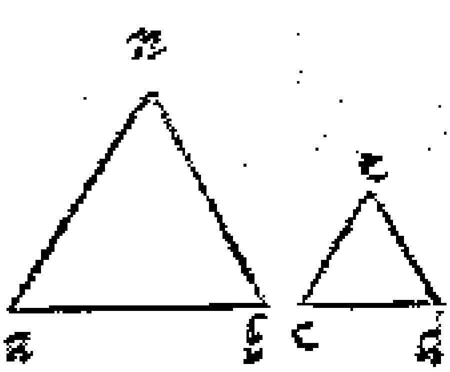
Siano quattro linee proportionale, a, b, c, d, & sia la proportione della, a, alla, b si come della, c, alla, d, dico che essendo constituide superficie simile sopra la, a, & b, (come duoi penthagoni simili) & altre simile constituide sopra la, c, & d, (come duoi triangoli simili) serà la proportione di penthagoni si come di triangoli, ma essendo li penthagoni simili & similmente etiam li triangoli simili, & essendo la propor-



proportione del pentagono al penthagono, si come del triangolo, al triangolo dico che la proportione della, a, alla, b, serà si come della, c, alla, d, perche essendo sottogionto alle linee, a, & b la, e, & alle linee, c, & d, la, f, in cotinua proportionalità, si come amaistra la decima di questo, & serà per la vigesima secôda del quinto & per la equa proportionalità della, a alla, e si come della, c, alla, f, perche adonq; (per lo corelario secondo della decima nona di questo) la proportione di penthagoni è si come della, a, alla, e, & di triangoli si come della, c, alla, f, serà adonque la proportion di penthagoni si come di triangoli, & questo il primo proposito, il secondo cosi è manifesto, sieno li duoi penthagoni simili & li dui triangoli simili, & sia la proportione di penthagoni si come di triangoli, dico che la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, perche sia fatto della, c, alla, g, si come della, a, alla, b, (& come questo si debbia fare è detto di sopra la undecima di questo) & sopra la, g, sia fatto (si come insegna la vigesima di questo) una superficie simile a quella, che è constituta sopra la linea, c, & serà per la precedente simile a quella, che è constitua sopra la linea, d, & serà anchora (per la prima parte de questa vigesima secôda) qual proportione del penthagono, a, al penthagono, b, quella medesima del triangolo, c, al triangolo, g, ma la medesima era etiam del triangolo c, al triangolo, d, adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo triangolo, d, è equale al triangolo, g, & perche sono simili, serà la linea, g, equale alla linea, d, (per la prima parte della decimaottaua di questo) quando che sopra le linee, c, d, & g, siano triangoli, over (per la seconda parte della decima nona) quando fussero stati qualunque altre figure multiangule, perche la equalità non è produtta da alcuna proportione duplicata, over triplicata, over pigliata quante volte si voglia se non dalla equale, adonque della, c, alla, d, serà si come della, a, alla, b, che è il proposito.

Il Tradottore.

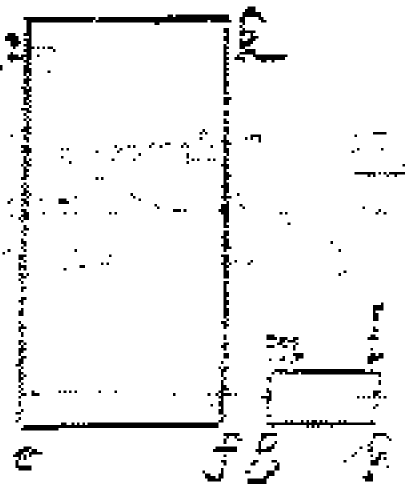
Quella particola, cioe in el soprascritto testo dice & similmente descritte se trova solum in la seconda tradottione, senza laquale il testo di la tradottione del Campano pateria oppositione si come nella passata, per che essendo quattro rettelinee proportionale, se potrà descriuere, sopra due, & due superficie rettilinee simili lequali seran cosi conditionate che (non essêdo similmente descritte) non seranno proportionale, essempli



gratia, sieno le quattro linee a b. c. d. e. f. g. h. proportionale & per maggior intelligentia sia la a. b. dopia alla c. d. è similmente la e. f. alla g. h. & sopra le due a. b. & c. d. siano descritti duoi triangoli equilateri, & sopra le due, e. f. & g. h. siano

descritti

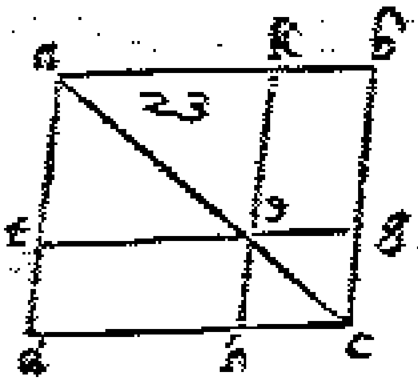
descritti due superficie rettangole che la longhezza de ciascuna sia doppia alla larghezza, e sia così conditionatamente descritte che la linea e f venga a esser larghezza de l'una cioè di quella descritta sopra de la e f, et la linea g h venga a esser longhezza dell'altra (come appare in le dute due superficie e f i k, et g h l m) hor si vede che le quattro linee a b, c d, e f, g h, sono proportionale, et sopra le due a b, et c d, sono descritti li dui triangoli a b n, et c d o, li quali per esser equilateri sono simili (per la quinta di questo) et sopra le altre e f, et g h, son descritte le due superficie e f i k, et g h l m, ne lequale son etiam simili per la diffinitione, et tamen queste quattro superficie non sono proportionale, perché el triangolo a b n, è quadruplo al triangolo c d o, per la decima ottava di questo) et la superficie e f i k è sedecupla alla superficie g h l m (per la decima nona di questo) e questa disproportionalità procede perché le due superficie e f i k, et g h l m non sono similmente descritte, et questo è quello che volemo inferire, e di questo molto bisogna advertir in la descrittione de superficie simili de molti lati inequali, perché in tanti modi si puono variar quanto è il numero della diversità di lati, come etiam fu detto sopra la precedente.



Theorema. 17. Propositione. 23.

22
24 Tutte le superficie de equidistanti lati che stanno intorno al diametro de ogni parallelogrammo sono simile a tutto el parallelogrammo anchora fra loro.

Come sia il parallelogrammo b d, del quale lo diametro b, a, c, stando le superficie g h, et f k, de equidistanti lati intorno al diametro, dico quelle esser simile a tutto il parallelogrammo, et similmente fra loro, perché (per la seconda de questo) della b g, alla g c, et della d h alla h c, è si come della a e alla e c adunque congiuntamente della b c, alla c g, e della d c, alla c h, serà si come della a c, alla c e, per laqual cosa (per la undecima del 5.) della b c, alla c g serà si come della d c alla c h, e similmente serà si come della c b, alla e g, conciosia che la a b è equal alla d c, e la e g alla h c, per lo medesmo modo serà della a d, alla e h, si come della a b, alla e g, e della d c alla h c, perché adunque questi parallelogrammi sono equiangoli egli è manifesto (per la diffinitione delle superficie simili) lo g h esser simile al b d, anchora per simil modo si approva lo f k esser simile al medesimo per questo che della b a alla a k, et della d a alla a f, è si come della c a alla a e, (per la seconda de questo) e per la congiunta proportionalità per laqual cosa (per la vigesima prima di questo) lo f k è anchora simile al g h, et così è manifesto il tutto.

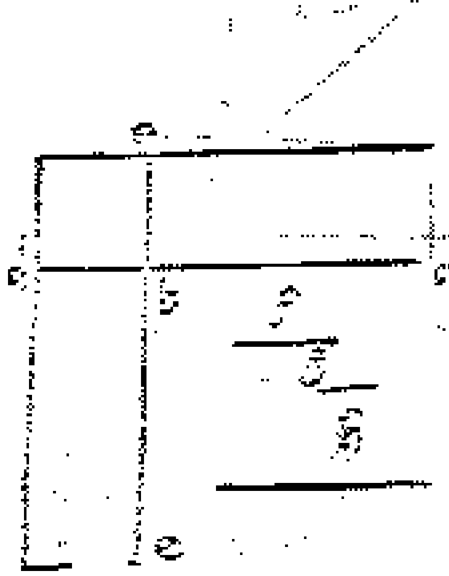


Theorema 18. Propositione 24.

23/26 *Se da vno paralellogrammo in el suo spatio sia stà descritto vno paralellogrammo partiale simile al tutto, & similmente posto hauente vno angolo commune con quello, quel se ritrouerà intorno al diametro del medesimo.*

Come se in lo paralellogrammo, b, d, sia descritto lo paralellogrammo f g che sia simile a quello, & similmente posto & participante cō quello in l'angolo, a, dico che'l paralellogrammo, f g, sta intorno al diametro del paralellogrammo, b, d, & questa è al contrario della precedente, & per dimostrare questo io protrarò la, a, e, c, laquale se la serà concessa esser lo diametro del paralellogrammo, b, d, e manifesto il proposito, ma se possibile è a l'aduersario, sia a, h, c, lo diametro de quello & sia tirata la, h, k, equidistante alla, f, c, & (per la precedente) lo paralellogrammo, f k, serà simile al paralellogrammo, b, d, adonque (per la conuersione della diffinitione delle superficie simili) la proportione della, b, c, alla k, c, e si come della, d, c, alla f, c, ma (per la medesima conuersione della detta diffinitione) la proportione della, b, c, alla, g, c, è si come della d c, alla f c, per questo che lo paralellogrammo, f g, e stato posto simile al paralellogrammo b d adonque (per la vndecima del quinto) la proportione della b, c, alla g, c, è si come della, b, c, alla k, c, (perche l'vna e l'altra e si come della, d, c, alla, f, c,) per laqual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) la, g, c, è equale alla k, c, cioe la parte al tutto che è impossibile, adonque la, a, e, c, serà lo diametro del paralellogrammo, b, d, che è il proposito.

Il Tradottore.



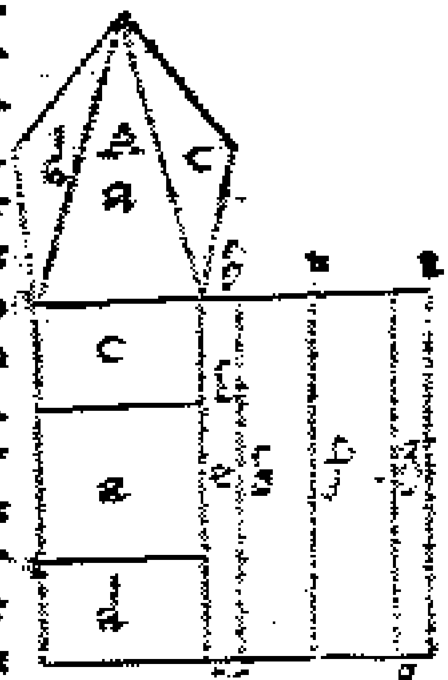
Di quelle tre conditioni che bisogna hauer lo paralellogrammo partiale douendo essere intorno allo diametro del totale (lequal sono queste,) che sia simile al tutto & che sia similmente posto, & che habbia vn di suoi āgoli che sia commune all'vno e l'altro, due sole se ne troua nella traduttion del Campano & vna di quelle è alquanto ambigua, cioe quella che dice, & secondo l'esser suo di quello, per che lo commentatore la espone cosi idest participante con quello in vn angolo, & io tengo, che voglia dire che sia similmente posto, ma pigliasi come si voglia mancandoui vna di quelle tre conditioni la propositione patiria oppositione perche mancando vna di quelle ie lo paralellogrammo partiale nō seria necessario che fusse intorno al diametro del totale.

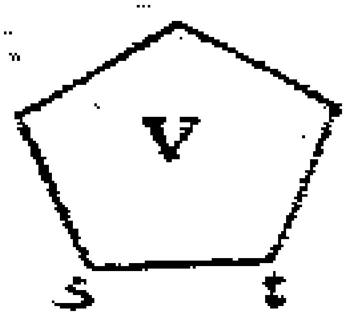
Theore-

Theorema. 19. Propositione. 25.

24 / 23 D'ogni due superficie de equidistanti lati, delle quali uno angolo dell'una all'uno angolo dell'altra è equale. La proportione dell'una all'altra è quella ch'è produtta dalle due proportioni di suoi lati contenenti li suoi angoli equali.

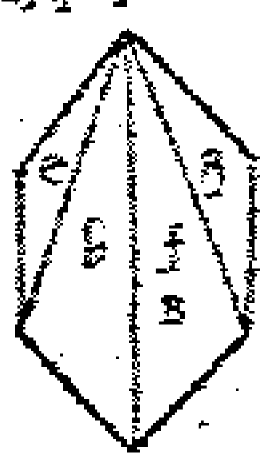
Siano due superficie de equidistanti lati a.c & .c. d. & sia l'angolo. b. dell'una equale all'angolo. b. dell'altra, dico che la proportione dell'una all'altra e produtta, over composta della proportione della. c. b. alla. b. d. & della. c. b. alla. b. e. perche disponendo io queste due superficie al modo si come fu disposto quelle in la quartadecima de questo aggiunto all'una & l'altra lo parallelogrammo. c. d. & ponendo io che la proportione della linea. f. alla linea. g. sia si come della. c. b. alla. b. d. & della. g. alla. h. si come della. c. b. alla. b. e. (& come si debbia procedere in far questo è detto sopra la decima di questo) & serà (per la prima di questo & la undecima del quinto) della. a. c. alla. c. d. si come de la. f. alla. g. & della. c. d. alla. d. e. si come della. g. alla. h. per laqual cosa (per la vigesima seconda del quinto, serà in la equa proportionalità della. a. c. alla. d. e. si come della. f. alla. h. & perche la proportione della. f. alla. h. è produtta, over composta della proportione della. f. alla. g. & della. g. alla. h. per la quinta diffinitione di questo, seguirà che la proportione della. a. c. alla. d. e. sia composta delle medesime, per laqual cosa è manifesto il proposito.





Problema. 7. Propositione. 26.

25 / 25 Possiamo designare una superficie simile a una data superficie rettilinea & a un'altra proposta equale.

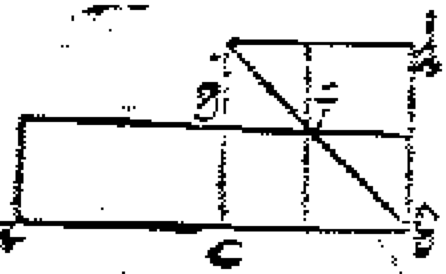


Siano proposte due superficie rettilinee. A pentagona. B exagona voglio fare una superficie simile alla a. & equale alla. b. l'una & l'altra delle proposte superficie risolvo in triangoli la. A in li triangoli. c. a. d. & la. b. in li triangoli. e. b. f. g. & sopra la basa della superficie a laqual sia. h. k. costituisco (secondo la dottrina della 44. del 1.) una superficie de equidistanti lati rettangola equale al triangolo. c (laqual sia. h. l. & .k. l. m. equale a. a. & la m. n. equal al. d. accioche tutta la superficie de equidistanti lati h. n. consista sopra la basa b.x.h.k.) sia equale al penthagono .a. & per lo medesimo modo sopra la linea .t.x. laquale è il secondo lato de questa superficie) constituisco un altra superficie rettangola equale allo essagono .b. cioe faccio la superficie .k.o. equale al triangolo .e. & la .o.p. equale al .b. & la .p.q. equale al .f. & la .q.r. equale al .g. acioche tutta la superficie rettangola .n. sia equale allo essagono .b. & toglio (per la nona di questo) la linea .s.t. proportionale fra la linea .h.k. & la linea .k.r. & sopra quella (secondo la dottrina della vigesima di questo) constituisco la superficie .u. simile alla superficie .a. laqual dico esser quella che cerchiamo & equale alla superficie .b. perche essendo le tre linee .h.k.s.t. & .k.r. continue proportionale, & essendo sopra la prima & la seconda constituide le superficie simile, cioe la .a. & .u. sera (per lo correlario della decima nona di questo) della .a. alla .u. si come della .h.k. alla .k.r. per laqual cosa (per la prima di questo) serà si come della .h.m. alla .n.r. e perho (per la prima parte della settima del quinto) si come della .a. alla .n.r. e per questo (per la seconda parte della medesima) serà si come della .a. alla .b. adonque (per la seconda parte della nona del quinto) la .u. è equale alla .b. che è il proposito, laqual cosa ancora possiamo facilmente provar per la permutata proportionalità, perche essendo della .a. alla .u. si come della .h.m. alla .n.r. serà permutatamente della .a. alla .h.m. si come della .u. alla .n.r. & perche la .a. è equale alla .h.m. serà la .u. equale alla .n.r. per laqual cosa la .u. è etiam equale alla .b. (per quella commune sententia) quelle cose che a una medesima cosa sono equale, sono fra loro equale, ma non è necessario che le superficie .h.l.l.m. & .m.n. de lati equidistanti equali alli tre angoli .c. a. d.) over le superficie .k.o.o.p.p.q. & .q.r. (equal alli triangoli .e.b.f. g.) siano rettangole, ma che l'angolo estrinsico della superficie .l.m. sia equal all'angolo intrinsico della superficie .l.h. & lo estrinsico della .m.n. all'intrinsico della .m.l. similmente ancora che lo estrinsico della superficie .k.o. sia equal all'intrinsico della superficie .h.n. & l'estrinsico della .o.p. allo intrinsico della .k.o. e cosi delle altre, perche essendo cosi serà radiriza delle linee .k.n. & .h.m. a se opposite & similmente .h.r. & .r.n.q. e se opposita una linea (per l'ultima parte della vigesimanona del primo) e per la quartadecima del medesimo equalmente repetita. quante volte serà de bisogno, e questa cosa che tutte le superficie .h.l.l.m.n. & similmente le .k.o.o.p.p.q. & .q.r. sono de equidistanti lati & l'angolo estrinsico de caduna seguente è equal all'intrinsico de quella precedente, per la qual cosa le due superficie .h.m. & .n.r. seranno di equidistanti lati & fra linee equidistante & de equal altezza, in le altre adonque vengasi come avanti.

Theorema .20. Propositione .27.

26/27 Lo parallelogrammo designato sopra la mità de una data linea, è maggior di qualunque parallelogrammo applicato alla data linea al qual manchi al compimento della linea uno simile, & che sia sopra il diametro del collocato sopra la mità.

Sia data la linea .a.b. sopra la mità della quale, cioe sopra la .c.b. sia constituido lo palo parallelogrammo c.d. el diametro del quale, b.h.e. & sia applicato alla linea a.b. lo parallelogrammo a.f. del quale uno lato seghi lo.c.e. in ponto. g. cosi che al compimento de tutta la linea. a.b. manchi la superficie. f.b. laqual sia simile alla superficie. c.d. & che sia intorno al diametro di quello, hor dico che il parallelogrammo c.d. è maggior del parallelogrammo. a.f. perche (per la prima di questo) lo.a.g. è equale allo.g.b. & per la quadragesimaterza del primo) lo. c. f. è equale alla. f.d. adonque (per quella commune sententia) se a cose equale tu aggiongi cose equale &c. serà lo gnomone composto dalli tre parallelogrammi liquali sono. c. f. f. b. & f. d. equale al parallelogrammo. a. f. per laqual cosa lo parallelogrammo, c.d. è maggiore del parallelogrammo. a. f. in lo parallelogrammo. e. f. che il proposito, il medesimo etiam seria se la superficie. e. f. fusse fatta piu alta della superficie, c.d. come tu poi vedere in la seconda figura, in laquale etiam (per la prima di questo) lo. a. g. è equale allo. g. b. levando via adonque l'uno & l'altro di doi supplementi della superficie. f. b. lo parallelogrammo c. d. eccederà lo parallelogrammo. a. f. in lo parallelogrammo. f. e.



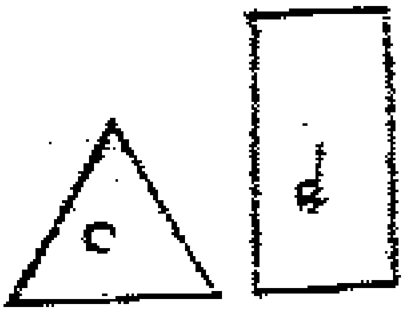
Il Tradottore.

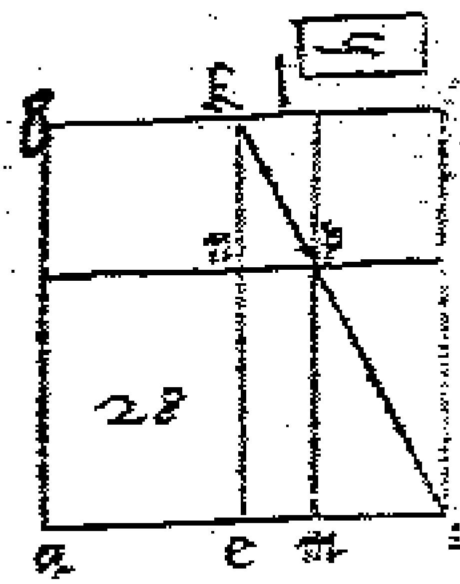
Quella particula che nel soprascritto testo dice uno simile, & stante sopra lo diametro del collocato sopra la mità della linea, non vol dire altro che uno simile è similmente posto al collocato sopra la mità della linea che cosi dice etiam la seconda tradottione & è piu corretto. Et perche in la seconda figura fatta di sopra lo parallelogrammo. f. b. non sta sopra lo diametro del parallelogrammo. d. e. collocato sopra la mità della linea, anzi al contrario che il parallelogrammo, d. e. sta sopra il diametro del parallelogrammo. f. b.

Problema .8. Propositione .28.

27 28 Proposta una superficie trilatera possiamo designare sopra qualunque assignata retta linea uno parallelogrammo equale a quella alqual manchi a compir la linea uno parallelogrammo simile a un'altro parallelogrammo proposto gia il bisogna che la proposta superficie trilatera non sia maggiore del parallelogrammo collocato sopra la mità della data linea, simile al proposito & secondo l'esser suo.

Sia assignata la linea a.b. & proposto lo triangolo. c. & proposto lo parallelogrammo. d. voglio sopra la linea a.b. designare un parallelogrammo equale al triangolo. c. cosi fatto che manchi a compir la linea. a.b. un parallelogrammo simile al. d. & sia cosi conditionato che lo triangolo. c. non sia maggiore del parallelogrammo simile al. d. collocato sopra la mità della linea altramente se lavora-





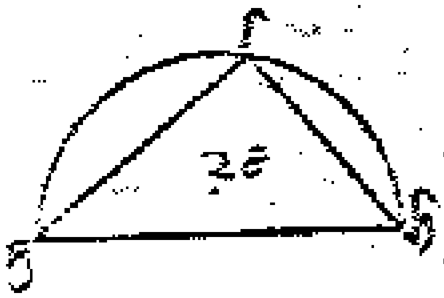
ria al impossibile (per la precedente) adunque diuido la linea .a b. in due parti equali in ponto .e. & (secondo la dottrina della vigesima di questo) sopra .e b. (mita di questa) constituisco lo parallelogrammo .e f. simile al .d. & compirò sopra tutta la linea .a b. lo parallelogrammo .b g. adonque perche lo triangolo .c. non è maggiore del parallelogrammo .e f. ma equale a quello, ouero minore si come è stato posto, se 'l serà a quello equale, serà lo parallelogrammo .e g. quello che se intende (per la vigesima sesta del primo aggiontoui con la prima parte della nona del quinto, & per la diffinitione delle simile superficie della vigesima prima di questo) ma se è minore, sia minore in alcuna superficie alla quale ne sia fatta vna equale, et simile alla .d. (secondo la dottrina della 26. di questo) laquale sia .h. & serà .h. simile al .e f. (per la vigesima prima di questo) per laqual cosa (per la conuersione della diffinitione) serà equiangola a quello & de lati proportionali tirato adonque in lo parallelogrammo .e f. lo diametro .b k. & resegaro li lati .k f. & .e k. della superficie .e f. alla misura di lati della superficie .h. tirate le linee .l m. & .n o. equidistanti alli lati della superficie .e f. segandose in ponto .p. tal che la superficie .k p. sia equale e simile alla superficie .h. & serà (per la vigesima quarta di questo) il ponto .p. in lo diametro .k b. tirata adonque la .o n. fina alla .a g. Dico lo parallelogrammo .a p. esser quello che è sta proposto, perche a quel mancha al compimento della linea .a b. lo parallelogrammo .p b. ilquale (per la vigesima terza et vigesima prima di questo) è simile al parallelogrammo .d. et anchora esso parallelogrammo .a p. è equale al triangolo .c. perche (per la prima di questo) lo .a n. è equale alla .n b. adonque (per la quadragesima terza del primo et questa commune sententia, se a cose equale tu azongi cose equale &c.) lo parallelogrammo .a p. è equale al gnomone .r f. l. & perche questo gnomone è equale al triangolo .c. (per questa cosa che lo parallelogrammo .e f. fu posto esser maggiore del triangolo .c. in lo parallelogrammo .h. ilquale è equale al parallelogrammo .k p.) è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

Quella particula che in fine del sopradescritto testo, dice simile al proposito & se congionto l'esser suo, vol inferire che 'l sia simile al proposito & similmente descritto, et la qual cosa nella resolutione di tal problemi bisogna molto auertire altramente se porria tal volta concludere indirettamente, perche tal hor vno tal problema se porra cōcludere in duoi diuersi modi, & tal hor per vn modo serà soluibile, et per l'altro impossibile, come verbi gratia, se 'l lato triangolo .c. fusse de superficie piedi vinti duoi superficiali & la data linea .a b. fusse piedi vndeci lineali & lo propo-

Sia per il parallelogrammo .d. fusse rettangolo & che la longhezza di quello fusse doppia alla larghezza: & volendo concludere il soprascritto problema dico che descriuendo sopra la mità della data linea .a.b. (cioe sopra .b.e.) uno parallelogrammo simile al .d. & ponendo la detta linea .b.e. per longhezza di quello, seria impossibile a concludere tal problema (per la precedente propositione) perche essendo la sua longhezza la linea .b.e. laquale è piedi sei (dal presupposito) la sua larghezza bisogneria essere piedi tre douendo essere simile al .d. onde l'area sua veria a essere dezzotto laquale seria minore di quella del triangolo .c. laquale è vintidui (dal presupposito) ma ponendo la detta linea .b.e. per la larghezza del detto parallelogrammo ben si potrà concludere tal problema perche essendo la sua larghezza

piedi sei la sua longhezza bisogneria esser piedi 12. (douendo esser simile al .d.) onde l'area sua veria essere piedi settanta doi superficiali, laqual seria molto maggiore de l'area del dato triangolo, c, come si conuiene, & concludendo tal problema per li modi dati di sopra la superficie .h. veria a esser cinquanta cioe longa piedi dieci & larga cinque perche .k.l. veria etiam lui a esser pur piedi cinque, & .k.n. piedi dieci: & perche .e.m. è equale al .k.l. per la trigesima quarta del primo seguiria che .a.m. seria piedi vndeci & .m.p. veria a restar piedi doi & l'area del parallelogrammo .a.p. veria esser vintidui che seria equale all'area del triangolo .c. si come fu proposito di fare, e però in la resolutione di tal problema (volendo concludere rettamente) bisogna che il parallelogrammo che se descriue sopra la mità della linea data, non solum sia simile, al dato, ma bisogna che sia etiam similmente posto, altramente la conclusione seria falsa massime quando il dato parallelogrammo fusse de duoi lati inequali, anchora bisogna auertire se ben ho essemplificato il soprascritto problema con numeri (laqual cosa ho fatto per far conoscere sotto breuità la variatione, che è da una descrittione all'altra) niente dimeno volendo procedere rettamente bisogna ratiocinar & concludere ogni cosa geometrice, si come si mostra in lo commento, e si alcun potria dire come saperò io realmente geometrice (nel concludere tal problema et altri simili) che la superficie, e, f, descritta sopra la mità della linea a.b. (cioe sopra la b.e.) sia maggiore, ouero minore, ouero equale triangolo, c, & se sarà maggiore (come se presuppone) come saprò io tor realmente la lor differenza per formare la superficie, h, simile alla superficie parallelogramma, d, attento che l'Authore sin hora non mi pare che me habbia proposto ne mostrato una tal propositione, io rispondo che tal cosa si saprà descriuendo (per la ultima del secondo) un quadrato equal al triangolo, c, (qual ponimo che sia il quadrato, a, b, c, d,) & similmente un'altro che sia equale al parallelogrammo, e, f, (qual ponimo che'l sia il quadrato, g, h, i, k, hor dico che se'l lato, g, h, serà maggiore del lato, a, b, (per commune sententia) il quadrato, g, h, i, k, serà maggiore del qua-

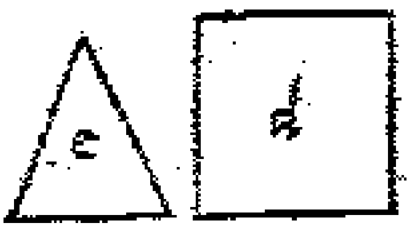


drato a.b.c.d, e consequentemente lo parallelogrammo e.f. serà maggior del triangolo c, & se il detto lato g.h. serà minore ouero equale a quello lo detto parallelogrammo e.f. serà minore ouero equale al detto triangolo c. hora essendo maggiore per trouare la loro differentia sopra il detto lato g.h. descriuerò vno mezzo cerchio qual sia g.f.h. & in quello (per la prima del quarto) coaptarò la linea h.f. equale al lato a.b. & tirarò la linea g.f. hor dico che'l quadrato descritto della g.f. (per la penultima del primo) serà equale alla differentia che sarà fra il parallelogrammo e.f. & lo triangolo c, onde descriuendo la superficie b, (per la vigesima sesta de questo) simile alla superficie d, & equale al quadrato della g.f. se hauerà lo intento suo, ancor bisogna notare che doue che il testo della sopradetta propositione dice proposta una superficie trilatera, nella seconda tradottione dice vna figura rettilinea, cioè è propositione piu generale & se conclude per li medesimi modi & mezzi di sopra detti.

Problema 9. Propositione 29.

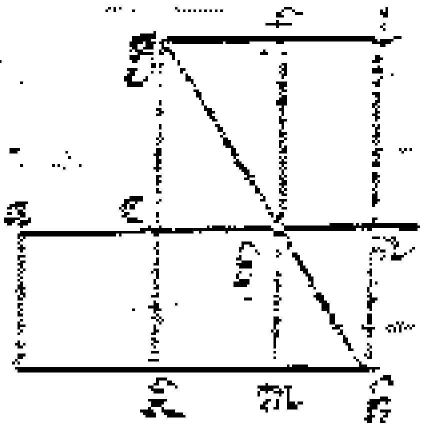
28/29 Sopra vna data retta linea possemo constituir vno parallelogrammo equale a vna data superficie trilatera equal azzonga sopra al compimento della data linea vna superficie de equidistanti lati simile a vna superficie de equidistanti lati.

Questa propositione in pratica de numeri (volendo, che il parallelogrammo, d, sia quadrato) non vuol dir altro che di saper aggiongere vna linea tale, che il □ di quella insieme con il dutto di quella nella, a.b, faccia la quantità del triangolo, c, che con algebra facilmente si farà.



Sia come prima la data linea a.b, & dato lo triangolo c, & dato lo parallelogrammo d, voglio sopra la linea a.b, constituire vno parallelogrammo equale allo triangolo, c, el quale aggionga ouer che sopr'abonda a tutta la linea a.b, vno parallelogrammo simile al d, diuido la linea a.b, in due parti equali in ponto e, & sopra la e.b, mità di quella faccio lo parallelogrammo e.f. simile al d, secondo che insegna la vigesima di questo, e secondo la dottrina della vigesima sesta di questo faccio lo parallelogrammo k.l. (del quale lo diametro e.g.h.) simile al d, & equale alle due superficie e.f. & c, & serà (per la vigesima prima di questo) k.l. simile al e.f. sopraposta adonque la superficie k.l. alla superficie e.f. talmente che ambedue communicano in lo angolo g, serà (per la vigesimaquarta di questo) la superficie e.f. stante intorno al diametro della superficie k.l. onde il ponto b, è in lo diametro g.h. compirò adonque lo parallelogrammo a.h. el qual dico esser quello che è sta proposto laqual cosa è manifesta protratta la linea f.b, fina al m, & la linea e.b, fin al n, perche (per la prima de questo &

sta & per la trigesima sesta del primo) a, k, è equal al k, b, & pero (per la 43. del primo) è anchora equale al, n, f. giunto adunque all'uno, & l'altro, e, h, sarà per commune scientia) a, h, equale al gnomone, c, h, f, ma questo gnomone è equale al triangolo, c, perche lo parallelogrammo, k, l, è stato posto equale alle due superficie, c & e, f, adonque lo parallelogrammo, a, h, è equale al c, & aggiunge al compimento della linea, a, b, lo parallelogrammo, m, n, il quale (per la vigesimaterza & vigesima prima di questo) è simile al parallelogrammo d, per laqual cosa è manifesto essere perfetto quello che volemo, puotemo anchora a una data linea aggiongere uno parallelogrammo equale, non solamente a una proposta superficie trilatera, ma a qualunque proposta figura rettilinea, (sia come si voglia) el quale manchi a compire la data linea una superficie simile a una proposta superficie de equidistanti lati, si come insegna la precedente, osservata la conditione di quella, acio non sia tenuto all'impossibile (per la avisi alla precedente) overo che la aggiunga al compimento della linea una superficie de equidistanti lati simile a una superficie proposta, si come propone la presente conclusione, perche la proposta superficie (alla qual debbe esser aggionto a una data retta linea un parallelogrammo equale equal aggiunga over diminuisca al compimento della linea un parallelogrammo simile a un dato parallelogrammo) resolveremo in triangoli & per mezzo di quelli descriveremo una superficie de equidistanti lati equal alla total superficie proposta, et se non sai sopra il modo de far questo ricorri alla vigesima sesta di questo, dapoi sopra il doppio della basa de quella costituiremo uno triangolo de equal altezza il quale se diligentemente risguardarai la quadragesima prima del primo tu il trovarai essere equal al parallelogrammo avanti designato per laqual cosa & alla superficie proposta adonque se tu aggiungerai alla data linea uno parallelogrammo equal a questo triangolo il qual aggiunga al compimento della linea, over minuisca un parallelogrammo simile al dato paralelogrammo secondo che insegna questa e la precedente, tu non dubitarai di havere perfettamente esseguito quello che era il proposito.



Il Tradottore.

Per far lo parallelogrammo, k. l. che sia equale al triangolo. c. & al parallelogrammo e, f. prima descriveremo per la ultima del secondo, uno quadrato equale al triangolo. c. & un altro equale al parallelogrammo. e. f. dapo formarò uno triangolo orthogonio che li dui lati che contieneno l'angolo retto l'uno sia equale al lato dell'uno de detti dui quadrati, & l'altro sia equale all'altro lato dapoi sopra il lato opposito al angolo retto, descriveremo uno quadrato il quale per la penultima del primo serà equale a quelli dui quadrati, & consequentemente serà equale al triangolo, c, & alla superficie, e, f, dapoi, per la vigesima & vige-

ſima ſeſta di queſto) farò la ſuperficie k, l, ſimile al d, & equale al detto quadrato & ſeguir come di ſopra. anchora biſogna notare che doue che il teſto della ſopraſcritta propoſitione, dice equale a una ſuperficie trilatera, nella ſeconda tradottione dice equale a uno dato rettilineo, laqual propoſitione è piu general de la ſopraſcritta, e ſe conclude per il modo che dice lo eſpoſitore della ſopraſcritta.

Problema. 10. Propoſitione. 30.

29
30 Potemo ſeghare qualunque propoſta retta linea terminata ſecondo la proportione hauente il mezzo & duoi eſtremi.

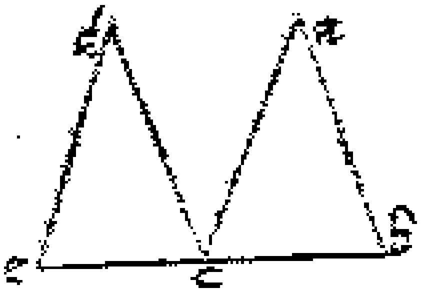
Sia propoſta la linea a, b, laqual voglio diuidere ſecondo la proportione hauente il mezzo, & duoi eſtremi ſopra quella deſcriuerò il quadrato b, c, et al lato a, c, de quello aggiungo (ſecondo che inſegna la paſſata) lo paralellogrammo c, d, equale al quadrato, b, c, elquale aggionga, ouer ſopr'auanzi al compimento della linea a, c, lo paralellogrammo a, d, elqual ſia ſimile al b, c, e ſia lo lato del paralellogrammo c, d, che equidiſta al lato a, c, lo d, e, & ſeghi la linea a, b, in ponto f, dico la linea a, b, eſſere diuiſa in ponto, f, come era propoſto perche a, d, è quadrato per queſta cauſa che quello è ſimile al, b, c, onde lo lato a, f, è equale al, f, d, & lo lato, f, e, è equale al a, b, per queſto che egli è equale al, a, c, (per la trigeſima quarta del primo) & perche c, d, e equale al b, c, leuado uia a l'uno e l'altro lo c, f, ſerà la, a, d, equale al e, b, & l'angolo, f, de l'uno all'angolo, f, dell'altro adonque (per la quartadecima di queſto) li lati ſono mutui adonque del e, f, al f, d, ſerà ſi come del, a, f, al f, b, et perche lo e, f, è equale al a, b, & lo f, d, al a, f, ſerà del a, b, al a, f, ſi come del a, f, al f, b, adonque per la diffinitione è diuiſa come ſe propone, el medeſimo anchora puo eſſer demoſtrato (per la undecima del ſecondo) perche eſſendo diuiſa la a, b, in ponto, f, (ſecondo che inſegna la undecima del ſecondo) et ſia la ſuperficie e, b, quella che è contenuta ſotto tutta la a, b, & alla parte f, b, de quella che che la e, f, ſia equale al a, b, & a, d, ſia il quadrato de, a, f, adonque (per la predetta undecima del ſecondo) la e, b, e equale al, a, d, Quello che reſta argiſſe come prima (per la quartadecima di queſto) ouer in queſto modo conciosia coſa che la, a, b, ſia diuiſa in ponto f, ſecondo che inſegna la undecima del ſecondo, quello che, vien fatto della a, b, prima in la f, b, terza è equale al quadrato della a, f, ſeconda adonque (per la ſeconda parte della decima ſettima di queſto) la proportione della a, b, prima alla a, f, ſeconda è ſi come della a, f, ſeconda alla f, b, terza è per tanto la, a, b, (per la diffinitione) è diuiſa come ſe propone.

Theorema. 21. Propoſitione. 31.

30
31 Se ſaranno duoi triangoli conſtituiti ſopra un angolo di quali li duoi lati

lati che contengono quell'angolo a li altri duoi lati de quelli seran equidistanti, & seran quelli quattro lati, referiti secondo la equidistantia, proportionali quelli duoi triangoli è necessario esser constituiti sopra una retta linea.

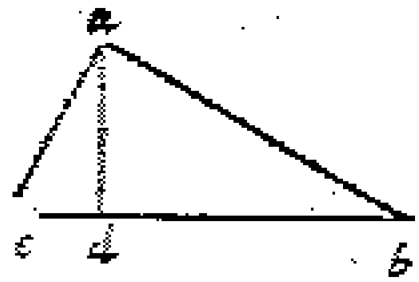
Siano li duoi triangoli a.b.c, & d.c.e constituidi sopra l'angolo a.c.d, & sia a.c equidistante al d.e, & d.c, al a.b, & sia la proportione de la a.c al d.e, si come del c.b, al c.e, dico che le due base de quelli (cioe b.c, & c.e) sono una sol linea, perche lo angolo a.c.d è equale all'angolo d, (perche l'uno e l'altro de quelli è equale all'angolo a.c.d) (per la prima parte della vigesima nona dello primo) adunque (per lo presente presupposito & per la sesta di questo) essi triangoli sono equiangoli, & l'angolo b.c.a è equale all'angolo d.c.e & l'angolo a.c.b all'angolo e, onde (per la trigesima seconda del primo) li tre angoli che sono al c, sono equali a duoi retti perche essi se equivaleno alli tre angoli de qual si voglia de duoi triangoli, adunque (per la quarta decima del primo) la b.c.e una sola linea, che è il proposito.

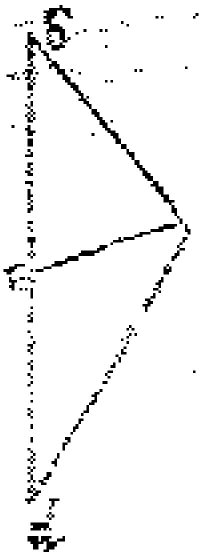


Theorema 22. Propositione 31.

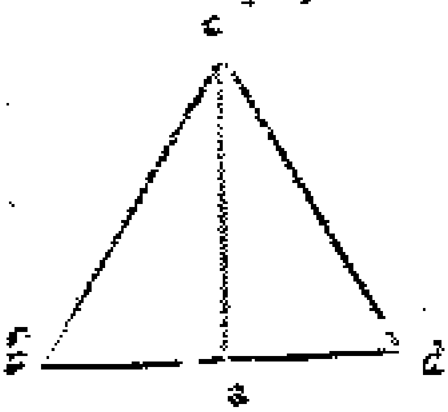
31 In ogni triangolo rettangolo, la superficie laterata descritta sopra il lato
31 il lato che è opposito all'angolo retto, è equal alle superficie descritte sopra delli duoi lati, che contengono l'angolo retto, essendo prese quando seranno simili a quella, in situatione & creatione.

Quello che propone la penultima del primo delle superficie quadrate, questa penultima del sesto propone de tutte le superficie simili, onde questa è tanto piu universale de quella, quanto che è la superficie laterata del quadrato, e per tanto sia lo triangolo rettangolo a.b.c, del quale all'angolo a, sia retto, dico che la superficie constituta sopra lo lato b.c, è equale alle due superficie constituite sopra a.b, & a.c, quando che tutte tre le superficie seranno simile in figura, & similmente poste, & per dimostrar questo tirarò la perpendicular a.d, alla linea b.c, & serà (per la seconda parte del corellario della ottava di questo) la proportione del lato b.c, al c.a, si come del c.a, al d.c, & del c.b, al b.a, si come del b.a, al d.b, adonque se sopra ciascuna delle tre linee b.c, c.a, & a.b, seran fatte superficie simile in situatione & sito serà (per lo secondo corelario della decima nona de questo) la proportione della superficie constituita sopra la b.c, prima alla constituita sopra la c.a, seconda, si come della b.c, prima alla d.c, terza & similmente alla medesima superficie constituita sopra la b.c, prima alla constituita sopra la a.b seconda si come della b.c, prima alla d.b, ter-





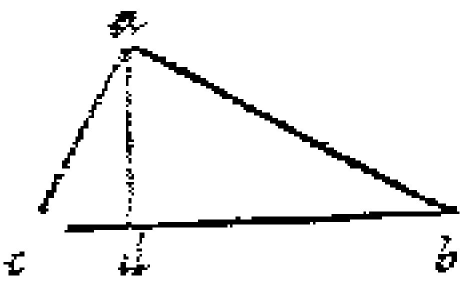
terza (per lo medesimo correlario) onde per la conversa proportionalita della superficie a, c, alla superficie, c, b, serà si come della, c, d, alla c, b, & similmente della superficie, a, b, alla superficie, b, c, si come della, b, d, alla, b, c, & sia posta la superficie, a, c, prima, & la, c, b, seconda & la linea, c, d, terza & la, c, b, quarta & la superficie, b, a, quinta & la linea, d, b, sesta & sia arguito (per la vigesima quarta del quinto) che la proportione della superficie constituta sopra la, b, c, alle due superficie constitute sopra della, a, c, & a, b, insieme e cosi come della linea, b, c, alle due linee, c, d, & d, b, insieme perche adonque la linea, b, c, è equale alle due linee, c, d, & d, b, tolte insieme serà la superficie constituta sopra la, b, c, equale alle due superficie constitute sopra la, a, c, & a, b, tolte insieme che è il proposito, anchor possemo facilmente dimostrar la conversa di questa, per il modo della demostration della ultima del primo, e sia exempli gratia, il triangolo, a, b, c, & sia la superficie constituta sopra, b, c, equale alle due superficie constitute sopra le due linee, a, b, & a, c, a se simile dico che l'angolo, a, è retto & per dimostrare questo pono che l'angolo è retto & la linea, a, d, equal alla linea, a, b, e claudo la superficie triangolare.



(cioe la linea, d, c) e serà (per questa trigesima seconda) la superficie constituta sopra alla linea, c, d, equal alle due constitute sopra le due linee, a, c, & a, d, simile a se onde etiam alla constituta sopra la, b, c, simile a se, perche questa è sta posta equale alle due constitute sopra, a, b, & a, c, simile a se, serà adonque la linea, b, c, equal alla, c, d, onde (per la ottaua del primo) l'angolo, a, è retto che è il proposito

A demostrar altramente la soprascritta. Propositione. 32.

o
31 Perche (per lo primo correlario della decimanona di questo) le simile figure sono in doppia proportione della simile proportione de lati, adonque la superficie laterata che è descritta sopra, b, c, a quella che è descritta sopra, b, a, ha doppia proportione che la linea, b, c, alla linea, b, a, & lo quadrato fatto sopra alla linea, c, b, al quadrato fatto sopra alla linea, b, a, ha similmente doppia proportion che la, c, b, alla, b, a, adonque si come la superficie laterata che fatta sopra la, c, b, a quella che fatta sopra la, b, a, cosi è il quadrato fatto sopra la, c, b, al quadrato fatto sopra la, b, a, per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la, b, c, a quella che è fatta sopra la, c, a, cosi è il quadrato descritto sopra la, b, c, al quadrato descritto sopra la, c, a, per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la, b, c, alle due descritte sopra, b, a, & a, c, poste insieme cosi serà il quadrato descritto sopra la, b, c, alli dui quadrati descritti sopra la, b, a, & a, c, ma il



que-quadrato descritto sopra la.b c,è equale per la penultima del primo, a quelli dui quadrati descritti sopra le dette due linee.b a.& a c, adunque la superficie laterata descritta sopra la.b.c,è equal a quelle due simile e similmente descritte sopra le dette due linee.b.a.& a.c. che è il proposito.

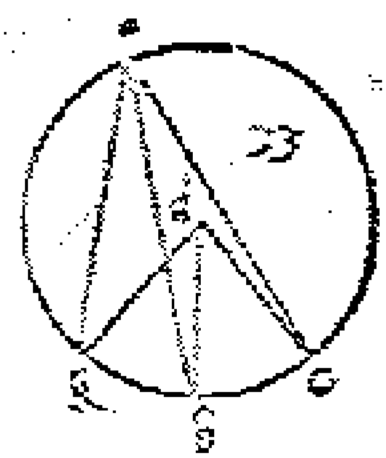
Il Tradottore.

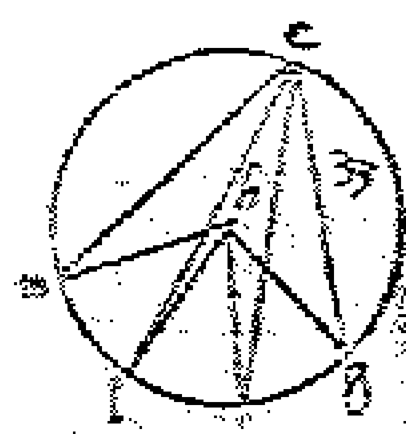
La sopradescritta demostratione se verifica mediante la conversa proportionalità & la uigesima quarta del quinto,ponendo la superficie laterata descritta sopra la.b.a.per il primo termine della proportione & quella che è descritta sopra b.c.per il secondo & lo quadrato descritto sopra la detta, a.b. per il terzo, & quello che è descritto sopra la.b.c.per il quarto,& la superficie laterata descritta sopra la.a.c per il quinto & lo quadrato descritto sopra la detta, a.c. per il sesto,& poi se concluderà per la detta uigesima quarta del quinto,che la proportione del primo & quinto(tolti insieme)al secondo serà si come del sesto e terzo (tolti insieme)al quarto.

Theorema.22. Propositione.33.

32 — 33 Se in cerchij equali siano angoli sopra il centro,ouero sopra la circonferentia,la proportione delli angoli serà si come la proportione delli archi, che riceueno quelli angoli & similmente li settori constituti alli centri.

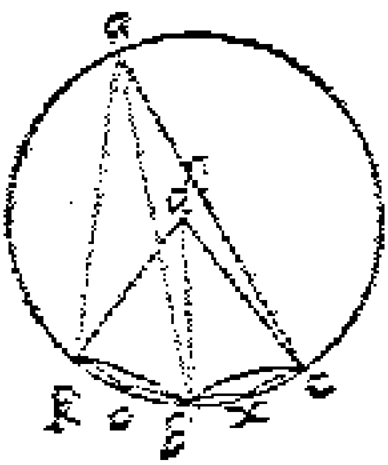
Siano li cerchij.a.b.c.(il centro del quale sia.d.)et e.f.g.(il centro del quale sia.h.) equali, sopra li centri di quali sieno fatti li dui angoli.b.d.c.et f.h.g.et sopra le circonferentie ne quelli altri dui,liquali sieno. b.a.c.et.f.e.g. dico che la proportione delli angoli,si de quelli che sono sopra li centri come de quelli che sono sopra le circõferentie è si come l'arco.b.c.all'arco.f.g. et oltra di questo si come lo settor.d.b.c.al settor.h.f.g. & per dimostrar questo continuarò in quelli dui altri archi equali,ouero secondo un medesimo numero, ouero secondo diuerso.& sia l'archo.K.b.equale al.b.c. et l'uno & l'altro di dui archi.l.m.& f.l. equale al.f.g. & produrò le linee.K.d.k.a.m.h.l.h.m.e. & l. e.& (per la uigesima settima del terzo)li angoli che sono al.d.seranno fra loro equali similmente anchora quelli che sono al.h.seranno fra loro equali.Quel medesimo anchora de quelli che sono al.a.& de quelli che sono al.e. Adunque si come l'arco,k.c,e multiplice dell'arco,b,c, cosi e l'angolo,k,d.c.dell'angolo,b.d.c.& l'angolo,K,a.c, dell'angolo,b.

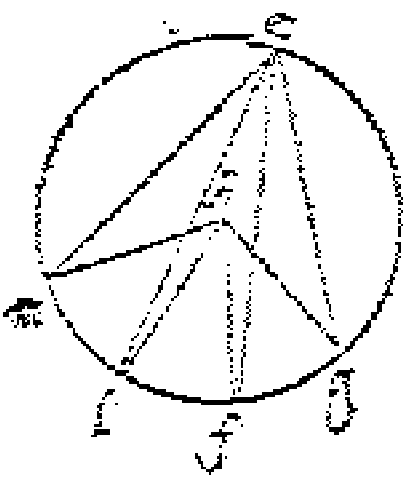




c, similmente si come l'arco, m, g, è multiplice dell'arco, f, g, così è l'angolo, m, h, g, dell'angolo, f, h, g, & l'angolo m, e, g dell'angolo, f, e, g, & se l'arco, k, c, è equale al l'arco, m, g, l'angolo, k, d, c, è equale all'angolo, m, h, g, & l'angolo, k, a, c, all'angolo, m, e, g, & se è maggior maggiore, & se è minor minore (per la vigesima settima del terzo) adonque (per la diffinitione della discontinua proportionalità) la proportione dell'arco, b, c, all'arco, f, g, è si come dell'angolo, b, d, c, all'angolo, f, h, g, & si come l'angolo, b, a, c, all'angolo, f, e, g, che è il proposito, qual medesimo intende in uno medesimo cerchio.

Dico ancora che si come l'arco, b, c, all'arco, f, g, così è lo settore, d, b, c, al settore, h, f, g, siano legati insieme, b, c, & b, k, & pigliati sopra li archi, b, c, & b, k, li ponti, x, o, & siano legati, b, x, x, c, b, o, & o, k, & perche (per la diffinitione del cerchio) le due linee, b, d, & d, c, sono equali alle due, b, d, & d, k, & comprehendono equali angoli adonque (per la quarta del primo) la basa, b, c, alla basa, b, k, è equale, & lo triangolo, d, b, c, al triangolo, d, b, k, è equale & perche l'arco, b, c, è equale al l'arco, b, k, adonque & la restante circonferentia (laqual è in tutto il cerchio, a, b, c, è equal alla restante circonferentia laqual è in tutto lo medesimo cerchio, a, b, k, per laqual cosa & l'angolo, b, x, c (per la vigesima settima del terzo) è equale all'angolo, b, o, k, adonque (per la undecima diffinitione del terzo) la portione, b, x, c, è simile alla proportione, b, o, k, & sono sopra le linee, b, c, & b, k, equale, & le portioni di cerchii simile, descritte sopra equale linee (per la vigesima quarta del terzo) sono fra loro equale adonque la portione, b, x, c, è equale alla portione, b, o, k, & lo triangolo, d, b, c, è equale al triangolo, d, b, k, adonque tutto lo settore, d, b, c, è equale a tutto lo settore, d, b, k, & per la medesima causa & li settori, h, g, f, h, f, l, & h, l, m, sono fra loro equali, adonque si come che l'arco, c, k, è multiplice dell'arco, b, c, così è lo settore, d, k, c, del settore, d, b, c, & per questa causa si come che l'arco, m, g, è multiplice dell'arco, f, g, così è lo settore, h, g, m, del settore, h, g, f, ma se l'arco, k, c, è equale al l'arco, m, g, & lo settore, d, c, k, è equale allo settore, h, m, g, & se è maggiore, maggiore, & se minore, minore, onde alle quattro stante magnitudine, dico alli duoi archi, b, c, & f, g, & alli duoi settori, d, b, c, & h, f, g, sono pigliati li multiplici equalmente de esso arco, b, c, & de esso settore, d, b, c, & questo è l'arco, k, c, & lo settore, d, k, c, & del arco, f, g, & del settore, h, g, f, l'arco, m, g, & lo settore, h, m, g, & è stato demonstrato che se l'arco, k, c, eccede esso arco, m, g, ancora & lo settore, d, k, c, eccede esso settore, h, g, m, & se è eque-





le,

le, equale; & se manca, manca, adonque (per la conuersione della settima diffinitione del quinto) sia come l'arco, b,c, all'arco, f,g, cosi è lo settore, d,b,c, al settore, h,g,f.

Correlario.

0/33 Et è manifesto, che si come lo settore, al settore, cosi è l'angolo al l'angolo.

IL FINE DEL SEXTO LIBRO.

LIBRO SETTIMO DI EVCLIDE

Diffinitione prima.

1/1 La vnità è ciascuna cosa dalla qual vien detto vna.

Il Tradottore.

QVIVI L'Auttor ne diffinisce la fontana, ouero matre & origine de numeri, & principio & fine de tutte le cose, che è la vnitade, & dice che la vnitade è ciascuna cosa che se dice, vna ouero uno (perche el masculino è femina) dalla qual vnitade ogni cosa se crea, lei sola è seminaria de tutti li numeri (come detto di sopra) lei sola è causa delli incrementi e delli decrementi, liquali in ogni loco e tempo, & in ogni loco e parte, perche tutte le cose appetiscono in tanto la vnitade, che non solamente vna semplice & sola cosa vol esser detta vna, ma etiam quelle cose che sono molte vogliono esser dette una, ouero uno, essempli gratia diece cose vogliono esser dette vna decena, & cosi 100. vno centenaro, 1000. vno meiaro, & cosi discorrendo in tutte le cose numerabile se trouerà che gionto a un certo termine le molte cose picole se ristringono in vna vnità grande, essempli gratia parlando naturalmente dodeci dinari fanno un soldo, venti soldi fanno vna libra el medesimo seguita nelli pesi & nelle misure, anchora dico che non solamente le molte cose vogliono essere dette una, ouer vno, ma etiam le parti de vna cosa vogliono essere dette una, ouero vno, ouer piu di uno, essempli gratia la mità di una cosa vol essere detta una mezzo, ouero una mezza & similmente vn terzo d'una cosa vol essere detto uno terzo, & li duoi terzi vol essere detti duoi terzi & cosi uno quarto, duoi quarti, tre quarti, vn quinto, duoi quinti, & cetera per laqual cosa seguita che ogni cosa che e in rerum natura o che la sia uno, ouer che la piu di uno, & in niuna cosa puol essere meno di uno perche il mezzo di uno è niente, ouero è che uno integro in quanto alla grandezza e maggiore della mità, ouero d'vn terzo di quello, perche ogni tutto e maggiore della sua parte.

ma,

ma inquanto al numero sono equale perche niun di loro e piu di uno, alla similitudine d'un bove e d'una pecora che in quanto al numero sono equale perche caduno di loro e uno, & niun di loro e piu di uno ma inquanto alla magnitudine, ouero grandezza senza dubio il bove e maggiore della pecora & cosi un ducato e maggior d'un soldo.

Diffinitione. 2.

2 El numero è una moltitudine composta de unitade.

Il Tradottore.

Qui el l'Auttore ne da a conoscere qualmente il numero non è altro che una coadunatione, ouer moltitudine di unitade insieme aggregate, lequale unitade se le seranno disgregate fanno moltitudine, se anche le seranno continue in materia fanno magnitudine, per laqual cosa fra le unitade della quantità discreta e le unitade della quantita continua subsistenti in materia non glie differentia alcuna, perche quelle sono disgregate e queste continue, onde il genere continuo non e se non in el discreto, perche l'intelletto della cōtinuità nō è in el continuo se non per continuatione de disgregati, e cosi per questo è necessario che la quantità continua non aueng a in sustantia se non per le unitade, certamente quando hauerai signato la parte della quantità e le necessario che la sia uno, ouer piu (come fu detto) ma ogni pluralitade (come è detto) si è dalle unitade onde apertamente ne da intendere, che la quantità cosi discreta come continua hanno una sola radice, pero che sono composte d'una sola cosa.

Diffinitione. 3.

3 L'ordine naturale de numeri se dice quello in loquale la computatione de quelli fatta secondo che è la aggiongimento della unita.

Il Tradottore.

Come questo. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. & cosi procedendo, e questo ordine è detto naturale, perche etiam nel numerare le cose naturalmente procedemo, secondo tal ordine, cioe, dicendo, uno, e dui, e tre, e quattro &c.

Diffinitione. 4.

4 La differentia di numeri, se dice quel numero inequale el maggiore eccede da sopra il minore.

Il Tradottore.

Questa diffinitione da se e manifesta perche communamente caduno sa quello che la se dice, perche caduno saperia dire, che la differentia di 5. a 3. e dui, & cosi de .12. a. 7. che la e 5. & de 20. a .13. che la e .7. & cosi nelli altri.

Diffi-

Diffinitione. 5.

9 Quel numero se dice esser multiplicato per vn'altro, ilquale si e assunto
6 tante volte, quante vnita e in lo multiplicante.

Il Tradottore.

Per questa diffinitione se manifesta qualmente il multiplicare non e altro in sostantia che il sommare, ben che in atto par vno diuerso, & molti mal esperti del multiplicare se seruano del sommare in le sue occorrentie, verbi gratia occorrendogli a multiplicare (poniamo) 5 fia 26. lor metteranno quel vintisei cinque volte, cioe l'vno sotto all'altro (come appar in margine) & poi li assumaranno insieme secondo l'atto del sommare & cosi haueranno multiplicato il detto vintisei per cinque per hauerlo assunnato, ouer tolto tante volte quante sono vnita del multiplicante e questo e quello che se vol inferire, alcu poria imputare de malitia p hauer io preterito in queste diffinitioni l'ordine della tradottione del Campano ilqual mete in questo loco la diffinitione de numeri primi in li 3 se auanti quella di composti & quella di contra se primi & quella de communicanti, lequale da noi sono state poste in fine, io rispondo che tal suo ordine mi par corotto & non credo che Euclide cosi le assettasse la ragione e questa, come intendera vno nimor di quelle quattro diffinitioni da noi poste in fine se prima el non ha notitia come se intenda vn numero misurare vnaltro laqual cosa se diffinisse in la seguente settima diffinitione, ne etiam la detta settima diffinitione se prima il non ha notitia che cosa sia multiplicare vno numero per vn'altro laqual cosa se diffinisse in questa quinta, adonque quelle debbeno esser posposte a queste che cosi e il costume di Euclide.

Diffinitione. 6.

10 Et quello che cresse dalla multiplicatione de quelli se dice produtto.
0

Il Tradottore.

Ambenche questa diffinitione si ponga disgiunta, la si die intendere continuatiua alla precedente, successiuamente, perche in questa si conclude che quello accressimento che resulta della multiplicatione de quelli doi numeri (detti in la precedente) se dice produtto.

Diffinitione. 7.

51 Vn numero se dice numerare vn'altro, ilquale multiplicato secondo alcun
0 numero produce quel medesimo.

Il Tradottore.

Verbi gratia dirasse che 8. numera 24. perche multiplicato il detto 8. per 3. produce quel 24 & similmente se dira che 6. misura ouer numera il medesimo 24. perche multiplicato il detto 6. per 4. produce esso 24. ma il non si dira che 5 misuri ouer numeri il detto 24. perche il detto 5. non si puol multiplicar per alcun numero che faccia 24. ne similmente 7. ne 9. ne 10. ma si il 12. perche multiplicato per 2. fa pur 24. & cosi si deue intendere in ogni altra qualità de numeri, & bisogna notare che tanto è a dire vn numero numera vno altro quanto che un numero misura un'altro, ouero è che parlando de numeri è piu conueniente a dire numerare perche piu uocabulo de arimetico ma parlando de quantità continue è piu conueniente a dire misurare per esser uocabulo piu geometrico.

Diffinitione. 8.

12 Il numero minore è parte del maggiore, quando che il minore numera il
34 maggiore, & quello che vien numerato se chiama moltiplice al numerante, ma quando che il minore non numera il maggiore, il minore è parti del maggiore.

Il Tradottore.

Questa diffinition è quasi simile alla prima del quinto, ma quella del quinto è per la quantità continua & questa è per la discreta, lo essempio di quella è questo che 8. è parte de 24. perche il detto 8. numera il detto 24. & questo 24. è chiamato multiplice del detto 8. (sua parte) è cosi il 3. & similmente il 4. è il 6. è parte de 24. per la medesima ragione, & il detto 24. se chiama multiplice di ciascun di loro, ma ne 5. ne 7. ne 9. e parte del detto 24. ne etiam il 24. se chiama multiplice de alcun di loro, ma quando che il minore non numera il maggiore el detto minore non è piu parte del maggiore come è detto ma ben è parti come uerbi gratia. 4. non è parte de 6. (per la prima parte di questa diffinitione) ma ben è parti del detto 6. cioe è li duoi terzi di quello & nota che questa vltima particola è solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 9.

13 Denominante è quel numero secondo ilquale la parte vien tolta in lo
0 suo tutto.

Il Tradottore.

Verbi gratia 8. e parte de 24. & la denominator di quella parte e, 3. ilquale 3. nasse dal numero delle volte che la detta parte (cioe 8.) intra nel suo tutto (cioe. in 24.) lequale sono tre onde diremo che 8. è il terzo ouer la terza parte de 24. & cosi 4. sera lo dominante la parte che è 6. de 24. perche la detta parte (cioe, 6.) intra 4. volte in el suo tutto (cioe in 24.) e pero diremo che il 6. e vn quarto ouer la quarta parte de 24. & cosi si debbe intendere in ogni altro numero, anchora bisogna notare che quelli vocabuli che usiamo in proferir le parti se togliemo dalli numeri denominanti, verbi gratia la mità, ouer mezzo vien detto da 2. vn terzo da 3. vn quarto da quattro vn quinto da cinque & cosi discorrendo.

Diffi-

Diffinitione. 10.

14 Quelle parti sono dette simile, lequali sono denominate da uno medesi-
0 mo numero.

Il Tradottore.

Essempio, tal parte, ouero simil parte se dirà esser .3. di .12. qual è .8. di 32. perche l'una e l'altra è denominata da uno medesimo numero che .4. cioe che caduna è il quarto del suo tutto similmente tal parte se dirà essere, 5. de, 15. qual è 9 de 27. ouero .8. de 24. perche tutte son denominate da uno medesimo numero che è 3 cioe che caduna è il terzo del suo tutto.

Diffinitione. 11.

15 La prima semplice parte d'un numero è la unità.
0

Il Tradottore.

perche sono alcuni numeri che sono misurati da piu numeri perilche hāno piu parti come essempli gratia il 12. ilquale e misurato da questi quattro numeri 2. 3. 4. 6. & similmente è misurato dalla unità, adunque caduno de loro insieme con la unità veria a esser parte del detto .12. perilche el detto .12. haueria 5. specie di parti delle quali la prima semplice parte di quello (& d'altri simili) dice questa diffinitione che è la unità laqual unità ueria a esser la duodecima parte di esso 12 e questo è quello che in questa diffinitione se vol inferire.

Diffinitione. 12.

16 Quando duoi numeri hauerano una parte commune tante parti se
0 dice esser minore del maggiore, quante volte la medesima parte sarà in lo minore, de tante quante la medesima parte sarà in lo maggiore.

Il Tradottore.

Essempli gratia 18 & 24 hanno piu parti commune, ma la piu granda (che cosi si debbe intendere) si è il 6 hor dico che (per questa diffinitione) tante parti se dice esser 18 de 24 quante volte è il 6 nel detto .18. cioe quante volte il detto 6. intra, ouer numera il detto 18. (lequale sono 3.) de tante quante il detto 6. sera intrato nel 24 (lequale sono quattro) perilche se dirà 18. esser li 3. quarti de 24. & in pratica se depinge in questo modo $\frac{3}{4}$.

17 La proportione d'uno numero minore a uno numero maggiore se dice in
0 quello che lui è parte, ouer parti del detto maggiore, ma del maggiore al minore se dice in quel secondo che il maggiore contiene esso minore e parte, ouer parti di quello.

Il Tra-

Il Tradottore.

Quiui l'Auttore ne dimostra come se piglia il nome delle proportioni de numeri secondo li duoi modi, che si puol far la comparatione, cioe comparando il numero minore al numero maggior, ouer comparando il maggior al minor & dice che la proportion d'un numero minore a un numero maggior se dice in quella parte, ouer parti che il detto numero minore è del maggiore, essempli gratia, la proportione di 6 a 12 se dice esser il mezzo ouero la mitade, & perche tal parte se dipinge in questo modo $\frac{1}{2}$ Boetio Seuerino chiama tal specie di proportione subdupla per esser il numero di sotto la virgula duplo a quel di sopra & cosi la proportione di 4 a 12 secondo Euclide dirassi esser il terzo, & secondo Boetio subtripla, et cosi da 3 a 12 secondo Euclide dirassi esser il quarto & secondo Boetio subquadrupla & cosi discorrendo in le altre specie di parti cioe quella, che secondo Euclide se dirà esser uno quinto ouer sesto, ouer un settimo, ouer un ottauo, & secondo Boetio se dirà sub quincupla, sub sexupla, sub septupla, sub octupla, & similmente la proportione di 8 a 12 secondo Euclide se dirà esser duoi terzi, ma secondo Boetio tal specie di proportione se dirà sub sexquialtera, perche il numero sotto alla virgula contien una volta & mezza quel di sopra & cosi la proportione di 9 a 12, secondo Euclide se dirà esser tre quarti & secondo Boetio se dirà sub sexquitertia, & cosi quelle secondo Euclide se diran essere $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{7}$ etc. secondo Boetio se diran sub sexquiquarta, sub sexquiquinta, sub sexquisesta, & cosi discorrendo in le altre specie de parti, ma quando che la comparatione se fa di uno numero maggiore a un minore dice l'Auttor che tal proportioni se dice in quello numero secondo il qual, il numero maggiore contien il minore et parte ouero parti di quello, essempli gratia la proportione di 24 a 12 secondo Euclide se dirà essere 2 cioe duoi tali come 12 cioe che il 24 contiene due volte il 12 & secondo Boetio se dirà proportione dupla, & tal specie di proportione secondo Boetio et altri se depinge cosi $\frac{2}{1}$ laqual cosa non vuol dire altro che duoi integri comparati a uno et cosi la proportion di 24 a 8 secondo Euclide se dirà esser 3. cioe che 24 è tre tali come 8 ouero che 24 contien 3 volte 8 ma secondo Boetio se dirà tripla & depingesi cosi $\frac{3}{1}$ & cosi quelle, che secondo Euclide se denominarono da 4.5.6 etc. secondo Boetio se diran quadrupla, quincupla, sexupla & cosi discorrendo similmente la proportione di 24 a 16. secondo Euclide se dirà esser uno e mezzo, perche il numero maggior contiene il minore una volta & mezza ma tal proportione secondo Boetio se dirà sexquialtera & cosi la proportione de 24 a 18, secondo Euclide se dirà esser uno & un terzo, & secondo Boetio se dirà sexquitertia et cosi quelle proportioni che secondo Euclide se denominarono da un & un quarto, da un & un quinto da un & un sesto, secondo Boetio se diran sexquiquarta sexquiquinta, sexquisesta, & cosi discorrendo & similmente la proportione da 10 a 6 secondo Euclide se dirà esser uno e duoi terzi & quella da 14 a 8 se dirà esser un e tre quarti ma secondo Boetio la prima se dirà superbipartiens la seconda supertripartiens & cosi discorrendo in le altre simile ancora la propor-

tione

tione di 5. a 2. secondo Euclide se dirà esser dui e un mezzo & quella di 10. a 3. esser tre e un terzo & quella di 14. a 3. esser quattro e dui terzi & quella che è da 23. a 5. esser quattro è tre quinti la prima dellequal proportioni secondo Boetio se dirà dupla sesquialtera, la seconda tripla sesquiterza la terza quadrupla superbipartiens tertias la quarta quadrupla supertripartiens quintas, & così si va procedendo in le altre parti che longo saria a voler dar essempio a ciascuna anci dubito di non esser ripreso per esserme alquanto discostato dal testo, ma il tutto ho fatto accio che siano intesi tutti li modi & varietade delli vocabuli usitati nel denominare le specie di proportioni de numeri liquali chi ben li considera se conformano in sostantia con la diffinitione di Euclide ideo, &c.

Diffinitione. 14.

18 Quando seranno quanti numeri si voglia continuamente proportionali, la proportione del primo al terzo se dirà si come del primo al secondo duplicata, & al quarto triplicata.

Il Tradottore.

Questa diffinitione è simile alla 11. & 12. del quinto, ma quella del quinto parlano in genere delle quantità continue, & questa parla in specialità di numeri, e pero lo essempio di quelle se pol accommodar a questa, ma con numeri essempli gratia siano quattro numeri continuatamente proportionali, & siano in la proportionalità tripla come cinquantaquattro, decedotto, sei, & dui. dice lo auttor che la proportione del primo (che è cinquanta quattro) al terzo che è sei se dirà duplicata a quella che è da 54. a 18. & quella che è dal detto 54. al quarto (cioè al 2.) dice che se dirà treplicata alla medesima che è da 54. a 18. per il che se manifesta il duplicare & treplicare delle portioni, non esser simile al duplicar, & treplicare de numeri perche di sopra se vede che il doppio de una tripla non se intende essere sestupla, ma una noncupla, & similmente il treppio de una tripla non se intende essere una nonupla anci se intende una vigintisettupla come di sopra appare, cioè che la proportione di 54. a 2. vigintisettupla & è detta il triplo di quella che è da cinquanta quattro a disdotto d'una tripla, il medesimo se debbe intendere in ogni altra specie di proportionalità continua, & bisogna notare che da questa diffinitione, non solamente se apprende il modo di saper duplicare, & treplicare ogni specie di proportione, ma anchora si cava il modo di sapere summare insieme due, over tre proportioni equale, perche in vero (come disse sopra la quinta diffinitione) il multiplicare in sostantia non è altro che un summare di quantità equale.

Diffinitione. 15.

19 Quando seranno continuate medesime, over diverse proportioni, la proportion del primo al ultimo se dirà composta di tutte quelle.

Il Tradottore.

Havendone l'Auttor nella precedente diffinito come si debba intendere il dop-

pio,

pio, ouero il treppio d'ogni specie di proportione (fra numeri) dalla qual diffinitione (come sopra di quella dissi) se apprende solamente il modo di saper duplicare, ouerro treplicare ogni specie di proportione, ouero di sapere summare insieme solamente due ouero tre proportioni equale, ma in questa sestadecima ne diffinisse nō solamente come si debbe intendere la multiplicità, ouero il multiplicare (di ogni specie di proportioni) generalmente per qualunque numero se parte, & similmente come si debbe intendere il componere, ouer summare insieme piu proportioni equale, ma anchora di summare generalmente insieme ogni quantità di proportioni siano equale, ouero, inequale, perche dice che quando seranno continuate simili, ouero diuerse proportioni che la proportione del primo al ultimo se debbe intendere cōposta di tutte quelle proportioni intermedie, essempli gratia se seranno cinque termini de numeri continui proportionali la proportione del primo al ultimo se dirà quadrupla a quella che serà dal primo al secondo, ouero che la detta proportione del primo al ultimo se dirà essere composta di tutte quelle intermedie, lequale serāno quattro proportioni, & per esser tutte equale la detta summa serà essere quattro tale quale è dal primo termine al secondo, il medesimo si debbe intēdere in ogni altro numero de termini, similmente quando le proportioni non fussero equali, ma diuerse, purche siano continuate l'una consequente drieto all'altra: & accio meglio me intendi, siano cinque termini de numeri cioe. 24. 16. 8. 2. 3. fra liquali sono cōtinuate. 4. specie di proportioni quella che fra il primo e lo secōdo è sesquialtera (cioe fra 24. e. 16.) & quella che è del secondo al terzo, (cioe la. 16. a. 8.) e dupla & quella che è del terzo al quarto (cioe da. 8. a. 2.) è quadrupla e quella che è dal quarto al quinto (cioe da. 2. a. 3.) è una subsesquialtera, hor dico che la proportione del primo termine al ultimo, cioe da. 24. a. 3. (che è una ottupla) se dirà esser cōposta di tutte quelle quattro specie di proportioni intermedie cioe che lei sola se dirà essere tanto quanto e tutte quelle quattro insieme, il medesimo si dirà in piu termini & in altre specie di proportioni e però chi volesse saper che cosa resulti ouer facia una dupla gionta con una tripla quelle siano continuate in tre termini (come si voglia) da poi tor la proportione del primo al terzo (quale si trouerà esser una sestupla) & tanto dirassi che facia una dupla gionta con una tripla e cosi farassi in ogni altra specie & quantità di proportioni accidenti in numeri.

Diffinitione. 16.

20 La denominatione d'una proportione d'un numero minore a uno numero maggiore se dirà la parte, ouero parti di esso minore, che sono in el maggiore, ma dal maggiore al minore se dirà il tanto, e la parte ouer parti in che il maggiore soprabonda il minore.

Il Tradottore.

In questa l'Auttor ne diffinisse quasi il conuerso della terzadecima diffinitione perche in quella dice che la portione d'un numero minore a uno numero maggiore se dice in quella parte, ouero parti che il minore è del maggiore, et quiui dice il

conuerso

uerso, cioe che la denominatione d'una proportione d'un numero minore a un numero maggior se dirà la parte ouer parti che esso minore del maggiore, esempli gratia la denominatione della proportione che è da dodeci a vinti quattro è vn mezzo e da sei a decidotto è un terzo e da dodeci a disdotto è dui terzi e da duodeci a sedeci è tre quarti & cosi discorrendo in tutti li altri ma la denominatione della proportione del vintiquatro a dodeci (cioe dal maggiore al minore) è dui & da decidotto a sei tre & da vinti sette a decidotto è vno mezzo & da sedeci a. 12. è uno è un terzo e da vinti a quattro è cinque e tre quarti & cosi discorrendo laquale denominatione si trouano tutte partendo lo antecedente per il consequente, cioe che l'auenimento di tal partiri sempre sera la denominatione di quella tal proportione.

Diffinitione .17.

21/20 Le proportione che hanno vna medesima denominatione, se dicono simile, ouer vna, ouer quella medesima, & quelle che l'hanno maggior si dicono maggiore, & minore quelle che l'hanno minore.

Il Tradottore.

Esempli gratia la proportione che è da decidotto a vintiquatro se dirà esser simile ouer quella istessa che e da sei a otto perche hanno vna medesima denominatione che è tre quarti similmente quella che è da quarantaquatro a dudeci se dirà esser vna ouer simile ouer quella istessa che è da vinti duoi a sei perche hanno medesima denominatione laquale è tre & dui terzi, ma la proportione che è da noue a dudeci se dirà maggiore di quella che è da sedeci a vintiquattro per esser la denominatione da noue a dudeci (laquale è tre quarti) maggior di quella che e da 16. a 24. (laquale e dui terzi) & similmente la proportione de. 27. a 4. se dirà esser maggior di quella che e da. 22. a. 5. perche la denominatione di quella che e da 27. a. 4. (laquale e sei tre quarti) e maggiore di quella che e da 22. a 5. (laquale è quattro e dui quinti) & e conuerso.

Diffinitione .18.

22/21 Ma li numeri che la proportione de quelli è vna sono detti proportionali.

Il tradittore.

Esempli gratia per essere la proportione di. 9. a. 3. simile a quella che è da. 12. a. 4. (per le ragioni dette ne la precedente) li detti quattro numeri se diranno proportionali, il medesimo se deue intendere in altre specie di proportioni simile.

Diffinitione. 19.

23/0 Quelli numeri se dicono termini, ouer radice de vna proportione, alli quali è impossibile esser dati minori in quella medesima proportione.

Il Tradottore.

Essempli gratia, questi dui numeri 3.e.2. se diranno termini, ouer radici della proportione sesquialtera per esser impossibile a poterne trouare dui altri minor de quelli in la medema proportione sesquialtera, vero è che de maggiori se ne puol trouar infiniti in tal proportione come.6.e.4.9 e.6. & cosi discorrendo in infinito, et se dirano termine, ouer radici di detta proportione sesquialtera per esser in quelli dui il principio di tal proportione et da quelli (dui tutti li altri di tal proportione) deriuano il medesimo si debbe intendere in le altre specie di proportioni.

Diffinitione.20.

Numero primo, se dice quello che della sola vnità è misurato.

5/12 Il Tradottore.

Si come 2.3.5.7.11.13.17.19.23.29. & infiniti altri simili liquali sono misurati ouer numerati solamente dalla vnitade e per questo caduno di loro è detto numero primo.

Diffinitione.21.

Numero composito se dice quello, che dall'altro numero è misurato.

6/14 Il Tradottore.

Si come 15. il quale per esser misurato dal 5. ouer dal 3. se dice numero composito perche il vien a esser composito da tre numeri quinari, ouero da cinque numeri ternari, et cosi si deue intendere ogni altro numero che sia numerato, ouer misurato da qual si voglia altro da lui diuerso, dico diuerso perche ogni numero è misurato da se medesimo, ouero da uno equale a se medesimo cioe il sette e misurato dal sette una uolta & similmente il.13. & da 13. & niente dimeno ciascun di loro è numero primo e non composito.

Diffinitione.22.

7/13 Numeri contra se primi, se dicono quelli che da niun numero, eccetto dalla sola vnità, sono numerati.

Il Tradottore.

Essempli gratia considerato.25. secondo se è numero composito (per la precedente) & similmente 9. ma comparati questi dui numeri insieme se diranno contra se primi, perche da niun numero son communamente misurati eccetto che della unitade, cioe che 'l non si troua alcuno numero che li misuri ambidui. Se ben il vero che il ternario numera il 9. ma quello non numera poi il 25. et similmente il quinario misura il 25. ma non misura poi il 9. onde questi dui numeri cioe.25.e.9.et

altri

altri simili che nõ hanno alcun numero che gli sia commune misura, eccetto che la unitade se dicono contra se primi.

Diffinitione. 23.

8 — 15 Numeri fra loro composti, overo communicanti, se dicono quegli liquali altro numero, che la unità li misura, cioe che niun de quegli e a l'altro primo

Il Tradottore.

Esempli gratia 27 e 15 perche il numero ternario (cioe il 3) numera, over misura cadauno de loro se diranno numeri fra lor composti, over communicanti, cioe che niun di loro è primo all'altro (per la precedente diffinitione,) il medesimo si de ue intendere in tutti li altri che non sian contra se primi.

Il Tradottore.

Nanti che procedamo piu oltra bisogna notare (come disse anchora in el principio del primo libro) qualmente, li primi principij di ciascuna scientia, non si conoscono per demostrationi, ne alcuna scientia è tenuta a provare li suoi primi principij, perche bisognaria procedere in infinito, ma quelli tai primi principij communamente si conoscono per intelletto over per i sensi perilche sono supposti in tal scientia, & con quelli se dimostra & sustenta tutta la scientia, dico adunque che li primi principij di questa scientia, over disciplina de numeri, (detta arithmetica) sono quatordeci delli quali quattro sono suoi proprij, cioe che si convengono solamente a essa arithmetica, & dieci sono communi cioe che si convengono a diverse altre scientie, & perche la intentione di l'Auttore è di volere dilucidare questa scientia arithmetica, & quella sostentare con demostrationi, onde per procedere realmente, e schiffare oppositione & litigi primamente lui adimanda, che gli sia concessi li detti suoi proprij principij, liquali (come detto) sono quattro come nel processo si vedera & per questo se chiamano petitioni, ma li altri dieci per esser cosi communi & concessi in altre scientie, se chiamano commune concettioni del animo, overo dignità, over sententie come appare in fine delle quattro petitioni.

Petitione prima.

1 — o Adimandamo che ne sia concesso di poter tore, over pigliare quanti numeri ne pare equali over multiplici a qual numero si voglia.

Il Tradottore.

Esempli gratia se fusse un numero dato poniamo. 16. & che per qualche nostro negotio che bisognasse tore, over assignare uno altro numero, equale, over doppio, over treppio, over quadruplo a esso. 16. over in qual si voglia altra multiplicita, l'Auttore adimanda che gli sia concesso di poter fare tal cosa perche chi negasse tal atto il non seria possibile a demostrarlo con ragioni demostratiue, ma perche di questo lo intelletto nostro non puol dubitare in cosa alcuna, per essere vna cosa notissima al senso, & alla esperientia, tale petitione non si puo negare.

Petitione. 2.

2/0 Anchora adimandiamo che ne sia concesso di poter pigliare vn numero maggiore quanto ne pare, di qual si voglia numero.

Il Tradottore.

Esempli gratia se'l fusse vno numero dato (ouer proposto) poniamo 24. & che'l ne occorresse per qualche nostro negotio a douerne tore vno altro maggiore di lui in vna ouero due, ouer piu vnità l'Autor similmente adimanda che tal cosa gli sia concessa, laqual per esser al intelletto euidente non si de negare.

Petitione. 3.

3/0 Similmente adimandiamo che ne sia concesso di poter proceder in infinito l'ordine de numeri.

Il Tradottore.

Li ordini de numeri sono infiniti delli quali uno solo (dall'Auttore è detto naturale) & questo è quello che fu diffinito in la terza diffinitione, cioe quello che li termini si vanno eccedendo per una vnità, come 1.2.3.4. &c. delli altri alcuni se vanno eccedendo per 2. come 1.3.5.7. & cosi procedendo in infinito, alcuni per 3. come 1.4.7.10. alcuni per 4. come 1.5.9.13. alcuni per 5. alcuni per 6. alcuni per 7. & cosi discorrendo per ogni qualità di numero, alcuni altri si vanno argumentando in qualche specie di multiplicità come in dupla, ouer tripla, ouer in qualunque altra, l'Autor adonque adimanda che gli sia concesso di poter procedere, cioe cresser, ouer slongare l'ordine de numeri in infinito, & abenche tal cosa se ne verifichi in tutti li ordeni detti di sopra, tamen in questa diffinitione si debbe intender del ordine naturale diffinito di sopra in la terza diffinitione, perche della concessione di quello tutti li altri si approuano perche tutti deriuano da quello, laqual cosa per esser euidentemente al intelletto non si po negare.

Petitione. 4.

4/0 Anchora se adimanda che sia concesso niuno numero poter esser diminuito in infinito.

Il Tradottore.

Qui l'Autor dimanda che gli sia concesso chi niuno numero (per grando che'l sia) poterse diminuire in infinito, perche in vero chi andasse continuamente cauandone solamente vna vnità finalmente se peruenerà alla vnite, laqual cauandola anchora lei sera diminuito, ouer anichilato quel tal numero talmente che piu non se potrà seguire tal diminutione, & se tal atto è terminato, diminuendo solamente per unita molto piu presto tal atto se terminarà diminuendo per qualche numero & però tal positione non è da negare.

Le commune conceptioni dell'animo sono. 10.

Prima.

1 Ogni parte è minore del suo tutto.

Il Tradottore.

Questa è simile alla ultima conceptione, del primo, ma quella del primo parla in genere, cioe in ogni specie di quantità, ma questa parla in specialità del numero, cioe che tolta una parte di qual si uoglia numero, o sia grande ouer piccola se suppone che la sia minore del suo tutto, cioe del total numero doue fu tolta, ouer assignata, & questa è concessa per commune sententia.

Seconda.

2 Tutti quelli numeri che seranno equalmente multiplici a uno medesimo numero, ouero a numeri equali, quelli medesimi seranno anchora fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa da se è euidente & è quasi simile alla sesta concettione del primo, cioe che tutti quelli numeri che seranno equalmente doppii, ouer treppi ouer quadrupli a un medesimo numero (poniamo al quinario) (cioe al 5.) ouero a numeri equali (poniamo a piu quinarii, cioe cadauno al suo relatiuo) egli è manifesto che quelli seranno fra loro equali.

Terza.

3 Tutti quelli numeri alli quali, uno medesimo numero sera equalmente multiplice, ouer che li multiplici suoi equalmente a cadauno de quelli seranno equali essi numeri seranno anchora equali.

Il Tradottore.

Essempli gratia se 'l fusse doi, ouer piu termini de numeri, & che se 'l dimostrasse, che un medesimo numero (poniamo. 24.) fusse doppio a cadauno de detti doi ouer piu termini egli è manifesto che li detti termini seriano fra loro equali per che cadauno de loro uerria a esser 12. il medesimo se deue intender quando che il detto 24 fusse equalmente treppio, ouer quadruplo, ouer in qual si uoglia altra multiplicità, a cadauno de loro, similmente quando che 'l fusse doi, ouer piu termini de numeri, & che li multiplici suoi equalmente a cadauno di essi termi mini fussino equali (poniamo che cadauno fusse vintiquattro) le cosa manifesta, che quelli tali numeri seranno fra loro equali.

Quarta.

4/0 La unità è parte di ogni numero, denominata da quel medesimo.

Il Tradottore.

Esempli gratia la unità è parte de 2. & è denominata da esso 2. (per la nona diffinitione) & tal parte se dice media, over la mità, alcuni la chiamano una seconda, over secondo & discrivesi in questa forma $\frac{1}{2}$ & il numero che è sotto alla virgula (cioè il 2.) se dice denominatore per esser quello (com'è detto) che denomina la parte che quella unità posta sopra la virgula, laquale se dice numerator, similmente la detta unità è parte di 3. et denominata da esso 3. et chiamasi parte terza, over un terzo, & descrivesi in questo modo $\frac{1}{3}$ & per simil modo la viene a esser parte di ogni altro numero, & denominata da essi medesimi, et tutte se descrivono secondo l'ordine detto, cioe ponendo la detta unità sopra virgula, & quel tal numero sotto in questo modo. $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{8}$ & cosi discorrendo.

Quinta.

5/0 Quella parte è minore, laquale ha maggiore denominatione, & maggiore quella che la ha minore.

Il Tradottore.

Esempli gratia un quarto è minore d'un terzo per esser la denominatione de un quarto (quale è quattro) maggiore della denominatione de un terzo (quale è 3.) & per le medesime ragioni un quinto è minor de uno quarto & un sesto de uno quinto & è converso.

Sesta.

9/0 Qual si voglia numero tal è dalla unità, qual parte è la unità di quel medesimo.

Il Tradottore.

Cioe che ogni numero in tal numero lui è multiplice della unità, in qual la unità è denominata parte di quel medesimo, esempli gratia il 2. in comparatione della unità se dirà doppio la qual multiplicità è denominata da 2. in el qual 2. medesimamente è denominata la parte che la detta unità è del detto 2. & da qui se manifesta che ogni numero è detto dalla unità cioè dal numero che denomina la multiplicità in che lui è in comparatione della unità, il qual è esso medesimo numero, perche esso medesimo è quello che denomina la parte, che è la unità di lui come è detto in la nona diffinitione.

Settima.

7 Qualunque numero che sia dutto in la unità produce se medesmo anchora la unità dutta in qual si voglia numero produce quel medesmo.

Il tradottore.

Esempli gratia moltiplicando .2. fia la unità (per commune sententia) farà esso .2. & così .3. fia .1. produrà esso .3 & così .4. fia .1 farà esso .4 & così discorrendo in ogni altro numero, anchora la unità moltiplicata fia .2 farà pur il medesimo .2 & così .1. fia .3. farà quel medesimo .3. & così fia .4. farà .4 & così discorrendo in ogni altro numero.

Ottava.

8 Qualunque numero che numeri, duoi numeri numera anchora el composito de quelli.

Il Tradottore.

In questa ottava cõcettione el se suppone che caduno numero che numeri duoi numeri che quelli numeri anchora il composito, over la summa de ambiduoi quelli insieme, & di questo la esperientia ne certifica lo intelletto, perche se il .3. numera il .9. & anchora il .12. sensibilmente vedemo che il medesimo .3. numera il composito, over la summa di .9. & .12. qual è .21. il medesimo si trouerà in tutti li altri.

Nona.

Qualunque numero che numera alcun numero, numera anchora ogni numero numerato da quello.

Il Tradottore.

Esempli gratia se uno numero (poniamo .3.) numera alcun numero (poniamo .9. & che quel numero numerato (cioe .9.) numeri un'altro numero (poniamo .36.) per commune opinione dice che il detto .3. numera anchora il detto trenta sei laqual cosa per la settima diffinitione euidentemente appare, il medesimo se trouerà seguire in tutti li altri simili.

Decima, & ultima.

Qualunque numero, che numeri, il tutto, anchora detratto numera il residuo.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se uno numero (poniamo .7.) numera qualche numero (poniamo .35.) sottratto il detto numero (cioe .7.) dal detto numero numerato (cioe da 35) nel che per commune sententia il detto numero (cioe 7.) numeri ancora il rimanente, il qual rimanente, veria a esser 28. la qual cosa (per la settima diffinitione) sensibilmente se manifesta.

Theorema primo. Propositione prima.

Se dal maggiore di duoi numeri inequali sia detratto il minore per fin a tanto che rimanga men di lui, & dapoi detratto quel residuo da numero minore per fin a tanto che rimanga men di lui, & similmente detratto il residuo secondo del residuo primo pur per fin a tanto che resti men di lui, & che dalla continua detrattione fatta in tal modo, sia che'l non si trovi alcun residuo che numeri lo ante residuo per fin alla unità quelli duoi numeri e necessario esser contra se primi.

Siano li duoi numeri inequali a.b. & c.d. & sia il c.d. minore & sia detratto il c.d. dal a.b. quante volte tu puoi, & sia lo residuo e.b. il quale residuo serà minore del c.d. (altramente el se potria anchora detrahere) & sia detratto esso e.b. dal c.d. quante volte tu poi, & sia il residuo, f.d. & sia detratto lo f.d. dal e.b. quante volte tu puoi & sia lo residuo g.b. il qual sia la unità, hor dico li detti duoi numeri

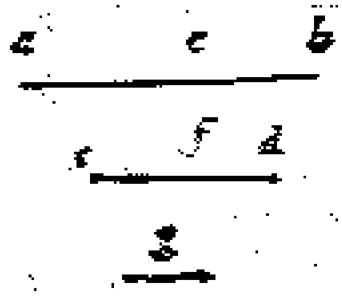
a.b. & c.d. esser contra se primi, perche se possibil è (per l'adversario) che siano composti, alcun numero oltra la unità numerarà communamente quelli (per la vigesima prima diffinitione) il qual poniamo che sia, h. hor perche h. numera il c.d. (per la penultima concettione) numerarà anchora lo, a, e, & perche el medesimo h. numera tutto lo a, b, (per la ultima concettione) numerarà anchora lo, e, b, adonque (per la penultima) numerarà lo, c, f, per laqual cosa (per la ultima numerarà lo f.d. adonque (per la penultima) numerarà anchora lo g, e, & (per la ultima) numerarà lo g.b. & perche lo g.b. e la unità seguiteria il numero esser parte della unità, over a quella equale, laqual cosa è impossibile, adonque li duoi numeri a.b. & c.d. seranno contra se primi che è il proposito

Ma se li duoi numeri a.b. & c.d. siano contra se primi il non si trovarà stato, over riposo in questa maniera detrattione avanti che si pervenga alla unità & questo e il contrario di quello che l'Auttor propone, & se in questa maniera detrattione (per l'adversario) sarà stato, over riposo avanti che si pervenga alla unità, sia che g.b. sia numero il quale sia detratto del f.d. & niente sia il residuo adonque il g.b. numera, f.d. adonque (per la penultima concettione) numera anchora, e, g, & perche anchora numera se medesimo per la antepenultima concettione, numerarà tutto lo, e, b, adonque (per la penultima, numera lo, c, f, per quanti è stà dimostrato che numera lo, f, d, adonque (per la antepenultima) numera tutto lo c.d. per laqual cosa (per la penultima) numera lo, a, e. & perche fu dimostrato prima che anchora numera lo, e, b, seguita (per la antepenultima) che anchora numeri, a, b, adonque perche il numero, b, g, numera l'uno & l'altro di duoi numeri a.b. & c.d. li dui numeri a.b. & c.d. sono composti, adonque non sono contra se primi, laqual cosa è contra il presupposito, adonque per questa via proposti qualunque dui numeri, conoscemo se quelli sono contra se primi, over non, che fatta la mutua detrattione de uno se si perviene alla unità quelli sono contra se primi, ma essendo [illegible], overo riposso avanti che se pervenga alla unità quelli sono composti.

Problema .1. Propositione .2.

2 Proposti dui numeri fra loro composti, puotemo trovare il maggiore numero che numera communamente quelli.

Siano li dui numeri fra loro composti a.b. & c.d. sia c.d. minore, adonque alcun numero, per la diffinitione, numera communamente, quelli voglio trovare il massimo numero che numera communamente quelli, secondo il modo & similitudine della precedente, minuisco, overo detrago il minore dal maggiore per fina a tanto che posso, cioè il c.d. dal a.b. & sia il residuo. e. b. & similmente la e.b. dal c.d. per fina a tanto che posso & sia il residuo la. f.d. & perche la diminutione di questo non poi esser fatta in infinito, per la ultima petitione, anchora in li proposti non si poi pervenire alla unità, per la precedente, perche all'hora li dui proposti numeri seriano contra se primi laqual cosa seria contra il presupposito, sia adonque che quando haverò detratto la f.d. dalla e.b. per fina che potrò che il residuo sia niente, hor dico il numero f.d. esser il maggiore che numeri communamente li dui proposti numeri a.b. & c.d. la causa che lui li numeri e manifesto, per la penultima et antepenultima concettione replicata hor l'una hor l'altra quante volte bisogna, si come in la demostratione del converso della precedente (perche la f.d. numera la e.b. perche quando che haverò detratto da quella per fina a tanto che se possa non vi è restato niente di residuo, adonque, per la penultima concettione, numera & c.f. adonque, per la antepenultima, & c.d. per laqual cosa per la penultima, numera & a.e. adonque, per l'antepenultima, & a.b.) ma che niun maggiore de f.d. numeri a.b. & c.d. così è manifesto, perche se questo potesse esser fatto, per l'adversario, sia il numero .g. maggiore del f.d. laqual numeri l'uno e l'altro di dui numeri a.b. & c.d. quale adonque g. numera a.e. & numera a.b. per la penultima concettione, a.e. & perche numera c.d. numera a.e. per la ultima, e.b. adonque, per la penultima, numera c.f. & perche esso numera c.d. numera f.d. per la ultima, sia, cioè il maggiore numera il minore, laqual cosa è impossibile.



Correlario.

Da questo è manifesto, che ogni numero che numeri dui numeri, numera anchora il massimo numero, numerante ambidui quelli.

Il Tradottore.

Per intelligentia di questo correlario bisogna notare qualmente che il si trouano molte volte alcuni numeri fra loro composti che sono numerati da piu numeri (uno maggior dell'altro) come esempli gratia se l'a.b. fusse. 150. et lo c.d. 90. questi dui tali sono numerati (cioe partiti senza alcun sopravanzo) communamente da. 2. da 3. da. 5. da. 6. e da molti altri come inuestigando per lo modo dato di sopra si trouera che il primo residuo, cioe e.b. sera 60. & lo secondo cioe f.d. sera 30. il qual. 30. sumerato el e.b. fin che si poi il residuo sera nulla, onde il detto. 30 uerra a esser il massimo (per le ragion assignate) che numeri communamente li detti dui numeri a.b. & c.d. Ma supponendo che il g. numeri anchora lui communamente li detti dui numeri a.b. et c.d. (cioe che lui sia l'uno delli tali detti di sopra ponemo. 5. per le argumentatione fatte di sopra il si manifesta qualmente il detto g. a fortiore numera l f.d. cioe il medesimo & questo è quello che nel correlario si uol inferire.

Problema. 2. Propositione. 3.

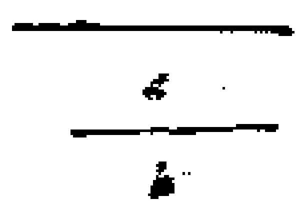
3 Proposti tre numeri fra lor composti potemo ritrouare 3 il massimo di numeri che numerano communamente quelli.

Auanti che dimostramo questa terza conclusione hauemo pensato di dimostrare una antecedente di essa conclusione cioe qualmente, proposti tre numeri potemo certificarse se essi siano fra lor composti, E per tanto siano li tre numeri a. b. c. di quali uoglio uedere se essi sono fra lor composti, ouer non (per la prima adonque inuestigo se li dui primi liquali sono a & b. sono fra lor primi laqual cosa essendo cosi non seranno. a. b c. fra loro cōposti (per la diffinitione) ma se a & b. sono fra loro composti, siano (per la precedente) d. il massimo numero numerante quelli. ilqual se'l numera c. seranno a.b.c. (per la diffinitione) fra loro composti, ma se quello non lo numera, ma essi. c. & d. siano contra se primi non seranno. a.b.c. fra loro composti, perche qualunque numero ilquale numerasse quelli numeraria anchora il d. (per il correlario della precedente) & cosi, d. & . c. seriano composti, La qual cosa seria contra al presupposito, ma se. c. & d. sono composti seranno etiam a.b.c. fra lor composti, perche essendo per la precedente, e, il massimo numerante, c. & d. ilquale etiam (per la prealtima concettione) numerarà, a. & b. per laqual cosa (per la diffinitione a b c sono) fra loro cōposti anchora per simil modo il se sapera de quanti si uoglia piu di tre) se tutti siano fra lor cōposti. (E per tanto a tre proposti numeri che siano fra loro cōposti) liquali etiam siano, a. b. c. uoglio trouare il massimo numero liqual li numeri tutti piglio per la dottrina della precedente d. massimo numerante, a. & b. ilqual se'l numera. c esso è quello che cercamo altramente per il correlario della precedente, seguiria il maggior numerare il minore, Ma se'l non numera. c. tamen seranno. c. & d. fra lor composti per il presupposito, & correlario della precedente, & per la diffinitione, sia adonque il massimo numerante quelli, e, dico, e, esser il massimo numerante. a. b. c. la causa perche il nu-

Onde à quelli è manifesta, per questo ultimo presupposito, il quale è esser, esser il massimo numerante, a, b, d, & per la penultima conceptione, ma la causa che niun maggiore di quello numeri quelli così è manifesta perche se questo fusse possibile, per l'aduersario sia, f, maggior de, e, il qual numeri, a, b, c, il qual conciosia che'l numeri, a, & b, numerarà, per il correllario della precedente, e, & perche ancora il numerar, e, numerarà, per il medesimo correllario, e, cioe il maggiore numeraria il minore la qual cosa è impossibile, adonque non serà alcun numero maggior de, e, numerante, a, b, c, che e il proposito, anchora a per facil modo si puol inuestigare el massimo numero numerante quanti si voglia numeri piu di tre (fra loro composti) onde il non fu de bisogno a Euclide insegnare questo in piu di tre perche il modo & arte in tre è il medesimo in piu di tre, & dal ultimo processo di questa demostratione, possemo anchora aggiongere a questa terza conclusione questo Correlario, onde è manifesto che ogni numero numerante quanti si voglia numeri fra loro composti, numera il massimo numerante tutti quelli, & etiam li massimi numeranti li dui, & dui di quelli.

Theorema . 2. Propositione . 4.

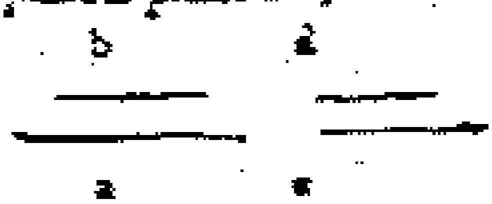
4/4 El minore de ogni dui numeri inequali, ouer che egli e parte, ouer parti del maggiore.



Siano dui numeri a, & b, minor b, dico che b, e parte, ouer parti del a, perche ouer che b, numera a, ouer non, se'l b numera egli e parte di quello (per la diffinitione) se'l non numera quello adonque, ouer che sono fra lor primi, ouer non, se non fra lor primi haueranno (per la diffinitione) una parte commune laquale quante volte la serà in b, tante parti serà esser il b, del a, (per la quartadecima diffinitione) ma essendo fra loro primi medesimamente perche la unità è parte de ogni numero da esso denominata (per la quarta conceptione) se manifesta il medesimo per le unità.

Theorema . 3. Propositione . 5.

5/5 Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo, quale è il terzo del quarto, seranno il primo, & terzo tolti insieme tal parte del secondo e quarto tolti insieme qual è il primo del secondo.



Volendo Euclide demostrare qualmente questi libri de numeri non hanno de bisogno de alcuni delli precedenti, ma per se medesimi, dove parte di quello che propose in la prima del quinto delle quantità in genere, propose in questa quinta del settimo de numeri, Siano adonque li quattro numeri a, b, c, d, & sia, a, tal parte de, b, quale c, del d, dico che, a, & c, tolti insieme sono tal parte de, b, & d, tolti insieme qua-

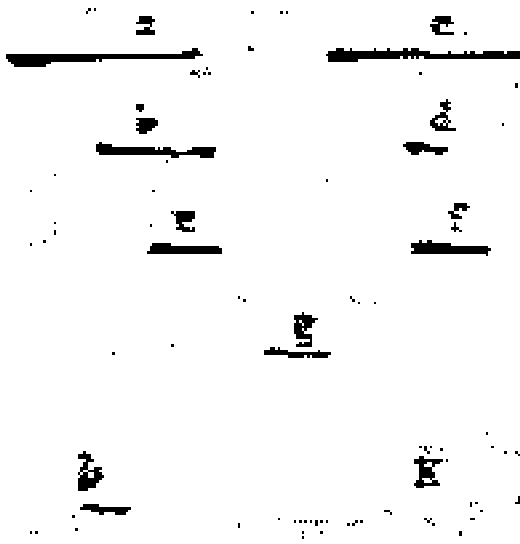
le è

le è il .b. del .a. perche diuisi .a. & .c. secondo la quantità de .b. & .d. & argumentarassi come in la prima del quinto, perche serà che tanto son le parte del .a. quante quelle del .c. per la propositione, et che lo aggregato della prima parte de .a. et della prima del .c. sia equale allo aggregato del .b. & .d. similmente anchora lo aggregato della seconda parte del .a. & della seconda del .c. & perche questa aggregatione tante volte se puol fare quante volte vien contenuto il .b. in .a. seguita che il numero equale allo aggregato del .b. et .d. tante volte sia contenuto in lo aggregato de .a. & .c. quante volte .b. viene contenuto in .a. per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema .4. Propositione .6.

6 Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parti del secondo quale è il terzo del quarto, il primo è il terzo tolti insieme seranno tal parti del secondo, & quarto tolti insieme quale è il primo del secondo.

Quello che propose la precedente de una parte, questa propone di più parti. Et per tanto siano come prima li quattro numeri .a. b. c. d. & sia che .b. sia tal parti de .a. quante & quale è il .d. del .c. dico che .b. & .d. tolti insieme seranno tante, & tale parti de .a. & .c. tolti insieme quante & quale è il .b. del .a. & dico tante & tale perche la pluralità delle parti vien dinotata da duoi numeri di quali l'uno se dice numeratore, et l'altro denominatore come quando dicemo tre quinti, il ternario numera, et il quinario denomina perche adunque .b. e parti del .a. sia che siano le parte de quello numerate dal .h. et denominate dal .k. et similmente (per la positione) serà il .d. parti del .c. numerate dal .h. et denominate dal .k. e per tanto una delle parti del .b. sia .e. et una delle parti del .d. sia .f. (& per il presupposito) .e. serà parte del .b. denominata dal .h. et parte del .a. denominata dal .k. similmente anchora & .f. serà parte del .d. secondo .h. & parte del .c. secondo .k. adunque il composito de .e. & .f. sia .g. & (per la premessa) .g. serà parte del .b. & .d. tolti insieme secondo .h. et anchora (per la medesima) serà parte de .a. & .c. tolti insieme secondo .k. per laqual cosa (per la decimaquinta diffinitione) .b. & .d. tolti insieme seranno parti de .a. & .c. tolti insieme numerate dal .h. & denominate dal .k. imperoche il .g. è parte comune de quelli, nel minore secondo .h. & nel maggiore secondo .k. e perche cosi è il .b. del .a. è manifesto il proposito.

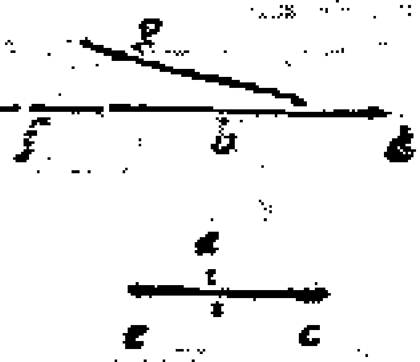


Theorema .5. Propositione .7.

7 Se seranno duoi numeri di quali el uno sia parte de l'altro & sia detratto da tutti duoi la medesima parte tal parte serà il remanente, al remanente quale è il tutto del tutto.

Quel

Quel che qui propone Euclide de numeri, fu proposto, de sopra in la quinta del quinto delle quantità in genere, & però sia che qual parte è tutto il numero a, de tutto il numero b, tal sia la parte c, (detratta dal a.) alla parte d, (detratta dal b.) dico che tal parte serà e, (residuo de a.) del f, (residuo del b,) qual è tutto il numero a, di tutto il numero b (& questa è quasi il conuerso della quinta) & per dimostrare questo sia (per la prima petitione) e tal parte de g, qual è il c, del d, & (per la quinta tal parte serà a, del composito de g, & d, quale è il c, del d, per laqual cosa & quale è a, del b, adonque (per la seconda concettione) il composito d, g, & d, è equale al b, leua do uia de l'uno, & dell'altro il d, serà g, equal al f, per laqual cosa tal parte serà e, del f, qual è a, del b, perche tal era c, del g, che è il proposito.



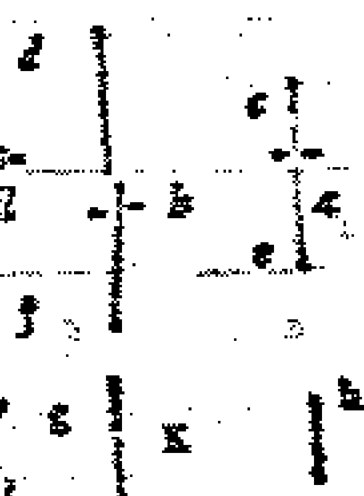
Il Tradottore.

Questa settima propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

Se uno numero serà tal parte d'un altro, qual serà una parte tolta dell'uno a una parte tolta dell'altro, il residuo di l'uno serà tal parte del residuo di l'altro qual è il tutto del tutto, laqual differentia è come quella della quinta del quinto. Ma in questa la espositione non se accorda cõ il testo della prima tradottione di sopra posto anci se accorda cõ il testo della secõda quiui di sopra posto, perche il si suppone in detta espositione, che qual parte è tutto il numero a de tutto il numero b tal sia la parte c (detratta dal a.) alla parte d (detratta dal b.) & conclude che il residuo e al residuo f serà tal parte, qual è tutto il numero a de tutto il numero b si come propone la detta seconda tradottione, anchora bisogna notare che la parte c, in respetto del numero a & la parte d, in respetto del numero b, si intende largo modo cioe aliquota o non aliquota.

Theorema .6. Propositione .8.

Se da dui numeri, di quali l'uno sia parti dell'altro, siano sotratte quelle proposte parti, il rimanente del rimanente, serà quelle medesime parti, che è il tutto del tutto.



Questa è quasi il conuerso della sesta, come esempli gratia sel sosse che quante, & quale parti è tutto a, di tutto il b tante & tale sia il c, (detratto del a.) del d. (detratto del b.) dico che lo, e, (residuo del a,) serà tante, & tale parti del f, (residuo del b,) quante & qual è lo a, del b, e per dimostrar questo sia g, una delle parti del a, & h una delle parti del c, & (per il presupposito g serà tal parte del a, qual è h, del c, e tale del b qual è h, del d, adonque sia detra ea.b.d.e.g. & rimanga.k.& h.(per la precedente) serà tale parte del.e.quale.h.g. del.a.& tale del.f.(per la medesima) quale.h.g.del.b.adonque perche.e.& f.hanno vna parte commune laquale è.k.per la duodecima diffinitione) .e.serà tante parte del.f.qual parte è.k.del.e.& tale quale è.k.del.f.& perche tante & tale era.a.del.b.è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

Se vno numero serà tal parti d'un altro, qual sia una portione tolta da l'uno da una portione tolta dall'altro, lo rimanente del rimanente serà le medesime parti quale è il tutto del tutto. Et questo è molto concordante con la soprascritta argumentatione.

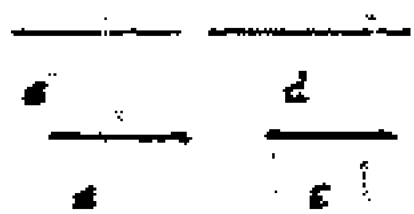
Il tradottore.

Anchora bisogna notare (per intelligentia della soprascritta argumentatione) che se lo numero.a.fusse li cinque sesti del.b.& similmente la parte.c.della parte.d.il numero.g.veria a esser un quinto del.a.& vn sesto del.b.& similmente.h.veria a esser pur vn quinto del.c.& vn sesto del.d.onde (per la precedente) h.veria a esser similmente un quinto del.e.& un sesto del.f.si come.g.del.a.& del.b.onde il detto.e.(per la duodecima diffinitione) veria a esser tante parti del.f.quante volte che.k.numera.e.(che sono cinque) & tale quante il detto.k.numera.f.(che sono sei) cioe cinque sesti che è il proposito.

Theorema.7. Propositione.9.

9 Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo, 9 quale è il terzo del quarto, permutatamente serà tal parte, ouero parti il primo del terzo qual parte, ouer parti è il secondo del quarto.

Sia.a.primo tal parte del.b.secondo qual è il terzo del.d.quarto.e sia.a.& b.minori del.c.& d.perche essendo altramente seria il contrario di quello che se propone dico che qual parte, ouer parti.e.a.del.c.tal ouer tale è il b.del.d.perche essendo diuiso.b.secondo la quantità del.a.& d.secondo.c.(& per lo presente presupposito) tante parti seranno quelle del b.quante quelle del.d.& perche ciascaduna delle parti del.b.è equale al.a.& ciascaduna del.d.al.c.& a.e parte, ouero parti del.c.(per lo presente presupposito & per la quarta) serà ciascaduna delle parti del.b.della sua comparata delle parti del.d.(come la prima della prima, la seconda della seconda, & cosi de tutte le altre) tal parte, ouer parti, quale ouero quale è a.del.c.adonque (per la quinta, ouer sesta sotto la diffinitione recitata qual re volte bisognarà) serà tal parte ouer parti, b.del.d.quale ouer quale è a.del.c.che è il proposito.



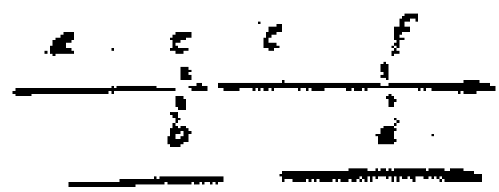
Theorema .8. Propositione .10.

10 / 10 Se seranno quattro numeri, il primo di quali sia tal parti del secondo, quale è il terzo del quarto, sera permutatamente il primo tal parte, ouero parti del terzo, quale, ouero quale è il secondo del quarto.

Siano li quattro numeri come prima, di quali similmente siano minori a, & b, & sia a tal parti del b, quale è c, del d, dico che qual parte, ouer parti è a, del c, tale, ouer tale è il b, del d, perche sia diuise le minore in quelle parte che sono, a, & c. & (per lo preleuato presupposito) seranno tante le parti del a, quante quelle del c, et perche ciascheduna delle parti del a, è tal parte del b, laqual ciascaduna delle parti del c, è del d perche questo lo hauemo dal nostro presupposito. Sera permutatamente (per la precedente) che qual parte, ouer parti è b, del d, ouer tale sia ciascaduna delle parti del a, della sua comparata delle parti del c, adonque (per la quinta, ouer sesta secondo la disiuntione repetita quante volte bisognara) sera b, tal parte, ouer parti del d, quale, ouer quale è a, del c, che è il proposito.

Theorema .9. Propositione .11.

11 / 9 Se seranno quattro numeri proportionali di quali il primo sia maggior del secondo, & il terzo del quarto, il secondo sera tal parte, ouer parti del primo equali, ouer equale è il quarto del terzo, ma se il secondo sera tal parte, ouer parti del primo quale, ouero qual è il quarto del terzo, li quattro numeri conuien esser proportionali.



Sia la proportione del a, al b, si come del c, al d, et sia maggiori a, et c, dico che qual parte, ouer parti è b, del a, tale ouer tale è il d, del c, & econuerso perche (per la conuersione della diffinitione delle proportione simili) sera che quante volte il b, è in a, tante volte sia il d, in el c, & se alcune parte, ouer parti del b, sera abondante in a, tal parte, ouer parti del d, sopraabondano in el c, e per tanto se il b, sera contenuto in a, senza superfluità de parte, tante volte senza superfluità sera contenuto il d, in c, (per la diffinitione delle parte simili) qual parte sera il b, del a, tal sera il d, del c, ma sel b, sia contenuto in a, (quante volte si voglia con la superfluità de parte et tante volte se contenerà il d, in el c, con la superfluità de simil parte, sia adonque, e, secondo b, accioche sopraauanci e, & f secondo d, accio che sopraauanzi. S sera tal parte e, del b, qual e f, del d, ma per che tante volte si contiene il b, in la differentia del a, al e quante volte il d, in la differentia del c, al f, serà (per commune scientia) tante volte e, in, a, quante volte f, in c, commisa cosa adonque che a, & b, habbiano e, parte commune & similmente c, & d, habbiano f, e per tanto,

e, sia,

e.b in.b. tante volte quante è lo.f. in.d. & similmente.e. in.a. tante volte quante.f. in.c. serà (per la duodecima diffinitione) il.b. tante & tale parti del.a. quante & quale serà il.d. del.c. ma se el.b. sia contenuto (quante volte si voglia) in.a. con superfluità de quante si voglia parti, anchora tante volte se contenerà il.d. in el.c. con superfluità de tante & simile parti diviso.a. secondo.b. acciochè sopravanzi.e. similmente.c. secondo.d. acciochè sopravanzi.f. serà.e. tante & tale parti del.b. quante & quale serà.f. del.d. & così volta una de quelle argumentando come prima, & così è manifesto il primo proposito il secondo se dimostra in questo modo, sia.b. tal parte, over parti del.a. quala, over quale è il.d. del.c. dico che la proportione del.a. al.b. serà si come del.c. al.d. perchè se è tal parte è manifesto il proposito, ma se egli è tale parti divisi quegli secondo quelle parti se manifestarà tante volte essere il.b. in.a. quante volte è il.d. in.c. & tal parte, over parti del.b. sopravanzare in.a. quala over quale del.d. sopravanzano in el.c. & così (per la diffinitione) la proportione del.a. al.b. è si come del.c. al.d. & così è manifesto il tutto.

Theorema.10. Propositione.12.

12/11 *Se da duoi numeri, seranno detratti duoi numeri, secondo la proportione de quelli la proportione del rimanente alla rimanente serà si come del tutto al tutto.*

Quello che propose Euclide in la decimanona del quinto delle quantità in genere quel medesimo propone qua de numeri, essempli gratia sia la proportione del tutto.a. al tutto.b. si come del.c. (detratto del.a.) al.d. (detratto dal.b.) dico che dal.e. residuo del.a. al.f. residuo del.d. serà si come del.a. al.b. perchè se a sia minor de.b. serà (per la precedente presupposito) & per la conversione della diffinitione) tal parte, over parti.c. del.d. quale, over quale e.a. del.b. (per la settima adonque, overo ottava serà.e. tal parte, over parti del.f. quala over quale è.a. del.b. adonque) per la diffinitione serà una medesima proportione che è il proposito, ma se.a. sia maggiore del.b. serà (per la prima parte della precedente) qual parte, overo parti.b. del.a. tale, overo tale serà il.d. del.c. per laqual cosa (per la settima, over ottava) tale, over tale serà.f. del.e. e così (per la seconda parte della precedente) del.e. al.f. serà si come del.a. al.b. per laqual cosa è manifesto il proposito. ma la settima & ottava dano luoco a questa duodecima perchè questa duodecima sola contiene quanto ambe due quelle, ma alcuni vo leno provare la seconda parte de questa per la decimanona del quinto, ma se Euclide intendesse questo, conciosia che lui proponga quella particolarmente & quella universalmente dimostrata quella in nel quinto, vanamente haveria proposta questa quivi in el 7. e però non debeno dimostrare questa una altra volta per la decimanona del quinto, ne anchora possono adattare il modo della dimostratione di quella alla demostratione di questa conciosia che quella se demostra in le quantità cõtinue in genere (per la proportionalità permutata la

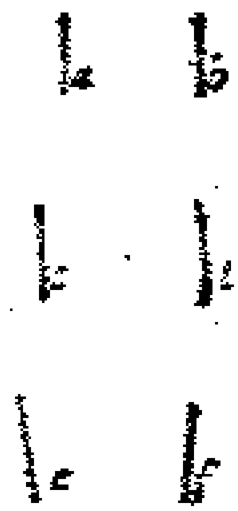
quale

quale de fatto se dimostra in numeri, ma in pensiero ragionevolmente si vede esser stretto. Euclide de usare le argomentationi del dimostrator arithmetico per causa del decimo libro ilquale, è manifesto non poterse transire senza la cognitione di numeri, e per tanto molte di quelle propositioni che ha dimostrate nel quinto delle quantità in genere, lui le ha voleste repetere un altra volta da esser dimostrate in questo settimo de numeri perche intende de dimostrar quelli per altri principij proprij cioe de numeri liquali sono piu noti al intelletto di quelli per liquali fu posto nel quinto, perche li principij del quinto libro sono piu difficili per la natura delle quantità incommunicante, & li principij di numeri molto piu oltra se applicano allo intelletto, & piu facili di quelli perche quelli hanno de bisogno de intelletto piu disposto.

Theorema .11. Propositione .13.

13 / 12 *Se seranno quanti numeri si voglia proportionali si come serà uno antecedente al suo consequente cosi seranno tutti li antecedenti tolti insieme, a tutti li consequenti tolti insieme.*

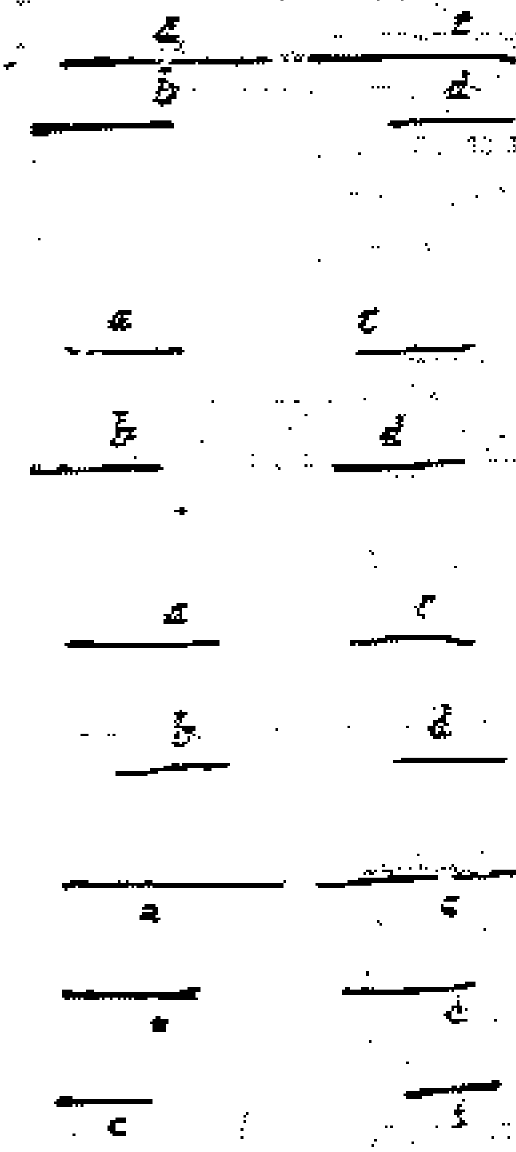
Questo che propone Euclide per la tertia decima del quinto delle quantità in genere per questa propone de numeri, come esempli gratia siano a.b, & c.d, & e.f proportionali dico che la proportione che è del .a. al .b. è quella medesima che è dalli .a.c.e. tolti insieme alli b.d.f. tolti insieme perche se a.c.e. siano minori delli b.d.f. (per la conversione della diffinitione) qual parte, over parti sera a. del b. tale over tale sera c. del d. & e. del f. adonque (per la quinta, over per la sesta repetita quante volte bisognarà) qual parte, over parti sera .a. del .b. tale, over tale seranno li a.c.e. tolti insieme delli b.d.f. tolti insieme. per laqual cosa (per la diffinition) la proportion sera una medesima. ma se li a.c.e. siano maggiori delli b.d.f. (per la prima parte della undecima) qual parte over parti sera il b. del a. tale, over tale il d. del c. & f. del e. adonque (per la quinta, over sesta repetita quante volte bisogna) qual parte, over parti sera il b del a tale over tale saran li b.d.f. tolti insieme delli a.c.e. tolti insieme, e cosi per la seconda parte della undecima la proportion del a. al b. sera si come delli a.c.e. tolti insieme alli b.d.f. tolti insieme, che è il proposito.



Theorema .12. Propositione .14.

14 / 13 *Se seranno quattro numeri proportionali, ancora permutatamente seranno proportionali.*

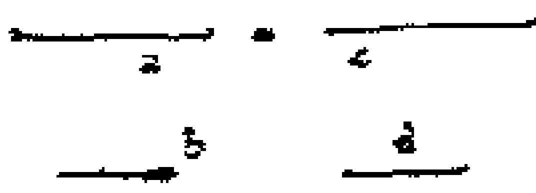
El modo di arguir il qual se induce proportionalità permutata, laqual ha demostrato Euclide per la sesta decima del quinto in le quantità in genere in questo luoco



propone da esser demostrato in numeri, come se sia la proportionale del .a. al .b. si come del .c. al .d. permutatamente serà del .a. al .c. si come del .b. al .d. per che lo .a. serà maggiore, over minore del .b. similmente ancora è maggiore, over minore del .c. sia adonque primamente minore dell'uno et l'altro serà adonque (per lo preposto presupposito et per la conversione della diffinitione) lo .a. tal parte, over parti del .b. quala, overo quale serà lo .c. del .d. adonque per la nona overo decima lo .a. permutatamente serà tal parte, over parti del .c. quala, over quale serà il .b. del .d. per laqual cosa (per la diffinitione) la proportion serà una medesima, sia adonque, .a. maggiore dell'uno & dell'altro, & (per la prima parte della undecima) serà che tal parte, over parti che il .b. del .a. tala, over tale serà il .d. del .c. (per la nona over decima) tal parte, over parti serà il .d. del .b. quala, over quale serà il .c. del .a. adonque per la seconda parte della undecima) serà del .a. al .c. si come del .b. al .d. terzo sia .a. maggiore del .b. minore del .c. & serà per la prima parte della undecima) tal parte over parti il .b. del .a. quala over quale, sarà il .d. del .c. per la qual cosa (per la nona over decima) quala over quale è lo .a. del .c. tala over tale serà lo .b. del .d. (per la diffinitione) adonque la proportione è una, ultimamente sia ancora sia .a. minor del .b. & maggior del .c. & serà che tal parte overo parti sia il .c. del .d. quala, overo quale è .a. del .b. (per la nona) adonque (overo decima) serà tal parte, over parti el .d. del .b. quala overo quale il .c. del .a. per laqual cosa per la seconda parte del undecima del .b. al .d. serà si come del .a. al .c. così è manifesto il proposito & a questa cederà la nona, & la decima perche questa sola propone quello che propone ambedue quelle.

Theorema .13. Propositione 15.

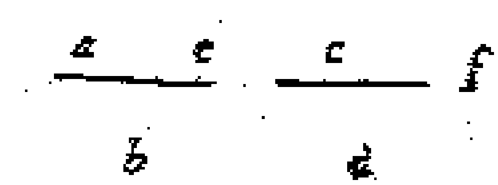
15
14 Se seranno quanti si voglia numeri, & altri secondo il numero de quelli, & ogni doi termini delli primi siano secondo la proportione de ogni doi delli secondi in la proportione della equalità seranno proportionali.



Quel modo di arguir elqual se dice equa proportionalità che di sopra . Euclide per la vigesima seconda del quinto delle quantità in genere, se propone la aver de essere da demostrare in numeri nella quarta proportionalità detta ordinata la equa proportionalità

Ma laqual demostrarete per la vigesimaterza del quinto della proportionalità delle quantità indirettamente proportionale et non propone de dimostrarla in numeri ma quella demostraremo noi qui de sotto sopra la decimanona di questo, ve è necessario che dimostremo in numeri quello che fu dimostrato (per la undecima del quinto delle quantità in genere) cioe se quante si voglia proportione (in numeri) seranno equale a una medesima proportione che sia necessario quelle esser fra loro equale perche questo è manifesto per la diffinitione che se del a al, c, & del e al, f, sia si come del b al d, serà lo numero a, del c, & lo numero e, del f, tal parte, over parti, quale, overo quale è il b, del d, over tante volte lo a, conteguarà il c, & e, lo f, quante volte il b, conteguarà il, d, & tal parte, over parti del c, sopranominaremo in a, & dello f, in, e, quale over quale del, d, lo b, perche adonque qual parte overo parti è lo, a, del c, tale over tale è la e del f, overo quante volte lo a, contien el, c, tante volte lo e contien lo f, & qual parte over parti del c, sopranominaremo in a tale over tale del f, sopranominaremo in e, serà (per la diffinitione) del a al c, si come del e, al, f.

Siano adonque (come se propone) li numeri a, b, c, & li altri tanti altri, e, d, f, & sia del a, al b, si come del e, al d, & del b, al c, si come del, d, al, f, dico che in la equa proportionalità serà del a, al c, si come del e, al, f, perche (per la precedente) serà del a, al c, si come del b, al, d, ma & del b, al, d, si come del e, al, f, per laqualcosa del a al c serà si come del e al f, adonque (per la medesima del a, al c, serà si come del e, al f). Il medesimo serà tolgiendone de piu & così è manifesto il proposito, ma perche Euclide non propone da demostrare in numeri le altre quattro specie della proportionalità lequale sono la conversa, la congiunta, la disgiunta, & la eversa, pensiamo esser conveniente demostrare quelle cose che l'Auttore ha lassate come cose facile da demostrare, adonque primamente dimostraremo la conversa, essempli gratia essendo del a al b, si come del c, al d, dico che al contrario del b, al a, serà si come del d, al c, perche se a serà minor del b, anchora c, serà minor del, d, e tal parte, over parti serà a del b, quale, over quale serà, c, del, d, per laqual cosa per la 2. parte della undecima) serà del b, al a, si come del d, al c, ma se a serà maggiore del b, anchora il c, serà maggiore del d, & (per la prima parte della undecima) tal parte, over parti serà il b, del a quale, overo quale serà d, del c, adonque (per la diffinitione) serà del b, al a, si come del d, al c.



Voglio dimostrare la disgiunta proportionalità.

Essempli gratia sia del a b al b si come del c d al d, dico che del a al b serà si come del c al d, perche permutatamente del a b al c d, serà si come del b, al d, & (per la duodecima) si come del a al c, perche adonque del a, al c, è si come del b, al d, serà permutatamente del a al b, si come del c, al, d.

Voglio dar la demoſtratione della congiunta proportionalità.

Come ſe ſia dal a. al b. ſi come dal c. al d. dico che dal a b. al b. ſerà ſi come dal c. d. al d. perche permutatamente ſerà dal a. al c. ſi come dal b. al d. per laqual coſa (per la terzadecima) dal a b. al c. d. ſerà ſi come dal b. al d. permutatamente adonque ſerà dal a. b. al b. ſi come dal c. d. al d.

Reſta à ſtabilire la euerſa proportionalità in numeri.

Come ſe ſia dal a b. al b. ſi come dal c. d. al d. dico che dal a b. al a. ſerà ſi come dal c. d. al c. perche permutatamente ſerà dal a b. al c d. ſi come dal b. al d. per laqual coſa (per la duodecima) ſerà ſi come dal a. al c. permutatamente, adonque ſerà dal a b. al a. ſi come dal c d. al c. e per tanto è manifeſto il tutto.

Anchora da queſte egli è lieue coſa a dimoſtrare in numeri quello che propone Euclide in la penultima del quinto delle quantità in genere. cioe, che ſe la proportion del primo termine al ſecondo ſerà ſi come del terzo al quarto, anchora del quinto, al ſecondo ſerà ſi come del ſeſto al quarto, ſerà la proportione del primo, & quinto tolto inſieme al ſecondo ſi come del terzo e ſeſto al quarto.

Eſempli gratia eſſendo dal a. al b. ſi come dal c. al d. ſimilmente dal e. al b. ſi come dal f. al d. dico che dal a. & e. tolti inſieme al b. ſerà ſi come dal c. & f. tolti inſieme al d. perche per la conuerſa proportionalità ſerà dal b. al e. ſi come dal d. al f. per laqual coſa per la equa proportionalità dal a. al e. ſerà ſi come dal c. al f. adonque congiuntamente dal a. & e. al e. ſerà ſi come dal c. & f. al f. adonque per la equa proportionalità dal a. & e. al b. ſerà ſi come dal c. & f. al d. che è il propoſito, e per il medeſimo modo tu approuerai il conuerſo. Se ſia dal b. al a. ſi come dal d. al c. & ſimilmente dal b. al e. ſi come dal d. al f. dico che dal b. al a. & e. ſerà ſi come dal d. al c. & al f. perche ſerà (per la conuerſa proportionalità) dal a. al b. ſi come dal c. al d. per laqual coſa (per la equa proportionalità) dal a. al e. ſerà ſi come dal c. al f. & congiuntamente dal a. & e. al e ſi come dal c. & f. al f. adonque al contrario dal e. al a. & e. ſerà ſi come dal f. al c. & f. adonque (per la equa proportionalità) ſerà dal b. al a. & e. ſi come dal d. al c. et f. ch'era il propoſito. Da queſto anchora è manifeſto che ſe l ſerà la proportione de quanti ſi voglia numeri al primo ſi come de altri tanti al ſecondo. Serà del aggregato de tutti li antecedenti al primo a eſſo primo ſi come dello aggregato de tutti li antecedenti al ſecondo a eſſo ſecondo. Similmente al contrario ſe l ſerà la proportione del primo a quanti ſi voglia numeri ſi come del ſecondo a altretanti altri ſerà del primo aggregato de tutti li conſequenti a eſſo medemo ſi come del ſecondo allo aggregato de tutti li conſequenti a eſſo medemo.

Theorema. 14. Propoſitione. 16.

16
15 Se la vnità numerarà alcun numero tante volte quante qualunque

tro.

terzo numerarà al suo quarto, serà anchora permutatamente che quante volte la unità numerarà il terzo tante volte il secondo numerarà il quarto

Come se sia la unità al, a, si come, il, b, al, c, serà per mutatamente la unità al, b, si come la, a, al, c, & questa nõ è superfluo dalla demostrata proportione permutata, perche nõ puo esser cõcluso da quella quello che qui se propone. Perche quella fu demostrata in quattro numeri proportionali. Ma la unità non e numero per la diffinitione adonque per questo modo manifesta il proposito. sia diviso, a, per le unità & c, secondo la quantità de, b, seranno (per lo presente presupposito) tanti parti in, a, quante in, c, & perche ciascuna delle parti de, a, è la unità & ciascuna delle parti de, c, è equale al, b, serà che quante volte la unità sia in, b, tante volte ciascuna delle parti de, a, sia in la sua comparata delle parti del, c, adonque (per il modo della demostratione quinta) seguita tante volte esser e, a, in, c, quante volte è la unità in el, b, che è il proposito.

Theorema. 25. Propositione. 27.

27 Se l'uno e l'altro de dui numeri sia dutto in l'altro quelli che da quelli
26 vien produtti seranno equali.

Si come se dal, a, in, b, peruenga, c, & dal, b, in, a, peruenga, d, dico che, c, & d, serà equali. Perche concio sia che, b, multiplicato per, a, produca, c, per la conuersione della diffinitione) serà il, b, tante volte in, c, quante che la unità e in, a, adonque (per la precedente) serà lo, a, in, c, quante volte e la unità in el, b, & perche tante volte e la, a, etiam in el, d, (perche del, b, in, a, e fatto il, d,) seguita che tante volte sia lo, a, in el, c, quante volte e in el, d, (per la concettione) adonque, c, & d, sono equali, possemo anchora questa conclusione proponere per questo altro modo. Se l'uno e l'altro de dui numeri sia dutto in l'altro dal l'un e l'altro dutto peruien un medesimo numero come se dal, a, in, b, peruenga, c, il medesimo peruenirà del, b, in, a, perche in vero del, a, in, b, vien fatto, c, serà come prima (per la conclusione della diffinitione) il, b, in c, quante volte la unità e in, a, & permutatamente (per la precedente) serà, a, in, c, quante volte la unità e in, b, perche adonque, a, tante volte vien contenuto in, c, quante unità e in, b, seguita per la diffinitione che dal, b, in, a, vien fatto, c.

Theorema. 26. Propositione. 28.

28
27 Se uno numero [illegible] dui altri li pro-

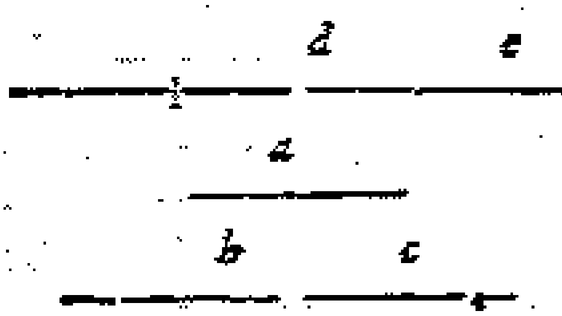
portione delli duoi produtti, cioe dal l'uno all'altro, serà si come quella delli duoi multiplicati l'uno all'altro.

Esempli gratia sia multiplicado il numero, a, in l'uno e l'altro de duoi numeri, b, & c, et di tal multiplicatione peruengi, d, & e, dico che la proportione de, d, al, e, serà si come quella che e dal, b, al, c, perche il seguita, per la conuersione della diffinitione del multiplicare, che'l, b, sia tante uolte in el, d, & similmente il, c, in el, e, quante e la unità nel, a, per laqual cosa la proportione del, d, al, b, e si come del, e, al, c, perche contengono quelli equalmente, che è quante uolte che'l, a, contien la unità, adonque permutatamente dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, che è il proposito.

Theorema. 17. Propositione. 19.

19 Se duoi numeri se multiplicaranno in uno altro numero, la proportione de
18 quelli duoi produtti serà si come quella delli duoi multiplicanti.

Questa, per la conuersion della antecedente della precedente, conclude la medema passione che e in la premessa come se l'uno & l'altro di dui numeri, b, & c, multiplichino lo numero, a, & peruenghi, d, & e, dico che dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, perche, per la antecedente della precedente, sera che dal, a, in, b, & c, uien fatti, d, & e, per laqual cosa, per la precedente, dal, d, al, e, sera si come dal, b, al, c, che e il proposito. Et nota che quello che se propone per questa e per la precedente de duoi numeri tu'l puoi applicare a quanti numeri te pare, perche se uno numero multiplica quanti si uoglian numeri sera la proportione di produtti & di multiplicati una medesima, similmente anchora se quanti si uoglian numeri multiplicano uno numero la proportion di produtti, e multiplicanti sera una, laqual cosa per questa & per la precedente repetite quante uolte bisognara facilmente tu approuarai ma in questo luoco, come habbiamo



promesso sopra la quintadecima propositione, uolemo dimostrare la equa proportionalità in quanti si uoglia numeri de duoi ordini della proportionalità indirettamente laqual demostra Euclide, per la uigesima terza del quinto in le quantità in genere, diremo adonque perche.

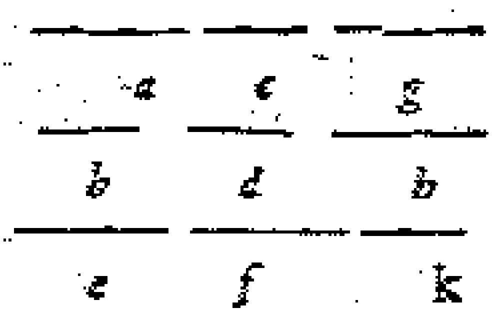
Se quanti si uoglian numeri seranno de altri tanti indirettamente proportionali, li estremi anchora in medesima proportione seranno proportionali.

Esempli gratia essendo dal, a, al, b, si come dal, d, al, f, & dal, b, al, c, si come dal

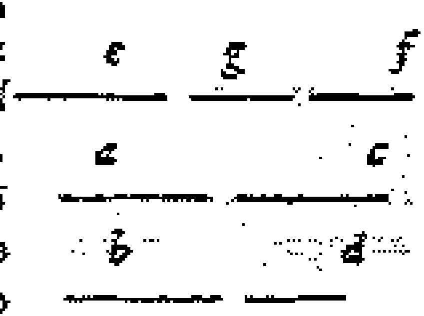
dal,c,al,d,dico che dal,a,al,e,serà si come dal,c,al,f, & per dimostrare questo sia dutto.c.in.d.& f.& peruenga,g,& h,& serà,per la precedente, dal.g.al. h.si come dal.d.al.f.per laqual cosa,& si come dal.a.al.b.anchora sia dutto.f. in.d.& peruenga.K.&,per questa decima nona propositione,serà dal.g.al.K.si come dal.c.al.f.& perche dal,f,in,d,e fatto.K.sara il medesimo al contrario,per la decima settima propositione,dal,d,in,f,perche adonque dal,c,& .d.in.f.sono fatti.h.& K.sera,per questa decima nona propositione,dal.h.al.K.si come dal. c.al.d.per laqual cosa e si come dal.b.al.e. Et perche egli e stato dimostrato che dal.g.al.h.e si come dal.a.al.b.per la quintadecima propositione, sera dal.a.al. e.si come dal.g.al.K.Et cosi era anchora dal.c.al.f.adonque dal.a.al.e.e si come dal.c.al.f.che e il proposito.Il medesimo tu approuerai se in l'uno & l'altro ordine serANNO piu di tre numeri,procedendo come in la uigesima terza del quinto fu prouado di piu di tre quantita.

Theorema.18 Propositione.20.

20 Se seranno quattro numeri proportionali quello che vien produtto dal primo in l'ultimo, serà equale a quello che uien produtto dal dutto del secondo
19 in el terzo.Ma se quello che è produtto dal primo in el ultimo e equale a quello, che e produtto dal secondo nel terzo quelli quattro numeri sono proportionali.



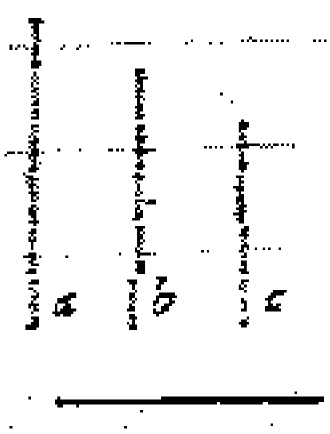
Quello che propose Euclide in la quintadecima del sesto de quattro linee proportionale,in questo luoco propone de quattro numeri proportionali uerbi gratia,sia la proportione dal, a, al,b,si come dal.c,al.d.& sia il produtto del.a.in el.d.e.& del. b.in el.c.f. dico che.e.& .f.sono equali.& e conuerso, & per dimostrar questo sia dutto.a,in.b.& sia fatto.g.& sera,per la decima ottaua propositione, dal,g,al,e,si come dal,b, al.d. & perche, per la decima settima propositione,dal, b.in.c. e fatto.g.& dal medesimo. b.in.c.e fatto.f.sera per la decimaottaua propositione,dal.g,al.f.si come dal a.al.c.ma per la quartadecima e dal.a.al.c.si come dal. b.al.d.adonque dal.g.al.f.sera si come dal.g.al.e. Adonque.f.& .e.sono equali che e il primo proposito. Ne bisogna dimostrare se da un numero a duoi sia una proportione che essi sono equali, ouer se essi sono equali che dall'uno a essi sia una proportione,perche se da.g,al.e.& al.f.e una proportion esso sera tal parte,ouer parti del e.quale,ouer quale il medesimo e del.f.& per tanto.per la conceptione,e manifesto.e.& .f.esser equali,ouer che tante uolte.g.contenera. e.quante uolte contenerà.f. & superfluano in quello tal parte,ouer parti del.e.



quale, ouero quelo in el medesimo superficiano del .f. & per tanto anchora (per la cõcettione) e manifesto quelli esser equali. Ma se essi seranno equali è manifesto, (per la concettione) che, o ver .g. serà tal parte, ouer parti del .e. quale, ouero quale serã del .f. & al presente (per la diffinitione) serà de esso .g. all'uno e l'altro de quelli una proportione, ouero equalmente contenerà l'uno e l'altro con superfluità de simile e tanto numero de parti, & per tanto anchora per le diffinitione serà de quello all'uno e l'altro una proportione, el secondo proposito cosi è manifesto, sia .e. (per, dutto del .a. in .d. equale al .f. (produtto dal .b. in .c. Dico che la proportione del .a. al .b. e si come del .c. al .d. & questa e al contrario della prima parte, per che sia come prima .g. il quale e fatto dal .a. in .b. & perche .e. & .f. sono equali serà dal .g. all'uno e l'altro de quelli una proportione, & perche come prima (per la decima ottava propositione) del .g. al .f. e si come del .c. al .c. & al .e. si come del .b. al .g. serà del .a. al .c. si come del .b. al .d. per laqual cosa permutatamente del .a. al .b. serà si come del .c. al .d. che e il proposito.

Theorema 19. Propositione 21.

o
20 *Se tre numeri seranno proportionali il produtto delli estremi serà equale al produtto del medio in se medesimo, e sel produtto delli estremi serà equale al produtto del medio in se medesimo, quelli tre numeri seranno proportionali.*



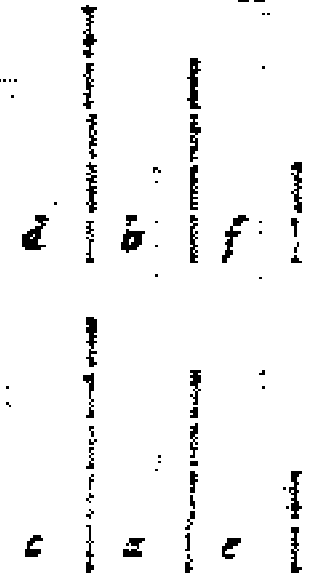
Siano li tre numeri proportionali, a, b, c, si come dal .a. al .b. cosi sia dal .b. al .c. Dico che il produtto del .a. in .c. e equale al produtto del .b. in se medesimo & per dimostrare questo sia posto .d. equale al .b. adonque si come dal .a. al .b. cosi e dal .d. al .c. adonque quello che vien fatto dal .a. in .c. e equale a quello che vien fatto dal .b. in .d. (per la precedente) ma quel che vien fatto del .b. in .d. e equale al dutto del .b. in se (per esser il .b. equale a esso .d. adonque quello che vien fatto del .a. in .c. e equale a quello che vien fatto del .b. in se. Ma supponendo cõ'el dutto del .a. in .c. sia equal al dutto del .b. in se medesimo. Dico si come e dal .a. al .b. cosi e del .b. al .c. perche quel, che vien fatto del .a. in .c. e equale a quello che vien fatto del .b. in se & quello che vien fatto del .b. in se e equale al dutto del .b. in .d. adonque (per la undecima del .5. si come e dal .a. al .b. cosi e dal .d. al .c. & il .b. e equale al .d. adonque si come dal .a. al .b. cosi e dal .b. al .c. laqual cosa era da demostrare.

Theorema 20. Propositione 22.

21
21 *Li numeri secondo qual si voglia proportione minimi, numerano quali si voglian in quella medesima proportione, equalmente, el minor el minor, & lo maggior el maggior.*

Siano.

Siano .a. & .b. li minimi numeri in la sua proportione, & dal .c. al .d. si come dal .a. al .b. dico che'l .a. numera il .c. & il .b. equalmente. Perche essendo dal .a. al .b. come dal .c. al .d. serà permutatamente dal .a. al .c. si come dal .b. al .d. adonque tal parte over parti serà .a. de .c. qual a over quale è il .b. del .d. Adonque se serà parte è manifesto il proposito. Ma se serà parti sia .e. una delle parti de .a. & .f. una delle parti de .b. & perche tal parte è .e. de .c. per il presupposito quale è .f. del .d. serà (per la diffinitione) la proportione del .e. al .c. si come del .f. al .d. Per laqual cosa permutatamente del .e. al .f. serà si come del .c. al .d. per laqual cosa etiam serà si come del .a. al .b. adonque .a. & .b. non sono li minimi della sua proportion laqual cosa è il contrario de quello che è stato posto, similmente anchora.



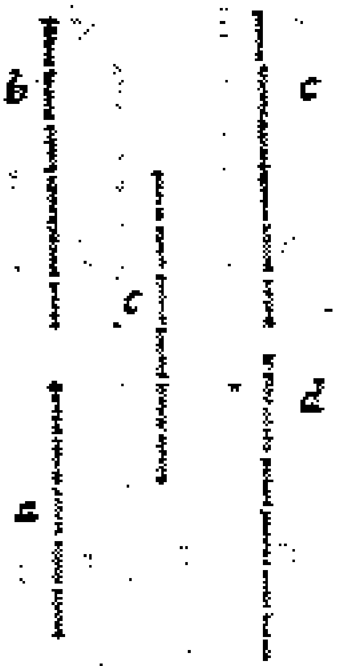
Quanti si voglia numeri, over in una medesima proportione overo in diverse minimi numeraranno tutti in la medesima proportione ciascheduno il suo correlativo equalmente.

Come se siano .a. .b. .c. minimi in una medesima proportione, over in diverse, e siano in la medesima over medesime .d. .e. .f. cosi che sia dal .d. al .e. come dal .a. al .b. & dal .e. al .f. come del .b. al .c. Dico che .a. numera .d. & .b. numera .e. & .c. numera .f. equalmente, perche dal .a. al .b. è come dal .d. al .e. permutatamente serà del .a. al .d. come del .b. al .e. & perche del .b. al .c. è come del .e. al .f. serà anchora permutatamente del .b. al .e. come del .c. al .f. per laqual cosa del .b. al .e. & dal .c. al .f. serà si come del .a. al .d. & perche .a. .b. .c. sono minori de .d. .e. .f. serà il .b. del .e. & .c. del .f. tal parte, overo parti di quale, overo quale .e. .a. del .d. adonque se son parte è manifesto il proposito. Ma se son parti sia .g. una delle parti de .a. & .h. una delle parti de .b. et .K. una di quelle del .c. & per lo presente presupposito tal parte serà .h. dal .e. & .K. del .f. quale .g. del .d. per laqual cosa (per la diffinitione del .h. al .e. & del .K. al .f.) serà si come del .g. al .d. permutatamente adonque serà de .g. a .h. come del .d. al .e. & del .h. al .K. come del .e. al .f. per laqual cosa del .g. al .h. come del .a. al .b. & del .h. al .K. come del .b. al .c. perche adonque .g. .h. .K. sono minori de .a. .b. .c. & in la medesima proportione seguita il contrario di quello che è stato supposto.

Theorema .21. Proposizione .23.

22 S'Asseranno duoi numeri secondo la sua proportione minimi essi seranno fra
24 loro primi.

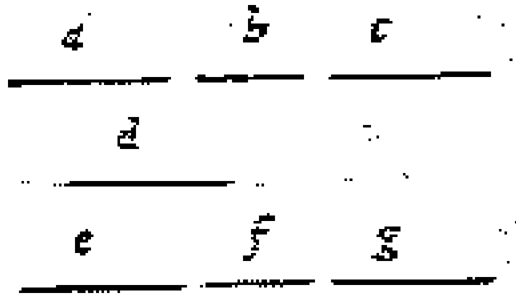
Sia



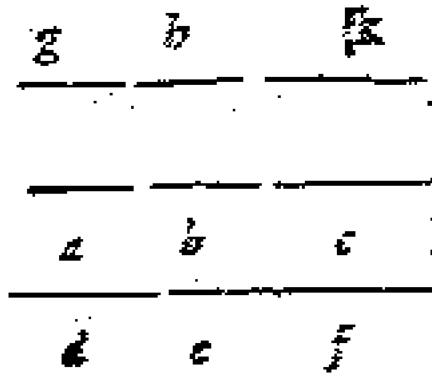
Sia li dui numeri .a. & .b. secondo la sua proportione minimi. Dico che essi sono contra se primi perche se non sono primi (per l'adversario) poniamo che ,c, numeri quelli secondo .d. & .e. & serà per la decimaottaua propositione del ,d, al ,e, si come del .a. al .b. & perche .d. & .e. sono minori de .a. & .b. seguita .a. & .b. non esser li minimi in la sua proportione, che è il contrario della positione similmente anchora.

Se quanti si voglian numeri in continuatione delle sue proportioni o siano una medesima, over sian diverse serano li minimi niun numero li numerarà tutti.

Come se sian .a. b. c. li minimi in la continuatione delle sue portioni. Dico che niu numero li numerarà tutti. Ma se possibel sia (per l'adversario) poniamo che, d. numeri tutti quelli & numeri .a, secondo ,e, & ,b, secondo ,f, & ,c, secondo ,g, et (per la decima ottaua) serà del ,e, al ,f, si come del .a. al .b. & del .f. al .g. si come del ,b, al ,c, Perche adonque ,e ,f ,g, sono minori de ,a. b, c, & secondo la proportione de quelli non erano. a, b, c, come sono stati posti che è inconveniente. Ma anchorche niu numero numeri .a. b, c, essendo li minimi, come di sopra se è dimostrato tamen il puo esser che un numero numeri duoi de quelli quali si voglia. Perche qualunque numero dutto in alcun a se primo & l'uno e l'altro de quelli in alcun terzo primo



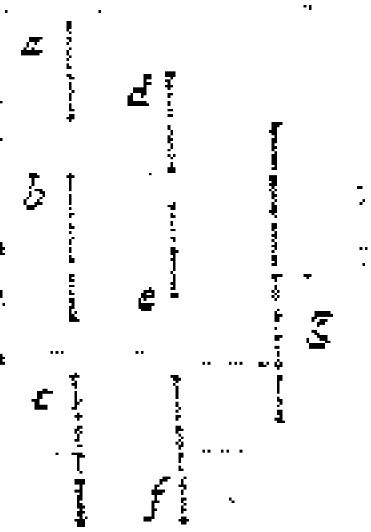
all'un e l'altro perveniranno tre numeri di quali ciascuni duoi seranno composti, tamen niun li numerarà tutti. Et per dimostrare questo siano ,a, b, c, li tre numeri di quali ciascuno sia primo alli altri & sia dutto .a. in .b. & ,c, & pervenga ,d, et e. & similmente ,b, in ,c, & pervenga .f. Dico che ciascuni duoi de ,d, e, f, esser fra loro composti, tamen niun numero li numerarà tutti, perche le manifesto ciascuni dui essere composti. Perche ,a, numera ,d, & ,e, & ,b, numera .d, et ,f, & ,c, numera. e, & ,f, ma che niun li numeri tutti tre, se manifestarà demostrato prima che ,a, e il massimo numerante .d, & ,e, & anchora .b, il massimo numerante ,d. & f. & c. il massimo numerante ,e, & ,f, Et questo così se manifesta, perche se ,a, non è il massimo numerante ,d, et ,e, Sia adonque g, & numeri ,d, secondo ,h, & ,e, secondo ,k, & per la seconda parte della vigesima, serà del ,a, al ,g, si come, de ,h, al, h, & similmente (per la medesima del ,a, al ,g, si come del. k al ,c, Perche adonque ,a, e minore del ,g, serà ,h, minore del ,b, & ,k, minor del ,c, & perche del ,h, al, k, e si come del ,b, al ,c, perche l'uno e l'altro e si come del, d, al ,e, per la decima ottaua, tolta due volte. Et ,h, & ,k, sono mino-



ri del, b, & , c, seguirai, per quella che seguita dapoi la sequente, cioe per la uigesima quinta & per il presupposito, che, b, & , c, siano anchora loro li minimi, & perche tal cosa e impossibile, cioe ritrouarse numeri minori di minimi. E per tanto seguita il numero, a, esser il massimo che numeri li detti duoi numeri, d, & , e, & per lo medesimo modo se prouerà che, b, sia il massimo numerante, d, & , f, & , c, il massimo numerante, e, & , f, Adonque se alcuno numero numera, d, e, f, per il correlario della seconda tolto tre uolte, esso numerarà, a, b, c, Ma ciascun de quelli era primo alli altri, accade adonque lo impossibile similmente anchora.

Quanti si voglian numeri liquali un numero non li numera, secondo la continuatione delle sue proportioni sono minimi.

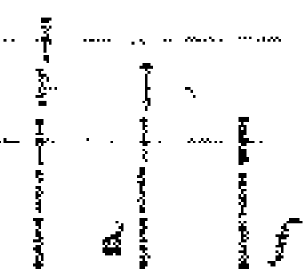
Come se siano, a, b, c, quai si voglian numeri, liquali niun numero li numera tutti. Dico che essi sono minimi in la continuatione delle sue proportioni. Altramente se egliè possibile, per l'aduersario, siano li minimi, d, e, f, liquali per la uigesima prima numeranno, a, b, c, ciascun il suo relatiuo equa mente. Sia adonque che secondo, g, & sera, per la decima settima, che uice uersa, g, numeraste, a, b, c, secondo, d, e, f, per laqual cosa accade il contrario della positione.



Theorema. 22. Propositione. 24.

Se serano tre numeri, da l'un lato, & altri tre dall'altro delli quali li secondi a duoi a duoi siano secondo la proportione de primi & che sia perturbata la proportionalità de quelli, essi in la equa proportionalità serano proportionali.

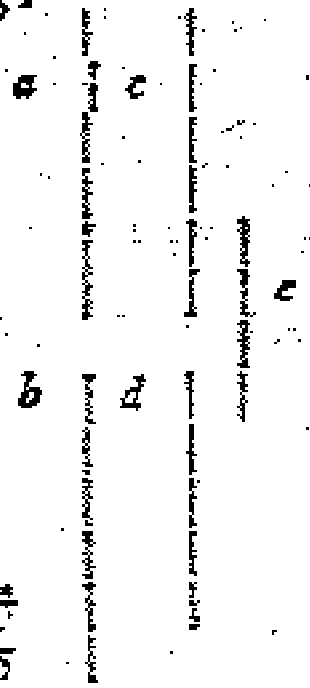
Siano li tre numeri, a, b, c, & altri tre, d, e, f, che a duoi a duoi siano uniti secondo la proportion di primi, ma sia perturbata la proportionalità di quegli, cioe che si come e, a, al, b, cosi sia, e, al, f, et si come, b, al, c, cosi sia, d, al, e. Dico che in la equa proportionalità sono proportionali, cioe si come, a, al, c, cosi e, d, al, f, perche dal, a, al, b, e, si come dal, e, al, f, Adonque quello che uien fatto dal, a, in, f, per la uigesima prima di questo, e equale a quello che uien fatto dal, b, in, e, un'altra uolta perche si come e dal, b, al, c, cosi e dal, d, al, e, Adonque quello che uien produtto dal, d, in, c, e equale a quello che uien produtto dal, b, in, e, & e stato dimostrato che quello che uien produtto dal a, in, f, e, equale a quello che uien produtto dal, b, in, e, Adonque, quello che uien produtto dal, a, in, f, per la uigesima prima di questo, e equale a quello che uien produtto dal, d, in, c, Adonque per la uigesima di questo, si come, a, al, c, cosi e, d, al, f, che bisogna dimostrare.



Theo-

Theorema.23. Propositione.25.

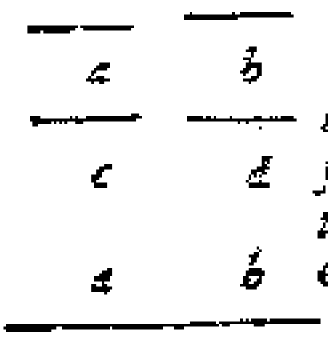
23 / 23 *Qualunque dui numeri contra se primi sono li minimi secondo la sua proportione.*



Questa e conuersa della auāti la precedente come se siano, a, & ,b, contra se primi essi seranno secondo la sua proportione minimi. Ma se non sono li minimi, per l'aduersario) in ql la medesima proportione sia se è possibile, c, & ,d, Adonque è manifesto (per la vigesima prima) che, c, numera ,a, & ,d, il ,b, equalmente, sia adonque come secondo, e, serà (per la decima settima) che niceuersa, e numera, a, & ,b, numera, a, secōdo, c, & ,b, secondo, d, non sono adonque ,a, & ,b, contra se primi che e contra il presupposito.

Theorema.24. Propositione.26.

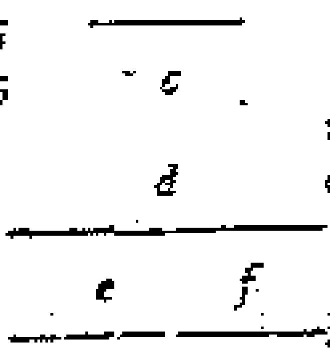
24 / 25 *Se seranno dui numeri contra se primi, se alcun numero numerarà un de quelli, il se approua necessariamente quel esser primo all'altro.*



Siano, a, & ,b, contra se primi & ,c, numeri, a, dico che, c, e primo al, b, & se eglie possibile esser altramente (per l'aduersario) poniamo che'l, d, numeri quelli, el quale (per la penultima concettione) numerarà etiam, a, non sono adonque, a, & ,b, contra se primi perche, d, li numera ambidui.

Theorema.25. Propositione.27.

25 / 26 *Se seranno dui numeri, a qualunque altro primo quello numero che vien produtto dal dutto dell'un in l'altro al medesimo sera primo.*

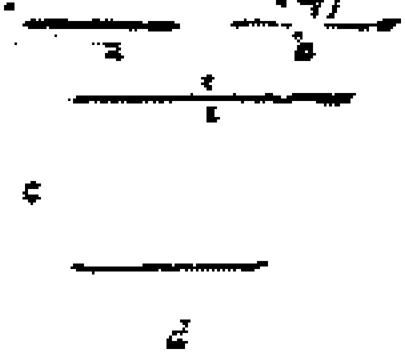


Sia l'uno e l'altro di dui numeri, a, & ,b, primo al, c, & lo produtto del, a, in, b, sia, d, dico che, d, e primo al, c, & se eglie possibile esser altramente poniamo che, e, li numeri ambidui & che numeri, d, secondo, f, hora (per la seconda parte della vigesima) del. a. al. e. sera si come del. f. al. b. & perche. a. & . c. sono primi et, e. numera. c. esso serà per la vigesima sesta, primo al. a. per laqual cosa, per la vigesima quinta. a. et. e. [illegible] la sua proportion minimi. Seguita adonque, per la vigesima secon[illegible] [illegible] esso numeri. e. non. seranno. b. & . [illegible] contra il presupposito.

[illegible] 28.

[illegible]

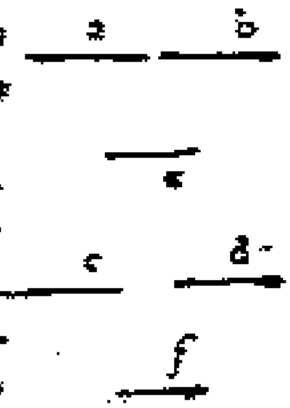
Siano .a. & .b. contra se primi & dal .a. in se medesimo sia fatto .c. dico che .c. è primo al .b. perche essendo .d. equal al .a. Serà ancor .d. primo al .b. & dal .a. in .d. si è fatto .c. (per la precedente) adonque è manifesto el .c. esser primo al .b. come hauemo proposto.



Theorema. 27. Propositione. 29.

27 Se l'uno e l'altro de duoi numeri comparati a altri duoi serà primo a l'-
28 l'uno e l'altro, quello che serà produtto delli duoi primi serà primo a quello che serà produtto delli duoi posteriori.

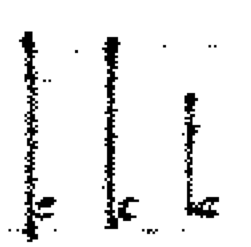
Essendo .a. & .b. primi, & .c. .d. posteriori, & essendo l'uno e l'altro di duoi .a. & .b. primi all'uno e l'altro di duoi .c. & .d. & lo produtto del .a. in .b. sia .e. & del .c. in .d. sia .f. dico che .e. è primo al .f. Et questo la vigesima settima tolta .2. volte euidentemente cõclude, perche essendo .e. fatto dal .a. in .b. di quali l'uno e l'altro è primo al .c. & al .d. serà, per essa vigesima settima, .e. primo al .c. & anchora, per essa, primo al .d. Anchora perche essendo fatto .f. dal .c. in .d. di quali l'uno e l'altro è primo al .e. serà anchora (per essa vigesima settima) .f. primo al .e. che è il proposito.



Theorema. 28. Propositione. 30.

28 Se seranno duoi proposti numeri contra se primi, & sia dutto l'uno e
29 l'altro de quelli in se medesimo seranno li produtti de quelli contra se primi, & similmente se l'uno e l'altro di produtti sia dutto nel suo principio, seranno anchora li produtti contra se primi.

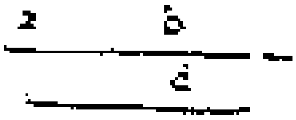
Siano .a. & .b. contra se primi, & sia dutto l'uno e l'altro in in se medesimo & peruengano dal .a. el .c. & dal .b. el .d. & similmente sia dutto .a. in .c. & peruenga .e. & .b. in .d. & peruenga .f. Dico .c. & .d. esser contra se primi & similmente .e. & .f. contra se primi, perche .c. per la vigesima ottaua propositione, è primo .a. .b. per la medesima adonque serà .d. primo al .a. & al .c. & cosi è manifesto el primo proposito il quale è .c. & .d. esser contra se primi, l'altro se dimostra cosi, perche l'uno e l'altro di duoi numeri .a. & .c. è primo all'uno & l'altro di duoi .b. & .d. adonque (per la vigesima nona) serà .e. primo al .f. che è l'altro proposito. Ma non solamente serà .e. primo al .f. ma etiam (per la vigesima settima) al .b. & al .d. & similmente (per la medesima) .f. al .a. & al .c. & cosi se infini-



ne uolte

te volte serà detto l'uno e l'altro di produtti in lo suo principio tutti li produtti serà contra se primi, & non solamente questo ma qual si voglia dutto del a, qual si voglia dutto del b.

Theorema. 29. Propositione. 31.

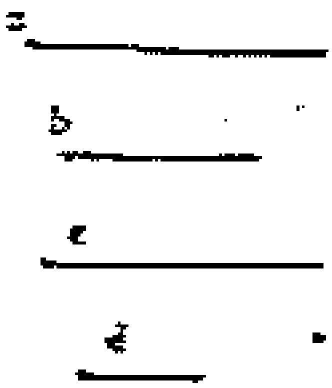


29 / 31 Se seranno dui numeri contra se primi lo aggregato de ambidui all'uno e l'altro de quelli serà primo. Et se lo aggregato de ambidui all'uno e l'altro serà primo, li dui numeri anchora fra loro seranno primi.

Siano a, & b, contra se primi. Dico che il composito de a.b. all'uno & l'altro de quelli sera primo & è converso perche se d, numera tutto a, b. & l'uno de quelli numerarà (per la commune sententia) etiam lo rimanente per laqual cosa non serano contra se primi. Ma questo era stato posto, adunque è manifesto il primo proposito. El secondo cosi se dimostra sia a.b. primo all'uno & l'altro di suoi componenti, liquali sono a. & b, Dico che a. & b, sono cotra se primi, perche posto che, d, numerasse l'uno e l'altro di dui numeri a. & b seguiria (per commune sententia) che etiã numerasse a, b, composito da quelli per laqual cosa a, b, non sera primo all'uno e l'altro di dui numeri a. & b. ma era posto che'l fosse all'uno e l'altro seguiria adunque lo impossibile. Anchora per lo medesimo modo se lo aggregato de li dui serà primo all'uno serà anchora primo all'altro, e pero & li aggregato fra loro perche essendo il composito de, a. & b, primo al a, dico che serà etiam primo al b. essendo. altramente per l'adversario poniamo che d. numeri quelli liquali d. (per la conversione) numera etiam, a, conciosia che numera il tutto & lo detratto ma perche questo è inconveniente sera il composito de, a, & b, primo al, b,

Theorema. 30. Propositione. 32.

30 / 33 Ogni numero composito è numerato dal alcuno numero primo.



Sia a qual si voglia numero composito, dico che alcuno numero primo numera quello. perche è cõposito serà numerato da alcun numero ilqual poniamo sia b. ilqual b. se serà primo serà il vero quello che è stato detto ma se sera composito Sia, c. quel numero elqual numera quello elqual etiam (per commune sententia) numerarà a. adunque se esso serà primo è manifesto quello che stato detto. Ma se serà composito necessaria alcuno altro numero numerarà quello ilqual (poniamo) sia, d, elqual etiam (per commune sententia) numerarà, a, del qual se dirà similmente come prima. Perche adunque quante volte occore il cõposito è necessario pigliare uno numero minore elqual numeri lo occorse composito seguita che finalmente se deveng a ad alcun numero primo altramente accade lo impossibile, & contrario alla quarta petitione che il numero decresse in infinito.

Theorema .31. Propositione .33.

31
34 *Ogni numero ouer che egli è primo ouer che egli è numerato da numero primo.*

Sia a, qual si voglia numero: dico che gli è primo o numerato da un primo, perche s'el non è primo sarà composito: & qualunque tale è numerato (per la precedente) da alcun primo. Adonque a, ouer che egli è primo, ouer che gli è numerato da un primo, come si propose.

Theorema .32. Propositione .34.

32
35 *Ogni numero primo a ogni numero che lui non numera è primo.*

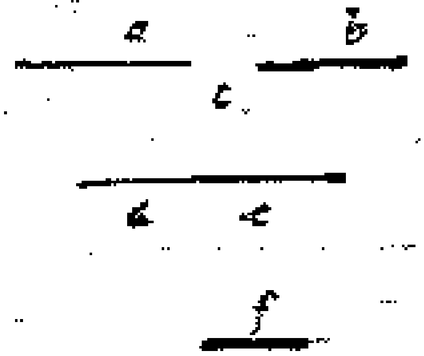
Sia a numero primo non numerante b, dico che a & b sono contra se primi perche se, c, numera quelli non è il vero che a sia primo.

Theorema .33. Propositione .35.

33
32 *Se uno numero produtto da dui, serà numerato d'alcun numero primo, le necessario lo medesimo primo numerare uno de quelli dui.*

Sia c, produtto da a, in b, & sia d, numero primo il qual sia posto numerar c, dico che d, numera a, ouer b, perche numerando c, secondo e, adonque se'l non numera a, serà primo a esso (per la precedente) e pero seranno secondo la sua proportionalità minimi (per la vigesima terza) & perche del a, al d, è si come del e, al b, (per la seconda parte della vigesima) seguirà adonque (per la vigesima seconda propositione) che d, numeri b, che è il proposito.

Correlario.



Onde è manifesto che se alcun numero, numera el producto de dui numeri, ouer che a quel medesimo sia comensurabile, serà anchora comensurabile a uno di quelli.

Il Tradottore.

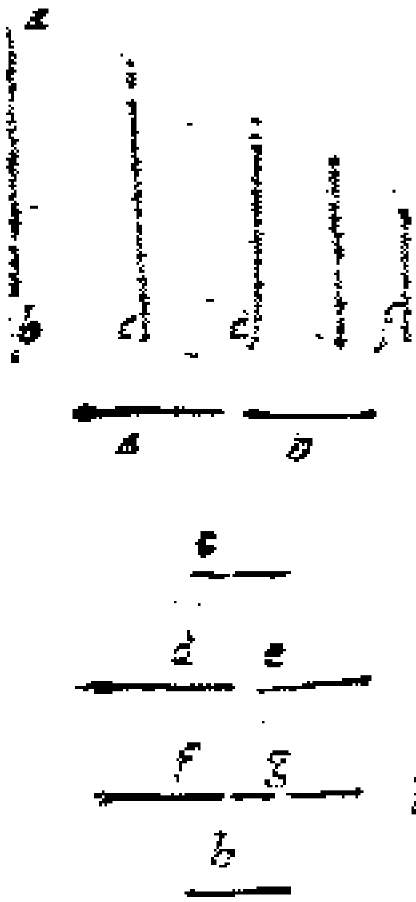
La soprascritta correlario conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra esser manifesto che se alcun numero (o sia primo o non primo) numera il produtto de dui numeri, ouero che a quello sia communicante, ouer commensurabile, che quel serà anchora commensurabile a uno de dui producenti, laqual cosa quantunque sia vera per le cose dette di sopra non è molto chiara (massime la seconda parte) anci ha de bisogno de

demostrare

dimostratione. Sia adonque, c, prodotto del, a, in, b, & sia, d, communicante con il detto, c, dico che il medesimo, d, sarà com̃e. (ancora) ò con, a, ouer, b, perche essendo, e, la commune misura de, d, & .c. il detto, e, serà numero primo, ouer che lui serà (per la trigesima seconda) numerato da numero primo. Se egli è primo numerando, c (come è supposto) numerarà etiam (per questa trigesima quarta propositione) a, ouero b, & perche numera etiam, d, (dal presupposito adonque il detto, d, (per la vigesima terza diffinitione) serà communicante con, a, ouero con, b. Ma se il detto e, non serà numero primo serà (come è detto) numerato da numero primo qual pongo sia, f, il qual f, numerando, c, (per la nona concettione) numerarà etiam il, d, &, c, onde numerando, c, (per questa trigesima quinta propositione) numerarà etiam, a, ouero, b. Seguiria adonque (per la vigesima terza diffinitione) d, esser communicante con a, ouer con, b, & f, seria la lor commune misura che è il proposito.

Problema. 3. Propositione. 36.

34
35 Possemo ritrouare li minimi numeri secondo la proportione de quali numeri dati si voglia.



Siano, a, & b, li numeri proposti Secondo la proportione di quali volemo ritrouare li minimi. Adonque se seranno contra se primi seran quelli che cercamo (per la vigesima quinta propositione.) Ma se seranno cõposti essendo tolto (come insegna la secõda propositione) il massimo numerante communemente quelli il qual sia, c, Et numerando quelli secondo d, & e, & essi d, & e, seranno in la medesima proportione (per la decima ottaua propositione) liquali dico esser quegli che cercamo. Et se non sono quegli (per l'aduersario) poniamo sia possibile che siano .f. & .g. liquali per la vigesima seconda propositione) numerano, a, & b, equalmente, Sia adonque che secondo, h, & serà (per la seconda parte della vigesima propositione) del, c, al, h, si come del, f, al, d, ouer si come del, g, al .e. Per laqual cosa, c, e, minore del, h, Et per tanto cõciosia che, h, numera a. & b, Adonque, c, non fu il massimo numerante quelli. Ma cosi era posto adonque, & similmente anchora.

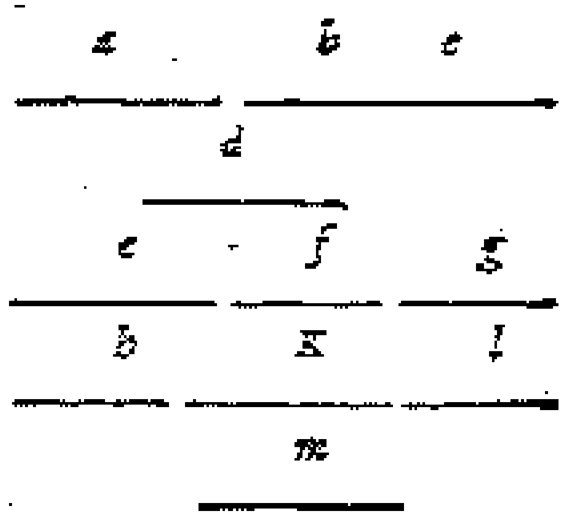
Corolario.

Onde egli è manifesto il massimo numero numerante communemente doi numeri numerar quelli secondo li minimi di quella proportione.

Possemo

Potemo ritrouare li minimi numeri secondo la continuatione delle proportioni de numeri assegnati.

Come se siano .a.b.c. secondo le proportioni di quali volemo retrouare li minimi, o siano in vna medesima proportione, ouer in diuerse. Se niuno numero numera tutti quelli, essi sono quelli che cercamo, per la vigesima quinta perche questo in quel luoco è stato dimostrato. Ma se vno li numera tutti quegliãdo, come insegna la terza, il massimo numerante communamente quegli, il qual sia .d. & numeri quelli secondo .e.f.g. liquali seranno in la medesima proportione (per la decima ottaua) Dico quelli esser che domandamo, & se possibile è esser altramente, per l'aduersario siano .h.K.l. liquali, per la vigesima seconda, numeraranno .a.b.c. equalmēte. Sia che secōdo .m. & (per la seconda parte della vigesima) serà del .d. al .m. come del .h. al .e. ouer del .K. al .f. ouer del .l. al .g. Adonque .d. è minor che .m. per laqual cosa concisia che .m. numera .a.b.c. non fu .d. il massimo numerante communamente quelli, per la qual cosa seguita lo impossibile, perche il .d. fu posto esser il massimo numerante .a.b.c.



Correlario.

Onde anchora è manifesto il massimo numero numerante communamente quai si voglia numeri numerar quegli secondo li minimi numeri della proportione de quegli.

Theorema. 34. Propositione. 37.

35 *Qualunque duoi numeri multiplicati in li minimi numeri della sua proportione il maggior nel minore ouer lo minor nel maggior producono il minimo da questi numerato.*

Siano duoi numeri .a. et .b. et li minimi in la proportione de quelli .c. & .d. & serà per la prima parte della vigesima, che dal .a. in .d. & dal .b. in .c. siē produtto un medesimo numero, qual sia .e. il qual dico esser minimo numerato dal .a. & .b. Altramente se possibil fusse per l'aduersario quel sia .f. il quale sia numerato dal .a. & .b. secondo .g. & .h. & per la seconda parte della vigesima, serà del .h. al .g. si come del .a. al .b. & si come del .c. al .d. & per la decimanona propositione, serà del .c. al .h. si come del .e. al .f. adonque cōcisia che, per la vigesima seconda propositione, .c. numeri .h. per il che .e. numerarà .f. cioe il maggiore numerarà il minore, adonque per questo è impossibile e manifesto esser il vero quello ch'è stato detto.

Correlario.

53 *Onde egliè manifesto che li minimo numero numerato da dui numeri numera qual si voglia altro da quelli numerato.*

I Il Tradot-

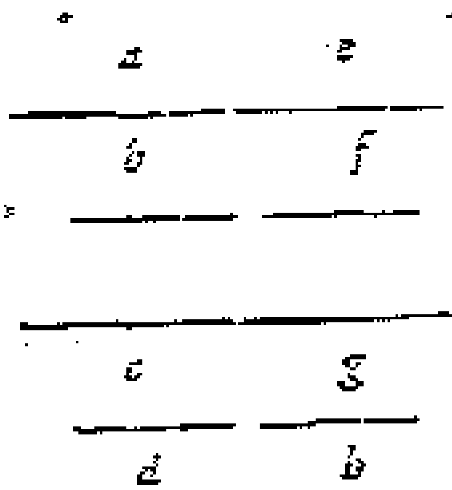
Il Tradottore.

Questo corelario per le cose dette è manifesto, cioè che'l numero .e. minimo numerato da .a. & b. numeraria .f. & per le medesime ragioni seguirà, che'l minimo numeri qual si voglia altro numerato da .a. & b.

Problema .4. Propositione .38.

35 De quanti proposti numeri si voglia, puotemo ritrouare il minimo nu-
36.37 mero numerato da quegli.
38.

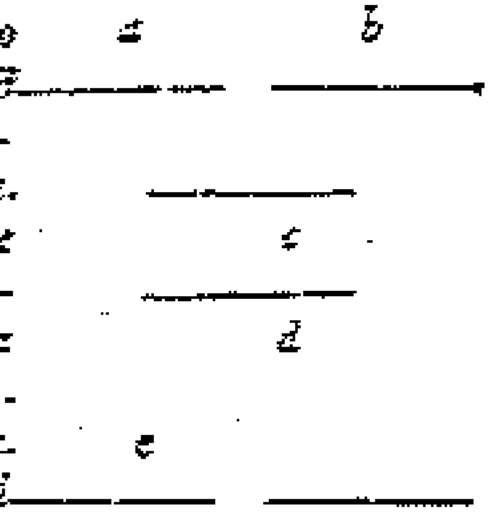
Siano li proposti numeri .a.b.c.d. voglio ritrouar il minimo numero numerato da quegli. Ritrouo adonque primamente il minimo numerato da .a. & .b. ma se per caso .a. numera .b. il non serà altro che .b. Ma se'l non numera quello ne al cõtrario (cioe che .b. non numeri .a.) se essi sono contra se primi, quello che perviẽ del l'uno in l'altro serà il minimo, per la trigesima quinta, & per la precedente. Ma se sono communicanti, essendo tolti li minimi in la proportione de quelli, come insegna la trigesima sesta propositione, & dal maggiore multiplicato nel minor de quegli peruenga .e. il quale serà il minimo numerato da quegli, per la precedente. Anchora per simel modo sia trouato il minimo numerato dal .e. & .c. il qual sia .f. & .f. serà il minimo numerato dal .a.b.c. & similmente sia trouato il minimo numerato dal .f. & .d. & sia .g. & .g. serà il minimo numerato delli proposti numeri perche, per la concettione, è manifesto che tutti numerano esso .g. Ma se'l non è il minimo, per l'aduersario, poniamo se possibile è che sia .h. perche adonque .a. & .b. numerano quello, per il corelario della precedente, esso .h. serà numerato etiam dal .e. Anchora (per il medesimo corelario) serà numerato etiam dal .f. & finalmente dal .g. Adonque il maggior numeraria il minore che è impossibile.



Questa & la precedente sono proposte in altro luoco sotto tre cõclusioni delle quale la prima è equivalente alla premessa, la secõda è composta delli soprascritti dui corellari, la terza propone de tre numeri, & questa propone de quanti si voglian numeri adonque la prima è &c.

Dati dui numeri puotemo trouare il minimo numerato da quelli.

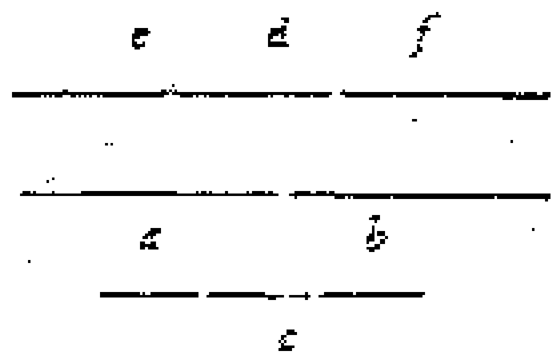
Siano li dati numeri .a. et .b. di quali se'l minore numera il maggiore, il maggiore è quello che cercamo. Altramente il maggiore numeraria un minore di se. Ma se ne l'uno ne l'altro misurarà ne l'uno ne l'altro. Se essi sono cõtra se primi. Quello che peruiene dal .a. in .b. qual sia .c. serà il minimo numerato da quelli, perche se fosse se fosse possibile, per l'aduersario, che misurassero uno minore de quello sia .d. & che numerassero quello secondo .e. & .f. per la seconda parte della uigesima propositione, sarà dal .a. al .b. si come dal .f. al .e. & perche .a. & .b. sono li minimi della sua proportione (per la uigesima quinta propositione) .a. numerarà .f. (per la uigesima seconda propositione) & perche, per la decima ottaua propositione, dal .c. al .d. e si come dal .a. al .f. perche dal .b. in .a. & in .f. uien fatti .c. & .d. seguita .c. numerare il .d. Ma il .d. era minore del .c. per laqual cosa seguita lo impossibile. Ma se .a. & .b. fusse communicanti bisogna negociare il proposito come in la trigesima settima.



La seconda delle tre conclusioni è composta da ambidui di sopra scritti correlarij.

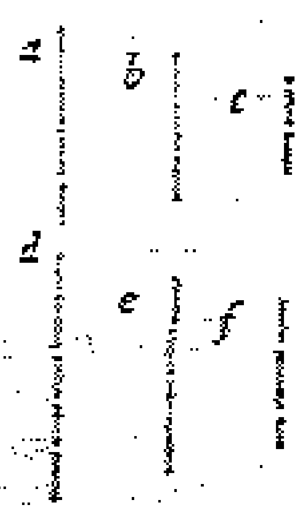
Se piu numeri numerarà uno numero, le necessario che il minimo numero numerato da quelli numerare quello medesimo numero.

Come se'l sia .d. qual si uoglia numero, il quale sia numerato da .a. et .b. & sia .c. il minimo numerato da quelli. Dico che il detto .c. numerarà il .d. Perche essendo .d. maggiore del .c. se'l .c. non numera esso .d. tamen numerarà alcuna parte de quello, & sia .e. il piu che numera e sia .f. il residuo, & .f. sarà minore d .c. perche adunque .a. & .b. numerano .c. numeraranno, per communa scientia, etiam .e. ma numerauano .d. adonque, per l'altra commune scientia, numeraranno .f. Seguita adonque lo inconueniente, cioè che .c. nõ fu il minimo numerato da .a. & .b. El medesimo tu conuincerai, & per lo medesimo modo, de qual si uoglia numerato da quanti piu numeri si uoglia, cio che'l minimo numerato da quelli tali numerarà il medesimo.



La ultima delle tre conclusione e questa.

Proposti tre numeri uogliono trouar il minimo di numeri numerati da quelli.

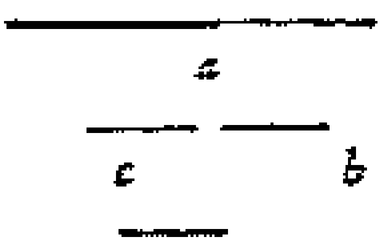


Siano li proposti tre numeri .a. b. c. & il minimo numero che numerãno .a. & .b. sia .d. il qual sia tolto come insegna la prima delle 3. conclusioni. Se adonque .c. numera .d. tu sperai .d. esser quello che cercamo, perche se .a. b. c. numerasseno un minore de quello qual sia .e. il quale per la precedente conclusione seria numerato dal .d. che e impossibile. Ma se .d. non e numerato dal .c.

fia tolto e minimo numerato da quelli. Ma che e sia numerato da a.b.c. è manifesto perche c numera esso & similmēte d. adonque & a.b. liquali numerano, d, per la qual cosa, e, serà numerato dal, a, b, c, & , e, serà il minimo numerato da, a, b, c, ma se fusse possibile esser altramēte per l'auersario ponismo che sia, f, ilqual per la precedente conclusione serà numerato dal, d, & , c, numera, f, (perche, a, b, c, numerano quello) per laqual cosa, c, d, numerano quello, per laqual cosa (per la precedente, e, numererà quello & è maggiore di quello adōque il maggiore numeraria il minore laqual cosa non puo essere, quel medesimo, & per lo medesimo modo tu trouerai de quanti proposti numeri si vogliano.

Theorema.35. Propositione.39.

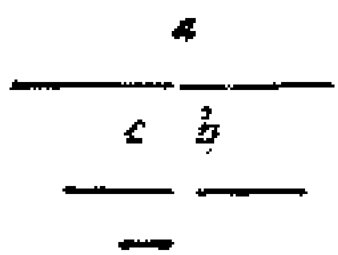
37 Se alcun numero numerarà un'altro numero, serà in el numerato, parte
39 denominata dal numerante:



El senso de questa è che ogni numero numerato dal ternario habbia parte terza, & lo numerato dal quinario habbia quinta & cosi de tutti li altri, come se .b. numerarà, a, serà in, a, parte denominata dal, b, hor ponismo che il numeri quello quante volte è la unità in, c, & (per la sesidecima propositione) serà ancora che, c, numerarà, a, quante volte è la unità in, b, per laqual cosa tal parte è il c. del. a. quala è la unità del, b, & perche la unità è parte de ogni numero denominata da esso numero (per commune scientia serà, c, parte del, a, denominato dal, b, che è il proposito.

Theorema.36. Propositione.40.

38 Se alcun numero hauerà qual si voglia parte, il numero detto da quella
40 parte, numerarà quello.



Questa è conuersa della precedente, la intentione della quale è che ogni numero che habbia parte terza sia numerato dal ternario, & quello che habbia quinta dal quinario, & cosi de tutti li altri, come b, sia parte de, a, denominata dal, c, seguirà che, c, numera, a, perche, b, e, parte de, a, denominata dal, c, et la unità è parte del, c, denominata da esso, c, (per la cōcettione) seguita che quante uolte la unità numeri, c, tāte uolte, b, numeri, a, adonque (per la 17 propositione) quāte uolte la unità è in, b. tante uolte, c, numera. a. per laqual cosa è manifesto il proposito, A demostrar il medesimo altramēte essēdo, b, parte de, a, se tala è la unità del, c, serà (per questa commune scientia

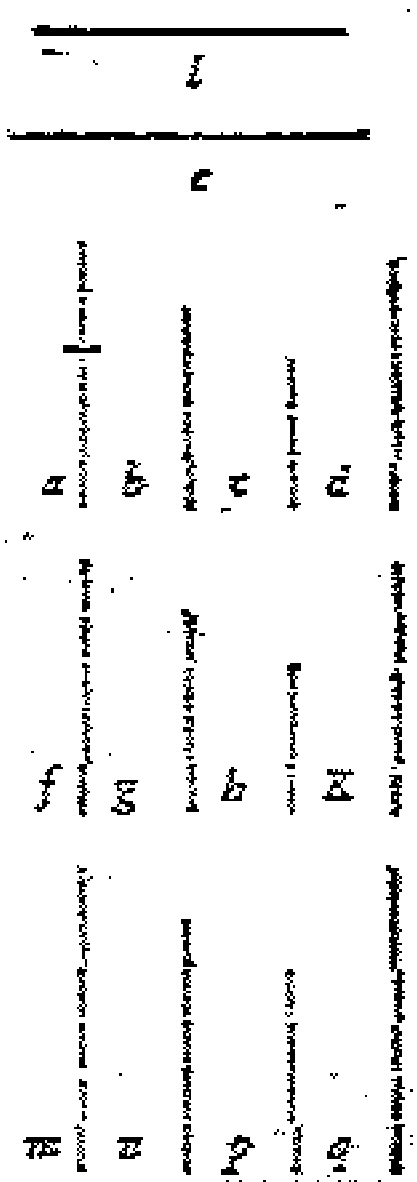
La

la unità essere parte de ogni numero da esso denominata.) c. in denominatione. b. in a. & perche. b. è in a. tante volte quante è la unità in c. euidentemente seguita il proposito.

Problema. 5. Propositione. 41.

39 Potemo trouare il minimo numero che habbia le parti di piu proposte de-
41 nominationi.

Siano. a. b. c. d. li numeri denominanti le parti proposte, & e. sia il minimo numerato da quelli (tolto secondo la trigesima ottaua) dico esso. e. esser quello che cercamo. & per dimostrare questo sia. f. g. h. k. quelli numeri secondo liquali essi numerano il detto. e. (& per la sestadecima & questa commune scientia, la unità è parte de ogni numero, da esso denominata) serà vice versa che. f. g. h. k. numeranno, e secondo. a. b. c. d. per laqual cosa sono parti di quello dette da quelli adonque. e. è quello che ha le parti delle proposte denominationi. Anchora egli è il minimo, perche essendo possibile che sia uno altro poniamo che sia. l. e sian le parti del. l. dette da quelli, m. n. p. q. & seranno (per la sestadecima & la predetta commune scientia) a. b. c. d. viceuersa parti del. l. dette da. m. n. p. q. per laqual cosa. e. non era il minimo che numeraua. a. b. c. d. che è inconueniente. Hor che hai hauuto il primo sequenti per quello hauere il secondo. ouero quanto grande te piace, per il secondo torai il doppio del minimo et se uorai il terzo torai il triplo, & a questo modo seguirai in li altri. perche conciosia che ogni multiplice de. e. è numerato da. a. b. c. d. (per questa commune scientia, ogni numero numerante un altro quel numera ogni altro numerato da quello) le necessario (per la trigesima nona) che ogni multiplice de. e habbia parti denominate da. a. b. c. d. adonque se il doppio de. e. nõ serà il secondo che habbia le parti delle proposte denominationi, serà un altro il quale si come seguita essere maggior del. e. cosi seguita esser minor del doppio, & perche. a. b. c. d. numeranno quello (per la quadragesima) seguita (per il corrolario della trigesima ottaua) che. e. numeri il medesimo laqual cosa è impossibile, perche conciosia che'l numeri se medesimo numeraria (per questa commune scientia ogni numero numerante il tutto & lo detratto, quel numera il residuo) la differentia di quello a se laqual conciosia che la sia menore, di lui il maggiore numeraria il minore, laqual cosa non puo essere, adonque seguita il doppio de. e. esser il secondo numero, che habbia le parti delle proposte denominatione, similmente anchora tu



arguirai il treppio de .e. esser il terzo prouato il doppio esser il secondo, altramente perche essendo quello minore del treppio, & minor del doppio, seguiria .e. numerare alcun fra il doppio & il treppio di esso .e. laqual cosa come prima è manifesto esser impossibile, ma prouato il treppio essere il terzo alla similitudine de quello tu approuerai il quadruplo essere il quarto & cosi in delli altri.

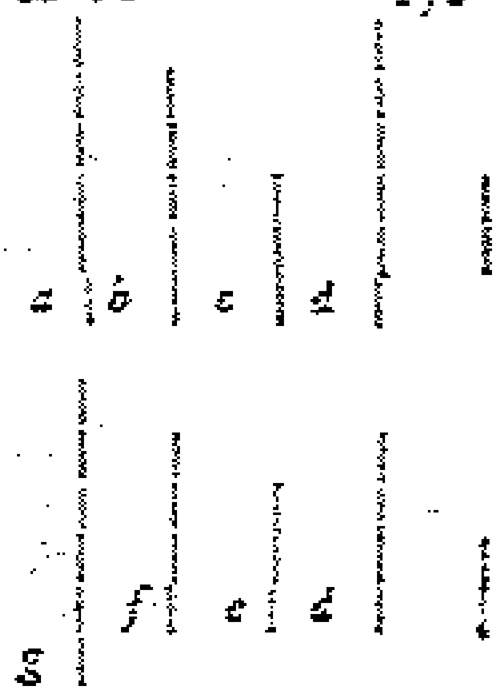
Corellario.

39 *Dalle qual cose è manifesto che il minimo numero numerato da quanti si uoglian numeri, & il minimo che habbi parti denominate da essi numeri.*

Potemo ritrouare il minimo numero che habbia le parti de piu proposte denominationi tolti continuamente come saria a dire trouar minimo numero, che habbia parte terza laqual terza habbia parte quarta, laqual quarta habbia parte quinta, ouero settima ouero qualunque altra che accaderà essere denominata dalle medesime, ouero da diuerse. Bisogna multiplicare el denominator della prima parte nel denominator della seconda, & lo produtto da quelli nel denominatore della terza, & ancora quello produtto in el denominatore della quarta, & cosi de tutte le altre dalla prima per fina all'ultima, ouer dalla ultima per fin alla prima, & quello che peruenerà sarà quello che se ricerca che nel proposito saria. 60. ouer. 84. ma questo cosi esser tu l'hauerai dimostratiuamente in questo modo, siano li numeri denominanti le proposte parti .a. b. c. d. uolemo trouar il minimo numero il quale habbia una parte denominata dal .a. in tal modo che quella parte habbia una parte denominata dal .b. & quella un'altra denominata dal .c. et questa un'altra detta dal .d. adonque sia dutto .d. in .c. & peruenga .e. & .e. in .b. & peruenga .f. anchora .f. sia dutto in .a. & peruenga .g. il quale dico esser quello che cercamo, perche conciosia che esso .g. peruenga dal .a. in .f. erit (per la 17.) serà .f. parte de .g. detta dal .a. ma perche .f. peruiene dal .b. in .e. (per la medesima) .e. serà parte de .f. detta dal .b. & per la medesima ragione il .d. serà parte del .e. detta dal .c. & perche la unità è parte del .d. detta da esso .d. è manifesto .g. hauer le parti come se propone. adonque se'l non sarà il minimo (per l'aduersario) ponemo che esso sia .h. et sia .k. la parte di quello detta dal .a. & .l. la parte del .k. detta dal .b. & .m. la parte del .l. detta dal .c. anchora .n. la parte del .m. detta dal .d. & (per la decima ottaua et decima quarta) serà del .g. al .f. come del .h. al .k. et dal .f. al .e. come dal .k. al .l. & dal .e. al .d. come del .l. al .m. et dal .d. alla unità come dal .m. al .n. adonque (per la quintadecima) serà in la proportione de equalità il .g. alla unità come .h. al .n. adonque permutatamente serà .g. al .h. come la unità al .n. per laqual cosa essendo .h. minor del .g. serà .n. minor della unità, seguita adonque lo impossibile la parte del numero esser minore dalla unità, adonque .g. serà il minimo hauente le parti come se propone, qual trouato che sarà, se hauerai uoluta hauere il secondo, ouero in qual altro ordine che te pare seranno da esser tolti per li multiplici del minimo come è stato detto per auanti, Ma questa quadragesima prima in altro luoco è proposta se

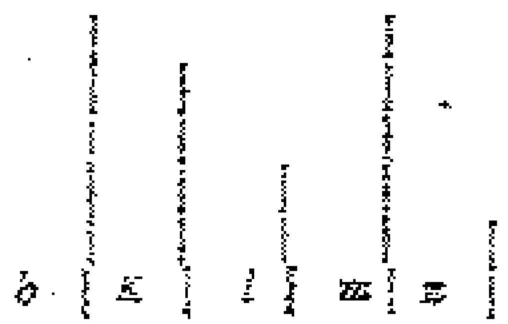
condo

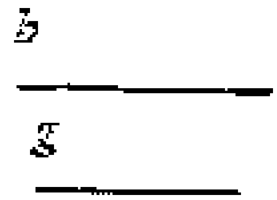
cando questo modo. Nota che alle 3 multiplicationi, over produtti, e, f, g, lo numero della denominatio, diventerà a esser parte del. e. denominata dal, c, perche il detto .e. è il produtto delli duoi denominatori, c, in, d, & pero bisogna che la parte, d, habbia parte denominata da lui opposto, d, che si trova in ogni numero esser la unità, si che la ultima parte vien per forza a esser la unità nelli minimi .n.

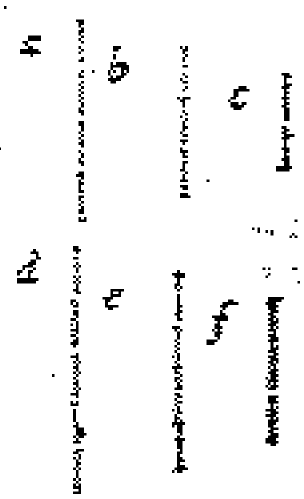


Proposte quante se voglian parti, puotemo trouare il minimo numero contenente quelle.

come se le proposte parti siano, a, b, c, et siano li numeri denominanti quelle, d, e, f, & sia tolto il minimo che sia numerato da, d, e, f, il qual sia g, questo dico esser quello che cercamo, perche in quello se trouano le proposte parti (per la trigesima nona) il qual se 'l non serà il minimo contenente quelle, sia adonque h. il qual, h, serà numerato da, d, e, f, (per la 38.) adonque, g, non serà il minimo numerato da quelli la qual cosa è inconueniente perche quel era posto essere il minimo. Ma io intendo le parti .a. b. c. esser poste indeterminatamente & non sotto de quantità certa, perche altramente non seria necessario che il minimo numero che numerano. d. e. f. fusse il minimo continente quelle parti proposte, perche el si puo ritrouar piu parti le quale il numero numerato dalli denominatori de quelle non le contenerà, Essempigratia li tre numeri, li quali sono. 120. 90. & 72. sono parti de un medesimo numero il primo è la terza & lo secondo è la quarta & lo terzo è la quinta ma pur il minimo che numeranno li denominatori de quelle parti il qual è 60. non contiene queste parti adonque le da esser opposto se le parti sono poste sotto quantità certa della prima consequentia de questa demostratione, perche non seguita come vien arguido (per la trigesima nona) se il ternario numera questo adonque questo numero posto, è la terza parte di quello, Ma solamente che ha parte terza, per laqual causa il medesimo è quello che se propone secondo l'uno e l'altro modo ma secondo il primo piu conuenientemente si vede quello che se intende esser proposto. Ma bisogna aduertire che conuiensi che ogni parte habbi in lei quantità & si puol mettere quante & qual si voglia parti secondo la quantità, & recercar qual sia il minimo numero che contiene quelle tal parti & sotto quai denominationi, & il minimo che contien quelle è manifesto esser il mini-







no numerato da quelle e quelli numeri secondo li quali numerarano sono quelli che denominano quelle parti in quello anchora el se puol ponere quante e qual si voglia denominationi e recercar in qual minimo se trouano queste denominationi, e secondo qual quantità. El minimo che cōtien quelle similmēte è manifesto essere il minimo numerato da quelle, e li numeri secondo quali numerarano sono quelli li quali denominano le quantità. Ma l'uno e l'altro indarno se recerca el minimo per questo, perche infiniti sono li numeri che cōtenengo queste parti. Et quelli ne li quali se ritrouano queste denominationi, el si puol anchora poner quante parti si voglia, e altre denominationi ouer quante si vogliano denominationi, & altre tante parti. Ma non quale ne parte cō quali ne pare. Ma le certe cō le certe. Perche ponēdo io tre quattro, cinque parti, e denominatori de quelle .6. 7. 8. & cercando io qual numero cōtiē queste parti sotto queste denominationi. Io serò simile allo inquisitore cercante numerare lo impossibile. Adōque si cōuien poner le parti certe con le denominatione certe (& non come accade) & cercar, qual numero contien le parti poste sotto alle poste denominationi. Ma non liquali, perche il minimo è uno solo. Perche, ouero che serà proposta una parte & una denominatione, ouero piu & piu ne se porà pigliare piu numeri, che contegono quelle parti di quello serà il proposito. Perche solo è uno numero del qual el ternario è la parte quinta, & non piu. Ancora solo è quello del quale il ternario è la ottaua, & lo senario la quarta e nō piu. Et per tanto colui che ꝓpone le parti et le denominationi de quelle in el tutto nō è da cercare qual minimo cōtiene quelle parti sotto quelle denominationi. ma qual uno si contiene. Ma colui che propone solamente le parti, gli cōuien cercar qual minimo cōtien quelle, e da quali sō denominate in quello. Anchora colui che propone le sole denominationi conuiē cercar le parti che sono dette da quelle denominationi, et in qual minimo sono trouate. Ma el si vede esser piu conueniente cercar le parti per le denominatione, che le denominationi per le parti. Certamente la diuersità delle denominationi non delle parti compagna la diuersità delle proportioni.

Il Tradottore.

A me pare che la espositiō di questa ultima parte, non si accordi cō la ꝓpositione perche la ꝓpositione dice, che proposte quattro parti si voglia che trouiamo trouar il minimo numero che cōtēga quelle laqual propositione in sostantia nō uol dire altro che dato che sia piu numeri, uogliamo ritrouare il minimo numero che cadauno de essi numeri dati sia parte di quello, il quale uerrà a essere il minimo numerato da quelli. Il quale trouādolo ꝑ il modo che insegna la trigesima ottaua, hauemo concluso il ꝓposito. Ma lo espositore uol che date che siano le dette parte che'l sia anchora date le denominationi & da poi per la notitia delle denominationi uol ritrouar el minimo che habbia le parti delle dette denominationi, che è quello medesimo che ꝓpone la .41. cioe lui suppone note le denominationi & ignoti le quātità delle parti, sicome propone la detta .41. et questa uol al cōtrario, cioè uole che siano note solamēte le quātità delle parte, & per la notitia di quelle uol che trouiamo il minimo che contēga quelle come detto di sopra, tanto queste

Ne interpositioni io tẽgo che non siano cose de Euclide per piu ragioni ma cose aggionte da altri, & non credo che'l comento di Euclide ne etiã le interpositione di quelli, siano d'un solo commentatore ma de piu commentatori come fu anchora detto sopra le diffinitione del quinto, immo che io tẽgo che le bone sofistarie delli comẽti fussero di Euclide proprio perche il costume de boni & famosi Mathematici è da to che hanno la propositione immediate sotto giõgono la sua espositione & questo se verifica in Archimede Siracusano. Appollonio Pergeo Iordano et molti altri perche se cosi non facessene, seria giudicato maggiore inteligẽtia nelli comentatori che interpretasse quegli, che ne li proprij Auttori, perche eglie piu facile cosa a proponere una cosa vera, che a dimostrare la verità di quella. essempli gratia, egliè piu facil cosa a pponere (etiã a credere) che li dui angoli che sono sopra la basa del triãgolo de dui lati equali, siano fra loro equali (come propone la quĩta ppositione del primo) che a dimostrare la verità di quella, il medesimo se verifica in tutte le altre propositioni, cioè il suco della propositione consiste nella demostratione di quella & non nella semplice propositione.

LIBRO OTTAVO
DI EVCLIDE.

DE NVMERI SIMIL' ET DELLE DENOMINAtioni de quelli, alla similitudine della quantità continue, & delle proportioni de essi insieme.

Diffinitione prima.

1/17 *Li numeri sono detti lati delli numeri produtti dalla lor multiplicatione.*

Il Tradottore.

ESSEMPLI gratia. 3. et 4. sono detti lati del. 12. cioe del produtto della multiplicatione del. 3. fia. 4. et similmente. 2. et. 6. se diranno lati del detto. 12. & cosi. 3. & . 5. se dirãno lati del. 15. per le dette ragoni.

Diffinitione. 2.

2/17 *Lo numero che è contenuto da dui lati è detto numero superficiale.*

Il Tradottore.

Essempli gratia. 12. serà detto numero superficiale per essere contenuto da dui lati li quali sono. 3. e. 4. overo. 2. e. 6. & similmente il. 15. & li soi lati sono. 3.

ne.3.e.5. ma alcuni dicono che ne.13.ne.17.ne.19.ne alcuno altro numero primo se pono dire realmente numeri superficiali perche non sono contenuti da duoi lati over da dui numeri. Ideo &c. Ma questi tali se inganano perche inuero, ogni numero primo e superficiale, & l'un di suoi lati e la unità & l'altro e il medesimo numero primo.

Diffinitione. 3.

3 Ma quel numero che è contenuto sotto de tre lati, di quali vien a
18 procrearse dalla continua multiplicatione de quelli è detto numero solido.

Il Tradottore.

Quiui l'Autor ne diffinisse qualmẽte il numero solido e quello che vien contenuto sotto de tre lati, ouero de tre numeri, & che se procrei dalla continua multiplicatione de quelli essẽpli gratia siano deposti tre numeri cioe.2.3.&.5. hor multiplicãdo il primo fia el secõdo & quella multiplicatione, ouer quel produtto multiplicato consequentemente fia il terzo (cioe.2.fia.3.fa.6.&.6.fia.5.fa.30.) questo ultimo produtto (cioe.30.) se chiamarà numero solido, & li lati di numero solido seranno li detti tre numeri che fur multiplicati insieme (cioe.2.3.&.5.) Ma bisogna auertir che infiniti numeri sono superficiali e anchor solidi essempli gratia el 30. cõsiderãdo che sia produtto dalli soprascritti tre numeri cioe.2.3.&.5.serà solido per esser contenuto & compreso sotto de tre lati, ouero produtto da tre numeri. Ma pigliandolo come numero produtto da.2.e.da.15.serà superficiale per esser compreso sotto da dui lati, ouero produtto da duoi numeri, il medesimo seguiria che'l comprendesse esser produtto da.3.& da.10.ouer da.5.da.6.e pero bisogna aduertire.

Diffinitione. 4.

4 El numero quadrato è numero superficiale contenuto da lati equali.
19

Il Tradottore.

Li numeri superficiali per la seconda diffinitione sono contenuti da duoi lati o siano equali, ouero inequali, ma quando li detti duoi lati sono equali tai numeri superficiali p specificarli dalli altri se chiamano numeri quadrati come è.4.el quale è produtto, ouer contenuto de duoi numeri equali cioe da.2.fia.2.& similmẽte 9.e numero quadrato p esser pur contenuto da duoi lati equali che son.3.&.3.multiplicati l'un fia l'altro & similmẽte.16.25.36.49.64.81.100.e.144. son tutti numeri quadrati per le ragiõ dette. Et nota che ogni numero quadrato è etiam numero superficiale, ma ogni numero superficiale non è quadrato.

Diffinitione. 5.

5
20 El numero cubo, è numero solido contenuto da lati equali.

Il Tra-

Il Tradottore.

Per la terza diffinitione el numero solido è quello che è contenuto sotto de.3. numeri ouer lati o siano tutti.3.equali ouer.2.equale et l'altro inequale ouer de tutti.3.inequali, ma quãdo li detti tre lati ouer numeri sono tutti equali p specificare tai solidi dalli altri se chiamano numeri cubi come è.8.el quale è cõtenuto sotto de tre lati equali liquali sono.2.e.2.e.2.liquali multiplicati l'uno fia l'altro et quel pdutto fia l'altro farà.8.e cosi.27.sarà numero cubo p esser contenuto similmẽte sotto de.3.lati equali liquali sono.3.e.3.e.3. multiplicati come detto fanno.27.& similmẽte.64.125.216.343.sono tutti numeri cubi per le ragioni sopradette & bisogna auertire che ogni numero cubo è anchora numero solido ma ogni numero solido non è numero cubo.

Diffinitione .6.

6/22 *Li numeri superficiali, ouero solidi di quali li lati sono proportionali sono detti simili.*

Il Tradottore.

Essempli gratia.32.& .18.ambidui pono essere superficiali etiam solidi secondo che vien considerata ouero tolta la continentia loro ma pigliãdoli per superficiali, li duoi lati de l'uno,& li duoi lati dell'altro ponno esser considerati in varii modi secondo la varietà de numeri che multiplicati l'uno fia l'altro pono produr cadauno de loro. ma pigliando per li duoi lati del.32.4.e.8.& per li duoi lati del.18.pigliando.3.& .6.hora per esser li detti duoi lati del.32.(cioe).4.e.8.proportionali alli duoi lati del.18.(cioe) a.3.&.6 (cioe) che tal proportione è da.4.a.8.come da.3.a.6 li detti duoi numeri superficiali (cioe.32.&.18.) seranno detti simili. Similmente de questi duoi numeri.216.& .1728.pigliandoli per solidi,& pigliãdoli per tre lati de.216.4.e.6.e.9.& per li tre lati de.1728.8.e.12.e.18.et perche li tre lati de l'uno (cioe.4.6.e.9.) sono proportionali alli tre lati di l'altro (cioe a.8.12.&.18.) che tal proportione è da.4.a.6.qual è da.8.a.12.& da.6.a.9.quale è da.12.a.18.) li detti duoi numeri solidi se diranno simili. Ma bisogna aduertire che'l non è necessario che li lati de numeri solidi simili siano sẽpre cõtinui proportionali come sono li sopraposti ma ponno essere continui & discontinui essempli gratia siã li duoi numeri.24.& .192.li quali pigliãdoli per solidi e pigliã

Superficiale.
18
3 6

Simili.

Superficiale.
32
4 8

Solido.
216
4 6 9

Simili.

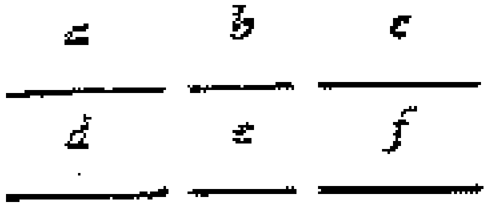
Solido.
1728
8 12 18

do per

ro per li tre lati del.24.2.e.3.e.4.& per li tre lati del.192.4.e.6.e.8.& perche li detti tre lati dell'uno (cioe.2.3.e.4.) son proportionali alli.3.lati dell'altro (cioe e.4.6.e.8.cioe che tal proportione e da.2.a.3.quale e da.4.a.6.et tale e da.3.a.4.quale è da.6.a.8.) li detti duoi numeri solidi seranno detti simili, ancor che li.3.lati di l'uno & di l'altro non siano continuati in una proportione.

Theorema prima. Propositione prima.

1/1 Se li estremi, de quanti numeri si voglian di continua proportionalità, seranno contra se primi, tutti quelli è necessario secondo la sua proportione esser li minimi.

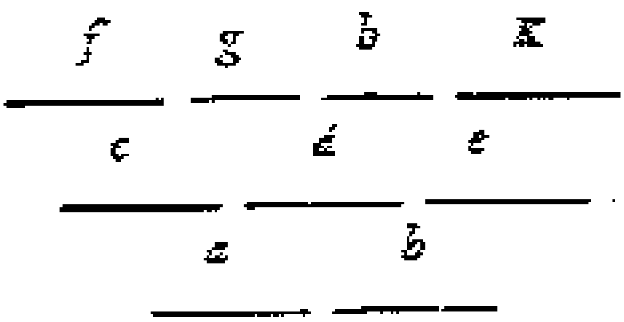


Siano.a.b.c.continui proportionali e li duoi estremi (liquali sono.a.c.) siano cotra se primi. dico che in la medesima proportione non se ne trouerà tanti similmente minori, ma se questo potesse accadere per l'aduersario siano.d.e.f.& (per la quintadecima propositione del settimo) serà del.a.al.c.si come del.d.al.f.& perche.a.& c.sono li minimi in la sua proportione (per la vigesima quinta del medesmo) seguitaria (per la vigesima seconda) che.a.numerasse.d.& .c.numerasse.f. cioe che li maggiori numerasse li minori laqual cosa esser non puo.

Problema.1. Propositione.2.

2/2 Puotemo trouare quanti numeri si voglia de continua proportionalità, secondo una data proportione minimi.

Siano.a.et.b.li minimi de la detta proportione et sia dutto in.a.in se medesmo & faccia.c.& dutto in.b.faccia.d.ancora dutto il.b.in se & produca.e.& .c.d.e.seranno continui proportionali in la proportione del.a.al.b.(per la decima ottaua et decima nona del settimo) & perche.c.& .e.sono contra se primi (per la trigesima del medesmo) seranno.c.d.e.li minimi secondo la data proportione (per la precedente) anchora sia dutto.a.in tutti quelli et peruengano.f.g.h.& .b.in.e.peruenga.K.seranno etiam.f.g.h.K.cotinui proportionali in la proportione del.a.al.b.(per la decima ottaua et decima nona del settimo.) Ancora minimi (per la trigesima del medesmo,) (& per la precedente) e per questa via, è ragione se ne trouerà.5.ouer.6.quanti si voglia.



Correlario.

2/2 Onde serà manifesto, che se seranno tre numeri de continua proportionalità minimi secondo quella, li duoi estremi seranno quadrati, & se seranno quattro li estremi seranno cubi.

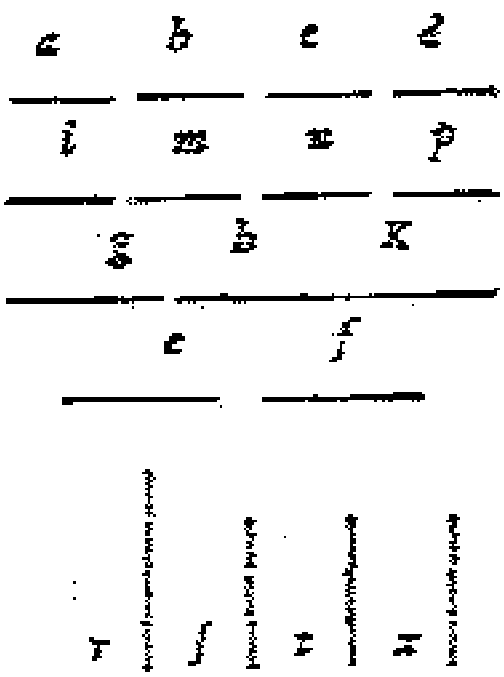
Il Tra-

I. Tradottore.

Lo soprascritto correlario cõclude che per il processo delle cose fatte & dimostrate di sopra serà manifesto, che se seranno tre numeri de cõtinua proportionalità secõdo quella, minimi li duoi estremi seranno quadrati & se seranno quattro le estremi seranno cubi, perche el si vede nel processo di sopra qualmẽte li duoi estremi .c. & .e. esser prevenuti dal dutto de .a. & del .b. in se medesimi però vegono a esser quadrati, similmẽte si vede li duoi estremi .f. & .K. esser produtti l'uno dal dutto de .a. nel suo quadrato .c. & l'altro del .b. nel suo quadrato .e. per il che vẽgono a esser ambiduoi cubi & li lati del .f. viẽ a essere .a. over tre numeri equali al .a. & similmẽte li lati del .K. vegono a essere .b. over tre numeri equali al .b. & e.

Theorema .2. Propositione .3.

3
3 Se quanti si voglian numeri continuamente proportionali seranno secõdo la sua proportione minimi, el se approva li duoi estremi de quelli necessariamente esser contra se primi.

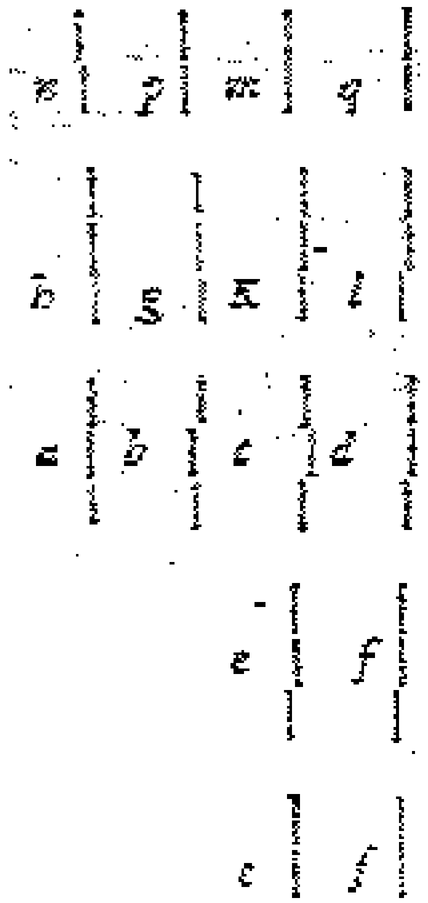


Questa terza è al cõtrario della prima. perche siano .a. b. c. d. continuamente proportionali, & li minimi secõdo la sua proportione. Dico che li duoi estremi .a. & .d. seranno fra loro primi. perche li duoi minimi secõdo la proportione del .a. al .b. siano .e. & .f. & (per la vigesima terza del settimo) seranno contra se primi. Adõque per questi duoi, secondo la dottrina della precedẽte, siã trovati similmẽte tanti continuamente proportionali & minimi quãti sono li numeri propositi. primamẽte tre liquali son .g. h. K. dapoi quattro liquali son .l. m. n. p. & a questo modo continuamẽte per lo aggiongimento de uno per fina a tãto che ne siano fatti tanti quanti sono li numeri propositi come in questo loco sono .l. m. n. p. Seguita adõque .l. m. n. p. esser equali a .a. b. c. d. per questa causa che in la medema proportione l'uno & li altri sono li minimi & perche .l. & .p. sono contra se primi, per la vigesima del settimo, seranno anchora .a. & .d. a quelli equali, contra se primi che è il proposito.

Problema .1. Propositione .4.

4
4 Puotemo trovare la similitudine de piu proportioni assignate in li minimi numeri

numeri secondo quelle proportioni continuamente proportionale.



Siano prima trouate le assignate proportioni in li minimi termini come insegna la trigesima sesta del settimo & siano la prima fra .a. & .b. la seconda fra .c. & d. la terza fra .e. & .f. & cosi anchora de piu se saranno piu, hor voglio continuar queste proportioni in li quattro minimi numeri. Piglio adunque .g. minimo numerato dal .b. & .c. & quante volte .b. numera esso .g. tante volte faccio che .a. numera .h. Et ancora che'l .d. numeri tante volte il .K. quante volte .c. numera .g. Et se per caso .e. numera .K. faccio che .f. tante volte numeri .l. & cosi li quattro numeri .h. g. K. l. seranno quelli che cercamo. Perche è manifesto (per la decima ottaua del settimo) che'l sia del .h. al .g. si come del .a. al .b. et del .g. al .K. si come del .c. al .d. & del .K. al .l. si come del .e. al .f. anchora è manifesto quelli esser li minimi, perche se possibile fusse esser altri minimi come .n. p. m. q. bisognaria (per la .2 .2. del settimo tolta due volte) che l'uno & l'altro di duoi .b. & .c. numeri il .p. per laqual cosa et .g. numerarà il medesimo (per lo correlario della trigesima settima del settimo) che è inconueniente. Sono adunque .h. g. K. l. li minimi, ma se per sorte .e. non numera .K. sia tolto .m. il minimo numerato da quelli (cioe da .e. & .K.) elqual .m. quante volte è numerato dal .K. tante volte .h. numeri .n. & .g. tante volte numeri il .p. & seranno (per la decima ottaua del settimo) .n. p. m. in la proportione de .h. g. K. per laqual cosa del .n. al .p. serà come del .a. al .b. et del .p. al .m. come del .c. al .d. & quante volte .e. numera .m. faccio che tante volte .f. numeri .q. & serà (per la medesima) del .m. al .q. si come del .e. al .f. adunque è manifesto che le assignate proportioni sono continuate in li quatro numeri liquali sono .n. p. m. q. liquali se non seranno li minimi (per l'aduersario) siano se esser possibile altri liquali sian .r. s. t. u. adunque perche (per la vigesima seconda del settimo tolta due volte) l'uno & l'altro di duoi numeri .b. & .c. numera .s. (per il correlario della trigesima quinta del settimo) seguitaria che .g. numerasse il medesimo per laqual cosa etiam .K. numeraria .t. ma perche, per la vigesima seconda del settimo, .e. numera il medesimo .t. non sera .m. lo minimo numerato del .K. & del .e. per questa ragione tu potrai continuare a quelle un'altra quarta e quanti si voglian altre senza impedimento.

Theorema .5. Propositione .5.

5
5 La propositione de tutti li numeri composti dell'uno all'altro, e composta delle proportioni di suoi lati.

Quello che propone la vigesima quinta del sesto delle superficie de equidistanti

Lati

lati, quella proposta di numeri composti, siano li doi numeri composti .a. b. li la ti de lo .a. siano .c. & .d. li lati del .b. siano .e. & .f. dico adonque che la proportione del .a. al .b. è composta de quella che è dal .c. al .e. & de quella che è del .d. al .f. Et per di mostrar questo sia che dal .d. in .e. sia fatto .g. perche adonque del .d. in .c. vien fat to .a. & dal .f. in .e. vien fatto .b. (per la conversione della diffinitione di lati) serà (per la decima ottaua del settimo) del .a. al .g. si come del .c. al .e. & per la deci ma nona del medesimo) serà del .g. al .b. si come del .d. al .f. per laqual cosa (per la diffinition) la proportione del .a. al .b. è composto de quella che è del .c. al .e. & de quella che è del .d. al .f. che è il proposito, ne è necessario che continuamo le propor tioni di lati (cioe quella che e del .c. al .e. & quella che e del .d. al .f.) in li minimi numeri trouati secondo la dottrina della precedente, come insegnano alcuni perche questo e proposito non necessario, e quelli arguiscono, posto che quelli minimi siano .h. K. l. in questo modo che sia del .h. al .K. si come del .c. al .e. & del .K. al .l. si come del .d. al .f. & la proportione del .h. al .l. esser composta dalle proportioni delli proposti la ti & tolto .g. esser fatto del .d. in .e. arguiscono del .a. al .g. es ser come del .h. al .K. (perche egli e come del .c. al .e.) & del .g. al .b. come del .K. al .l. perche egli e come del .d. al .f.) e per tanto secondo la equa proportionalità, & del .a. al .b. se rà come del .h. al .l. concludeno adonque la proportione del .a. al .b. esser composta de quelle che e composte .h. & .l. che e vero ma non necessariamente tolto.

Il Tradottore.

El testo di questa quinta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

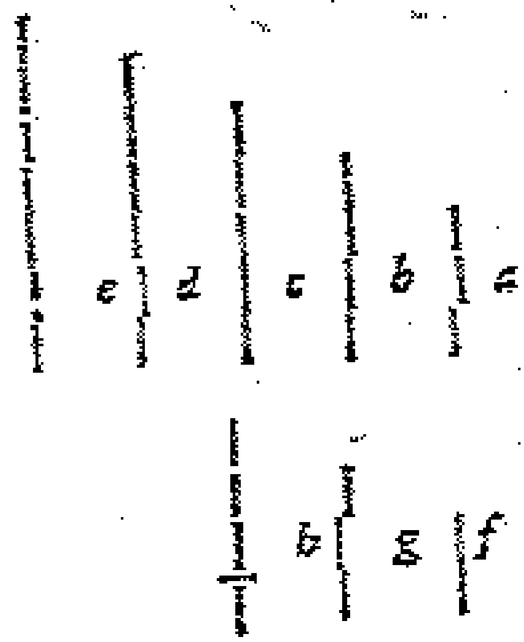
Li numeri piani, cioe superficiali, fra loro hanno la proportione composta dal li lati.

Laqual propositione e piu generale, e piu conueniente, & piu corretta che quel la della prima tradottione perche li numeri primi come dissi sopra la seconda diffi nitione sono anchora loro superficiale, abenche alcuni Espositori di Euclide o tenga no contraria opinione come sopra il decimo se potrà vedere, Ma bisogna notare che la espositione per noi adotta sopra la diffinitione di numeri superficiali, cioe sopra la seconda diffinitione di questo, per errore di stampa, par che mi contradica, perche in quella la scrittura dice in questa forma, ma .13. ne .17. ne .19. ne alcun altro numero primo se pono dire realmente numeri superficiali. & laqual scrit tura vol stare, ouero dire in questo modo. Ma alcuni dicono che ne .13. ne .17. ne .19. ne alcuno altro numero primo se puonno dire realmente numeri superficiali.

Theorema .4. Propositione .6.

6 Se'l primo, de quanti si voglian numeri continuamente proportionali non
6 numera il secondo niuno delli altri numerarà l'ultimo.

Siano



Siano.a.b.c.d.e.cōtinuamēte proportionali. dico che se.a.nō numera.b.niū delli altri numerarà.e. perche egliè manifesto che se.a.numera esso.b.che tutti li altri numerano.e. & simplicemente qual si voglia precedēte numerarà qual si voglia conseguente. ma se.a.nō numera esso.b.è manifesto che .d.non numerarà.e.ne simplicemēte alcun de loro numerarà il prossimo seguēte, perche sono sta posti continuamēte proportionali, ma che nullo altro ca me saria a dire.c.numeri esso.e. se dimostra in questo modo siano tolti, secondo la dottrina della secōda di questo, tanti altri similmente continuamente proportionali minimi in la medesima proportione quanti sono esso.c.& tutti li altri sequenti.liquali siano.f.g.h.& per la terza di questo.f.& .h.seranno contra se primi. Et perche, per la equal proportionalità, del .c.al.e.e come del.f.al.h. conciosia che.f.non numera.h.nel.c.numerarà.e.ne p il medesimo modo alcun delli altri numerarà esso.e. per laqual cosa e chiaro quello che fu proposto.

Il Tradottore.

El testo di questa sesta propositione, nella seconda tradottione parla in questa forma cioe.

Se seranno quanti si vogliano numeri continuamente proportionali & che il primo non misura il secondo & niun altro misurarà niuno altro.

Il Tradottore.

La qual propositione par se dimostra si come la precedēte, esempli gratia volē do dimostrare che.a.non misuri alcun altro, poniamo,c. pigliaremo similmente tanti termini come è.a.b.c. cōtinuamente proportionali minimi in quella propor tione quali siano par.f.g.h.& se procederà come di sopra fu fatto, cioe che se.f. non misura.h.ne anchora.a.misura.c.

Theorema.5. Propositione.7.

7 Se'l primo di numeri continuatamēte proportionali, numera l'ultimo quel
7 medesimo numera il secondo.

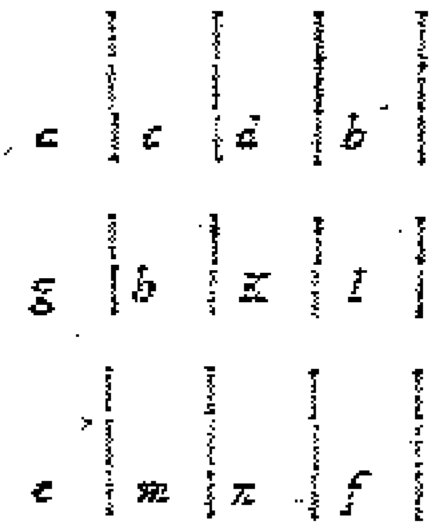
Siano quelli posti per avanti cōtinuatamēte proportionali dico se.a.numera.e. esso.a.numerara il.b.altramente, per la precedente, non numeraria.e.che è il cōtrario & impossibile. Et non solamente numerarà.b.ma etiam li numerarà tutti & similmente ciascun de loro numerarà qual si voglia delli sequenti.

Theo-

Theorema. 6. Propositione. 8.

8 Se fra dui numeri, cascaranno quanti numeri si voglia in continua pro-
8 portionalità, similmente tanti è necessario cascar fra ogni dui referti in la medesima proportione.

Siano a. & b. fra liquali cadeno c. et d. in continua proportione liquali sia in proportione com'è e. al f. Dico che similmente tanti termini cadeno fra e. & f. & in quella medesima proportione quanti cadeno fra a. & b. perche essendo g. h. K. l. similmente tanti minimi quanti sono a. c. d. b. quelli liquali cadeno fra quelli tal si come insegna la seconda di questo continuamente proportionali in quella proportione & (per la terza di questo) g. & l. seranno contra se primi, et (per la equal proportionalità) serà del g. al l. si come del a. al b. & però è si come dal e. al f. & perche essi sono in la sua

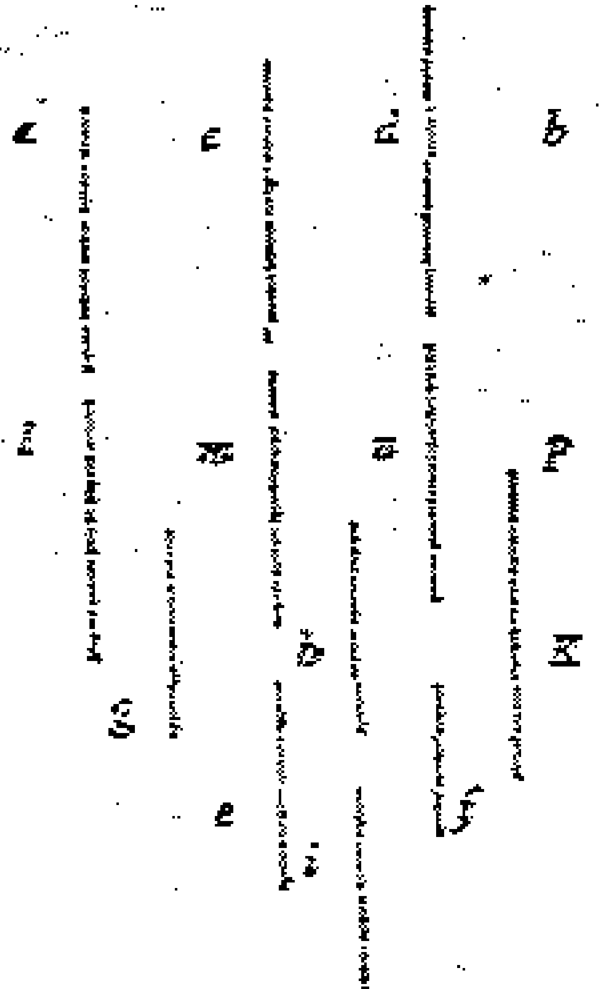


proportione minimi (per la vigesimaterza del settimo) seguita (per la vigesima prima del medesimo) che g. numeri e. & l. f. egualmente tante volte adunque h. numeri m. & K. n. & posti m. & n. fra e. & f. (per la decima ottava del settimo) è manifesto e. m. n. f. essere continuamente proportionali si come sono g. h. K. l. & però si come a. d. c. d. per laqual cosa è manifesto quello che stato detto. Da questa propositione è manifesto niuna superparticulare poter esser divisa in due parte equale perche se questo fusse possibile bisogneria fra dui numeri de uno so la unità distanti cascar un numero medio, laqual cosa non puo esser, e pertanto il tono in la musica ilqual contien una sesquiottava proportione in dui veri semitoni non puo esser diviso, ma necessariamente vien diviso in semiton minore, & in semiton maggiore.

Theorema. 7. Propositione. 9.

9 Se fra dui numeri contra se primi cascaranno quanti numeri si voglian in
9 continua proportionalità, similmente tanti è necessario cadere fra l'uno & l'altro de quelli & la unità, in continua proportionalità.

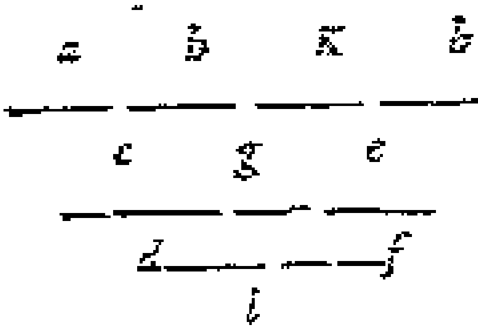
Siano a. & b. contra se primi fra liquali cada in continua proportione c. et d. dico che tanti similmente seranno continuamente proportionali fra a. et la unità, & anchora similmente fra b. & la unità, perche essendo li minimi in quella proportione e. & f. tolti come insegna la vigesima sesta propositione del 7. libro dalli quali essendo tolti tre continuamente proportionali minimi in la proportion de quelli come insegna la seconda di questo liquali siano g. h. K. et dapoi quattro liquali siano l. m. n. p. e questo sia fatto tante volte per fin a tanto che li tolti cosi sian tanti simil-



similmente quanti sono li numeri proposti, come in questo luoco sono. l. m. n. p. le mani- festo adunque essendo. a. c. d. b. in la sua pro portione minimi (per la prima di questo, & essendo l. m. n. p. tanti similmente & minimi in la medesima, & non essendo possibile, esse- re alcuno minore del minimo che li numeri. l. m. n. p. seranno equali alli numeri. a. c. d. b. cadauno al suo relativo adunque l. è equale al. a. & il. p. al. b. & è manifesto dalla secon- da de questo che del. f. in se medesimo vien fat to il. K. & del medesimo. f. in. K. vien fatto. p. (per la diffinitione adunq; de quella diffini- tione che cosa è esser multiplicato) serà lo. f. in. K. anchora il. K. in. p. quante volte è la uni tà in. f. adunq; la unità. f. K. p. sono continua mente proportionali, & similmente & la uni tà. e. g. l. tolti adunq; a. et. b. in luogo del. l. & p. la quelli equali seranno fra. a. & la unità. g. & e. & fra. b. & la unità. K. & f. continua mente proportionali tanti similmente quanti sono fra. a. & b. che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 10.

10
—
10 Se fra l'uno e l'altro de quelli, & la unità cascharanno quanti si vo- gliano numeri in continua proportionalità, tanti similmente è necessario es- ser fra li detti dui numeri in continua proportionalità.



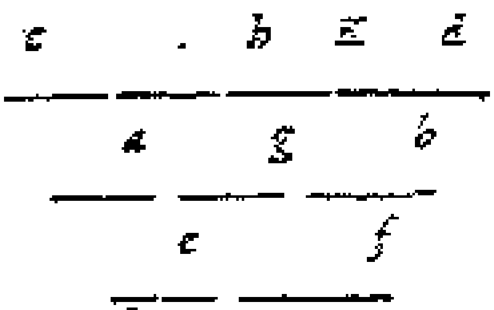
Siano li dui numeri. a. & b. & siano. c. & d. fra. a. & la unità anchora e. & f. fra. b. & la unità, conti nuamente proportionali. Dico tanti similmente esser fra. a. & b. continuamente proportionali. Questa è cõ uersa della precedẽte eccetto che al suggetto della pre cedente fu posto. a. & b. esser contra se primi, che non vien posto in questo luoco per la qual causa lo suggetto di questa è piu universale del suggetto di quella, perche adunque quãte volte la unità è in. d. tãte volte è il. d. in. c. & tante volte d. c. in. a. è manifesto che dal. d. in se vien fatto il. c. & dal medesimo. d. in. c. vien fatto. a. Similmente anchora dal. f. in se, & in. e. sono fatti. e. et. b. essendo adunque dutto. d. in. f. lo produtto sia. g. & similmente el medesimo. d. essendo dutto in. g. & e. & essendo li produtti. h. & K. è manifesto adunque (dalla decima ottaua del settimo) che del. c. al. g. e come del. d. al. f. & (dalla decima nona) che del. g. al. e. è come del. d. al. f. per laqual co sa. c. e. g. sõ cõtinuamẽte proportionali la proportione del. d. al. f. Anchora un'al tra volta per la decima ottaua) sono del. a. al. h. si come del. c. al. g. & del. h. al. K.

si come

si come del .g. al .e. & (per la decima nona) del .K. al .h. si come del .d. al .f. adonque .e.h.K.d. son continuamente proportionali, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema .9. Propositione .11.

11 → 12.13 Se seranno dui numeri ambidui quadrati la proportione dell'uno all'altro, de quelli serà come la proportione del lato dell'uno al lato dell'altro duplicata, & se ambi seranno cubi la proportione dell'uno all'altro, si è come la proportione del lato dell'uno all'altro treplicata.



Siano li dui numeri quadrati .a. & .b. li dui cubi .c. & .d. li lati si di quadrati come di cubi siano .e. (del .a. & del .c.) & .f. (del .b. & del .d.) dico che la proportione del .a. al .b. serà si come del .e. al .f. duplicata, & del .c. al .d. si come la medesima treplicata, perche è manifesto che dal .e. in se medesimo vien fatto .a. & da esso .e. in .a. vien fatto .c. cosi ancora dal .f. in se vien fatto .b. & da esso .f. in .b. vien fatto .d. adonque sia dutto .e. in .f. & pervenga .g. & sia dutto in .g. & .b. & pervengano .h. & .K. & (per la decima ottava del settimo) serà del .a. al .g. si come del .e. al .f. (e per la decima nona) del .g. al .b. serà si come del .e. al .f. adonque (dalla diffinitione) del .a. al .b. serà si come del .e. al .f. duplicata che è il primo proposito. Et secondo per lo medesimo modo è manifesto, (perche per la decima ottava un'altra volta) del .c. al .h. si come del .a. al .g. & del .h. al .K. si come del .g. al .b. &, (per la decima nona) del .K. al .d. si come del .e. al .f. per la qual cosa .c.h.K.d. sono etiam continuamente proportionali, in la proportione del .e. al .f. adonque (per la diffinitione) serà del .c. al .d. si come del .e. al .f. treplicata che è il secondo proposito.

Il Tradottore.

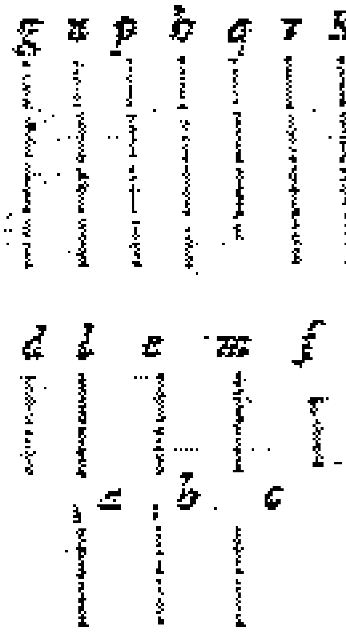
Questa soprascritta propositione in la seconda tradottione è divisa in due propositioni & in quelle propone due particule di più della presente perche la prima dice in questa forma videlicet.

Uno medio proportionale de dui numeri quadrati è numero, & lo quadrato al quadratto ha doppia proportione che'l lato al lato.

Et la seconda dice a questo modo.

Li dui medij proportionali, de dui numeri cubi sono numeri, & il cubo al cubo ha trepia proportione, come ha il lato al lato le qual particole se vedeno cosi esser per le demostrationi fatte di sopra cioè che il medio proportionale fra li dui quadrati .a. & .b. (el qual è .g.) è numero per esser prodotto del .e. in .f. & similmente li dui medij porportionali fra li dui numeri cubici .c. et .d. (cioè .h. et .K.) sono etiam numeri per esser produtti della multiplicatione del numero e nelli dui numeri .g. & .h. che è il proposito.

Theorema. 10. Propositione. 12.

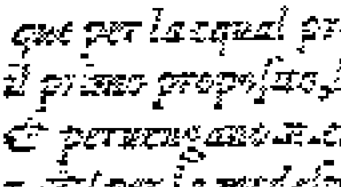


12 / 15 *Se ciascun de numeri de cōtinua proportionalità sia multiplicato in se medesimo, quelli numeri che da quelli seran prodotti è necessario esser fatto continua proportionalità, & se gli suoi principij sian anchora multiplicati in essi prodotti anchora li prodotti da quelli è necessario esser de continua proportionalità, & il medesimo aduerrà in tutte le estremità prodotte per questo modo.*

Siano.a.b.c.cōtinuamente proportionali di quali ciascū sia multiplicato in se medesimo & peruengano dal.a.il.d.et dal.b.lo.e.& dal.c.lo.f.dico che.d.e.f.seno continuamente proportionali, & se anchora sia multiplicato.a.in.d.& peruenga.g.anchor.b.in e.& peruenga.h.et.c.in.f.& peruenga.K.dico anchora che.g.h.K.seranno continuamente proportionali, perche essendo.l.produtto dal.a.in.b.& m.il produtto del.c.in quel medesimo & (per la decima ottaua & decima nona del settimo) seranno.d.l.e.m.f.continuamente proportionali in la proportione de.a.b.c. Adonque per la equal proportionalità arguisse del.d.al.e.esser si come del.e.al.f.che è il primo proposito, or mantise vien dimostrato, cosi sia multiplicato.a.in.l.&.e.& peruengano.u.et.p.ancora sia multiplicato.c.in.e.& m.& peruengano.q.& r.&(per la medesima) seranno.g.u.p.h.q.r.K.anchora cōtinuamente proportionali in la proportione di primi adunque per la equal proportionalità cōclude.g.al.h.esser si come.h.al.K.che.e.lo rimanente la medesima ragione serà quāte volte che li primi siano multiplicati in li prodotti.

Theorema. 11. Propositione. 13.

13 *Se alcun numero quadrato, numererà vn altro numero quadrato, el se*
14 *approua anchora el suo lato numerar il lato di quello, & se'l suo lato numerarà il lato de quello, il quadrato numerarà il quadrato.*

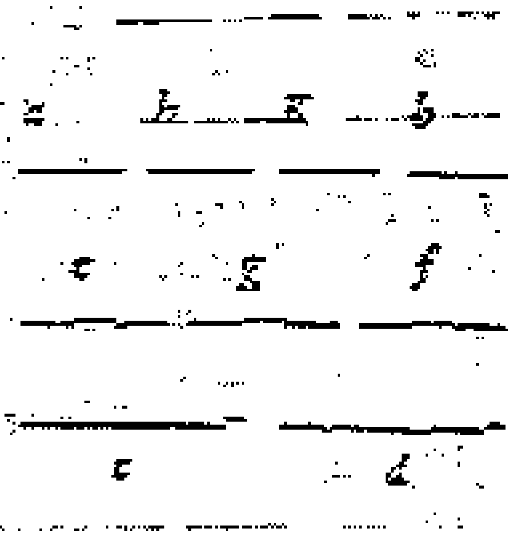


Siano li duoi numeri quadrati.a.& b.& li lati de quelli.c.& .d. Dico che se .a .numera .b .il .c .numera il .d. & è conuerso. perche le manifesto che dal dutto del .c .in se medesimo vien fatto .a .& del .d .in se medesimo vien fatto .b. essendo adonque fatto .e .dalla multiplicatione del .c.in.d. per la decima ottaua & decima nona propositione del settimo libro, seranno.a.e.b.continuamēte proportionali in la proportione del c.al.d.Se adōque.a.numera.b.quello medesimo (per la settima propositione de questo) numerarà.e.per laqual cosa, & .c.numerarà il.d.che è il proposito primo.

La parte conversa così è manifesta, se. e. numera, d. lo. a. numerarà. b. per questo che la proportione del. a. al. e. è si come del. c. al. d. & se'l numera, e. esso numerarà. b. per questa causa che sono continuamente proportionali.

Theorema. 12. Propositione. 14.

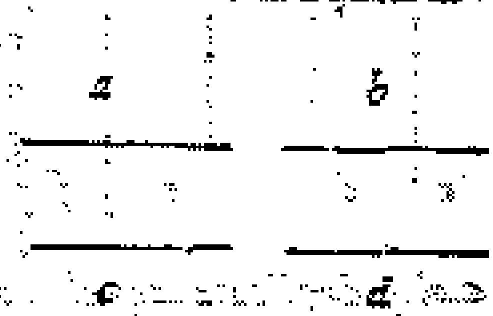
14 Se un numero cubo numerarà un'altro numero cubo. Ancora il suo lato
15 numerarà il lato dell'altro, & se'l suo lato numerarà il lato dell'altro, il cubo numerarà il cubo.



Siano dui numeri cubi, a. et b. li lati di quelli. c. & d. Dico che se. a. numera. b. ancora il. c. numerarà il. d. & è converso (per dimostrar questo sia moltiplicato. c. in se & sia fatto. e. ancora il. d. in se & sia fatto. f. adonque è manifesto che dal. c. in. e. vien fatto. a. & dal. d. in. f. vien fatto. b. adonque il. g. vien fatto dal. c. in. d. & (per la decimaottava & decimanona del settimo) e. g. f. seranno continuamente proportionali in la proportione dal. c. al. d. Ma. h. et. k. pervengono dal. c. in. g. & f. adonque (per le medesime propositioni) a. h. k. b. seranno ancora continuamente proportionali in la medesima proportione. Adonque se. a. numerà. b. el medesimo (per la settima di questo) numerarà. h. per laqual cosa & c. numerarà il. d. perche dal. c. al. d. e si come dal. a. al. h. adonque è manifesta la prima parte. La parte conversa è manifesta si come la conversa della prima. perche se. c. numera. d. anchora. a. numera. h. laqual se la numera e necessario che la numera. b.

Theorema. 13. Propositione. 15.

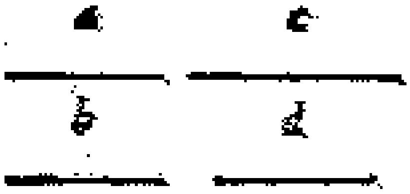
15 Se un numero quadrato non numerarà alcun'altro numero quadrato, ne
16 il suo lato numerarà il lato de quello. Et se'l lato suo non numerarà il lato de quello, el se conuence de necessità quel quadrato non numerarà quell'altro quadrato.



Siano li dui numeri quadrati. a. & b. li lati di quali siano. c. & d. se. a. non numerarà. b. dico che anchora. c. non numerarà. d. & è converso se. c. non numera. d. ne. a. numerarà. b. Hor sia primamente che. a. non numeri. b. se adonque. c. (per l'aduersario) numera il. d. (per la seconda parte della terzadecima di questo) & a. numerarà. b. laqual cosa è contraria alla positione, & così è manifesto il primo proposito. Anchora il secondo se manifesta in questo modo. Sia che. c. non numeri. d. adonque se possibile è per l'aduersario che. a. numeri. b. (per la prima parte della terzadecima) è necessario che. c. numeri. d. adonque egliè necessario che lui numeri quello & già fu supposto che'l non lo numeri laqual cosa è impossibile.

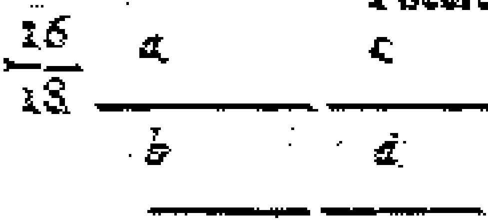
Theorema.14. Propositione.16.

e/17 *Se un numero cubo non misura un'altro numero cubo, ne il lato de quello misurarà el lato de quello altro, & se'l lato non misura il lato ne etiam il cubo misurarà il cubo.*



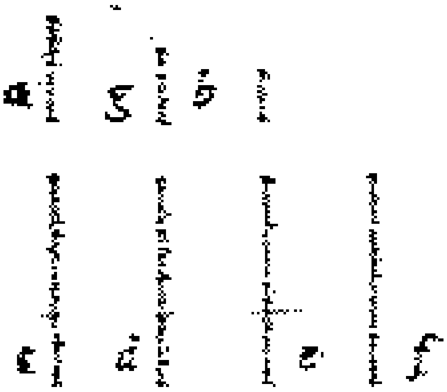
Sia che'l numero cubo.a.non misuri il numero cubo.b. & il lato di questo.a.sia.c.& del.b.sia.d.dico che.c.non misura esso.d.perche se.c.misura esso.d.etiam.a.misura.b.(per la quartadecima propositione dell'ottavo libro) ma.a.non misura.b.per il presupposito, adonque nel.c.misurarà esso,d.Ma supposto che'l,c.non misura.d.dico che.a.non misuri.b.per se.a.misurasse,b.&.c.misuraria.d.(per la decima quarta de questo, ma il c.)dal presupposito non misura.d.adonque ne etiam.a.misurarà esso.b.laqual cosa bisognava dimostrare.

Theorema.15. Propositione.17.



16/18 *Se duoi numeri superficiali seranno simili è necessario esser fra quelli un terzo numero secondo la proportionalità continua, & la proportione de un numero all'altro a lui simile serà come la proportione duplicata de un di suoi lati al lato dell'altro a lui riguardante.*

Siano li duoi numeri,a.&.b.superficiali & simili. Dico che fra essi cade un numero in continua proportione, & per dimostrar questo sian li lati del,a.c.& d.et li lati del.b.sian.e.&.f.& (per la conversione della diffinitione di numeri simili) serà del.c.al.e.si come del.d.al.f.& è manifesto che dal,c.in d.vien fatto.a.& dal.e.in.f.vien fatto.b.adonque sia fatto.g.dal.e.in.d.& (per la decima nona del settimo) serà del.a.al.g.si come del.c.al.e.& (per la decima ottava) del medesimo del.g.al.b.serà si come del.d.al.f.per laqual cosa, del.a.al.g.serà si come del.g.al.b.Adonque.g.è medio fra.a.&.b.in cōtinua proportionalità che è il proposito. Ma il correlario è manifesto essēdo del.a.al.b.(per la diffinitione) si come del.a.al.g.duplicata laquale è a quella medesima che è dal.c.al.e.

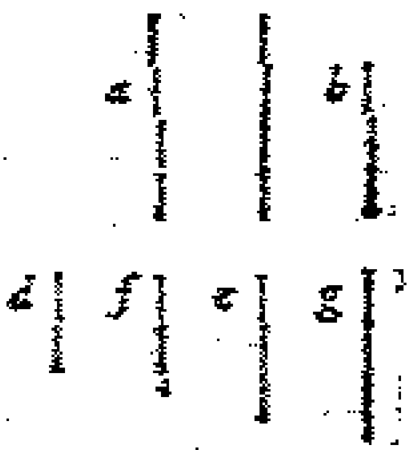


Theorema.16. Propositione.18.

17/20 *Se un terzo numero cascharà fra duoi numeri secondo la continua proportionalità quelli duoi numeri seranno superficiali & simili.*

Questa è conversa della precedente cioe che se fra,a.et.b.sia.c.constituto secondo cōtinua proportionalità. Dico che,a,&,b,serāno ambidui numeri superficiali &

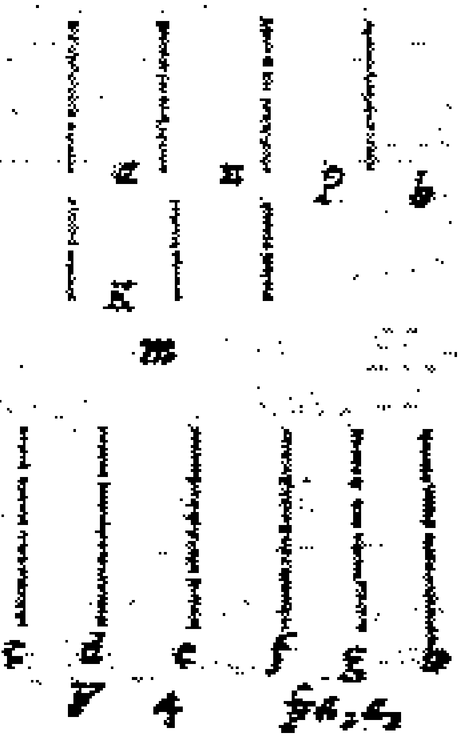
& simili perche se seranno tolti .d. & e. minimi in quella proportion in laquale sono continuati .a.c.b. quelli (per la uigesima seconda del settimo) numeraranno .a. & c. equalmente & sia che li numeraranno secondo .f. & (per la medesima) .c. & b. equalmente & sia che li numeraranno secondo .g. seranno adonque (per la diffinitione) .a. & b. superficiali, & seranno anchora (per la diffinitione) .d. & f. lati del numero .a. anchora .e. & g. lati del numero .b. ma che essi siano simili tu l'hauerai in questo modo. Perche essendo .c. produtto dal .d. in .g. & similmente essendo il medesimo .c. il produtto del .e. in .f. (per la seconda parte della uigesima del settimo) serà del .d. al .e. si come del .f. al .g. (per la diffinitione) adonque .a. & b. sono simili che è il proposito. Et questo ultimo proposito il qual è .a. & b. esser simili tal per hauere (per la decima nona & decima ottaua del settimo) & per questo presupposito che .a.c.b. sono continuamente proportionali in la proportione del .d. al .e. de minimi numeranti .a. & c. secondo .f. & c. & b. secondo .g.



Theorema. 17. Propositione. 19.

18/19 Se seranno duoi numeri solidi simili, e necessario fra quelli esser duoi numeri secondo la continua proportionalità, & la proportione de l'uno solido all'altro a lui simile, serà come la proportione treplicata de qual si uoglia suo lato al lato dell'altro a lui rispondente proportionalmente.

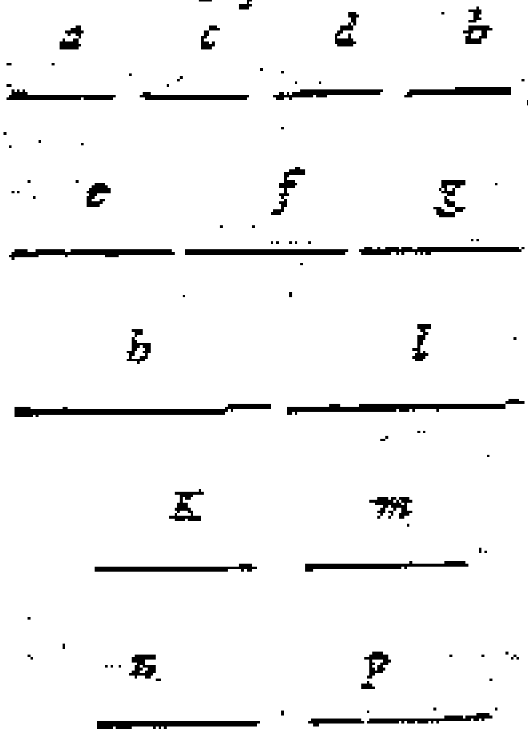
Siano li duoi numeri .a. & b. solidi simili, Dico che fra essi cascano duoi numeri in continua proportione, et per dimostrar questo siano li lati del numero .a. li numeri .c.d.e. & li lati del .b. siano .f.g.h. & (per la conuersione delle diffinitione di numeri solidi simili) serà del .c. al .f. & del .d. al .g. si come del .e. al .h. sia adonque .k. il produtto del .c. in .d. & .l. lo produtto del .f. in .g. l. & (per la diffinitione) seranno .k. & l. superficiali & simili per laqual cosa (per la decima settima di questo) fra quelli cade un numero medio proportionale secondo la proportione del .c. al .f. qual sia .m. Ma è manifesto che del .e. in .k. uien fatto .a. & del .h. in .l. uien fatto .b. Se adonque del .e. in .m. & l. sono fatto .n. & p. seranno (per la .18. del settimo) del .a. al .n. si come del .k. al .m. & n. al .p. si come del .m. al .l. per laqual cosa .a.n.p. son continuamente proportionali in la proportione del .c. al .f. & perche (per la decima nona del medesimo) del .p. al .b. e si come del .e. al .h. et pero si come del .c. al .f. seguita che li quattro numeri .a.n.p.b. sian continuamente proportionali secondo la proportione del .c. al .f. Adonque



fra .a. & .b. sono li duoi numeri .n. & .p. medii in continua proportionalità de suoi lati interposti, che è il proposito, & lo corelario è manifesto conciosia che la proportione del .a. al .b. sia (per la diffinitione) si come del .a. al .n. treplicata laquale è simile over equale a quella che è dal .e. al .f.

Theorema. 18. Propositione. 20.

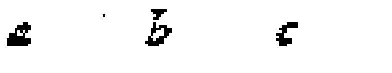
19 Se seranno duoi numeri & che fra quelli cascheno, overo intergiaceno
21 duoi numeri secondo la continua proportionalità, quelli dui numeri sono solidi & simili.



Questa è il converso della precedente, come se fra .a. & .b. siano li duoi numeri .c. & .d. medii in continua proportionalità, seranno li detti duoi numeri, cioe .a. & .b. solidi & simili. Et per dimostrar questo siano tolti li tre minimi in la medesima proportione continuamente proportionali, liquali sian .e. .f. .g. & (per la decima ottava) seranno .e. & .g. superficiali & simili. Siano adonque .h. & .k. li lati del .e. & .l. & .m. li lati .d. .g. & (per lo corelario della decima settima di questo) serà del .e. al .f. si come del .h. al .l. over si come del .k. al .m. & è manifesto (dalla terza) che .e. & .g. sono contra se prime pero (per la vigesima quinta del settimo) in la sua proportione son minimi. Et perche (per la equa proportionalità) dal .a. al .d. & .c. al .b. è si come dal .e. al .g. seguirà (per la vigesima seconda del settimo) che essi numeraranno .a. & .d. equalmente, laqual numeratione sia secondo .n. & anchora .c. & .b. equalmente laqual sia secondo .p. perche adonque dal .h. in .k. vien fatto .e. & da .e. in .n. vien fatto .a. seguita (per la diffinitione) che .a. sia solido & li lati di quello sono .h. .k. .n. Similmente perche dal .l. in .m. vien fatto .g. & dal .g. in .p. vien fatto .b. seguita anchora che .b. sia solido, & li lati di quello sono .l. .m. .p. Ma che essi sian simili cosi se manifestarà conciosia che dal .g. in .n. vien fatto .d. & dal medesimo in .p. vien fatto .b. e (per la decima ottava del settimo) serà del .n. al .p. si come del .d. al .b. & perche cosi erano del .h. al .l. & del .k. al .m. (per la diffinitione è manifesto .a. & .b. esser simili che è il proposito.

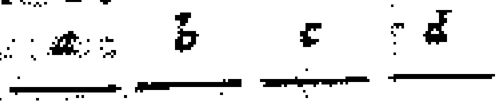
Theorema. 19. Propositione. 21.

20 Se de tre numeri continuamente proportionali el primo serà quadrato.
22 Anchora il terzo è necessario esser quadrato.



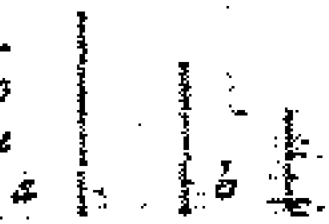
Siano li tre numeri continuamente proportionali .a. .b. .c. & sia .a. quadrato dico che .c. è etiam quadrato. Perche sono (per la decima ottava propositione) .a. & .c. superficiali & simili essendo adonque .a. quadrato (per il presupposito) .c. serà etiam quadrato che è il proposito.

Theo-



Theorema. 20. Propositione. 22.

21 Se'l primo de quattro numeri continuamente proportionali, serà cubo,
23 il quarto è necessario esser cubo.

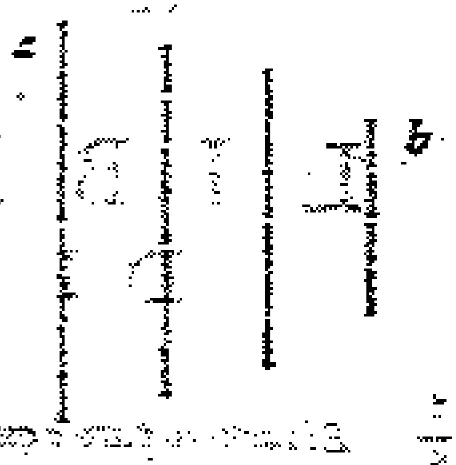


Siano li quattro numeri cõtinuamente proportionali. a. b. c. d. & sia. a. cubo. Dico che. d. e anchora cubo perche è manifesto (per la uigesima) che. a. & d. sono solidi simili, & perche. a. è cubo, per il presupposito. d. serà anchora cubo.

Theorema. 21. Propositione. 23.

22 Se de dui numeri, di quali la proportione sia si come
24 d'uno numero quadrato, a uno numero quadrato, uno serà quadrato, anchora l'altro è necessario essere quadrato.

Siano li dui numeri. a. & b. in la proportione de dui quadrati liquali siano. c. & d. & sia. a. over. b. quadrato. Dico lo restante esser quadrato perche essendo. c. & d. quadrati seguita quelli esser superficiali simili. Adonque (per la decima settima) fra loro cade un medio in continua proportione, per laqual cosa (per la ottaua) & fra. a. & b. adonque (per la uigesima prima propositione) è manifesto il proposito.



Theorema. 22. Propositione. 24.

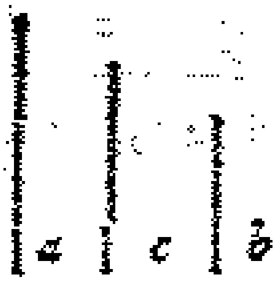
23 Se de dui numeri liquali la proportione del-
25 l'uno a l'altro sia come de uno cubo a uno cubo, & che l'uno de quelli sia cubo. Anchora l'altro è necessario esser cubo.

Siano li dui numeri. a. et. b. in la proportione di dui numeri cubi liquali siano. c. & d. et sia. a. over. b. cubo. Dico lo rimanente esser cubo. Perche è necessario che. c. & d. siano solidi simili. Certamente tutti li cubi sono simili & solidi, adonque (per la decimanona) fra quegli cadeno dui mezzi in continua proportione, adonque similmente (per la ottaua) cadeno fra. a. & b. adonque (per la uigesima seconda) è manifesto il proposito.

Theorema. 23. Propositione. 25.

24 La proportione dell'uno all'altro di numeri superficiali simili, e si come
26 la proportione de un numero quadrato a un numero quadrato.

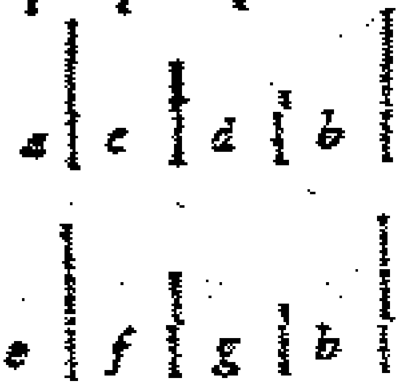
Siano. a. & b. superficiali simili dico che la proportione dell'uno all'altro e si come d'un numero quadrato a un numero quadrato perche (per la decimaottaua) ser-



un numero medio in cõtinua proportione qual sia.c.adonque li tre minimi in la proportione de quelli liquali siano.d.e.f.(per lo correlario della secõda).d.& f.seranno quadrati, & perche (per la equa proportionalità) del.a.al.b.e sì come del.d.al.f.E manifesto esser vero quello che è proposto.

Theorema.24. Propositione.26.

25/27 La proportione dell'uno all'altro de duoi numeri solidi simili, e sì come d'un cubo ad alcun cubo.



Siano.a.& b.solidi simili. Dico che la proportione dell'uno all'altro e, sì come quella d'un cubo ad alcun altro cubo, certamente (per la decima nona propositione) sono fra quelli duoi numeri medij secondo la continua proportione liquali siano.c.& d. Siano li quattro minimi in la proportione de quelli.e.f.g.h. di quali.e.& h.seranno cubi (per lo correlario della secõda di questo) perche adonque (per la equa proportionalità) del.a.al.b.è sì come del.e.al.h.il proposito è chiaro.

IL FINE DEL OTTAVO LIBRO.

LIBRO NONO DI EVCLIDE.

Diffinitione. Prima.

1/6 El numero paro è quello che puo esser diviso in due parti equale.

Il Tradottore.

SI come sono.2.4.6.8.10.12.& altri simili che se ponno dividere in due parti equale senza rompere la unità. Questa & le sei sequente diffinitione nella seconda tradottione sono poste nel settimo libro come per li numeri appar.

Diffinitione. 2.

2/7 El numero dispari e quello che non puo esser diviso in due parti equali, & soprauanza il paro in la unità.

Il Tradottore.

La ultima parte de questa diffinitione ne advertisse qualmente la unità non è connumerata fra li numeri dispari quantunque la nõ possa esser divisa in due parte equale atento che lei non ha quella ultima conditione di sopravanzare alcuno numero paro in una unità, per la qual cosa el numero ternario vien a esser il primo & il minimo de tutti li numeri dispari.

Diffinitione. 3.

3 El numero parimente paro, e quello che tutti li numeri pari che lo numerano,
8 lo numerano per volte pare.

Il Tradottore.

Verbi gratia el.32. numerato da quattro numeri pari cioe da.2. dal.4.da.8. da.16.& non d'altri & perche cadauno de detti numeri lo numerano per volte pare cioe el.2.lo numera.16.volte el qual.16.e pur paro & lo.4.lo numera.8.volte,& lo.8.lo numera.4.volte & lo.16.due volte perilche il detto.32.e numero parimente paro per che tutti li numeri pari che lo numerano lo numerano per volte pare il medesimo se trouerà esser.64.e.128.etiam.16.8.& 4.ideo &c.

Diffinitione. 4.

4 Lo numero parimente disparo e quello che tutti li numeri pari che lo nume
9 rano lo numerano per volte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono.6.10.14.18.22.26.30.& altri simili che tutti li numeri pari che li numerano li numerãno per volte dispare. Verbi gratia il.30.e numerato da tre numeri pari,cioè da.2.da.6.& da.10.dal.2.e numerato.15.volte et dal.6.è numerato.5.volte et da.10.3.volte liquali numeri de volte per esser tutti dispare el detto.30.serà detto numero parimente disparo, & questa specie di numeri nascono dal duplicar de ogni numero disparo.

Diffinitione. 5.

6 El numero parimente,et disparimente paro e quello che li numeri pari che
10 lo numeranno,alcuni lo numerãno per volte pare,et alcuni per volte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono.24.28.36.40.& altri simili,liquali sono numerati da alcuni numeri pari per volte pare & da alcuni per volte dispare, essempli gratia.40.e numerato da.2.da.4.da.10.da.20.per volte pare e poi è misurato da.8.per volte dispare.cioe per 5.volte perilche se dirà che.40.e numero parimente,& disparimente paro & queste specie de numeri participano del numero parimente paro,& del numero parimente disparo.

Diffini-

Diffinitione. 6.

6 Lo numero disparmente dispari e quello che tutti li dispari che lo numerano,
11 lo numerano per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come e.15.21.27.33.35.39.45.& altri simili che tutti li numeri dispari che li numerano li numerano per uolte dispare, esempli gratia.45.e numerato da quattro numeri dispari (cioe da.3.da.5.da.9.& da.15.) per uolte dispare (cioe da.3.e numerato.15.uolte & da.5.noue uolte, & da.9.5.uolte, & da.15.tre uolte) perilche serà detto numero disparmente disparo per la presente diffinitione.

Diffinitione. 7.

7 Numero perfetto se adimanda quello che e equale a tutte le sue parti del
13 le quale è numerato.

Il Tradottore.

Si come sono.6.28.496.& altri simili che sono equali a tutte le sue parti che le numerano, esempio le parti del.6.sono tre cioe la mità che è.3.la terza che è.2.la sesta che è.1.lequal parte summate insieme fanno apponto.6.però il.6.è numero perfetto p questa diffinitione il medesimo seguira nel.28.& 496.se cō diligentia trouerai tutte le sue parti che li numerano & questi tal numeri perfetti sono piu rari de ogni altra specie di numeri, pero che da uno insino a cēto non se ne troua altri che dui cioe.6.& 28.& da.100.ascēdendo gradatim per fina a.1000.se troua solamente.496.et da.1000.per fina a.10000.se troua solamente.8128.

Diffinitione. 8.

8 Numero abondante è detto quello che è minore de tutte le sue parte.
9

Il Tradottore.

Si come sono.12.24.36.48.& altri simili che tutte le sue parti agionte insieme sopravanzono il detto numero come appare in el.12.el quale ha la mità (che è.6.) ha la terza (che è.4.) ha la quarta (che è.3.) ma la sesta (che è.2.) etiam ha la duodecima (che è.1.) lequal parte gionti insieme sono apponto.16.laqual summa per esser maggior del detto.12.tal numero serà detto habondante il medesimo se dirà delli altri simili.

Diffinitione. 9.

9 Et numero dimenuto è detto quello che è maggiore de tutte le sue parti.
9

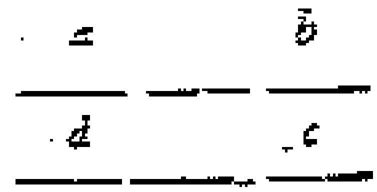
Il Tra-

Il Tradottore.

Si come sono. 8. 10. 14. 16. & altri simili che tutte le sue parti gionte insieme sono minore del detto numero, cioe al cõtrario del numero habõdante come appare in 8. elqual ha la mitá (che e. 4.) ha la quarta (che e. 2.) e ha la ottaua (che e. 1.) lequal parti gionti insieme fanno appõto. 7. laqual summa de parti e minora del detto. 8. il medesimo si deue intendere in qualunque altro simile.

Theorema primo. Propositione prima.

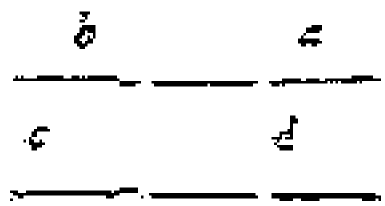
1 Se serãno duoi numeri superficiali simili, quello che vien produtto dal dut
1 to dell'uno in l'altro è necessario esser numero quadrato.



Siano, a. & b. superficiali simili della multiplicatione di quali peruenga, c. dico. c. esser numero quadrato, e per dimostrar questo sia dutto. a. in se & peruenga. d. (& per la decima ottaua del settimo) serà del, d. al. c. si come del, a. al. b. & perche fra. a. & b. cade un mezzo secondo la continua proportionalità (per la decima settima del ottauo) seguita (per la ottaua del medesimo) che anchora uno ne cada fra. d. & c. adonque conciosia che, d. sia quadrato (per la uigesima prima del medesimo) serà. c. anchora quadrato, che è il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 2.

2 Qualunque duoi numeri, che dalla multiplicatione di l'uno in l'altro si pro
2 duca numero quadrato, sono superficiali simili.



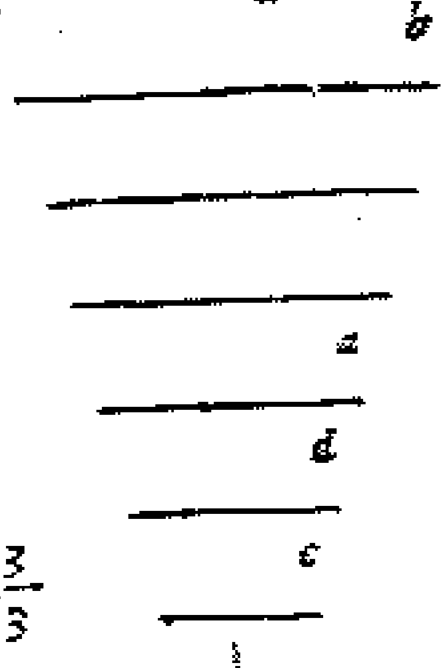
Questa è conuersa della prima, cioe che se del. a. in. b. sia fatto. c. & che. c. sia quadrato seranno. a. & b. superficiali simili. Hor sia. d. il dutto del. a. in se e (per la decima ottaua propositione del settimo libro) serà del. d. al. c. si come del. a. al. b. (per la decima settima propositione del ottauo libro) conciosia che. d. & c. siano superficiali simili (imperoche sono ambiduoi quadrati) serà fra quelli uno numero medio secondo la cõtinua proportione adunque (per la ottaua propositione del medesimo) el ne serà anchora uno fra. a. & b. adonque (per la decima ottaua propositione del medesimo) a. et. b. sono superficiali simili, che è il proposito.

Correlario.

2 Adonque per queste dimostrationi fatte è manifesto che sel un numero quadrato sia dutto in un numero quadrato quello che da quegli serà produtto è ne-

cessario

cessario essere quadrato. Ma se del dutto d'un quadrato in alcuno numero, sia pro dutto numero quadrato, quello tale numero è necessario essere quadrato. Et anchora se dal dutto d'uno numero quadrato in alcuno numero, non sia produtto numero quadrato, quel tal numero è necessario essere non quadrato. Ma se un numero quadrato sia dutto in alcuno numero non quadrato quello che da quelli serà prodotto è necessario esser non quadrato.



La prima parte de questo correlario è manifesta (per la premessa,) perche tutti li quadrati sono superficiali simili. La seconda è manifesta da questa. conciosia che solo il quadrato è simile al quadrato. La terza parte è manifesta dalla prima parte de esso correlario, per distruttione del consequente. Et la quarta è manifesta per la seconda parte del medesimo ancora per destruttione del consequente.

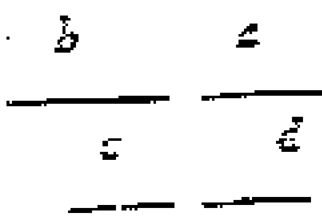
Theorema 3. Propositione 3.

3/3 Se un numero cubo sia dutto in se medesimo, quello che serà produtto da quello serà cubo.

Sia .a. numero cubo del qual dutto in se sia fatto .b. dico .b. esser cubo perche essendo .c. il lato cubico de .a. & dal .c. in se sia fatto .d. è manifesto adonque che dal .c. in .d. ne fatto .a. sono adonque la unità .c. d. a. continuamente proportionali, laqual cosa (per la decima ottava propositione del settimo libro & per li presenti presupposti) è manifesto. Et perche dal .a. al .b. e si come dalla unità al .a. imperoche quante volte è la unità in .a. tante volte serà .a. in .b. seranno fra .a. & .b. duoi numeri medij secondo la proportionalità continua (per la ottava propositione dello ottavo libro) conciosia adonque che .a. sia cubo (dallo presupposito) serà anchora (per la vigesima prima del medesimo) .b. cubo che bisognava dimostrare.

Theorema 4. Propositione 4.

4/4 Se un cubo sia dutto in un'altro cubo, quello che da tal multiplicatione serà produtto serà cubo.



Sia .a. & .b. cubi, & dal .a. in .b. sia fatto .c. dico .c. esser cubo, & per dimostrar tal cosa, sia dutto .a. in se medesimo e sia fatto .d. (per la precedente) el detto .d. serà cubo, & (perche per la decima ottava propositione del settimo) del .a. al .b. e si come del .d. al .c. (per la vigesima quarta del ottavo) e manifesto .c. esser cubo che è il proposito.

Theorema 5. Propositione 5.

5/5 Se uno numero cubo serà dutto in un'altro numero, & che lo produtto sia cubo, lo numero in equal è stato dutto è necessario esser cubo.

Esempli gratia sia .a. numero cubo & quel dutto nel numero .b. produchi .c. qual .c. sia numero cubo dico .b. esser cubo. Et per dimostrare questo sia fatto .d. dal dutto del .a. in se el qual (per la avante della precedente) serà cubo, perche adonque (per la decima ottava propositione del settimo) .a. al .b. è si come .d. al .c. & .a. e. cubo & .d. & .c. sono cubi (per la 24. del ottavo libro) .b. serà cubo che è il proposito.

Corelario.

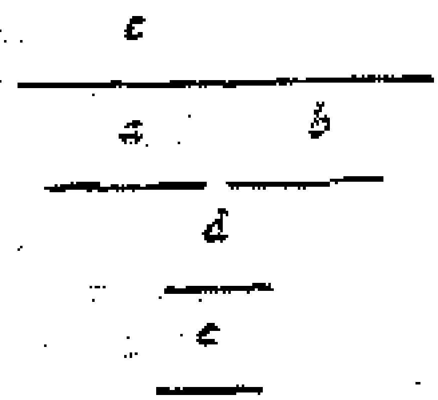
5/o Onde è manifesto che dal dutto di uno numero cubo in uno numero non cubo vien produtto numero non cubo, Et dutto il cubo in alcuno numero se quello che vien produtto da quelli serà non cubo, quel numero in el qual è serà sta to dutto è necessario esser non cubo.

La prima parte del correlario è manifesta per questa quinta dalla destruttione del consequente. La seconda per la premessa similmente dalla destruttione del cõsequente.

Theorema. 6. Propositione .6.

6/6 Se dal dutto de qual che numero in se medesimo sia produtto numero cubo el se approva quel numero necessariamente esser cubo.

Sia che dal .a. in se medesimo sia fatto .b. & sia .b. cubo .hor dico necessariamente .a. esser cubo. & per dimostrar questo sia fatto .c. dal .a. in .b. & (per la diffinitione) .c. serà cubo. & perche è manifesto (dalla decima ottava propositione del settimo) che sia del .a. al .b. si come del .b. al .c. & conciosia che .b. & .c. sian cubi, seguita (per la vigesima quarta propositione del ottavo libro) .a. esser cubo che è il proposito.



Theorema .7. Propositione . 7.

7/7 Se un numero composito sia dutto in qual numero si voglia, quello che da tal multiplicatione serà produtto serà solido.

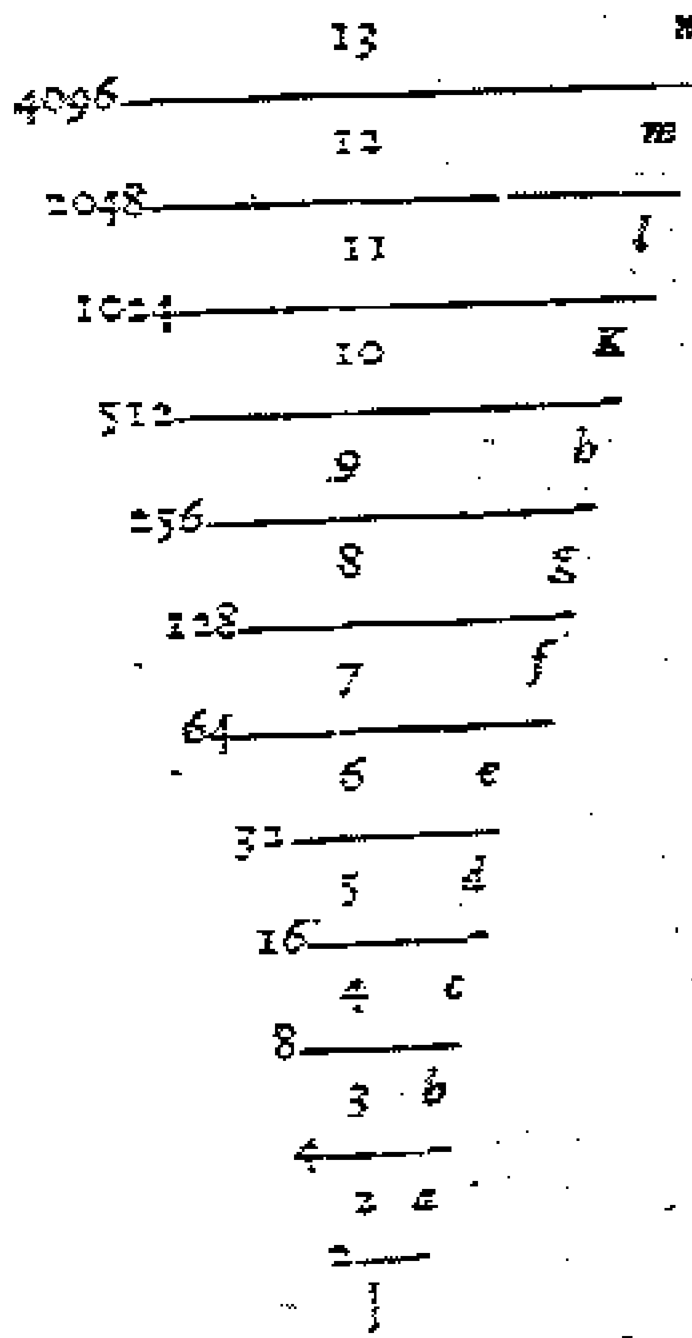
Sia .a. numero composito, el qual sia dutto in .b. & perveng .c. dico .c. esser numero solido perche conciosia che .a. sia numero composito vien numerato da alcun

numero

numero el qual sia.d. & numeri quello secondo.e. perche adonque dal.e in.d. vien fatto.a. & dal.c. in.b. vien fatto.c. (per la diffinitione di solidi) serà.c. solido & li lati di quello seranno.c.d.b. che è il proposito.

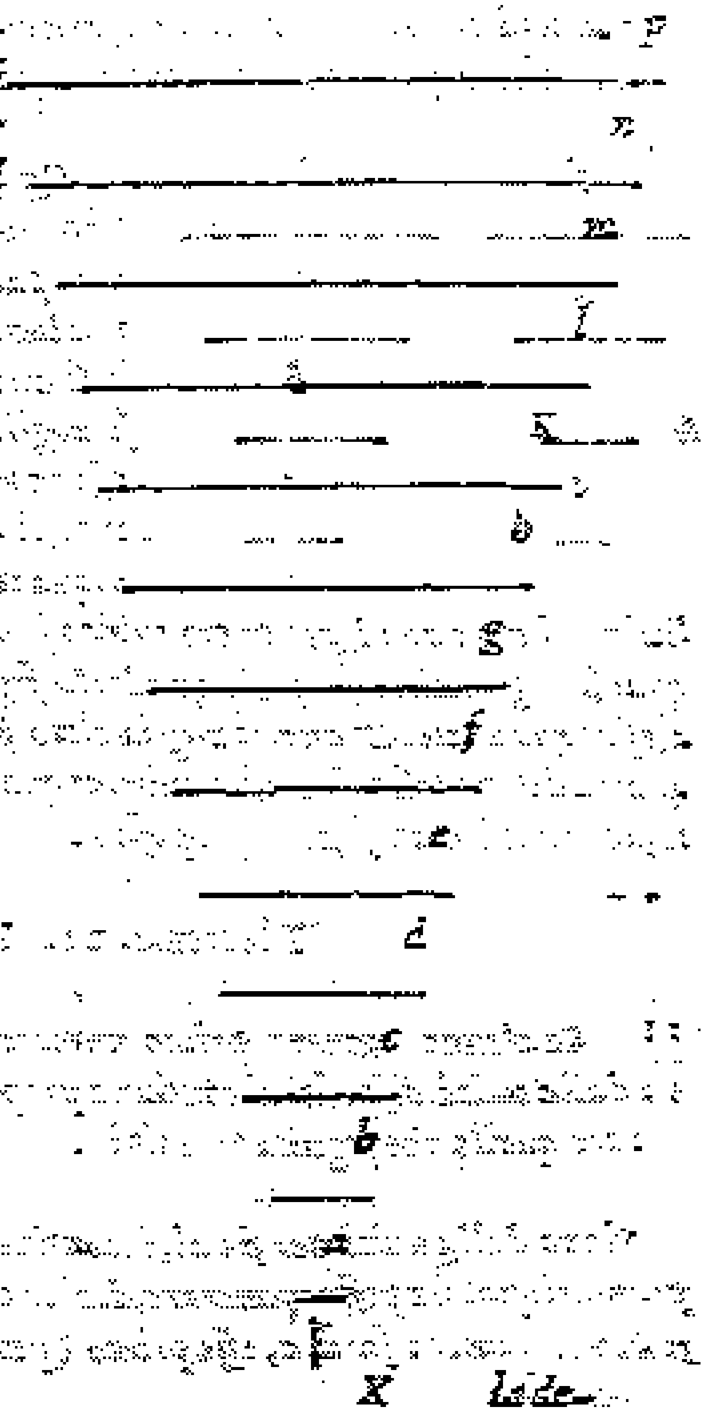
Theorema.8. Propositione.8.

8 / 8 Se seranno piu numeri dalla unità continuamente proportionali, el terzo della unità serà quadrato, e da li in dietro sempre intermesso uno, & il quarto dalla unità serà cubo, & da li in dietro sempre intermessi duoi & anchora il settimo dalla unità è quadrato cubico & da li indietro sempre intermessi cinque seguitarà continuamente quadrato cubico.



Sieno dalla unità.a.b.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n. continuamente proportionali dico.b. esser quadrato & el.d. (interlassando el.c.) & cosi li altri sempre interlassando uno, onde semplicemente tutti quelli che stanno in li luochi dispari sono quadrati, come el terzo el quinto, el settimo. Anchora dico.c. essere cubo & similmente.f. (cioè interlassando duoi) & cosi in tutti li altri, & ognuno semplicemente è cubo, el luoco del quale soprabonda della unità per il ternario, over per qual si voglia multiplice de esso ternario, sopra la unità come sono, el quarto, el settimo, el decimo, el terzodecimo & il sestodecimo, perche in questi convengono tutti quelli, che interlassano li duoi. Et anchora dico.f. dalla unità, settimo, essere quadrato cubico. Perche & similmente vi e intermessi, ouero interlassadi cinque numeri. Il medesimo seguita nelli altri & semplicemente dico quello el luoco del quale soprabonda dalla unità per el numero senario (ouero per qual si voglia multiplice di esso senario) come sono el settimo el terzo decimo, il decimo nono, et il vigesimoquinto, esser quadrato cubico, egli è quadrato perche el loco de quello è dispari, et cubo perche sopra el multiplice del ternario avanza la unità certamente tutti li multiplici del senario è necessario esser anchora multiplice del ternario. Et tutte queste cose che son state proposte se manifestano in questo modo. perche (dal presupposito) a.e. in.b. quante volte e la unità in.a.

a.adon-e, adonque b, per la diffinitione, è quadrato, perche adonque, b, c, d, sono cōtinuamente proportionali essendo, b, quadrato manifesto, per la decimaottaua propositione, ouero uigesima prima del ottauo lib. d, essere quadrato & per la medesima ragione, f, perche, d, e, f, sono continuamente proportionali &, d, è quadrato el medesimo in tutti li altri dall'uno intermesso, adōque il primo proposito è manifesto. El secondo cosi se manifesta essendo, b, in c, quante volte, a, in, b, dal presupposito, seguita, per la diffinitione, che dal, a, in el suo quadrato, b, sia fatto, c, adō que, per la diffinitione di numeri cubi, c, e cubo, & perche, c, d, e, f, sono continuamente proportionali, & similmente, f, g, h, K, &, c, e cubo necessario, per la uigesima, & uigesima seconda propositione del ottauo libro, che, f, ancora sia cubo e pero etiam K. & el medesimo neli altri da duoi intermessi, per laqual cosa è manifesto el secondo proposito. Et perche in el settimo termine, f, & in el terzodecimo, n, & li altri interlassando li cinque medii & simplicimente in tutti quelli dinumerati el luoco sopra qual si voglia moltiplice del senario aggionge la unità le comparationi sono termini de quadrati & de cubi de quadrati per la intermissione di uno termine de cubi per la intermissione de doi seguita adonque quelli esser quadrati, per la prima parte de questa, & cubici, per la seconda, per laqual cosa le dette comparationi sono termini di quadrato cubico. Adonque tutto quello che è detto è manifesto.



Theorema 9. Propositione 9.

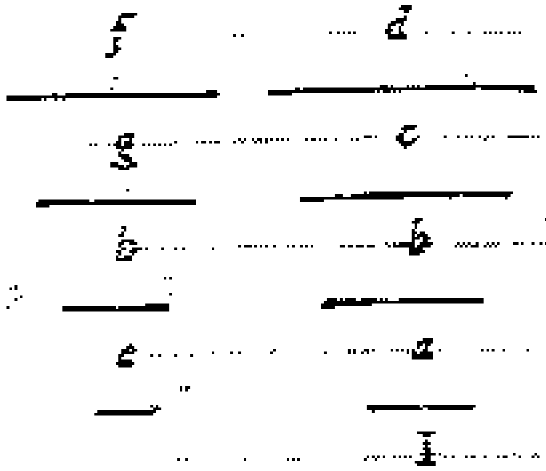
9. Se dalla unità seran disposti quanti numeri si voglian di continua proportionalità, se quello che seguita la unità serà quadrato, tutti li altri ancora seranno quadrati. & se quello che seguita la unità serà cubo, tutti li altri ancora seranno cubi.

Siano quelli medesimi per auanti posti dalla unità continuamente proportionali. & sia, a, quadrato, dico tutti li altri esser quadrati, anchor se el medesimo serà cubo similmente, dico tutti li altri esser cubi, perche egli è manifesto, b, esser quadrato, per la precedente, perche adonque del, a, al, b, e si come del, b, al, c, per la uigesima prima dell'ottauo, seguita, c, esser quadrato, el medesimo anchora, per

X Lidela decimaottaua & uigesima prima del medemo) tu puoi arguire, delli seguenti il medemo, & per il medesimo modo, per laqual cosa è manifesto il primo proposito, & lo secondo se manifesta in questo modo, conciosia che, b, sia fatto del, a, in se medesimo, se, a, sarà cubo esso anchora (per la terza sarà cubo) & (per la premessa) è manifesto, c, esser cubo, adonque (per la uigesimaquarta del ottauo) tu approuarai, d, & tutti li altri seguenti essere cubi. perche è del, a, al, b, si come del, c, al, d, el medemo ancora tu puoi arguire (per la uigesima ouer uigesima seconda del medesimo) perche, a, b, c, d, & b, c, d, e, & tolti cadauno a quattro continuamente, sono continuamente proportionali.

Theorema. 20. Propositione. 20.

10 Se dalla unità saranno disposti quanti si uogliano numeri de continua
10 proportionalità, se quello che seguita la unità non sarà quadrato, alcuno delli altri non sarà quadrato, eccetto el terzo dalla unità, & da quelli che da li in dietro da uno intermesso si trouano quadrati. & se el secondo dalla unità non sarà cubo niuno delli altri sarà cubo, eccetto el quarto dalla unità, & da li in dietro quelli che dalla intermission de duoi sono formati cubi.



Questa (dal opposito subietto della precedente) introdusse la parte della opposita passione, et dico parte, perche dalla ottaua è manifesto tutti li luochi dispari esser quadrati, & tutti quelli di quali el luoco sopra el ternario, ouer qual si uoglia multiplice di quello auanza la unità esser cubi. siano adonque quelli medesimi 7 numeri posti continuamente proportionali, & non sia, a, quadrato, ne etiam cubo. hor dico che de tutti li altri niuno è quadrato ouer cubico se non quelli che propone la ottaua, perche qual si uoglia altro sia posto quadrato, seguita (per la uigesimatertia dell'ottauo) a, esser quadrato, & qual si uoglia altro sia posto cubo, seguita (per la uigesimaquarta del medesimo) a, esser cubo, di quali l'uno e l'altro è contra al presupposito, adonque è manifesto el proposito.

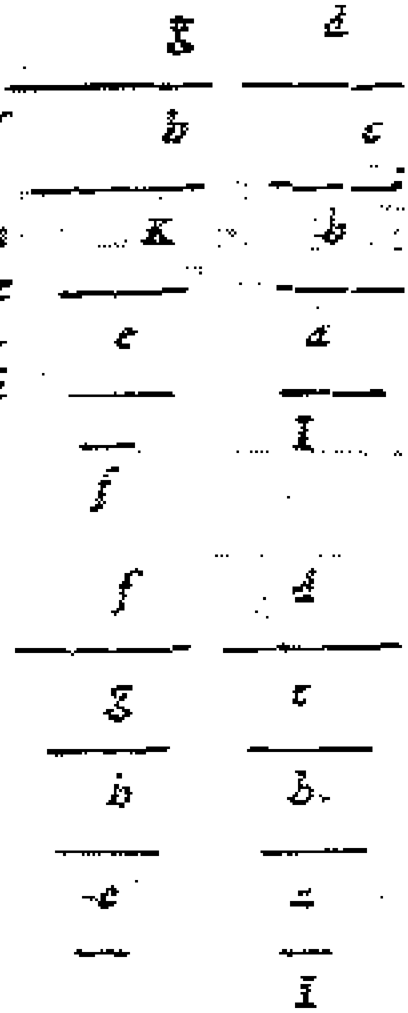
Theorema. 21. Propositione. 21.

11 Se alcuno numero primo numerarà l'ultimo de quanti numeri si uoglia
12 dalla unità disposti di continua proportionalità, è necessario ancora numerare quello che seguita la unità.

Siano dalla unità per sin al, d, continuamente proportionali, & sia, e, numero primo, el qual sia posto numerare, d, dico che el medesimo, e, numerarà, a, perche se non lo numera sarà, a, esso primo (per la trigesimaquarta del 7. libro) e te-

che

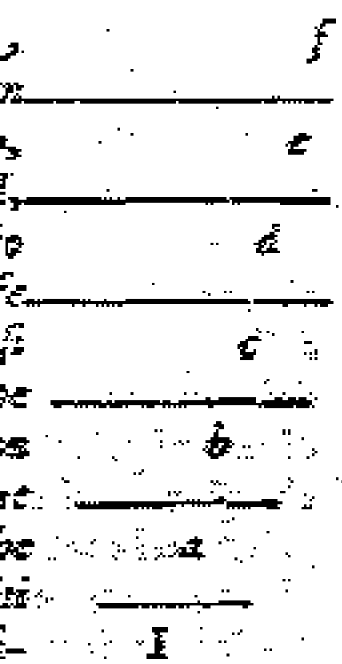
che dal, a, in se vien fatto, b, seguita, per la vigesima otta ua del medesimo libro, che esso anchora sia primo al, b, et (per la vigesima settima del medesimo) seguita quello es sere primo al, c, & al, d, impero che da, a, in, b, vien fatto, c, & dal medesimo in, c, vien fatto, d, adonque qual non numera, d, essendo primo a esso, e, per laqual cosa accade el contrario del presupposto. A demostrare el medesi mo altramente, essendo, e, primo se'l nõ numera, a, serà pri mo a esso (per la trigesima quarta del settimo) adonque (per la vigesima quinta del medesimo) seranno minimi in la sua proportione. ma perche, e, (dal presupposto) nu mera, d, sia che lo numeri secondo, f, veramente è mani festo che dal, a, in, c, vien fatto, d, (per la seconda parte della vigesima del settimo) serà del, a, al, e, si come del, f, al, c, per laqual cosa, per la vigesima seconda del me desimo, e, numerarà, c, & sia che'l lo numeri secondo, g, & perche dal, a, in, b, vien fatto, c, seguita ancora, per le medesime & per el medesimo modo che el medesimo, e, numeri, el, b, hor sia adonque che lo numeri secondo, h, & perche un'altra volta dal, a, in se vien fatto, b, un' altra volta è necessario, per le medesime propositioni, che el detto, e, numeri esso, a, & gia è stato supposto che'l non lo numeri adonque seguita lo impossibile.



Theorema. 12. Propositione. 12.

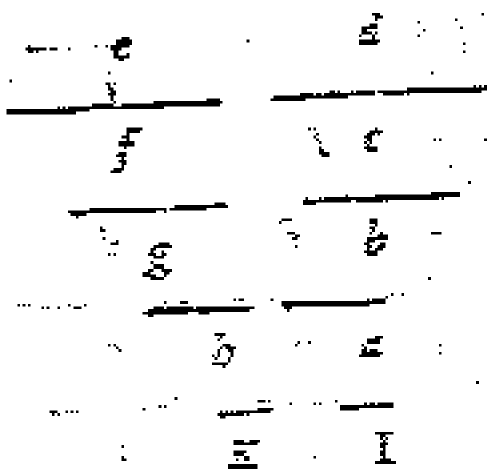
12 In li numeri dalla unità continuamente proportionali el minore numerarà el maggiore secondo alcuno numero disposto in quella proportionalità.

Siano li termini dalla unità per fin al, f, continuamente proportionali dico niun de essi poter numerare, f, se non secon do alcun delli altri, perche egli è manifesto che, e, numera esso, f, secondo, a, perche dal, e, al, f, e si come della unità, al, a, & d, numera el medesimo, f, secõdo, b, perche, per la equa proportio nalità, el, d, al, f, e si come la unità al, b, del, c, ancora è manife sto per el medesimo modo che numeri quello secondo el medesi mo, similmente, ancora, a, numera esso, f, secondo, e, impe roche si come la unità al, e, cosi è, a, al, f, & b, lo numera secon do, d, perche si come la unità al, d, cosi è, b, al, f, ecco è adonque quello che è sta proposto. Certamente ciascaduno termine che si propona numerare l'ultimo de quelli termini serà sotto l'ulti mo el se conuence, per la equa proportionalità, & per la diffi nitione, numerarlo quello per el numero de quel termine, che per altritanti termi ni serà sopra alla unità.



Theorema. 13. Propositione. 13.

13 Se quello numero che seguita la unità, de quanti numeri si voglia dalla unità continuamente proportionali, serà numero primo, niuno numero numerarà el massimo de quelli se non de numeri disposti in quella proportionalità.



Siano come per avanti li medesimi termini continuamente proportionali dalla unità per fina al, d, & sia, a, numero primo. dico che niuno numero numerarà l'ultimo ne simplicemente alcuno de quelli salvo alcuno de quelli che antecede l'ultimo over quello che sia. Ma posto esser numerato perche se possibile fusse esser altramente (per l'adversario) ponemo che sia, e, diversa da quegli che numeri el, d, el qual, e, se serà primo (per la undecima numerarà, a, adonque, a, non è primo che contra il presupposito. Ma se esso serà composito è necessario, per la trigesima seconda del settimo, che alcun numero primo numeri quello el qual non puol esser niuno altro salvo, a, perche se egli è altro che, a, per l'adversario, come seria a dire, f, et conciosia che'l sia necessario quello numerar, d, se arguirà, el medesimo numerar, a, per la undecima, e così ancora, a, non seria primo. adonque, a, e primo numerante, e, non per che, e, numera, d, sia che'l lo numeri secondo, g, & per la seconda parte della vigesima del settimo lib. serà, a, al, e, si come, g, al, c, perche, d, vien fatto dal, a, in c, [illegible] per laqual cosa, a, numerando, e, & g, numerar, c, & sia che'l lo numeri secondo, h, et seguita che, a, numeri, g, per quelle ragioni, per lequale seguitava che numera, e, altramente se, g, e primo numerado, c, seguita, per la undecima, esso numerar, a, et se gli è composito, per la medesima, seguita el numero primo numerante, g, numerare etiam a, che è inconveniente. Adonque, a, numera quello seguita adonque (per la seconda parte della vigesima del settimo, che, h, numeri ancora, b, perche è manifesto, c, esser produtto si dal, a, in b, come dal, g, in h, adonque esso, h, numeri esso, b, secondo, k, Et è manifesto (come per avanti del, g,) che, a, numera, h, perche se non lo numera non serà, a, primo. Adonque (per la seconda parte della vigesima prima del settimo, seguita che, k, numeri, a, perche, b, e fatto si dal, a, in se medesimo come dal, h, in k, & è manifesto, k, non esser, a, perche niuno di numeri, g, h, k, e alcuno delli, a, b, c, d, perche se, g, fusse alcun de quelli, conciosia che esso numeri, d, secondo, e, seria, per la precedente, anchora, e, alcuno de quelli & qual non era dal presupposito, adonque ne etiam el, g, ne serà, similmente conciosia che, h, numeri, c, secondo, g, non serà, h, alcun di, a, b, c, perche el ne seria, per la precedente, etiam, g, & è stato dimostrato qualmente el non è. Adonque per la medesima ragione ne, h, ne, k, conciosia che esso numeri, b, secondo, h, se quel fusse, a, se converria, per la precedente, ancora, h, esser, a, & gia non era

ne

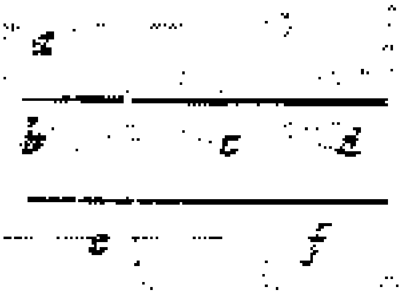
ne, K, adonque ferà, a, & numera quello adunque, a, non è primo laqual cosa è impossibile. A demostrare il medesimo altramente se, e, diverso da, a, b, c, denumera, d, sia che'l lo numeri secondo, f, & perche, a, numero primo numera, d, produtto dal, e, in, f, seguita per la trigesima quinta del settimo, che quel numeri, e, overo, f, numeri adonque, e, perche adonque si del, a, in, c, come del, e, in, f, vien fatto, d, per la seconda parte della vigesima del settimo, serà del, a, al, e, si come del, f, al, c, adonque, f, numera, c, sia che, f, lo numeri secondo, g, & per la trigesima quinta del settimo serà anchora che, a, numeri, f, over, g, & sia che numeri, f, & seguita per la seconda parte della vigesima del medesimo che, g, numeri, b, & sia che lo numeri secondo, h, come per avanti adonque, a, numerarà, g, over, h, & sia che numeri, g, adonque, h, per la seconda parte della vigesima prima del settimo numerarà, a, adonque se, h, non è equale al, a, adonque, a, non serà primo, che è contra il presupposito. Ma se la serà equale al, a, ciascaduno, di i numeri, g, f, e, serà alcuno di, a, b, c, d, per la precedente, tolta quante volte bisogna. Adonque, e, non è diverso da quelli la qualcosa è ancora contra al presupposito, pertanto è manifesto esser el vero quello ch'è stà proposto.

Theorema 14. Propositione 14

14 Se serà proposto el minimo numero, numerato da piu numeri primi assignati, niun'altro numero primo, numerarà quello eccetto, che quelli assignati.

14

Sia, a, el minimo numero numerato dalli numeri primi, che sono, b, c, d. Dico che altro numero primo, eccetto che quelli non numerarà, a, & se possibil fusse per l'adversario che un'altro numero primo lo numerasse, poniamo che sia, e, elquale numeri quello secōdo, f, adōque perche cadauno di numeri, b, c, d, numera, a, produtto de, e, in, f, & cadauno di quelli è primo, seguita



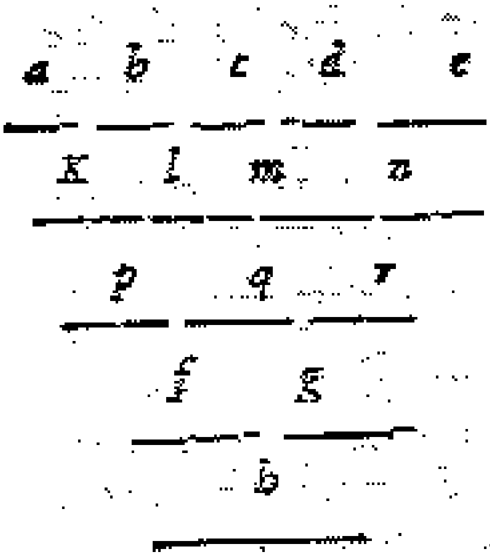
(per la trigesima quinta propositione del settimo libro,) che ciascaduno de quelli numeri, e, overo, f, ma perche nissuno numera, e, cōciosia che egli è primo, adonque ciascaduno di quelli numera, f, conciosia adonque che, f, sia minore de a, (perche lui numera quello secondo, e,) a, non serà el minimo numerato da quelli, laqual cosa è inconveniente.

Theorema 15. Propositione 15.

15 Se quanti numeri si voglia, continuamente proportionali, seranno li minimi secondo la sua proportione, ciascuno numero, che numeri alcuno de

20 quelli, serà commensurabile a l'altro de termini di quella proportione.

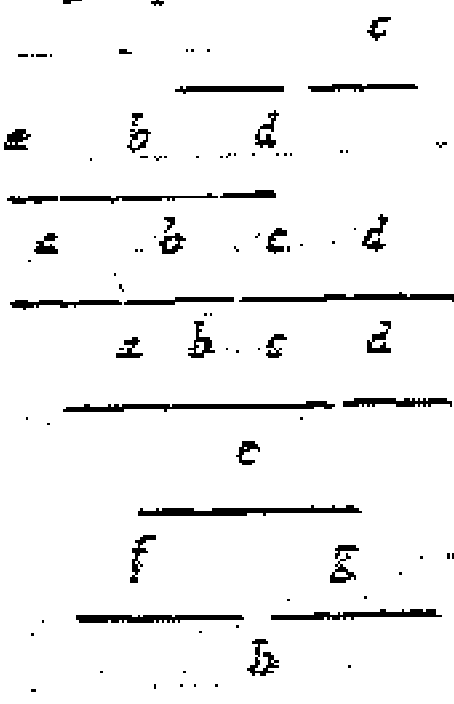
Se seranno, a, b, c, d, e, cōtinuamēte proportionali, & li minimi secōdo la proportione de, f, al, g, liquai siano pur in la sua proportione minimi, et essendo posto, h,



numerare,c,dico che,h, è commensurabile al,f,ouero al,g,perche essendo tolti li quattro minimi in quella proportione,liquali siano,K,l,n,m,etiam è manifesto,per la seconda propositione dello ottauo libro,che dallo,f,in,m,viene fatto,c,altramente,accaderia essere uno minore del minimo,laqual cosa essere non puo. adonque, per il correlario della trigesimaquinta propositione del settimo lib.h,sarà commensurabile allo,f,ouero allo,m,ma se sarà commensurabile allo,f,è manifesto el proposito, ma se sarà commensurabile allo,m, siano tolti li tre termini minimi in quella proportione, liquali siano,p,q,r,& per la seconda propositione dello ottauo libro,sarà che,m,sia fatto de,f,in r,accio che non siamo constretti a conceder essere alcuno minore del minimo,per laqual cosa,per il predetto correlario,h,è commensurabile allo,f,ouero allo,r,ma perche non era commensurabile allo,f,perche essendo cosi saria manifesto il proposito,adonque è commensurabile allo,r,el quale per essere fatto per la seconda propositione dello ottauo libro,dal,g,in se,seguita,per il detto correlario,che,h,sia commensurabile al,g,che è il proposito.

Theorema.16. Propositione.16.

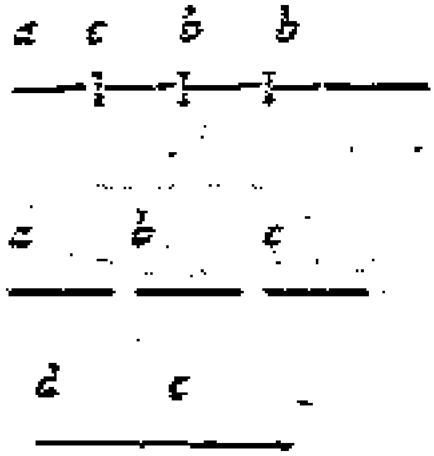
16 Se seranno quanti numeri si voglia continuamente proportionali,minimi in la sua proportione,qual si voglia di quelli,se approua necessariamente essere primo al composito delli rimanenti.



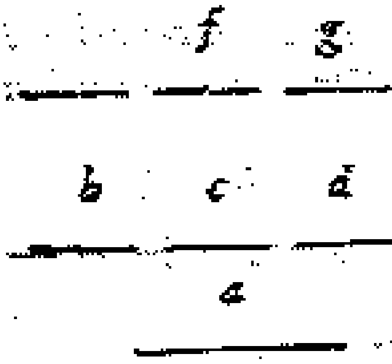
Siano,a,b,c,d, continuamente proportionali, & minimi,dico che el cōposito de,a,b,c,essere primo al,d,perche se'l nō sarà primo,p l'aduersario, alcuno numero numerarà el detto cōposito de,a,b,c,et d,el qual sia,e,per la precedente propositione, adōque,e, sarà communicāte a uno de duoi termini di quella proportione,liquali siano,f,& g,adōque sarà alcun numero numerante,e,& l'uno delli detti duoi termini,f,g,el quale sia,h,pche adōque,h,numera,e,numerarà,d, & el cōposito de,a,b,c,& perche numera,f,ouero,g, l'uno et l'altro de quali numera l'uno et l'altro di duoi termini di mezzo,et simplicemente tutti se saranno piu de duoi,per la secōda dell'ottauo,seguita che esso numeri,b,et,c,adōque numera ancor,a,pche numera tutto,a,b,c,adōq; a,& d, nō sono cōtra se primi,laqual cosa nō è cōueniente,per la terza dell'ottauo,similmente ancora si manifestarà el composito de,a,b,d,esser primo al,c,perche se,to

me

me per auanti) e li numera ambidui, seguita (per la precedente) che el ditto nume ro, el qual sia ancora, b, numeri, e, & l'un di dui, f, g, adonque, b, numera, e, et tut to, a, e, d, & etiam, b, conciosia che l'una e l'altra radice numera tutti li termini di mezzo, adonque numera etiam il composito de, a, & d, & perche necessariamen te numera l'un di dui, a, ouer, d, conciosia che (per la precedente lui numera o l'un o l'altro di dui termini, f, ouer, g,) numerarà il rima nente, adonque, a, & d, non sono contra se primi, & cosi serà il medesimo inconueniente come per auanti. Ma alcuni demostrano il medesimo di tre quantità conti nuamente proportionale, & minime senza aiutto del la precedente, perche approuano el composito de qua lunque dui esser primo al rimanente. Siano adonque li tre numeri continuamente proportionali, & mini mi, a, b, c, li termini di quali siano, d, & e, Dico al pre sente che el composito del, a, & b, esser primo al, c, et el composito de, b, & c, esser primo al, a, e ancora il com posito di, a, & c, esser primo al, b, perche eglie manifesto (per la seconda propo sitione del ottauo) che dal, d, in se vien fatto, a, & dal ditto nel medesimo ie, e, vien fatto, b, & dal, e, in se vien fatto, c, & , per la vigesima terza del settimo, e manifesto, che, d, & e, sono contra se primi adonque, per la prima parte della vigesima prima del medesimo, tutto, d, e, serà primo all'uno, e l'altro de quelli p che adonque l'uno, e l'altro di dui numeri, d, & d, e, e primo al, e, & (per la ui gesima settima del medesimo, quello che vien produtto dal, d, in, d, e, & quello e il composito de, a, & b, per la, 5. delle sequente, serà primo al, e, seguita adonque per la vigesima ottaua del medesimo, che ancora il composito de, a, & b, sia pri mo al, c, perche, c, vien fatto dal, e, in se. Anchora con simil demostratione tu ap prouerai il composito de, b, & c, esser primo al, a, Ma che il composito del, a, & c, sia primo, al, b, se demostra in questo modo. Conciosia che l'un, el'altro di dui numeri, d, & e, sia primi a tutto el, d, e, (per la vigesima settima del, 7.) serà che quello che viene produtto del, d, in e, (el quale e, b,) esser primo al, d, e, adonque, per la vigesima ottaua del medesimo, quello che perviene dal, d, e, in se il quale, per la quarta del secondo per la 6. delle sequente, e tanto quanto el composito del, a, & c, & del doppio del, b, serà primo al, b, Seguita adonque el composito de, a, & c, esser primo al, b, perche eglie necessario che sel composito de dui termini è primo a uno di quelli delli quali è composto, sia primo al restante, etiam li componenti fra loro e questo è stato dimostrato sopra la trigesima prima del settimo. Ma bisogna stabilire a fortificatione de questa demostratione el composito del, a, & b, esser produtto dal, d, in el composito del, d, & e, supposito che dal, d, in se sia fatto, a, & dal medesimo in, e, sia fatto, b, & ancora che dal, d, e, in se sia produtto il composi to del, a, & c, & del doppio del, b, supposito quello che per auanti, etiam che dal, e, in se sia fatto, c, Adonque per rispetto de questo preponemo da demostrare le sottoscritte.



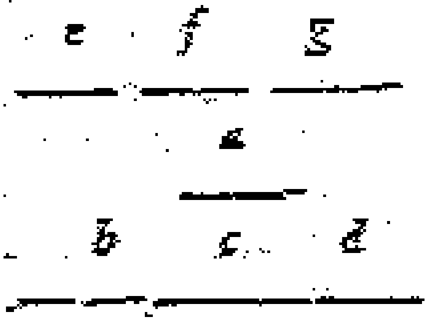
1 *Quello che vien fatto dal dutto de uno numero in quanti numeri si voglia è tanto quanto quello che viene fatto del medesimo in el composito di quelli.*



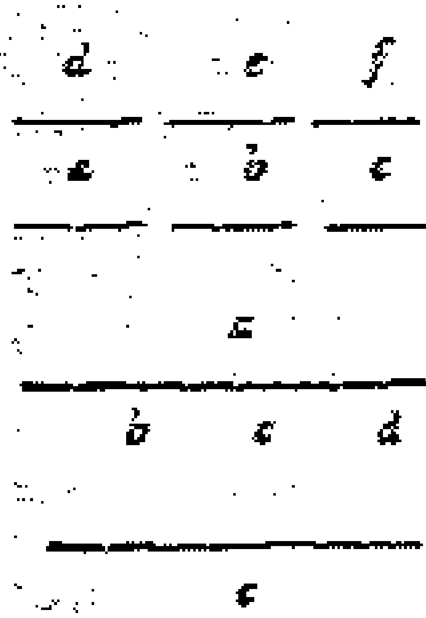
Il medesimo propone la prima del secondo de linee, hor sia che dal, a, in, b, & in, c, & in, d, peruenga, e, et, f, &, g, Dico che dal, a, in el composito de, b, &, c, &, d, peruien il composito de, e, &, f, &, g, perche el seguita, per la conuersione de quello numero, che sia multiplicado, che tal parte sia, b, del, e, & tale, c, del, f, etiam tale, d, del, g, quale è la unità del, a, per la quinta del settimo, adonque, tal parte ancora serà il composito de, b, &, c, &, d, del composito de, e, &, f, &, g, quale è la unità del, a, adonque, per la diffinitione, dal, a, in el composito de, b, &, c, &, d, uien fatto il composito de, e, &, f, &, g, che è il proposito.

2 *Quello che uien fatto dal dutto de quanti numeri si uogliano in uno numero, è equale a quello che viene fatto dal composito de quelli, in el medesimo.*

Questo è il conuerso modo de quello che è stato dimostrato.



Come se dal, b, &, c, &, d, in, a, sian fatti, e, &, f, &, g, el composito ancora uien fatto dal composito in quel medesimo laqual cosa, per quello che demostrato della decima settima propositione del settimo libro, uien conclusa facilmente el proposito.



3 *Quel produtto che vien fatto dal dutto de quanti numeri si uoglia in quanti altri si uoglia, è equale a quello che uien fatto dal composito de quelli, in el composito de quelli.*

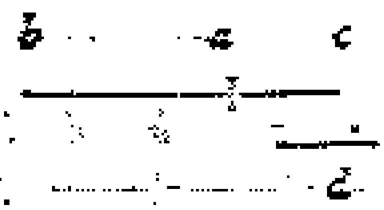
Come se, a, b, c, multiplichino, d, e, f, cioe cadauno de loro in cadauno de quelli & siano aggionti li produtti insieme dico lo aggregatto delli produtti, esser equale al produtto del composito de, a, &, b, &, c, in el composito de, d, &, e, &, f, perche, per la precedente, il produtto che uien fatto del composito de, a, b, c, in d, è quanto quello che uien fatto a uno per uno in esso, d, & cosi in e, & in, f, & del composito de quelli, a, b, c, in cadauno de quelli, d, e, f, per auanti la precedente fa quanto che del composito in el composito. Adonque è manifesto il proposito.

4 *Diuiso che sia un numero in quanti parti si uoglia, tanto serà quel produtto che*

to che vien fatto de tutto quello in se medesimo quanto quello che vien fatto de quello in tutte le sue parti.

Il medesimo propone la .2. del secondo de linee come se, a, fusse diviso in, b, et c, & d, dico che tanto vien fatto del, a, in se quanto in tutti quelli, b, c, d, perche posto, e, equale al, a, è manifesto, per la 1. di queste incidente, tanto esser fatto del e, in, a, quanto in tutte le parti de, a, Ma, per la concettione, del, e, in, a, vien fatto quanto del, a, in se & del, e, in se parti de, a, quanto del, a, in el medesimo, e, adonque è manifesto esser il vero quello ch'è stà detto.

5 D'ogni numero diviso in duoi quel produtto che vien fatto del tutto, in l'uno di dividenti, è tanto quanto quello che vien fatto del medesimo dividenti in se, & in altro.



Il medesimo propone de linee la terza del secondo in linee essempli gratia, Sia, a, diviso in, b, et, c, dico produrse tanto del, a, in, c, quanto che del, c, in se, & in, b, perche quello che vien fatto del, a, in c, e quanto quello che vien fatto del, c, in, a, per la decima settima del settimo, adonque tolto, d, equal al, c, serà tanto del, a, in, c, quanto del, d, in, a, Ma, per la prima di queste, tanto e del, d, in, a, quanto che in, b, & c, perche adonque, d, in, a, & in b, & in, c, e quanto, c, in, a, & in, b, & in se per la equalità del, c, & de, d, e manifesto il proposito.

6 D'ogni numero in duoi diviso lo produtto che vien fatto del tutto, del tutto in se è quanto quello che vien fatto del ducto dell'uno e l'altro di dividenti in se, & dell'uno de quelli, due volte in l'altro.

Il medesmo in linee propone la quarta del secondo, come se, a, fia diviso in, b, & c, dico tanto essere fatto del, a, in se quanto del, b, in se & del, c, in se & del, b, due volte in, c, perche, per la quarta de queste quello che vien fatto del, a, in se e quanto quello che vien fatto de quel medesimo, in, b, & in, c, ma quello che è fatto di quello in, b, per la precedente, e quanto quello del, b, in se & in c, & del, a, in, c, per la medesima, e quanto del, c, in se & in, b, & perche del, c, in, b, e tanto quanto del, b, in, c, per la decima settima del settimo, se conclude esser el vero quello che se propone.

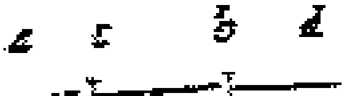
7 D'ogni numero diviso in due parti equale, & in due inequale lo produtto che vien fatto della maggiore delle inequale in la minor, con lo quadrato dello inter medio e equale al quadrato della mitade del tutto.

Questo medesimo de linee propone la quinta del secondo, come se, a, b, fia diviso in dui numeri equali liquali siano, a, c, et c, b, et ancora in dui inequali diquali il mag-

il maggiore sia, a,d, & minore, d,b, Dico che quel produtto che vien fatto de tut
to, a,d, in, d,b, cō il quadrato, de, c,d, è equale al quadrato de, c,b, Perche (per la
precedente) il quadrato de, c,b, è equale al quadrato de, c,d, e al quadrato de, d,b,
& a quello che vien fatto del, b,d, in, c,d, due volte. Ma il dutto del, b,d, in se me
desimo, e in, c,d, per la prima propositione de queste, fa tanto quanto il dutto di
quello medesimo in, c,b, e pero quanto che in, a, c, adonque del, b,d, in se & in, c,
d, due volte fa tanto quanto del medesimo, b,d, in, a,d, (per la medesima) adon-
que il quadrato de, c,b, supera quello che vien fatto del b,d, in, a, d, in el quadra
to de, c,d, per il che è manifesto il proposito.

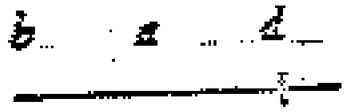
8 Quando serà un numero diviso in due parti equali, & che a quello serà ag
giunto uno altro numero, lo produtto che vien fatto dello dutto de tutto il cō
posito, in lo numero aggiunto, con il quadrato della mitade, equale al quadra
to della mità, dello aggionto insieme.

Questo medesimo de linee propone la sesta del secondo



ber sia il numero, a,b, diviso in duoi numeri equali liquali
siano, a,c, & c,b, & sia aggionto a quello il numero, b,d, dico
quello produtto che vien fatto de tutto, a,d, in, d,b, cō il quadrato, de, c,b, esser e-
quale al quadrato de, c,d, (per la sesta propositione de queste) el quadrato, d,c,
d, è equale al quadrato de, d,b, & al quadrato de, b,c, & a quello che vien fatto
de, b,d, due volte in, b,c, ma, per la prima de queste, del, b,d, in se & in, b, c, due
volte è quanto del, b,d, in, d,a, perche, a,c, & c,b, sono equali, adonque il quadra
to de, c,d, supera quel produtto che vien fatto del, b,d, in, d,a, in el quadrato de,
c,b, che è il proposito.

9 Quando uno numero sia diviso in duoi numeri quel produtto che vien fatto
del tutto in se insieme con quello che vien fatto dell'uno di dividenti in se è equa
le a quello che vien fatto del tutto in el medesimo due volte insieme, con quel
lo che vien fatto dell'altro dividenti in se.



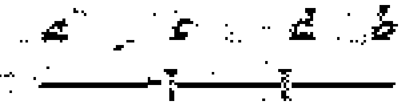
El medesimo propone la settima del secondo de linee,
perche se sia il numero diviso in, b, & d, Dico lo quadra-
to de, a, con lo quadrato del, d, esser tanto quanto quello
che vien fatto del, a, in, d, due volte con lo quadrato del, b, perche egli è manife-
sto, per la sesta propositione de queste, che'l quadrato, de, a, e tanto quanto il qua
drato de, d, & il quadrato de, b, & quello che vien fatto del, d, due volte in, b, adō
que il quadrato de, a, con il quadrato de, d, e tanto quanto quel che vien fatto del,
d, due volte in se & due volte in, b, con il quadrato, de, b, Ma quello che vien fatto
del, d, due volte in se & due volte in, b, e quanto quello del, d, due volte in, a, per la
prima de queste, adonque quello che vien fatto del, d, due volte in, a, con il qua-
drato de, b, e quanto il quadrato de, a, con il quadrato de, d, per laqual cosa e ma
nifesto il proposito.

10 *Quando uno numero serà diviso in duoi parti, & a quello sia aggionto uno numero equale a uno di dividenti, el quadrato de tutto il composito è equale al quadruplo de quello che vien fatto del primo in lo aggionto con il quadrato dell'altro.*

Questo medesimo propone la ottava del secondo de linee hor sia il numero, a, b, diviso in, a, c, & c, b, al qual sia aggionto, b, d, el qual sia posto equale al, c, b, dico il quadrato de, a, d, esser tanto quanto è quello che vien fatto del, a, b, in, b, d, quattro volte, giôto con il quadrato de, a, c, imperoche, per la sesta propositione de questo, il quadrato de, a, d, è equale al quadrato de, a, b, & al quadrato de, b, d, & a quello che vien fatto del, a, b, in b, d, due volte, et per che il quadrato de, b, d, è equale al quadrato de, b, c, serà il quadrato de, a, d, equale al quadrato, de, a, b, & al quadrato de, c, b, & a quello che viê fatto del, a, b, in, b, d, due volte, ma, per la precedête, il quadrato de, a, b, cô il quadrato de, c, b, è tanto quanto il quadrato de, a, c, con quello che viê fatto del, a, b, due volte, in, b, c, adonque il quadrato de, a, d, e tanto quanto quello che vien fatto del, a, b, in, b, d, due volte & del, a, b, in, b, c, due volte con il quadrato de, a, c, & perche del, a, b, in, b, c, fa tanto quanto in, b, d, e manifesto esser il vero quello che fu proposto.

11 *Quando un numero serà diviso in due parti equali & in due inequale li quadrati de ambedue le inequale tolti insieme sono il doppio del quadrato della mità, & del quadrato de quello che se intende dalla parte inequale alla equale tolti insieme.*

Questo medesimo propone la nona del secondo de linee hor sia il numero, a, b, diviso in duoi numeri equali, Equali siano, a, c, & c, b, & in duoi inequali, liquali siano, a, d, & d, b, dico che li quadrati di duoi numeri, a, d, & b, d, tolti insieme sono el doppio delli duoi quadrati delli duoi numeri, a, c, & c, d, tolti insieme, perche, per la sesta di questo, il quadrato de, a, d, e quanto il quadrato de, a, c, & il quadrato de, c, d, & il doppio de quello che viê fatto de, a, c, in, c, d, ma perche, a, c, e equale al, c, b, serà il quadrato de, a, d, quâto il quadrato de, b, c, & il quadrato, de, c, d, & il doppio de quello che viê fatto del, b, c, in, c, d, Adunque il quadrato de, a, d, con il quadrato de, b, d, sono quanto il quadrato de, b, c, & il quadrato de, c, d, & il doppio de quello che fatto del, b, c, in, c, d, et il quadrato de, b, d, Ma il doppio di quello che viê fatto del, b, c, in, c, d, con il quadrato de, b, d, è equale al quadrato de, b, c, & al quadrato de, c, d, per la nona de questo, adonque li quadrati delli duoi numeri, a, d, & d, b, sono quanto li quadrati delli duoi numeri, b, c, & c, d, duplicati, & perche, b, c, & c, a, sono equali e manifesto il proposito.



12 *Quando un numero serà diviso in due parti equali, & che a quello ne sia aggionto un altro. El quadrato de tutto il composito con il quadrato della ag-*

lo aggionto, sono doppii al quadrato della mità de quello, con il quadrato del composito, della mità, & dello aggionto.

a c b d

El medesimo propone la decima del secondo de linee. Hor sia il numero, a, b, diuiso in le due parti equale a, c, & c, b, & sia aggionto a quello il numero, b, d, Dico il quadrato de, a, d, con il quadrato de, b, d, esser doppio al quadrato de, a, c, insieme con il quadrato de, c, d, perche essendo il numero, c, d, diuiso in due parti & a quel è aggionto, a, c, equal a uno de diuidenti, (per la decima de questo) serà il quadrato de, a, d, quanto quello che uien fatto del, c, d, in, c, a, quattro uolte & poi aggionto con il quadrato de, b, d, & perche, a, c, è equale al c, b, il quadrato de, a, d, serà quanto quello che uien fatto del, d, c, in, c, b, quattro uolte gionto con il quadrato del, b, d, adonque il quadrato de, a, d, con il quadrato de, d, b, serà quanto quello che uien fatto del, d, c, in, c, b, quattro uolte insieme con il doppio del quadrato de, b, d, et questo (per la nona propositione de questo) e doppio al quadrato de, c, d, insieme con il quadrato de, c, b, adonque concluso che il quadrato de, c, b, sia equale al quadrato de, a, c, è manifesto il proposito.

13

a c e d b

Egliè impossibile a diuidere alcun numero talmente che quello che uien contenuto sotto del tutto, & una delle parti di quello sia equale al quadrato di l'altra parte.

a c d b

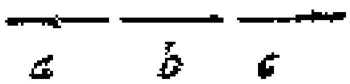
Questo che propone la undecima del secondo de sar in linee, l'Auttor demostra questo esser impossibile i numeri, hor sia, a, b, qual si uoglia numero. Dico esser impossibile quello esser diuiso così come se propone, perche essendo così seria diuiso secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, come è manifesto per la diffinitione, & per la uigesima propositione del sesto. Et se questo po esser (per l'aduersario) sia diuiso in, c, & sia del, a, b, al, b, c, si come del, b, c, al, c, a, adonque, a, c, serà minore del, c, b, sia adonque detratto da quello uno equale a lui, el quale sia, c, d, adonque perche la proportione de tutto, a, b, a tutto il, b, c, è si come del, b, c, (detratto dal, a, b,) al, c, d, (detratto dal, b, c,) la medesima serà per la. 12. del, a, c, (residuo del, a, b,) al, b, d, (residuo del, b, c,) per laqual cosa del, b, c, al, c, d, serà si come del, c, d, al, d, b, adonque, c, d, serà maggior del, b, d, Adonque detratto, d, e, de, c, d, (cioe che, d, e, sia equale al, d, b,) serà etiam la proportione de, b, c, al, c, d, si come del, c, d, al, d, e, per laqual cosa così serà de, b, d, (residuo de, c, b,) al, c, e, (residuo del, c, d,) adonque in poi detraher, c, e, dal e, d, e per tanto el non si trouarà il fine di queste detrattione laqual cosa è impossibile. Hora ritornamo al nostro proposito.

Theorema 17. Propositione 17.

17 Se seranno duoi numeri contra se primi quanto che è il primo de
16 quelli al secondo, è impossibile esser tanto il secondo ad alcuno terzo.

Siano

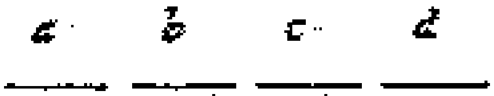
Siano, a, & b, contra se primi. Dico essere impossibile di aggiongere a quelli alcuno altro numero in continua proportionalità. Perche se questo fusse possibile, per l'aduersario, sia, c, perche adonque, a, al, b, e si come del, b, al, c, & a, &, b, son ordinati in la sua proportione, per la vigesima quinta propositione del settimo, seguita, per la vigesima seconda propositione del medesimo, che, a, numeri, b, il qual e contra sia, ancora che'l numeri se medemo, a, & b, non seranno contra se primi laqual cosa è il contrario di quello che e stato supposto.



Theorema. 18. Propositione. 18.

18 Se li duoi estremi de quanti si voglian numeri continuamente proportio-
17 nali, seranno contra se primi, e impossibile esser tanto l'ultimo ad alcun altro quanto e il primo al secondo.

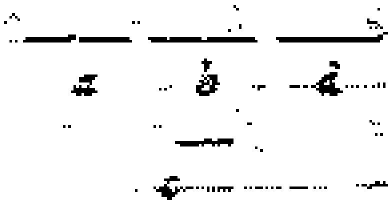
Siano, a, b, c, continuamente proportionali, & siano, a, &, c, contra se primi. dico che non li puo esser aggionto, a quelli un'altro numero in quella medesima proportione, perche se questo potesse esser, per l'aduersario sia, d, perche adonque del, a, al, b, e si come del, c, al, d, permutatamente del, a, al, c, serà si come del, b, al, d, Ma, a, & c, sono in la sua proportione minima (per la vigesima quinta del settimo) adonque per la vigesima seconda del medesimo, a, numera, b, per laqual cosa etiam numera, c, perche di numeri continuamente proportionali, se'l primo numera il secondo, quel medesimo li numera tutti, & simplicemente qual si voglia precedente numera qual si voglia sequente, ma perche etiam numera se medemo, non seranno, a, & c, contra se primi laqual cosa e inconueniente.



Theorema. 19. Propositione. 19.

19 Proposti duoi numeri potemo considerare se possibile a quelli sia trouar-
18 si un terzo continuamente proportionale.

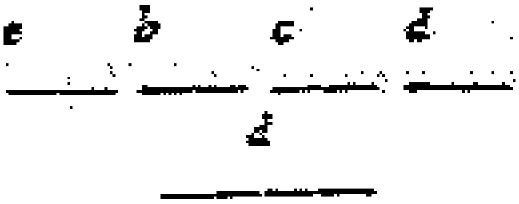
Siano, a, & b, li duoi numeri proposti, voglio cercar se a quelli pol esser aggiunto un terzo in continua proportionalità. Adonque se essi sono contra se primi e impossibile, per la decima settima. Ma se sono composti sia dutto, b, in se medesimo & peruenga, c, il quale, a, lo numera sarà un terzo continuamente proportionale. Ma sel nõ lo numera non gli serà un terzo continuamente proportionale. perche numerando quello secondo, d, serà quello che cercamo, per la seconda parte della vigesima del settimo, sia adonque che'l non numeri quello e che tamen, per l'aduersario, sia del, a, al, b, si come del, b, al, d. Adonque perche dal, b, in se sien fatto, c, seguita, per la prima parte della vigesima del settimo, che dal, a, in, d, sia fatto il medesimo, c, adonque, a, numera, c, secondo, d, & era posto che'l non lo numerava per laqual cosa seguita lo impossibile.



Theo-

Theorema.20. Propositione.20.

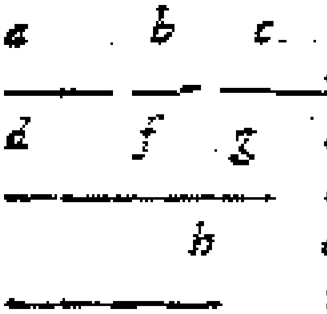
20 *Dati tre numeri continuamente proportionali, puotemo cercare se gli sia*
19 *alcun quarto a quelli continuamente proportionale.*



Siano, a, b, c, cõtinuamẽte proportionali voglio cercare se un'altro puol esser aggiunto, a quelli fatto continua proportionalità adõque se, a, et, c, sono contra se primi, e impossibile (per la decimaottaua propositione) se sono cõposti, sia, d, quello che peruiene dal, b, in c, el quale, d, se, a, lo numera serà possibile esserui aggiunto un quarto, ma se'l non lo numera non serà possibile, perche numeraranno quello secõdo, e, el qual, e, serà quello el qual cercamo, per la seconda parte della vigesima del settimo. Sia adonque che'l nõ numeri quello è niente di manco, per l'aduersario, che dal, a, al, b, sia si come dal, c, al, e, Adonque perche dal, b, in c, vien fatto, d, seguita, per la prima parte della vigesima del settimo, che dal, a, in, e, sia fatto il medesimo, d, adõque, a, numera, d, secõdo, e, & era posto che'l non lo numeraua. el medesimo, tu puoi inuestigare in quanti proposti numeri si voglia continuamẽte proportionali, per che se li dui estremi siano contra se primi la intentione ha fine, per la decima ottaua, ma se siano composti se'l primo numera el producto del dutto del secõdo in el ultimo, quel numero secondo el qual lui lo numera è quello che cercamo (per la seconda parte della vigesima del settimo, ma se'l primo non numera il detto producto niun serà che possa esser posto perche posto qual si voglia (per la prima parte del medesimo, secondo esso posto el primo numerarà el producto el qual era posto che'l non lo numeraua che è inconueniente.

Theorema.21. Propositione.21.

21 *Dati quanti numeri primi si voglia, è necessario esser alcuno numero pri*
20 *mo da quelli diuerso.*



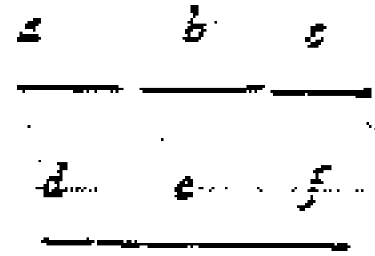
Niente altro se intẽde de demostrare saluo che li numeri primi siano infiniti, perche se siano, a, b, c, numeri primi, dico esser alcuno altro numero primo diuerso da quelli, perche se sia, d, f, el minimo numero che numerano li predetti numeri primi, al qual aggionta la unità sia fatto, d, g, el qual, d, g, o che egliè numero primo, ouer cõposito, se egliè primo è manifesto el proposito, se egliè composito alcũ numero primo numera quello el qual sia, b, el qual, b, nõ è possibile esser alcun di primi proposti, perche se quello fusse alcun de quelli cõciosia che qual si voglia de essi numera, d, f, esso ancora numeraria el medesimo, e perche lui numera, d, g, bisognaria esso numerare, f, g, el qual è la unità laqual cosa e impossibile, el medesimo seguita posto, d, f, qual numero si voglia che sia numerato da, a, b, c, per laqual cosa e manifesto il proposito.

Theo-

Theorema. 22. Propositione. 22.

22 Se seranno congregati insieme quanti numeri pari si voglia, anchora tutto
21 lo aggregato da quelli serà paro.

Sia cadauno di tre numeri, a, b, c, paro dico el composto da quelli esser paro perche (per la conuersione della diffinition) ciascaduno da quelli ha la mitade, Siano adõque le mitade de quelli, d, e, f, perche adonque si come del, a, al, d, cosi serà del, b, al, e, & del, c, al, f, adonque (per la terzadecima del settimo) si come del, a, al, d, cosi



serà tutto el composto de, a, b, c, a tutto el composto de, d, e, f, adonque, d, e, f, e la mità de, a, b, c, adonque, a, b, c, (per la diffinitione) e paro che e il proposito.

Theorema. 23. Propositione. 23.

23 Se numeri dispari, pari di moltitudine, seranno congregati insieme anco-
22 ra tutto lo aggregato da quelli serà paro.

Sia cadauno di numeri, a, b, c, d, dispari, dico el composto de quegli essere numero paro, perche leuando uia a cadauno la unità e manifesto li residui esser pari, & perche quelle unitade leuade uia compongno numero paro, conciosia che sian de numero pare, e manifesto il proposito per la precedente.

Theorema. 24. Propositione. 24.

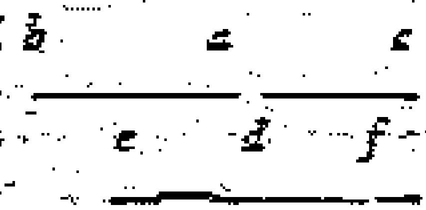
24 Se seranno congregati insieme numeri dispari, de
23 moltitudine dispara, Ancora tutto lo aggregato de quelli e necessario essere dispari.

Sia cadauno di numeri, a, b, c, dispari, dico tutto il cõposto de quelli esser dispari, perche el composto de, a, & b, per la precedente serà paro & perche, c, leuata uia la unità e paro, per la anteri della precedente, tutto, a, b, c, leuata uia la unità serà paro, adonque, per la diffinition, e manifesto el tutto esser dispari.

Theorema. 25. Propositione. 25.

25 Se da un numero paro, sia detratto uno numero paro, lo rimanente serà
24 paro.

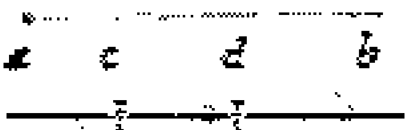
Sia, a, numero paro, dal quale sia detratto, b, elqual anchora sia paro, & lo residuo sia, c, dico, c, necessariamente esser paro, perche essendo, d, la mità de, a, & ancora, e, la mità de, b, & detratto, e, de, d, sia el rimanente,



te,f, per la duodecima del settimo, sera del,c,al,f, si come del,a,al,d, per la qual cosa,f,e la mita de,c, adonque,c,e paro che è el proposito.

Theorema.26. Propositione.26.

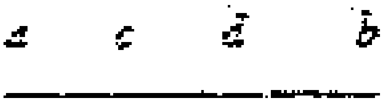
26 Se da un numero disparo, sia detratto uno numero disparo, lo rimanente
26 serà paro.



Sia,a,b, numero disparo, dal qual e sia detratto,b,c, el qual anchora sia disparo, dico lo rimanente, el qual e,a,c, esser paro perche essendo detratto dall'uno e l'altro di dui numeri,a,b,& b,c, la unita, laqual sia,d,b, et l'uno e l'altro di dui residui liquali sono,a,d,& d,c, sera paro adonque, per la precedente, e manifesto,a,c, esser paro, che è el proposito.

Theorema.27. Propositione.27.

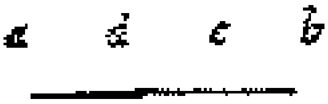
27 Se da un numero disparo sera sottratto un numero paro, quello che rimane
27 ra sera disparo.



Sia,a,b, disparo, dal qual sia detratto,a,c, el qual sia paro, dico el residuo,c,b, esser disparo, & per dimostrar questo sia detratta la unita,b,d, per il che,a,d, restara paro, & perche,a,c,è paro, per la vigesimaquinta,c,d, sera paro adonque essendo,d,b, la unita sera,c,b, disparo che è el proposito.

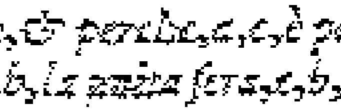
Theorema.28. Propositione.28.

28 Se da un numero paro sia cavato un numero disparo quello che rimanera
[illegible] sera disparo.



Sia,a,b, numero paro, dal quale sia tolto,a,c, el quale sia numero disparo dico lo residuo,c,b, esser disparo & per dimostrar questo sia sottratta la unita de,a,c, laqual sia,c,d, & a,d, sera paro adonque, per la vigesima quinta, ancora,d,b, sera paro, adonque perche,d,c,e la unita seguita,c,b, esser disparo che è il proposito.

Theorema.29. Propositione.29.



29 Sel sera multiplicato uno numero disparo in un nu-
28 mero paro quel che se produra da quelli sera paro.

Per la vigesima terza è manifesto quello che se dice in questa propositione.

Theorema.30. Propositione.30.

30 Se sera multiplicato un numero disparo in un numero disparo quello che
29 produra sera disparo.

Anchora questa, per la vigesimaquarta è manifesta.

Theo-

Theorema. 31. Propositione. 31.

31 Se un numero dispari, numerarà un numero paro, numerarà quello per numero paro.

Perche s'el numerasse quello per numero dispari dal ducto del numero dispari in lo numero dispari se produria paro laqual cosa è inconveniente per la precedente.

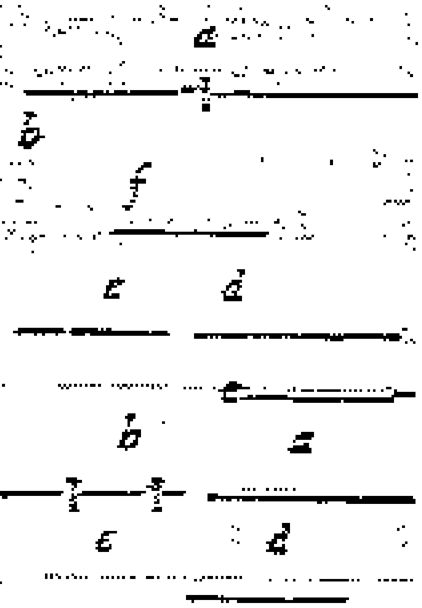
Theorema. 32. Propositione. 32.

32 Se un numero dispari numerarà un numero dispari lui numerarà quello disparmente.

Perche s'el numerasse parimente seguiria che del numero dispari in numero paro fusse fatto dispari, laqual cosa è inconveniente per la 29.

Theorema. 33. Propositione. 33.

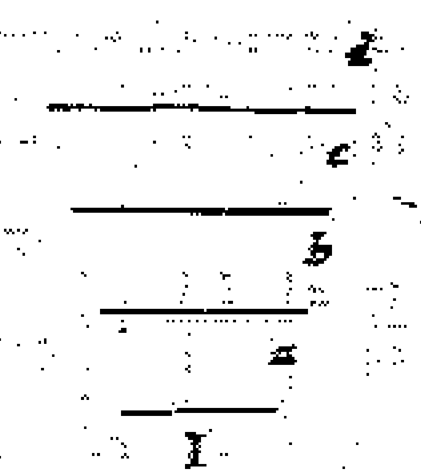
33 Se un numero dispari misurerà un numero paro, l'è necessario ch'el misura ancora la mità del medesimo.



Sia, a, numero paro, la mità del quale sia, b, & sia c, un numero dispari, el qual numeri, a, dico che, c, numera, b, Hor poniamo che lui numeri, a, secondo, d, & (per la trigesima prima) d, serà numero paro adunque sia, a, la mità di quello & sia detto, c, in, e, & per venga f, & per la decimanona del settimo, del, a, al f, serà si come del, d, al, e, & perche anchora del, a, al b, e si come del, d, al, e, seguita esser, b, & f, equali adunque concludendo che, c, numeri, f, el medesimo numerarà b, che è il proposito.

Theorema. 34. Propositione. 34.

34 Se un numero dispari, serà primo ad alcun numero, el medesimo dispari serà primo al doppio del medesimo numero.



Sia, a, numero dispari primo al, b, el doppio del quale sia, c, dico che, a, e primo al, c, esser essendo altramente, per l'adversario, poniamo che, d, numeri quelli & conciosia che, a, sia dispari seguita, d, esser dispari, perche ciascun numero el qual numera un numero dispari è dispari, per la precedente adunque d, numerarà el, b, adunque, a, & b, non son contra se primi laqual cosa è contra el presupposito.

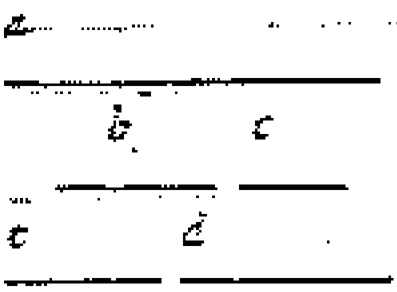
Theorema. 35. Propositione. 35.

35/32 *Solamente li numeri dal binario doppij sono parimente pari.*

Siano li numeri, a, b, c, d, dalla unità continuamēte proportionali, & sia, a, el numero binario. dico tutti li detti numeri esser parimēte pari, et niun altro puol esser parimente paro eccetto quelli che pono crescere in infinito secondo questa proportione. che questi siano parimēte pari, egliè manifesto (per la diffinitione) conciosia che, per la duodecima, qualunque precedēte numera qualunque sequē te per alcun de quelli liquali tutti bisogna esser pari. & niun altro numera alcū de loro, per la terzadecima, imperoche, a, elqual è el binario che seguita la unità e primo. Ma che niun altro fora de quelli sia parimēte paro se manifesta in questo modo, perche supposto alcuno, per l'aduersario, sia diuiso in due mità, & la mità di quello in due altre mità, & questo sia fatto per fina a tanto che un numero, ouero la unità impedisca la diuisione laqual cosa è necessario uenire, per la ultima petitione, ma se un numero prohibira questa diuisiō esso serà disparo elqual conciosia che lui numeraria el numero posto parimente paro. Adonque lo numero supposto parimente paro non seria parimente paro che è inconueniente. Ma se serà la unità che prohibisca la diuisione, per la. 13. ouer. 15. serà altro fora delli continuamente doppij dalla unità.

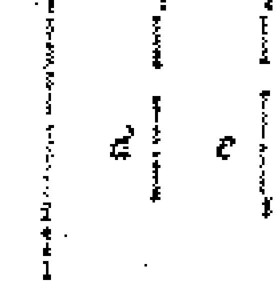
Theorema. 36. Propositione. 36.

36/33 *Lo numero, del quale la mitade è disparo è parimente disparo.*



Sia, a, un numero la mitade del quale, laqual sia, b, sia disparo, dico, a, esser numero parimente disparo, & per dimostrar questo sia, c, el numero binario, adonque è manifesto che dal, c, in b, vien fatto, a. Hor sia, d, qual si uoglia numero paro numerante, a, elqual numeri quello secondo, e, & per la seconda parte della uigesima del settimo, serà del, e, al, b, si come del, c, al, d, adonque, e, numera, b, perche etiam, c, numera, d, perche el binario numera tutti numeri pari, serà adonque, e, numero disparo perche etiam, b, era numero disparo adonque per la diffinitione, a, e parimente disparo, che è il proposito.

Theorema. 37. Propositione. 37.

37/34 

Ogni numero non di doppij dal binario, che la mità di quello sia paro e parimente, & disparimente paro.

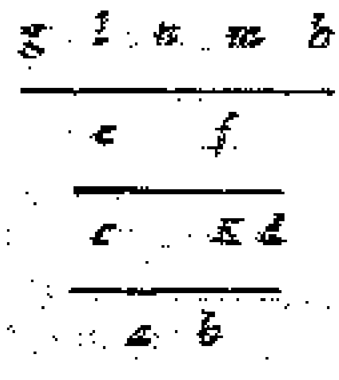
Sia el numero, a, nō doppio da doi, del quale la mità, la qual sia, b, sia posta paro, dico esser parimente & disparmente paro. Hor p dimostrar questa, sia, c, el binario delqua

le

ha e manifesto che esso numera, a, secondo, b, & perche, a, non è doppio da dui, e ne essendo se la mità di quello, laqual e, b, venga divisa in altre due mità, & la mità della mità in altre due che finalmente occorra un numero impediente la divisione, elqual serà dispare, per questo che'l non receve la divisione, & sia quello inequale resta la divisione, c, certamente e necessario la detta divisione restare in numero perche se la pervenisse per fina alla unità seria, a, di numeri doppij dal binario, di quali per el presupposito, non e nissun, d, e manifesto che esso numera, a, per questa sciencia, ogni numero numerante un altro numera ogni uno numerato da quello, numera adunque quel secondo, c, & , e, serà paro, ... certamente conciosia che, d, sia numero dispare seguita, per la trigesima, c, esser dispare anchor perche, b, numero paro, numera, a, secondo, c, el quale anchora e paro, perche e el binario, & , e, numero paro numera el medesimo secondo, d, elqual e dispare e manifesto, per la diffinitione, el numero, a, esser parimente & disparmente paro che e el proposito.

Theorema. 38. Propositione. 38.

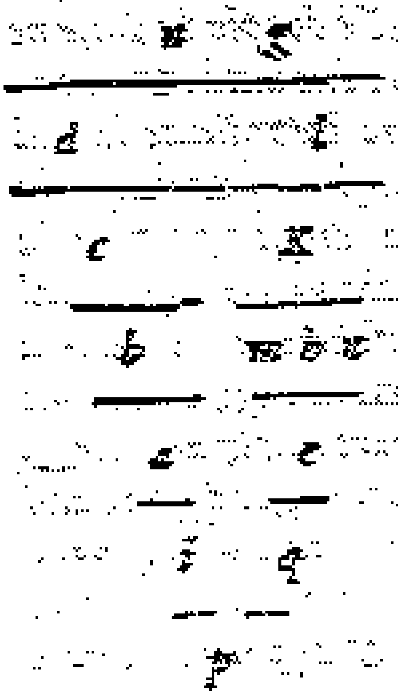
38 Se del secondo etiam del ultimo di numeri continuamente proportionali
35 sia cavado serà el primo, quanto e el rimanente del secondo al primo, el se convien necessariamente esser tanto lo rimanente del ultimo allo aggregato de tutti li precedenti.



Siano continuamente proportionali, a, b, c, d, e, f, g, h, & sia levado del, c, d, una parte equal al, a, b, laqual sia, c, K, e similmente del, g, h, laqual sia, g, l, al presente dico che la proportione del, K, d, al, a, b, e si come de, l, h, al composito de, e, f, c, d, & , a, b, & per dimostrar questo sia tolto del, g, h, una parte equale al, e, f, laqual sia, g, m, & similmente una equale al, c, d, laqual sia, g, n, onde l, n, serà equale al, K, d, & e manifesto, per la duodecima, del settimo concludisa cosa che sia del, g, h, al, g, m, si come del, g, m, al, g, n, che el residuo, h, m, al residuo m, n, serà si come, g, h, al, g, m, e pero & si come, e, f, al, c, d, anchora per simel modo lo, m, n, al, l, n, serà si come, c, d, al, a, b, adonque permutatamente del, h, m, al, e, f, & del, m, n, al, c, d, serà si come del, n, l, al, a, b, adonque congiontamente, per la terzadecima del settimo, del, l, h, composito, del, h, m, n, & del, l, n, al composito de, e, f, c, d, & , a, b, serà si come del, l, n, al, a, b, e pero e si come del, K, d, al, a, b, che e il proposito.

Theorema. 39. Propositione. 39.

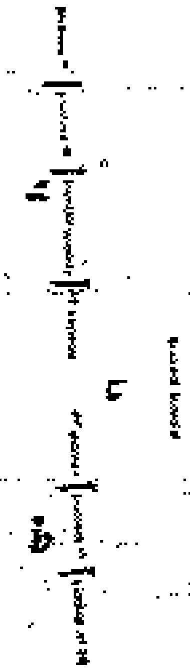
39 Quando seranno assettati numeri dalla unità continuamente doppij, li
36 quali congiunti facciano numero primo, multiplicato l'ultimo de quelli in lo aggregato de quelli produce numero perfetto.



Siano, a,b,c, dalla unita continuamente doppij, & sia, e, lo aggregato de quelli & della unita el quale sia posto esser numero primo in el quale, e, sia multiplicato, d, & produca, f,g, dico, f,g, esser numero perfetto sia adonque tolti, h,k,l, continuamente doppij al, e, talmente che tanti termini siano, e,h,k,l, quanti sono li tolti cōtinuamente doppij dalla unita, & (per la equa proportionalità) serà de, l, al, e, si come del, d, al, a, per laqual cosa (per la prima parte della vigesima del settimo) del, a, in l, perviene, f,g, perche esso, f,g, perviene del, d, in, e, & perche, a, è el binario, f,g, viene a esser doppio al, l, Adonque, e,h,k,l, & f,g, sono continuamente proportionali, sia adonque levado via dal, h, un numero equale al, e, el qual sia, m,h, & lo residuo, h,n, (el quale anchora serà equale al, e,) & similmente dal, f,g, sia levado via un numero pur equale al medemo, e, el qual sia, f,o, & (per la precedente) og serà quanto lo aggregato del e, & del, h, & del, k, & del, l, & conciosia che, f,o, sia equale al, e, è quanto lo aggregato, dal, a, & b, & c, & d, e della unita. Et similmēte tutto, f,g, è quanto lo aggregato de tutti questi cioe, a,b,c,d, & della unita, & de quelli, e,h,k,l, delli quali tutti è manifesto che numerano el detto, f,g, & che, a, lo numera secondo, l, & b, secondo, k, laqual cosa vien conuenta (per la prima parte della vigesima del settimo aiutandose per la equa proportionalità se in alcun luoco serà bisogno) perche come del, d, al, c, cosi è del, h, al, e, et come del, d, al, b, cosi è del, k, al, e, (per la equa proportionalità) per laqual cosa, & del, c, in, h, & dal, b, in K, e necessario pervenire, f,g, el qual per el passato fu produtto dal, d, in e, adonque provādo che niun altro (fuor de quelli) numera, f,g, (per la diffinitione) serà numero perfetto. Ma che niun altro numeri quello se manifesta in questo modo. perche se questo è possibile (per l'adversario) sia, p, el qual numeri quello secōdo, q, & (per la vigesima quinta propositione) serà che, e, numeri alcuno de loi duoi, & sia posto che'l numeri, p, & perche (per la seconda parte della vigesima propositione del settimo) del, a, al, d, e si come del, e, al, q, seguita che, q, numeri, d, laqual cosa conciosia che, a, (el qual seguita la unita) sia primo (perche è el binario) per la terzadecima di questo, el, q, serà over, a, over, b, over, c, & essendo el, q, uno de quelli, el, p, serà over, l, over, K, over, h, perche se, q, serà, a, e manifesto che, p, serà, l, & se'l serà, b, el, p, serà, K, & se'l serà, c, anchora, p, serà, h, Adonque el, p, non è diverso da quelli come era stato posto, rimane adonque, che, f,g, sia numero perfetto come fu proposito da demostrare.

IL FINE DEL NONO LIBRO.

LIBRO DECIMO
DI EVCLIDE.

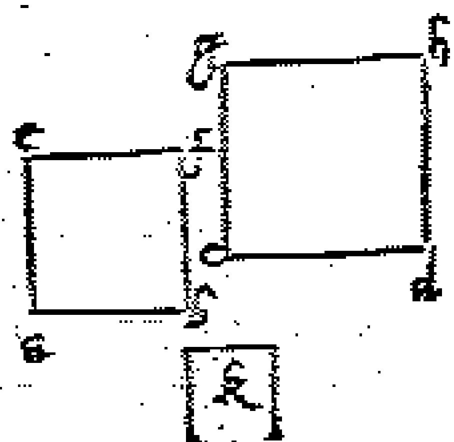


Diffinitione prima.

1 1.2 *Quelle quantità, seranno dette communicante, ouero commensurabile, alle quale serà una quantità numerante communamente quelle. Et quelle alle quale non serà una quantità numerante communamente quelle seranno dette incommensurabile.*

Il Tradottore.

ESSEMPLI gratia se'l fusse le due linee, a, & b, & che el se trouasse qualche altra linea, ouero misura che numerasse, ouero misurasse cadauna di quelle (poniamo, c,) le dette due linee seranno dette communicante, ouero commensurabile, Ma quando el non si trouasse alcuna sorte de linea che numerasse, ouero misurasse communamente le dette due proposte linee quelle seriano dette incommunicante, ouero incommensurabile, El medesimo si debbe intendere nelle superficie, & corpi.



Diffinitione 2.

2 3 *Le linee rette sono dette in potentia communicante, quando una superficie communa numera le superficie quadrate di quelle.*

Il Tradottore.

Essempli gratia se'l fusse le due linee, a, b, & c, d, & le superficie quadrate di quelle, a, b, e, f, & c, d, g, h, Et che el si trouasse qualche superficie, ponimo la superficie, k, che numerasse ouero misurasse cadauna di quelle, le dette due linee seriano dette communicante, ouero commensurabili in potentia.

Diffinitione 3.

3 4 *Le linee sono dette incommensurabile in potentia quando che non gli serà alcuna communa superficie che numeri le superficie quadrate di quelle.*

Il Tradottore.

Questa diffinitione facilmente se apprende dal conuerso della precedente, cioe, che quando non serà alcuna superficie communa, che numeri, ouero misuri

 le super-le superficie quadrate de due proposte linee, quelle tal linee se dirranno incommēsurabile in potentia. Lequal cose essendo come è sta esposto egliè manifesto che a ogni proposta linea retta, cioe a quella con laquale pigliamo le misure di cubiti, palmi, & deti, ouero piedi, sono infinita moltitudine de linee rette a quella commensurabile & incommensurabile, altre in longhezza, & in potentia, & altre solamente in potentia.

Diffinitione. 4.

4 *Ma ogni proposta retta linea con laquale ratiocinamo, & serà detta ra-*
4 *tionale.*

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Auttore ne aduertisse come che quella misura materiale laquale operaremo nelle nostre commensurationi (o sia pertica, ouer passo, ouero piede, ouer brazzo, ouer altra misura formata a nostro piacere, serà detta rationale, per esser una quantità a noi cognita, e familiare.

Diffinitione. 5.

5 *Et le linee a quella communicante sono dette rationale.*
4

Il Tradottore.

Quantunque questa diffinitione sia posta disgionta dalla precedente la si debbe intendere congionta con quella successiuamente; perche in questa copulatiuamente diffinisse che tutte quelle linee che seranno cōmensurabile a quella proposta linea, cioe a quella misura con laquale misuraremo, sia pertica, o passo, o piede, o brazzo, ouer altra misura formata a nostro piacere, sono detta rationale, esempli gratia ponimo che la nostra proposta linea, con laquale misuramo, ouero intendemo di misurare le nostre cose occurrēte, sia quella misura materiale che se chiama passo, diuisa in piedi cinque, & cadauno piede secondo il costume moderno, in oncie dodeci, hor dico che non solamente al detto passo, serà linea rationale, per la precedente diffinitione, ma anchora tutte le linee misurate cō el detto passo, & con le sue parti seranno dette rationale per la presente diffinitione perche tutte le dette linee veranno a essere commensurabili con la nostra proposta rationale, cioe con el nostro passo. Et acciochè meglio me intendi ponimo che sia una linea, ouero longhezza longa passa sei, piedi quattro, oncie sette e mezza, dico la detta linea, ouero longhezza esser anchora rationale, per la precedente diffinitione, per esser commensurabile con el nostro passo, per la prima diffinitione, & la loro commune misura ueria a essere la mezza onza cioe che una linea longa mezza onza misurarà la proposta longhezza precisamente. 831. volta et misurarà anchora el nostro passo precisamente. 120. volte onde per la detta prima diffinitione seranno commensurabile & per la precedente, & presente diffinitione, l'una e l'altra serà rationale che è il proposito.

Ma

Ma bisogna notare che questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questa altra forma.

5 Et quelle linee che a questa seranno commensurabile in longhezza e in po
4 tentia, & anchora solamente in potentia, sono dette rationale.

Il Tradottore.

La qual diffinitione è assai piu larga & generale di l'altra, perche questa vole che anchora quelle linee che sono commensurabile solamente in potentia cō la nostra proposta rationale, cioe con la nostra misura di passo, over pertica overo altra sorte di misura, siano chiamate rationale, per il che seguita che quelle quantità che communamente da prattici sono dette radice sorde, & irrationale, come seria la radice quadrata di diece overo di dodeci & di ogni altro numero nō quadrato, l'Auttore vole che essendo tal quantità linee siano dette rationale, per esser el suo quadrato rationale, & se cosi non fusse seguiria gran discordantia nelle diffinitioni de binomi, & residui, & in altre propositioni di questo decimo, come procedendo se potrà facilmente conoscere, vero è che se tal quantità seranno superficie seranno poi dette irrationale è mediale come nella terza decima propositione di questo si potrà vedere.

Diffinitione. 6.

5 Et quelle linee che seranno alla medesima incommunicante sono dette ir-
4 rationale, overo sorde.

Il Tradottore.

Anchora questa diffinitione si debbe intendere congionta successivamente alla precedente della prima tradottione per che in quella lui diffinisse che tutte quelle linee che non seranno communicante alla medema nostra proposta retta linea (cioe alla nostra proposta misura materiale) sono dette linee irrationale, overo sorde, tamen questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questo altro modo videlicet.

Et quelle linee che seranno a quella incommensurabile per l'uno, & l'altro modo, cioè in longhezza & in potentia sono chiamate irrationale.

La quale diffinitione intendendola congionta successivamente con la precedente (pur della seconda tradottione) vien a conformarsi con il converso di quella, cioè che una linea incommensurabile solamente in longhezza cō la nostra misura nō se debbe chiamare ne intēder irrationale (come di sopra la precedēte fu detto) anci lui vole che la se intēda rationale p esser il suo quadrato rationale e pero bisogna notare che il vulgo di prattici fin al presente, seguēdo la tradottione del Cāpano, le radici de tutti li numeri nō quadrati, si essēdo linee come essendo superficie, li chiamano irrationale & sorde, niente di manco le si debbono intendere rationale essendo linee come per la la seconda tradottione altramente seguitia, come di sopra dissi, grande discordantia nelle cose che seguitano in questo decimo. Idem etc.

Diffinitione 7.

$\frac{7}{0}$ Ma ogni quadrata superficie con la quale per el presupposito ratiocinamo è detta rationale.

Il Tradottore.

Per maggiore intelligentia di questa diffinitione bisogna notare che quando noi desideramo di saper la quantità di alcuna superficie inuestigamo in che proportione la sia con el quadrato di qualche nostra famosa, & cognita misura come seria a dire quanti passa quadri è, ouero piedi, pertiche, o altra misura formata a nostro piacere, il che si troua multiplicando le misure di la larghezza di detta superficie, fia le misure della sua longhezza, come fu detto nel principio del secondo libro, & lo produtto di tal multiplicatione serà la quantità de quante superficiette quadrate, di la misura gia operata, serà la detta superficie, & per superficietta quadrata si debbe intendere uno quadretto d'una misura per faccia, cioe di quella che gia hauemo operata a misurare, o sia passo, o pie, o pertica, o altra misura formata a nostro piacere, hor ritornando al nostro proposito l'Auttore diffinisce che ogni superficie quadrata con laquale per el presupposito ratiocinamo, o sia d'un passo, ouero d'un piede, ouero di qual si voglia altra misura granda, ouer piccola, è detta rationale per esser una superficie a noi cognita e famigliare.

Diffinitione 8.

$\frac{8}{0}$ Et le superficie a quella communicante sono dette rationale.

Il Tradottore.

Cioe che tutte quelle superficie che seranno communicante, ouero commensurabile a quella nostra superficie quadrata, detta di sopra, son dette rationale, ma bisogna notare che se la nostra quadrata superficie serà d'un passo non solamente un'altra superficie de piu passa integri superficiali, come seria de passa 450. serà detta rationale, ma ancora de passa pie e onze, e mezze onze serà pur detto rationale, si come delle linee sopra la quinta diffinitione fu detto, per esser commensurabile cō la detta nostra superficie quadrata d'uno passo, & la lor cōmuna misura sēpre serà la minima parte del passo che si trouerà esser denominata in detta superficie, et accio meglio me intendi ponimo che una misurata superficie sia passa 25. è uno terzo superficiali dico la detta superficie esser cōmensurabile con la nostra superficie d'un passo, & la lor communa misura serà un terzo de passo superficiale similmente se la detta misurata superficie fusse passa trenta sei, piedi cinque onze sette, tre quarte de onza superficiale la lor cōmune misura serà insa

lante

lante un quarto de onza superficiale, e pero l'una & l'altra serà rationale, el me desimo si trouarà in ogni altra specie di rotto & nota che un passo superficiale è piedi. 25. superficiali & un piede superficiale è oncie. 144. superficiale & con questa euidentia potrai sapere in ogni altra sorte di misura (diuisa come si uoglia) quante superficiente de una delle sue parti darà a formare il tutto perche molti si credeno che si come un passo lineale e cinque piedi lineali che similmen te un passo superficiale sia medesimamente cinque piedi superficiale anci e il quadrato de cinque, cioè uinticinque come detto di sopra & similmente perche un piede lineale è diuiso in oncie. 12. credono che similmente oncie. 12. superfi ciale facciano un piede superficiale per ilche non poco errano nelle sue resolu tioni per che come di sopra è detto un piede superficiale e oncie. 144. superficia le, & tutto questo (per le ragioni adutte sopra la prima diffinitione, ouer supposi tione del secondo serà manifesto, & non solamente nelle parti del passo: & del piede ma ancora nelle parti della pertica & della cana, & del cauezzo, ouer d'una misura formata a nostro piacere, perche quello che è detto del passo, & pie, con la medesima euidentia se procederà nelle parti di qual si uoglia misura diuisa come se uoglia, perche ogni famosa città forma & diuide, & da il no me alle sue famose misure secondo il loro parere ideo aduerte.

Diffinitione. 9.

9 Et le superficie a quella medesima incommunicante sono dette irrationa le, ouero sorde.

Il Tradottore.

Hauendo l'Auttore nella precedete diffinito quale sono le superficie dette ra tionale, hora in questa copulatiuamente ne diffinisse il conuerso, cioè che tutte quelle superficie che non seranno commensurabile a quella medesima nostra qua drata superficie (detta di sopra) seranno dette irrationale, ouero sorde.

Diffinitione. 10.

0 Et quelle che ad alcuna di quelle (irrationale serãno communicante se

5 ranno dette irrationale.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne aduertisse come tutte quelle superficie che sono ouero seranno cõmunicante ad alcuna superficie irrationale, seranno medesimamen te dette irrationale.

Diffinitione. 11.

10 Et li lati potenti in quelle superficie, quadrate sono detti irrationali.

4 Il Tra-

Il Tradottore.

Cioè che li lati potenti in quelle tal superficie irrationale, quadrato similmente sono dette irrationali, lo lato potente in una superficie (essendo quella tal superficie quadrata) se intende lo proprio lato di quella tal superficie, ma se la non fusse quadrata se intende pur per el lato de una superficie quadrata equale a quella, ouero di quella istessa redutta in quadro che è il medesimo.

Suppositione, ouero petitione prima.

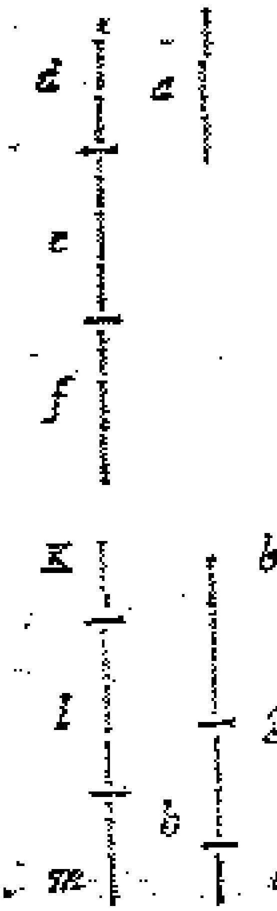
II θ Qualunque quantità tante uolte puo essere multiplicata che la ecceda qualunque proposta quantità del medesimo genere.

Il Tradottore.

Questa suppositione, ouero petitione se ritroua solamẽte in la prima tradottione & è connumerata fra le diffinitioni, ma perche secõdo il mio giuditio è piu presto suppositione, ouero petitione, che diffinitione e però suppositione, ouero petitione la chiamamo, nellaquale se suppone che date due quantita inequale sempre se puo multiplicare talmente la minore che tal multiplicatione ecceda la quantità maggior.

Theorema. I. Propositione. I.

I I Se da due proposte quantità inequale, dalla maggiore sia detratto piu della mita, & del rimanente anchora sia leuado uia piu della mita, & da li indietro seguitando per el medesimo modo, finalmente è necessario che rimanga una quantità minore, della proposta minore.



Siano le due quantità inequale, a, & b, c, & sia b, c, la maggiore. Dico che tãte uolte puol essere detratto piu della mità della b. c. (ouero del residuo di qllo) che serà necessario che rimanga una quãtità minore de, a, Et per dimostrare questo sia multiplicato, a, tãte uolte cioè per tal numero che quel ecceda, b, c, & sia il multiplice di quello, d, e, f, maggiore de, b, c, adõque sia detratto dal, b, c, piu della mità laquale sia, b, g, & anchora del residuo (elquale g, c,) sia detratto piu della mità laqual sia, g, h, & questo anchora sia fatto tante uolte per fina a tãto che, b, c, sia diuisa in tante parte quãte uolte, a, e, cõtenuto in d, e, f, hora dico che l'ultimo residuo (che in questo luoco e, h, c,) e minore del, a. Et per chiarire questo sia multiplicato, h, c, per tanto quanto che, a, è contenuto in d, e, f, & sia el multiplice di qlla, K, l, m, perche adõque caduna delle parti, ouero quãtità de, K, l, m, è equale al, h, c, seguita che, K, sia minore de, b, g, & l, minore de, g, h, ma perche, m, è equale al, h, c, (per la cõcettione) K, l, m, serà minore de, b, c, per laqual cosa serà etiã minore de d, e, f, conciosia adonque che, d, e, f, sia al, a, si come e K, l, m, al, h, c, & essendo, d, e, f, maggior de, K, l, m, seguita (per la decima

decima quarta propositione del quinto libro) che, a, sia maggiore de, b, c, che è il proposito. Et el medesimo seguita se della maggiore sia detratto la mità, & ancora del rimanente la mità, et cosi procedere tãte volte per fina a tãto che la maggiore sia divisa in tante parti quante volte è cõtenuta la minore in qualũque suo multiplice eccedẽte quanto si voglia la maggiore delle proposte. Ma bisogna advertire che in questa si vede contradire alla sestadecima propositione del terzo libro laquale propone l'angolo della contingentia esser minore de qualunque proposto angolo contenuto da due linee rette, perche poste qualunque angolo contenuto de linee rette, se da quello levaremo via piu della mità, et similmente del residuo levaremo piu della mità el si vede essere necessario poterse fare questo tante volte, che rimanga un'angolo retilineo minore dell'angolo della cõtingentia, della qual cosa la sesta decima propositione del 3. lib. conclude lo opposito, ma questi angoli non sono univoce, perche el curvo el retto non sono simplicemente d'uno medesimo genere. Ne ancora puol occorrere esser tolto tante volte l'angolo della cõtingentia, che quello ecceda qual si voglia angolo retilineo. laqual cosa è necessaria, come si manifesta per la demostratione havuta di sopra, adõque a questo egli è ancora chiaro (accioche el consequente sia seguido dal antecedẽte) qualunque angolo retilineo esser maggiore de infiniti angoli della contingẽtia.

Il Tradottore.

A voler dimostrare per uno altro modo piu breve che el residuo, b, c, sia minore della quantità, a, stante che el multiplice, d, e, f, sia maggiore di la quantità, b, c, tolendo della, b, c, piu della mità, qual sia, b, g, & della, d, e, f, manco della mità, qual sia simplice, d, lo residuo, e, f, per communa sententia, serà maggiore del residuo, g, c, ancora tolendo del detto residuo, g, c, piu della mità, qual sia, g h, & del residuo, e, f, tuendo solamente la mità, qual sia, e, lo residuo, f, per cõmuna sententia, serà maggiore del residuo, h, c, & perche, f, è equale alla, a, seguita che el residuo, h, c, sia minore della quantità, a, che è il proposito & questa demostratione cavamo della seconda tradottione.

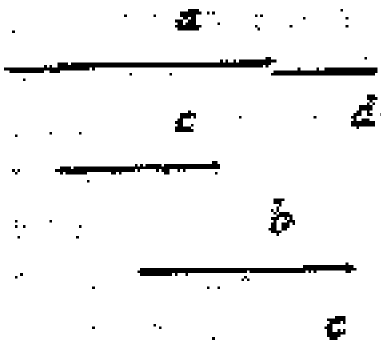
Theorema. 2. Propositione. 2.

2 Se seranno due quantità inequale, & dalla maggiore sia detratto una quãtità equale alla minore, per fin a tanto che sopra avanzi una quantità minore de essa minore, & dapoi dalla minore sia detratto una quantità equale, de essa rimanente, per fina a tanto che rimanga quantità minore di quello rimanente, ancor de nuovo dal rimanente primo sia detratto una quantità equale al rimanente secondo per fina a tanto, che rimanga quantità minore di quello, & che dalla continua detrattione fatta in questo modo non sia trovato alcuno rimanente che numeri lo rimanente restato per avanti, quelle due quantità è necessario esser incommensurabile.

2 Una simile a questa propose la prima del settimo in numeri.

Siano,

Siano le due quantità inequale, a, & b, & sia, a, la maggiore delle quale essendo fatta la reciproca detrattione per fin a tanto che si possa, & che la sia fatta per infinite volte, & che non occorra alcuna quantità che impedisca la detrattione (cioe che numeri, over misuri, lo rimanente restato per avanti) dico quelle due quantità esser incommensurabile & se possibile è esser altramente (per l'aduersario) sia posto che la commune misura di quelle sia, c, & sia detratto la quantità, b, dalla, a, quante volte se puol. & sia el residuo, d, el qual residuo sia detratto dal, b, quante volte se puol & sia el residuo, e, & sia fatta tante volte questa detrattione per fina a tanto che dall'una et l'altra delle due quantità, a, & b, rimanga una quantità minore de, c, & questo è necessario esser possibile per la precedente. & sia in questo luoco, e, minore de, c, conciosia adonque che, c, misuri, b, (detratto dal, a,) & anchora, a, (per la concettione) misurarà el residuo, d, e pero conciosia che'l misuri, d, (detratto dal, b,) e anchora esso, b, misurarà el residuo, e, Ma, e, era minore de, c, adonque la quantità maggiore misura la minore laqual cosa è impossibile.



Problema. 1. Propositione. 3.

3 Proposte due quantità inequale, communicante puotemo ritrouare la massima quantità numerante communamente quelle.
3

La demostratione di questa se non ignori la secōda propositione del settimo libro tu nō la poi ignorare, perche el processo dell'una, et dell'altra è uno medesimo.

Correlario.

3 Adonque da questo, eglie manifesto che qualunque quantità, laquale misuri due quantità, quella anchora misurarà la massima quantità misurante communamente quelle.
3

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che dal processo & demostratione fatta della propositione soprascritta, procedendo si come fu fatto in la seconda propositione dello settimo lib. esser manifesto che ciascaduna quantità laqual misuri due proposte quantità, quella medesima misurare anchora la massima quantità, che misuri communamente quelle.

Problema. 2. Propositione 4.

4 Proposte tre quantità communicante puotemo trouare la massima quantità numerante communamente quelle.
4

Cosi questa è manifesta dalla terza del settimo si come la precedente dalla seconda del settimo.

Correla-

Correlario.

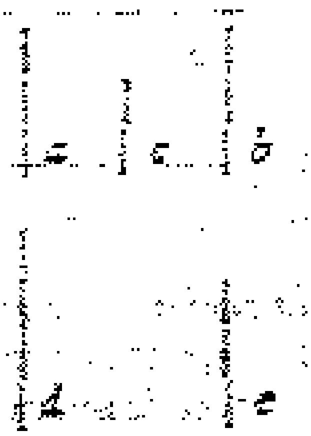
9 E pero da questo è manifesto che se una quantità misurarà tre quantità, mi-
4 surarà anchora la massima commune misura de quelle & similmente de più quantità date se trouarà la massima quantità numerante quelle & da poi succedere el correlario.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el qual così dice (si come el precedente) che dal processo seguito nella demostratione della presente propositione (procedendo si come fu fatto in la terza del settimo) esser manifesto che se una quantità misura tre quantità quella misurarà anchora la massima misura di quelle, & che per lo medesimo proceder fatto in la presente problema de tre quantità a trouar la lor massima misura che similmente operando si puol trouare la detta massima misura de più quantità proposte, & da poi succeder similmente el correlario.

Theorema.5. Propositione.5.

5 La proportione de ogni due quantità communicante è si come de numero
5 a numero.



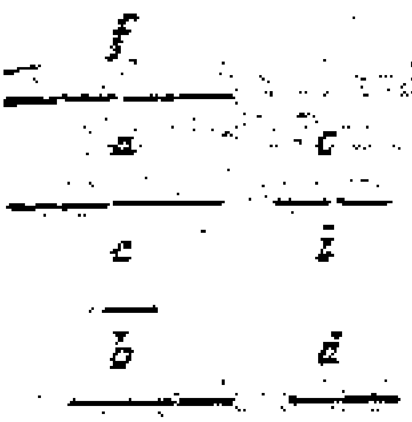
Siano le due quantità communicante, a, & b, dico che la proportione de quelle è si come de alcun numero a un'altro numero, & per dimostrar questo sia, c, la massima quantità misurante communamente, a, & b, (trouata come insegna la terza propositione di questo) laquale misuri, a, secondo el numero, d, & b, secondo el numero, e, & serà del, a, al, c, come del, d, alla unità imperoche si come, a, è multiplice del, c, cosi el, d, è multiplice della unità, & c, al, b, è si come la unità al, e, perche si come, e, è fatto multiplice al, b, così la unità è fatto multiplice al, e, Adonque per la equa proportionalità del, a, al, b, e come del, d, al, e, che è il proposito.

Theorema.6. Propositione.6.

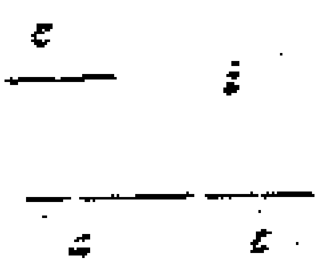
6 Se seranno due quantità delle quale la proportione dell'una all'altra sia si
6 come de numero a numero, quelle due quantità è necessario essere communicante.

Questa è il conuerso della precedente, esempli gratia essendo, a, al, b, si come el numero, c, al numero, d, dico le due quantità, a, & b, esser communicante. Perche essendo tolto, e, misurante tante volte, b, quante volte che la unità è in el, d, & tante volte misurante, f, quante volte che la unità è in c, conciosia adonque che il sia, f, al, e, come el, c, alla unità & , e, al, b, come la unità al, d, per la equa proportionalità serà, f, al, b, come, c, al, d, & il qual così era come del, a, al, b, Adonque & la

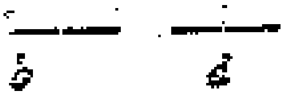
prima



prima parte della nona del quinto) f, è equale al, a, cõcio sia adunque che, e, misuri, f, (per la concettione) mesurarà, a, adunque, a, & b, sono communicanti perche mesura ancora, b, che è il proposito. A demostrare la medesima per un'altro verso sian le due quantità, a, & b, che fra loro habbiano la proportione come ha el numero, c, al numero, d, dico che quelle due quantità sono commensurabile & per dimostrar questo sia divisa la quantità, a, in tante parte quante unità è nel, c, & sia tolta la quantità, e, equale a una di quelle parti, & sia, e, la unità adonque si come è la unità al numero, c, cosi è la quantità, e, alla quantità, a, & come è el numero, c, al numero, d, cosi è la quãtità, a, alla quantità, b, adonque (per la equa proportionalità, cioe per la vigesima seconda propositione del quinto libro, si come è la unità al numero, d, cosi è la quantità, e, alla quantità, b, & la unità misura el numero, d, adonque & la quantità, e, misura la quãtità b, & misura ancora la quantità, a, (perche la unita misura anchora lo numero, c,) adonque la quãtità, e, misura l'una e l'altra delle due quãtità, a, & b, E pertanto le dette due quantità, a, & b, sono commensurabile & la quantità, e, è la commune misura di quelle.

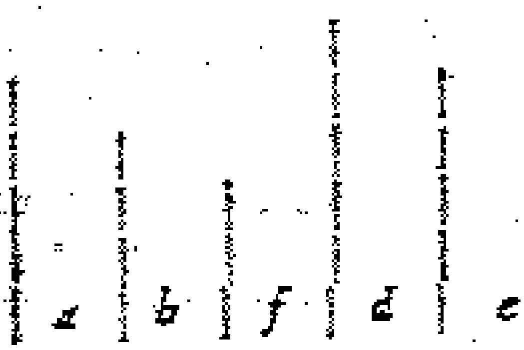


Correlario.



6

Per queste cose dimostrate eglie manifesto che sel serà duoi numeri (poniamo, d,) & e, et una data retta linea (poniamo, la, a,) che si come è il numero al numero eglie possibile cosi essere la detta retta linea, a, a un'altra retta linea qual poniamo che quella sia, f, & se serà tolta, over trovata la media proportionale fra, a, & f, (qual poniamo che sia la, b,) serà si come la, a, alla, f, cosi el quadrato della medema, a, al quadrato della, b, cioe si come è la, a, alla, f, cosi è la figura rettãgola descritta della prima linea, alla figura simile et similmẽte descritta sopra la seconda (per lo correlario della decima ottava propositione del sesto libro) ma si come la, a, alla, f, cosi è el numero d, al numero, e, Adunque el vien fatto si come è el numero, d, al numero, e, cosi è el quadrato della linea retta, a, al quadrato della linea retta, b.



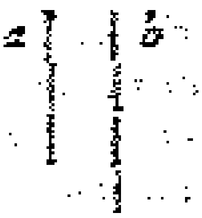
7

Theorema. 5. Propositione. 7.

Le quantità incommensurabile fra loro non hanno proportione come da numero à numero.

Siano le due quantità, a, & b, incommensurabile, dico che la proportione

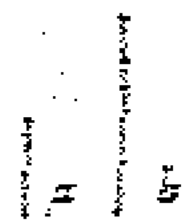
tione della, a, alla, b, nõ è ſi come da numero a numero, pche ſe la, a, alla, b, haueſſe proportione come da numero a numero ſeguiria per la ſeſta che la detta, a, fuſſe commenſurabile con la detta, b, & gia nõ e (dal preſuppoſito) adonque la, a, alla, b, non ha proportione come da numero, a numero, e pertanto le quantità incommenſurabile fra loro non hãno proportione come da numero a numero laqual coſa biſognaua dimoſtrare.



Theorema. 6. Propoſitione. 8.

9 Se due quantità nõ hauerãno fra loro proportione, come da numero a nu
8 mero quelle tal quantità ſeranno incommenſurabile.

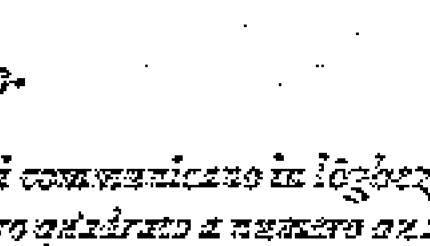
Siano le due quantità, a, & b, lequale non habbiano proportione inſieme come da numero a numero. dico che dette quantità ſono incommenſurabile. perche ſe le fuſſeno commenſurabile (per la aduerſa riõ) la quantità, a, alla quantità, b, haueria proportione come numero a numero (per la quinta di queſto) & già dal preſuppoſito non ha tal proportione, adonque le dette quantità, a, & b ſono incommenſurabile, laqual coſa era da dimoſtrare.



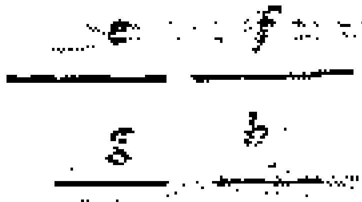
Theorema. 7. Propoſitione. 9.

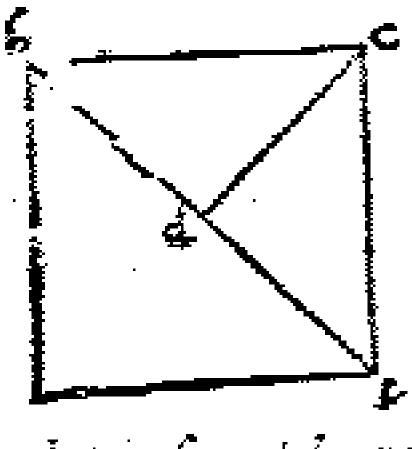
7 D'ogni due ſuperficie quadrate delle quale li lati communicano in lõghez
9 za, la proportione di l'una all'altra e come di numero quadrato a numero quadrato. Et ſe la proportion di una ſuperficie quadrata a una ſuperficie quadrata ſerà ſi come la proportion d'un numero quadrato a un numero quadrato. Li lati di quelle ſeranno communicanti in longhezza, & ſe li lati di due ſuperficie quadrate ſeranno incommenſurabili in longhezza le dette ſuperficie fra loro non hauerãno proportione come di numero quadrato a numero quadrato, & ſe la proportion di una ſuperficie quadrata a una ſuperficie quadrata non ſerà come di numero quadrato a numero quadrato li lati di quelle ſeranno incommenſurabili in longezza.

Siano le due linee quadrate, a, & b, li quadrati delle quale ſiano, c, & d, dico che ſe le linee, a, & b, communicano in lõghezza, la proportiõ della ſupficie, c, alla ſupficie, d, ſera ſi come di numero quadrato a numero quadrato, & e conuerſo & ſe li duoi lati, a, et b, ſeranno incommenſurabili in longhezza la proportione della ſuperficie, c, alla ſupficie, d, nõ ſerà ſi come di numero quadrato a numero quadrato & è cõuerſo. El primo argomẽto ſe manifeſta in queſto modo. Se le due linee, a, & b, communicano in lõghezza quelle (per la quinta) ſeranno nella proportione di duoi numeri, liquali ſian, e, et, f, li quadrati delli quali ſiano, g, & h,



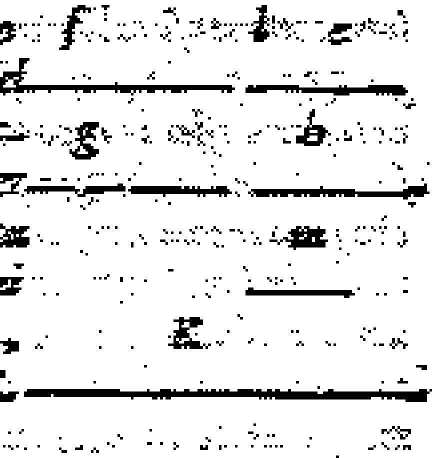
& b, adonque perche la proportione della superficie, c, alla superficie, d, è si come quella della linea, a, alla linea, b, duplicata, per la decimaottaua del sesto, seguita anchora che la proportione della superficie, c, alla superficie, d, sia si come quella del numero, e, al numero, f, duplicata, & ancora per la 11. propositione del ottauo libro, la proportione del, g, al, h, è si come quella del, e, al, f, duplicata, e per tanto la proportione del, c, al, d, è si come del numero quadrato, g, al, numero quadrato, h, che è il primo proposito. El secondo se manifesta in questo modo, essendo la superficie, c, alla superficie, d, si come el numero quadrato, g, al numero quadrato, h, dico che le due linee, a, et b, seranno commensurabil in longhezza perche conciosia che la proportione del, c, al, d, sia si come quella che è del, a, al, b, duplicata, per la decimaottaua del sesto, & del, g, al, h, per la undecima del ottauo, sia si come quella del, e, al, f, duplicata, per laqual cosa anchora la semplice del, a, al, b, serà si come la semplice del, e, al, f, per la sesta, adonque le due linee, a, & b, sono communicante che è il secondo proposito. El terzo se manifesta dal secondo per la destruttione del consequente. Similmente el quarto e manifesto dal primo per dalla destruttione del consequente, & nota che dalla quarta parte di questa e manifesto el diametro di caduno quadrato esser incommensurabile alla sua costa, perche conciosia che il quadrato del diametro sia doppio al quadrato della sua costa, & la proportione doppia non sia si come de numeri quadrati seguita el diametro esser incommensurabile alla costa in longhezza. Altramente conciosia che el quaternario sia numero quadrato tutti li numeri equalmente pari seriano quadrati & altri infiniti liquali non sono quadrati. Et Aristotile primo priorum duce a questo inconueniente, che se'l diametro sia posto esser commensurabile alla costa, che numero disparo serà equale al paro, laqual cosa cosi se manifesta, perche essendo el diametro, a, b, commensurabile al lato, a, c, per la quinta, etiam, a, b, al, a, c, serà si come alcun numero a un'altro Sian adonque questi numeri, e, & f, liquali siano li minimi in la sua proportione, & per questo l'uno di loro serà disparo perche essendo l'uno e l'altro paro non serano li minimi in la sua proportione ancora sia li quadrati di quelli, g, & h, adonque se, e, è disparo ancora per la trigesima del nono, g, serà disparo, sia adonque, K, doppio al, h, &, per la diffinitione, K, serà paro perche adonque, a, b, al, a, c, e come, e, al, f, per la decima ottaua del sesto, & per la undecima del ottauo, el quadrato del, a, b, al quadrato del, a, c, serà come del, g, al, h, adonque, g, e doppio al, h, perche cosi e il quadrato de a, b, al quadrato de, a, c, per la penultima del primo, & perche etiam, K, e doppio al, h, seguita, per la nona del quinto, che g, numero disparo sia equale al, K, numero paro. Ma se, e, sia posto paro et, f, disparo la proportione de, f, alla mità de, e, laqual sia, l, serà si come del, a, c, alla mità de, a, b, laqual sia, a, d, e pero la proportione del quadrato, de, a, c, al quadrato de, a, d, serà si come la proportione del numero, h, el-





quale

quale è dispari per la trigesima del nono al quadrato del numero .l. el qual sia .m. al qual .k. sia posto esser el doppio, el qual .k. per la diffinitione serà paro, & perche el quadrato di a, c, è doppio al quadrato di a.d. per la penultima del primo, lo numero .h. serà doppio al numero .m. & conciosia che el numero .k. sia anchora lui doppio al medesimo numero .m. per la nona del quinto, lo numero .h. numero dispari serà equale al numero .k. numero paro che il proposito.



Il Tradottore.

Questa ultima parte che se dimostra, cioè che'l diametro del quadrato sia incommensurabile alla costa in la seconda tradottione se dimostra in l'ultima di questo decimo come al suo loco si potrà vedere.

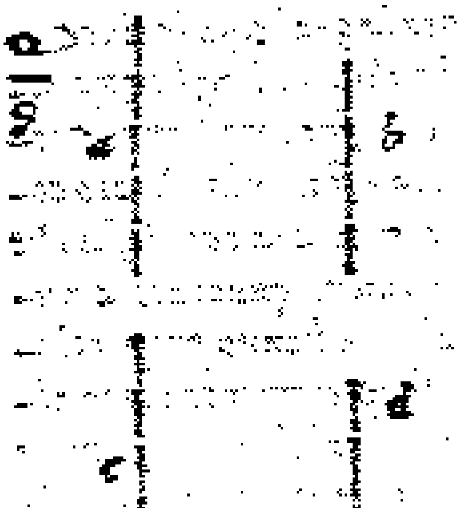
Correlario.

Et da queste cose dimostrate, egliè manifesto che le linee commensurabile
9 in longhezza necessariamente sono commensurabile anchora in potentia, & quelle che sono commensurabile in potentia non son necessariamente commensurabile in longhezza perche li quadrati delle linee rette commensurabile in longhezza, hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato, & quelle quantità che hanno la proportione come de numero a numero per la sesta de questo decimo sono commensurabili, per laqual cosa le linee rette commensurabile, non solamente sono commensurabile in longhezza ma etiam in potentia. Anchora perche tutti li quadrati che fra loro hanno proportione come de numero quadrato a numero quadrato è stato dimostrato come li lati sono commensurabili in longhezza, & in potentia conciosia che li quadrati habbiano quella proportione come di numero quadrato a numero quadrato, adonque ogni dui quadrati, liquali non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, ma simplicemente come alcun altro numero a numero, essi quadrati sono commensurabili, cioe essi rette linee dalle quale sono descritti, son commensurabile in potentia ma non in longhezza, per laqual cosa le linee commensurabile in longhezza, necessariamente sono etiam commensurabile in potentia, ma quelle che sono commensurabile in potentia non e necessario esser commensurabile in longhezza, salvo se non seranno come numero quadrato a numero quadrato, e pertanto dico, che quelle linee lequale sono incommensurabile in longhezza non e necessario esser quelle incommensurabile in potentia, perche le commensurabile in potentia, pono havere & non havere la proportione come numero quadrato a numero quadrato, & per questo quelle che

sono commensurabile in potentia ponno esser & non esser commensurabile in longhezza, per laqual cosa quelle che sono incommensurabili in longhezza non è necessario esser incommensurabili in potentia, ma quelle che sono incommensurabile in longhezza ponno etiam in potentia esser incommensurabile, ma quelle che sono incommensurabile in potentia necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza, perche se fusseno commensurabile in longhezza, per l'aduersario, sariano ancora in potentia commensurabile, & sono state supposte incommensurabile che è una cosa absurda, adonque quelle linee che son incommensurabile in potentia, necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza.

Lemma.

o/9 Et in le cose Arithmetice, per la vigesima quinta del ottauo, è stato dimostrato, che li numeri superficiali simili fra loro hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, & che se dui numeri fra lor hauerano proportione come numero quadrato a numero quadrato, detti numeri sono superficiali simili, da queste cose è manifesto che li numeri superficiali dissimili cioe quelli che nõ hãno li lati proportionali, non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche se hauerianno tal proportione per l'aduersario, quelli serrano superficiali simili, laqual cosa nõ se suppone, adõque li numeri superficiali dissimili, fra loro non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato.

o/10 

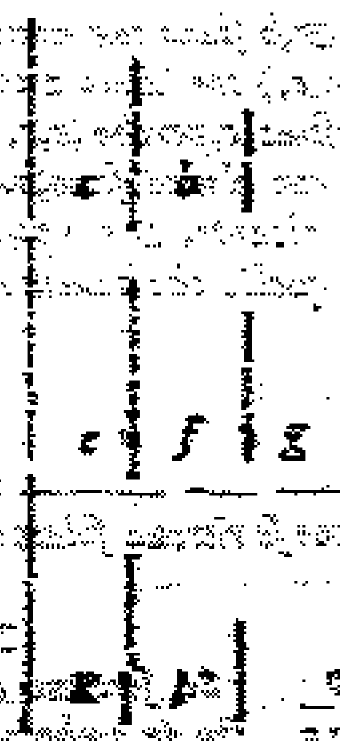
Possemo dimostrare la precedente nona propositione per questo altro modo. Et perche egliè commensurabile la linea.a, alla linea.b, per la quinta di questo, hanno la proportione come da numero a numero, habbiano adonque quella si come el numero.c. al numero.d. & multiplicando.c. in se medemo poniamo che faccia.e. & multiplicando el detto.c. con el.d. poniamo che faccia.f. & multiplicando.d. in se medesimo poniamo che faccia.g. adonque perche el.c. multiplicado in se ha fatto.e. & multiplicado fia el.d. ha fatto.f. adonque si come è dal.c.al.d. quale si come dal.a.al.b. cosi è dal.e.al.f. ma si come dal.a.al.b. cosi è quello che vien fatto dal.a. in se medesimo a quello che vien fatto del.a. nel.b. egliè adonque si come el quadrato del.a.al rettangolo del.a.in.b. cosi è lo.e.al.f. Ancora perche multiplicado el.d. in se medesimo vien fatto el.g. & multiplicado d.c. fia el.d. vien fatto.f. adonque, per la undecima del quinto, si co-

me è

medesimo, c, al, d, cioè si come lo, a, al, b, cosi lo, f, al, g, ma si come è lo, a, al, b, cosi è quello rettangolo che vien fatto, overo contenuto del, a, & b, al quadrato del, b, adonque si come è quello che vien fatto del, a, in, b, a quello che vien fatto del, b, in se medesimo, cosi è lo, f, al, g, ma si come è el quadrato del a, al rettangolo del, a, in, b, cosi era lo, e, al, f, adonque per la equa proportionalità, cioè per la vigesimaseconda del quinto, si come è il quadrato del, a, al quadrato del, b, cosi è lo, e, al, g, & l'uno e l'altro cioè, e, & g, è numero quadrato cioè lo, e, è el quadrato de, c, & lo, g, è lo quadrato de, d, adonque el quadrato de, a, al quadrato del, b, hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato laqual cosa bisognava dimostrare.

9 Hor ponemo che 'l quadrato del, a, al quadrato del, b, habbia quella proportione che ha el numero quadrato, e, al numero quadrato g. Dico che la linea, a, e commensurabile alla linea, b, e, per dimostrare questo sia, c, el lato del, e, & d, el lato del, g, & multiplicando, c, contra, d, facciano, f, adonque li tre numeri, e, f, g, son continui proportionali in quella proportione che è el, c, al, d, per la decimasettima, & decima nona del settimo, & perche el rettangolo del, a, in, b, è medio proportionale fra el quadrato del, a, & el quadrato del, b, & fra li duoi numeri quadrati, e, & g, el suo medio proportionale, e, f, adonque si come il quadrato del, a, al rettangolo del, a, in, b, cosi è il numero, e, al numero, f, & cosi el rettangolo del detto, a, in, b, al quadrato de, b, cosi è lo numero, f, al numero, g, ma si come è il quadrato de, a, al rettangolo del, a, in, b, cosi è la linea, a, alla linea, b, adonque, a, & b, sono commensurabili perche hanno proportione si come el numero, e, al numero, f, laquale si come del, c, al, d, cioè si come del, c, al, d, cosi è del, e, al, f, perche multiplicando c, in se medesimo quel fece, e, & quel medesimo multiplicado nel, d, quel fece, f, adonque si come è il, c, al, d, cosi è lo, e, al, f.

Theorema. 8. Propositione. 10.

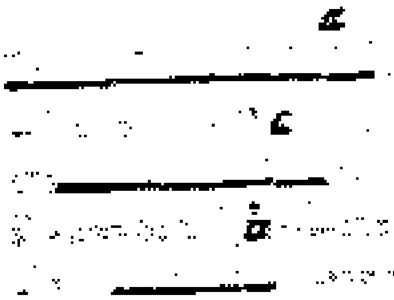


8 Se seranno due quantità communicante a una
12 quantità anchora quelle quantità è necessario esser fra loro commensurabile.

Siano l'una e l'altra delle due quantità, a, & b, communicante alla quantità c. Dico, a, & b, esser commensurabile perche la, a, alla, c, per la quinta, è come numero a numero, similmente anchora, per la medesima, la, c, alla, b, è si come numero a numero, adonque sia il numero, d, al, numero, e, si come la, a, alla, c, & lo numero, f, al numero, g, si come è la, c, alla, b, & le proportioni le che sono del, d, al, e, & del, f, al, g, siano continuate in tre termini, liquali sian, h, k, l, come insegna la quarta propositione del ottavo, & per la equa proportionalità la, a, alla b, serà si come lo numero, h, al numero, l, adonque per la sesta di questo, a, & b, sono communicante che è il proposito.

Lemma.

9/13 Se seranno due magnitudine, & l'una sia commensurabile & l'altra incommensurabile a una medesima magnitudine, dette magnitudine seranno incommensurabile &c.



Siano le due magnitudine, a, b, & l'altra, c, & sia la, a, commensurabile alla, c, & la, b, sia incommensurabile alla medesima, c. Dico che, a, &, b, sono incommensurabile perche se, a, fusse commensurabile alla, b, per lo converso della precedente seguiria che, b, fusse commensurabile con, c, laqual cosa non se suppone &c.

Theorema. 9. Propositione. 11.

10/13 Se seranno due quantità fra loro communicante, a qualunque quantità, che una di quelle communichi, Anchora l'altra gli communicarà, & a qualunque una di quelle non communichi, ne etiam l'altra gli communicarà.

Siano le due quantità, a, & b, communicante, & sia posta qual si voglia quantità (ponimo, c,) con laquale communichi, a. Dico che la, b, communicarà con la medesima, laqual cosa (per la decima di questo) è manifesto conciosia che l'una e l'altra communica con la quantità, a, ma se un'altra volta sia posto che, a, & b, siano communicante come prima, & sia pur posto una quantità (ponisamo, c,) con laquale non communichi, a. Dico che, b, nõ communicarà con la medesima, c, perche se, c, communicasse con, b, conciosia che, a, communica anchora con el medesimo, b, dal presupposito, seriano per la detta decima, a, & c, communicante, & era posto, che non erano communicante per laqual cosa è manifesto quello che havemo detto.

Il Tradottore.

Questa propositione in la prima tradottione se espone mescolatamente con la precedente, ma tale propositione se ritrova solamente in la seconda tradottione &c.

Theorema. 10. Propositione. 12.

9/15 Se seranno due quantità communicate anchora tutto el composto de ambedue all'una e l'altra de quelle serà communicante, & se tutto el composto serà all'una e l'altra de quelle commensurabile ambedue seranno commensurabile.

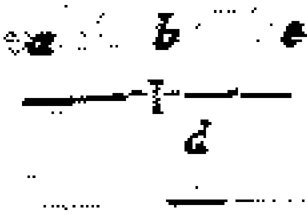
Siano le due quantità, a, & b, commensurabile. Dico che tutto el composito da quelle, elquale sia, c, esser commensurabile all'una e l'altra di quelle, & è converso, similmente dico che se tutto el composito da quelle communica, a, una di quelle che quel medesimo communicarà ancora l'altra, & quelle similmente seranno commensurabile fra loro. Il medesimo seguita nel converso cioe che se, a, & b, fian supposti incommensurabili dico che il lato cōposto, cioe, c, serà incommunicante all'una e l'altra di quelle, & al contrario se il cōposito, c, serà incōmunicante all'una di quelle ancora serà communicante all'altra, & quelle ancora seranno incōmunicante fra loro. Siano adonque primamēte, a, & b, communicante & sia la commune misura de quelle, d, laquale conciosia che la numeri l'una e l'altra di quelle (per la cōcettione simile alla avanti la penultima del 7.) numerarà etiā, c, per laqual cosa, per la diffinitione, c, communicarà all'una e l'altra di quelle, cioe al, a, & b, & al contrario ancora se, c, communichi l'una e l'altra de quelle, sia la commune misura de tutte, d, adonque è manifesto per la diffinitione, a, & b, esser communicanti. Ma essendo posto che, c, communichi con l'una di quelle, qual sia, a, dico che communicarà ancora con, b, etiā, a, & b, communicano insieme, & per dimostrar questo sia, d, la quantita che misura communamente, c, & a, perche adonque, d, misura il tutto etiā el detratto, per la concettione, quella misurarà el resíduo cioè, b, adonque per la diffinitione, ancora, c, communica con, b, & a, communica ancora con, b, che è il proposito, ma se, a, & b, siano supposti incōmunicanti el cōposito, c, serà incommunicante all'una e l'altra di quelle perche se'l communicasse con l'una & l'altra di quelle, overo con una di quelle, & quelle, per le cose dimostrate di sopra, cōmunicarano fra loro insieme, laqual cosa seria contra il presupposito, similmēte per il converso sel, c, è incōmunicante all'una & l'altra di quelle, overo all'una di quelle serà ancora incommunicante all'altra & quelle medesime fra loro laqual cosa è manifesta per le cose dimostrate per la destrutione del consequente.

Il Tradottore.

Il converso della soprascritta propositione nella prima tradottione se dimostra insieme con la soprascritta come di sopra appare niente dimeno nella seconda vi è la propositione distinta laquale è la sequente.

Theorema. 11. Propositione. 13.

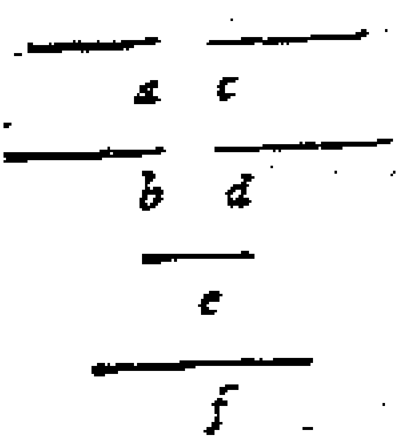
Se due grandezze incommensurabile seranno composti insieme, el tutto serà incommensurabile all'una e l'altra di quelle, & se'l tutto serà incommensurabile a una di quelle, etiam quelle due grandezze poste in principio seranno incommensurabile.



Siano le due grandezze incommensurabile,a,b,&,b,c,sia
no composte insieme. Dico che tutta,a,c,serà incommensurabi-
le all'una e l'altra di quelle,perche se la,c,a,& ,a,b,non sono
incommensurabile,per l'aduersario,adonque,per la diffinitio
ne,alcuna grandezza li misura ambedue,hor se egliè possibi-
le sia che,d,misuri quelle adonque perche,d,misura le dette,c,a,& ,a,b,misura-
rà etiam el rimanente,b,c,& gia misura,a,b,adonque el, d,misura le dette
a,b,& ,b,c,e p tanto,per la prima diffinitione del. 10.dette,a,b,& ,b,c,sono cō-
mensurabile,& sono supposte incommensurabile laqual cosa è impossibile, adon
que alcuna grandezza non misurarà le dette,a,b,& ,c,a,e per tanto quelle sono
incommensurabile. Ma supponendo al presente che la detta,a,c,sia incommensu-
rabile a una delle dette,a,b,& ,b, c, similmente demostreremo ancor che le dette
due grandezze,a,b,& ,b,c,sono incommensurabile,hor sia primamente alla , b,
Dico che dette,a,b,& ,b,c,sono incommensurabile,perche se sono commensurabi
le,per l'aduersario, alcuna grādezza,per la diffinitione,misurarà quelle,et sia
quella tal grandezza,se possibile è,d,adonque perche,d,misura dette,a,b, & ,
b,c,adonque misurarà etiam tutta,a,c,& misura etiam,a,b,adonque,d,misura
dette,c,a,& ,a,b,e per tanto le dette,c,a,& ,a,b,sono incommensurabile & so-
no supposte incommensurabile laqual cosa è impossibile adonque alcuna gran-
dezza non misurarà le dette,a,b,& ,b,c,e per tanto dette,a,b,& , b, c,sono in-
commensurabile,finalmente se demostrarà che la,a,c,alla rimanente,b,c,è incō
mensurabile,adonque se due grandezze & el rimanente che seguita,laquale
cosa era da demostrare.

Theorema.12. Propositione.14.

10 Se la prima (de ogni quattro quantità proportionale) serà commensurabi-
11 le alla seconda,ancora la terza serà commensurabile alla quarta,& se la pri
ma serà incommensurabile alla seconda, ancora la terza serà incommen-
surabile alla quarta.



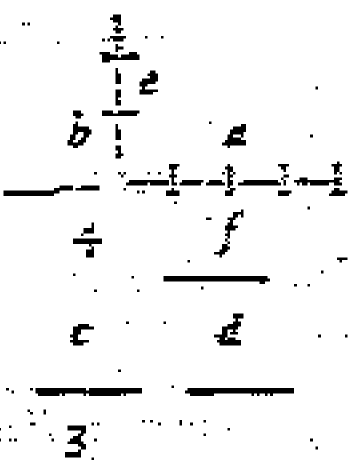
Siano le quattro quantità proportionale,a,b,c,d, Di
co che se,a,communica con,b,ancora,c,cōmunicarà cō
d,& se,a,e incommensurabile con,b,ancora,c,serà incō
mensurabile con,d,& se,a,communica con b, in poten-
tia solamente,ancora,c,communicarà con, d,in potētia
solamente niente di manco l'Auttor non propone que-
sto perche facilmente è manifesto per la demostratione
delle prime parte,lequale se demostremo in questo mo-
do,se,a,communica con,b,per la quinta di questo , serà ,
a,al,b,si come numero,a numero sia adonque si come,e,al,f,ma perche , per el
presupposito,a,al,b,e si come,c,al,d,serà c, al,d,si come el numero, e, al nume-
ro,f,adonque , per la sesta, c, e, communicante con, d,che è il primo propo-
sito,

feo,el secondo è manifesto dal primo dalla destruttione del consequente, perche se,a,è incommensurabile con,b,le necessario,c,esser incommensurabile con,d,perche se'l fusse a quello commensurabile (conciosia che sia come, c,al,d, cosi,a,al, b,(per el presupposito) seria,per la prima parte,a, communicante con,b,& nõ era communicante,per laqual cosa è manifesto tutto quello che ha proposto l'auttore ma quella parte che gli hauemo aggionto,cioe che se,a,communica con, b,solamente in potentia,c,communica con,d,solamente in potentia, e manifesto in questo modo conciosia che,a,non communichi con,b,in longhezza ne el,c,per la seconda parte de questa,communichi con el,d,in longhezza & cõciosia che'l quadrato de,a,communichi con el quadrato de,b,dal presupposito, serà, per la quinta,el quadrato della linea,a,al quadrato della linea,b,si come numero a numero liquali siano,e,& f,& perche el quadrato de,c,al quadrato de,d,e si come el quadrato de,a,al quadrato de,b,serà etiam el quadrato de, c, al quadrato de, d,si come el numero,e,al numero,f,adonque,per la sesta, c,& , d,communicano in potentia,e perche non communicano in longhezza,el proposito è manifesto.

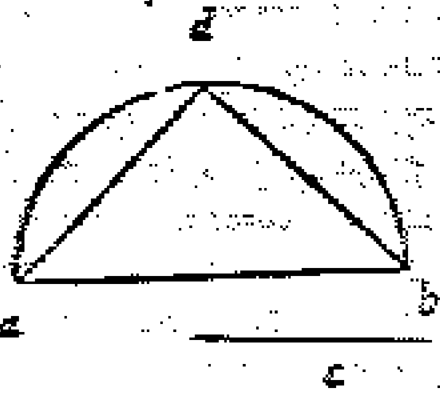
Problema .3. Propositione. 15.

11 *A qualunque proposta retta linea puotemo trouare due rette linee quella*
10 *incommensurabile,l'una solamente in longhezza, & l'altra in longhezza, & in potentia.*

Sia la proposta linea,a,voglio ritrouare due linee dellequale una communichi con,a,in potentia solamente:& l'altra sia incommensurabile a quella in longhezza & in potentia:adonque piglio dui numeri liquali non siano in proportione de alcuni numeri quadrati,& siano questi, b, & c,liquali è facil cosa da trouare, conciosia che qualunque numero quadrato a qualunque numero non quadrato ha quella proportione laqual nõ ha alcuni numeri quadrati, questo conferma la nigesima seconda del ottauo,tolti, questi tali numeri trouo la linea,d,al,quadrato dellaquale sia el quadrato della linea,a, si come el numero,b,al numero,c,& questa tale linea ritrouo, in questo modo diuido la linea,a,in tante parti quante unità sono in el numero,b, laqual cosa facio facilmẽte,con lo agiuto della undecima ouero duodecima del 6.& dapoi sopra la estremità della linea,a,erigo la linea,e,perpẽdicolarmẽte,in laqual tante uolte sia contenuta una delle parti de,a,quãte uolte è la unità in,c,perche,adõque,per la prima del sesto,la proportione del quadrato della linea,a, alla superficie che uiẽ fatta dal,a,in,e,e si come la linea,a,alla linea,e, e pero si come del numero,b,al numero,c,hor sia posto,d,nel luoco di mezzo proportionale fra,a,& e, si come insegna la terza del 6.adonque,p la prima parte della 16.del medesimo, el quadrato de,d,sarà equale alla superficie produtto dal,a,in,e,& sarà la proportione del quadrato della linea,a,al quadrato della linea,d,si come del nume-



no,b,al numero,c,per laqual cosa,a,& d, sono commensurabili in potentia (per la sesta di questo) & (per la ultima parte della nona) quelle incō-
2 | mensurabile in longhezza adonque ritrouata e la prima linea,d,
— | laquale era el proposito de trouar, l'altra la retrouo in questo mo-
6 | do interpongo (come insegna la nona del sesto) la linea, f, nel luo-
se.4.3.36. | co di mezzo proportionale fra,a,& d,& (per lo correlario della
108. | decima ottaua del sesto) el quadrato de,a, al quadrato
R. 27. | de,f, serà si come,a, al,d, adonque (per la seconda par-



te della nona) el quadrato de,a, e incommensurabile al quadrato de,f, adonque la linea,f, e incommensurabile in potentia alla linea,a, per laqual cosa è etiam incommensurabile in longhezza, e per tanto la linea f, e la seconda linea, laquale el proposito era de ritrouar, & cosi è manifesto il proposito.

Lemma.

6 — 14 Date due linee rette inequale, possiamo ritrouare quanto piu puo la maggiore della minore.

Volendo saper quanta piu possa .6. de R. 12.
36
12
—
24 tanto puo piu.

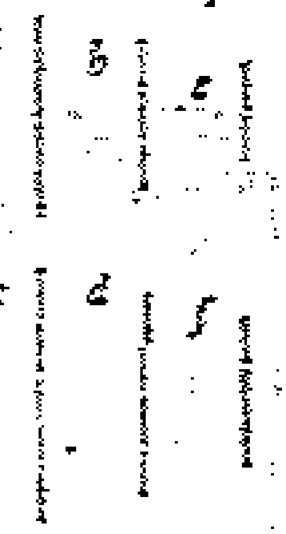
Siano le due linee rette,a,b,& c,dellequale la maggiore sia la,a,b, hor bisogna trouar quanto puo piu la,a,b,della,c,sia descritto sopra la,a,b,el semicircolo,a,d,b & in quello (per la prima del quarto) sia coattada la,a,d,equale alla,c,& sia tirata la,d,b. Al presente è manifesto che l'angolo,a,d,b,e retto,et che la a,b,puo piu della,a,d,(che è equale alla,c,) in el quadrato della,d,b,e similmente, date due linee rette puotemo ritrouar una linea che possa tanto quanto, quelle due, laqual cosa cosi lo ritrouo. Siano le due date rette linee,a,d,& d,b, allequale sia debisogno trouar una linea potente in quelle. Sia posto che,a,d, d,b,comprendino l'angolo retto,e sia tirata la a,b,& un'altra uolta (per la quadragesima settima del primo) è manifesto quella esser la,a,b.

Theorema .13. Propositione .16.

12 — 14 Se la prima,de ogni quattro linee proportionale puo piu della seconda tanto quanto è el quadrato di alcuna linea a se communicante in longhezza, anchora la terza è necessario posser tanto piu della quarta quanto è el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza, & se la prima serà piu potente della seconda in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza, anchora la terza serà piu potente della quarta in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza.

Hor siano le quattro linee proportionale,a,b,c,d,& sia la,a,maggiore della,

b,&

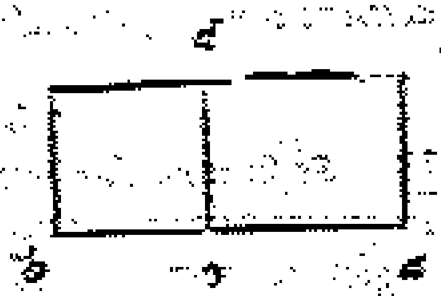


b, & la, c, della, d, & anchora sia la, a, piu potente della, b, in a el quadrato della linea, e, & , c, sia piu potente della linea, d, in el quadrato della linea, f, dico che se, a, communicha con, e, in longhezza anchora, c, communicarà con, f, in longhezza & se, a, non communica con, e, in longhezza, ne etiam la, c, communicarà con, f, in longhezza & se, a, communica con sola- mente, e, in potentia, anchora, c, communicarà con, f, solamente in potentia, niente di manco l'Auttore non propone questo ultimo perche facilmente è manifesto dalla demostratione di primi perche conciosia che la proportione de, a, al, b, sia si come del, c, al, d, del quadrato de, a, al quadrato de, b, serà si come del quadrato de, c, al quadrato de, d, & perche el quadrato de, a, e equale alli quadrati delle due linee, b, & , e, similmente el quadrato de, c, è equale alli quadrati delle due linee, d, & , f, la proportione di quadrati delle due linee, b, & , e, al quadrato de, e, serà si come di quadrati delle due linee, d, & , f, al quadrato de, f, adonque disgiuntamente el quadrato de, b, al quadrato de, e, serà si come el quadrato de, d, al quadrato de, f, adonque del, b, al, e, serà si come del, d, al, f, anchora per la equa proportionalità serà del, a, al, e, si come del, c, al, f, adonque (per la prima parte della decima quarta) è manifesta la prima parte de questa e (per la seconda) la seconda e (per la terza in quel luoco aggiunta) questa parte aggiunta.

Il Tradottore.

Che la proportione di quadrati delle due linee, b, & , e, al quadrato della, e, sia si come quella di quadrati delle due linee, d, & , f, al quadrato della, f, è manifesto per la decima nona del quinto.

Lemma.



o 17 Se sopra ad alcuna linea retta serà posto, over descritto uno parallelogrammo al quale (a compire la detta linea) mancha uno quadrato, el detto parallelogrammo descritto, serà equale a quello che vien fatto sotto alla positione di fragmenti di detta linea.

Sia posto sopra ad alcuna retta linea (poniamo alla, a, b,) lo parallelogrammo, a, d, al quale mancha a compire la detta linea la superficie, d, b, quadrata dico che'l parallelogrammo, a, d, è equale a quello che vien contenuto sotto de, a, c, & , c, b, & questo per se istesso è manifesto, perche la superficie, d, b, e quadrata el lato, d, c, è equale al, c, b, & lo parallelogrammo, a, d, e quello che fatto overo contenuto sotto di, a, c, & , c, d, & questo è quello che fatto over contenuto sotto di, a, c, & , c, b, per il che seguita el proposito.

Il Tra-

Il Tradottore.

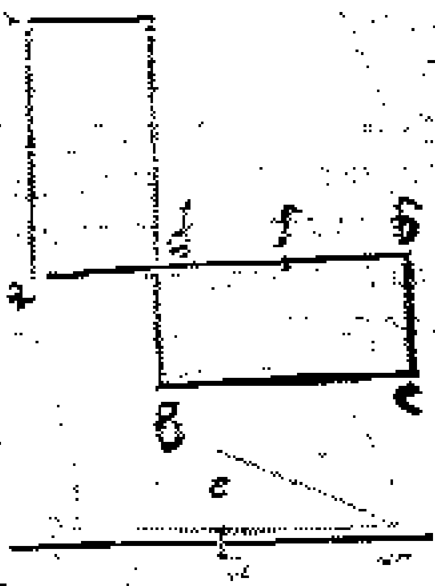
Il soprascritto lemma se ritruova solamente nella seconda tradottione, el quale è molto al proposito per le due propositioni che seguitano, et la demostratione di quello è assai facile, ma il modo di costruere lo parallelogrammo, a, d, sopra la data linea, b, con la sopradetta conditione, cioe che mãchi a compir la detta linea, a, b, un quadrato cioe el quadrato, d, b, Et che sia equale a qualche data superficie (come occorre nelle due sequente propositioni,) non è molto facile massime per quelli che nõ hãno molto familiare la vigesima ottava propositione del 6. libro, ma a che havera bẽ in memoria il procedere generale della detta vigesima ottava del detto sesto, nõ havera alcuna difficultà nelle due sequente propositioni, adonque se q̃ caso, la te fusse uscita di memoria di nuovo a lei recorri che ti serà di utile. ma advertisse che se bene la detta vigesima ottava del sesto non dice precisamente q̃llo che si suppone nel soprascritto lemma, overo quello che nelle due sequente propositioni occorrerà di fare, cioe de aggiũgere overo designare sopra una data retta linea una superficie equale alla quarta parte del quadrato d'un'altra linea (minore di lei) talmẽte che mãchi al cõpimẽto della data linea, una sup̃ficie quadrata niente dimeno se tu ben considerarai il procedere generale di quella tu non haverai alcuna difficultà in questo particulare, perche la maggior differentia che sia di quella a questa è che in luoco del triangolo, c, (in quel luoco adduto) in q̃sta tu hai la quarta parte del quadrato della minore linea, laquale quarta parte, (volendo) tu la puoi retirare in uno triãgolo, come sopra la vigesima nona del detto sesto fu mostrato) abenche senza retirarla in triangolo potrai essequire il tuo intento se ben considerarai quella parte addutta sopra la detta vigesima ottava del detto sesto. Della superficie, d, in la detta vigesima ottava addutta, puo essere quadrata e non quadrata, e pero quella non te altera (nelle sequẽte) il tuo operare. Ancora un'altro piu espedito modo da essequir tal effetto senza agiuto della detta vigesima ottava del sesto, se adduce dal commentatore nella prima tradottione come in fine della sequente appare.

Theorema. 14. Propositione. 17.

13 Se seranno due rette linee inequale delle quale la superficie equale alla
17 quarta parte del quadrato della minor, aggionta, overo posta sopra alla maggiore talmente che manchi a cõpire tutta la linea una superficie, quadrata, divida la piu longa in due parti communicante, egli è necessario detta linea piu lõga poter tanto piu della linea piu corta quanto è el quadrato de alcuna linea cõmunicante in longhezza a detta linea piu longha e se la piu longa serà piu potẽte della piu corta per accrescimento del quadrato d'una linea a lei medesima communicante in longezza, & che a quella sia aggiunta una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta linea alla qual manchi una superficie quadrata, la superficie sopra a quella aggiunta è necessario dividere la medesima linea piu longha in due parti commensurabile.

Se siano

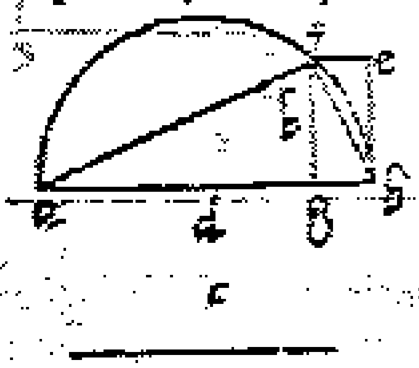
Se seranno le due linee, a, b, & c, & sia, a, b, maggiore et sia aggiunta alla linea, a, b, una superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea, c, talmente che mancħi a compire la linea, a, b, una superficie quadrata, perche questo è possibile a far per la vigesimaottava del sesto, laqual cosa facilmente vien fatta in questo modo, sia diuisa, a, b, in le due linee, a, d, & d, b, talmente che fra queste cada la mità della linea, c, continuamente proportionale (& qualmente se debbia far questo lo insegnaremo in fine della demostratione di questa) & (per la decima settima del sesto) la superficie de, a, d, in, d, b, (laquale sia, d, e,) serà equale al quadrato della mità della linea, c, per laqual cosa (per la quarta del secondo) la medesima serà subquadrupla al quadrato della linea, c, mancħeramancħa a compire la linea, a, b, una superficie quadrata, conciosia cosa che et a, d, sia equale al, e, g, el, d, b, sia equale al, g, e, e pertanto dico che se la superficie, d, e, deuide la linea, a, b, in due parti communicanti la linea, a, b, serà piu



potente della linea, c, nel quadrato de alcuna linea communicante colei in longhezza & econuerso, & conciosia che la linea, a, b, sia maggiore della linea, c, la parte, a, d, non serà equale alla parte, d, b, perche se la fusse equale la superficie, d, e, seria quadrata, & perche essa superficie è equale al quadrato della mità della linea, c, seria, a, d, equale alla mità de, c, & tutta, a, b, seria equale a tutta la, c, la qual cosa seria contra el presupposito, adonq; la, a, d, non è equale alla, d, b, adonq; del la maggior di quelle (laqual sia, d, b,) sia tagliato da parte, d, f, equale alla, a, d, et (per la ottaua propositione del secondo) el quadrato de tutta la, a, b, serà equale a quelli rettangoli fatti de, d, b, in, d, a, quattro volte & al quadrato de, f, b, per la qual cosa la linea, a, b, serà piu potente della linea, c, nel quadrato della linea, f, b, la qual è necessario communicare a tutta la, a, b, se la linea, a, d, e communicante alla linea, d, b, perche se questo serà la, d, b, serà communicante alla, a, f, sua equale per la qual cosa (per la duodecima propositione) b, f, communicha con, f, d, e però communica etiam a tutta la, b, d, & per questa cõ communica etiã con tutta la, a, f, adonque communica etiam con tutta la, a, b, & cosi è manifesto el primo proposito, el conuerso di questa è manifesto in questo, sia la, a, b, piu potente della, c, nel quadrato della linea, f, b, laqual communichi cõ lei medesima in longhezza, dico al presente che la superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea, c, aggiunta sopra alla linea, a, b, talmente che mancħi una superficie quadrata, diuide la linea, a, b, in due parti communicanti, perche se sia diuisa, f, a, in due parti equali in, d, & sia fatta la superficie, d, e, del, d, b, in, d, a, & mancara a compire la linea a, b, la superficie quadrata, et per la ottaua propositione del secondo libro, el quadrato de, a, b, serà equale al quadruplo della superficie, d, e, & al quadrato, d, f, b, adonque el quadruplo della superficie de, d, e, è equale al quadrato della, c, per laqual cosa la superficie, d, e, si è equale alla quarta parte del quadrato della, c, dico

adonque

adonque che la,d,b,è communicante con la,a,d, stare, che f,b, sia communicāte con a,d, perche se questo serà che,f,b, sia cōmunicante con,a,b, serà ancora communicante con,a,f, (per la duodecima propositione) per laqual cosa serà etiā cō a,d, & con,d,f, a quella equale e per tanto etiā, d,b, serà communicante con, a, d, che è il secondo proposito, ma al presente è da demostrare qualmēte la linea,a, b, quando che essa serà posta maggiore della linea,c, possa esser divisa talmente che fra le parti di q̄lla caschi la mità della linea,c, continuamēte proportionale, pche quādo la serà cosi divisa, la superficie che serà fatta dall'una parte in l'altra serà equal al quadrato della mità della linea,c, & essa superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea,c, aggiunta alla linea,a,b, talmēte che māchi una supficie quadrata, pche questo serà fatto in questo modo divisa, a,b, in due parti equali in pōto,d, & sia lineato sopra quella lo semicerchio,a,f,b, & similmēte sia lineata la linea,b,e, perpendicolare alla, a,b, laquale sia posta equale alla mità della linea, c, et sia dutta la,e,f, equidistante alla,a,b, per fina a tanto che la segha la circonferētia del semicerchio in ponto, f, perche è necessario che segi quella (cōciosia che la linea,a,b, sia maggiore della linea,c,) & sia dutta la,f, g, perpēdicolare alla,a,b, laquale conciosia cosa che la sia equale alla linea,e,b, (per la trigesima quarta propositione del primo) serà ancora equale alla mità della linea, c, sia adōque dutte le linee,f,a,e (per la prima parte della trigesima prima propositione del terzo) l'angolo a,f,b, serà retto e però,p la prima parte del corollario della ottava del sesto, la linea,f,g, serà nel mezzo luoco proportionale fra,a,g,et,g,b, per laqual cosa la mità della linea,c, laquale è equale a quella, serà etiam media proportionale fra le medesime che è el nostro proposito.



Theorema. 15. Propositione. 18.

14/18

Se seranno due linee inequale delle quale. La superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta, posta sopra alla piu longha talmente che manchi al compimento di quella una superficie quadrata, divida quella in due parti incommensurabile, la piu longha serà piu potente della piu corta in lo augumento del quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa linea piu longa et se la piu longha serà piu potente della piu corta in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa linea piu longa, & sia posto, over aggiunto sopra a essa una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta, & manchi a compi-

re la

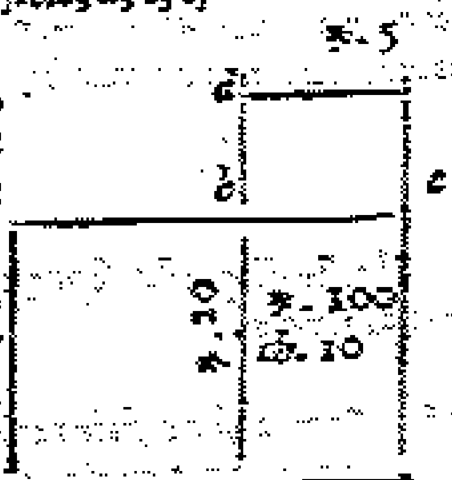
re la piu longha vna superficie quadrata, le necessario che essa superficie possa ouero aggiunta sopra essa linea, diuida essa linea piu longha in due parti incommensurabile.

Questa decimaottaua mette el contrario dello antecedente & del consequente della precedente, & la dispositione in questa non differisse dalla dispositione di quella, e el modo de argomentare dell'una & dell'altra e uno medesimo, perche, se a, d, non communica con, d, b, ne etiam, d, f, (a lei equale) communicarà con la medesima, d, b, adonque (per la 13. propositione) d, f, non communicarà con, f, b, per laqual cosa manco con, a, f, perche, a, f, & d, f, sono communicante si come el numerante & el numerato, e pero ne etiam a, b, communicarà con la linea, f, b, ma se questo serà (per la seconda parte) cioe se, a, b, non communica con, f, b, non communicarà con, a, f, per laqual cosa non communicarà etiam con, a, d, ouero con, d, f, adonque ne, d, b, communicarà con, d, a, anchora tu puoi demostrare questa decimaottaua propositione per la premessa la prima parte de questa per la seconda de quella & la seconda per la prima per la destruttione nel consequente, perche se, a, d, & d, b, non communicano ne etiam, a, b, & f, b, communicarano, perche se, a, b, & b, f, communicassero bisognaria per la seconda parte della premessa) che, a, d, communicasse con, d, b, & era posto che'l non communicasse, per lo medesimo modo se procederà della seconda parte perche se, b, a, & b, f, non communicano ne etiam, a, d, & d, b, communicarano, perche communicando seguiria per la prima parte della premessa che, a, b, et b, f, communicassero liquali non communicano per laqual cosa è manifesto el proposito.

Theorema. 16. Propositione. 19.

15 Ogni superficie rettangola che contengono due linee ratio-
19 nale in longhezza se proua esser rationale.

Siano le due linee, a, b, & b, c, lequale contengano la superficie rettangola, a, c, rationale in longhezza dico la superficie, a, c, essere rationale: perche descriuo il quadrato de quale si voglia di quelle come il quadrato, c, d, della linea, b, c, sarà per la prima del sesto, la proportione del quadrato c, d, alla superficie, a, c, come la linea, b, d, alla linea, a, b, perche adonque, b, d, communica in longhezza con, a, b, dal presupposito, però che la, b, c, sia equale, communica con essa per la prima parte della decimaquarta, c, d, sarà communicante con, a, c, adonque conciosia che, c, d, sia rationale, per la diffinitione, etiam, a, c, sarà rationale: che è il proposito.



Il Tradottore.

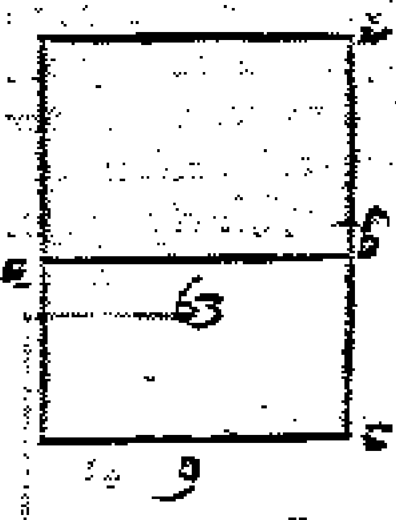
El testo di questa decimanona propositione in la seconda traduttione dice in questa forma.

15 Ogni rettangolo compreso sotto di due linee rationale (secondo alcuno di
19 preditti modi) commensurabile in longhezza è rationale.

Laqual propositione non astringe che le dette due linee siano rationale in longhezza, ma ponno esser rationale etiam solamente in potentia, pur che siano commensurabile in longhezza, laqual cosa se dimostra per li medesimi modi che di sopra addutte, perche el quadrato di qual si voglia di quelle sarà rationale, essendo cadauna di quelle rationale in potentia, onde seguitando se concluderà el proposito come in altro modo, & questa è molto piu generale dell'altra.

Theorema. 17. Propositione. 20.

16 Quando che sopra a una linea rationale in longhezza sarà posta una su-
20 perficie rationale rettangola, lo secondo lato di quella sarà rationale in longhezza, & commensurabile co'l primo in longhezza.



Questa è quasi el conuerso della precedente, come se la superficie, a, c, aggionta ouero posta sopra alla linea, a, b, rationale in longhezza sarà rationale, dico che il secondo lato di quella el quale, c, b, sarà ancora rationale in longhezza, & communicante al primo lato: perche se sia, a, d, el quadrato de, a, b, & sarà rationale per la diffinitione, & per questa causa se-
7 rà communicante con la superficie, a, c, rationale.
perche adonque per la prima del sesto, si come è la superficie, a, d, alla superficie, a, c, cosi è anchora la linea, b, d, alla linea, b, c, & la superficie, a, d, communicante con la, a, c, sarà per la prima parte della decimaquarta, d, b, communicante con, b, c, adonque sarà etiam communicante con la, b, a, sua equale, & b, a, è rationale, dal presupposto, per laqual cosa per la diffinitione etiam, b, c, sarà rationale, adonque è manifesto il proposito.

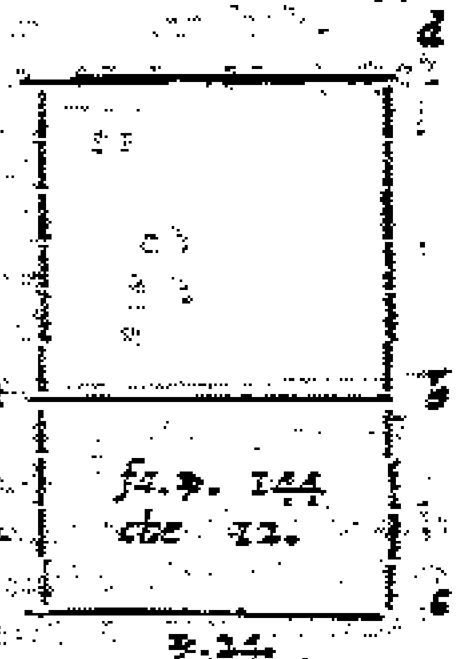
Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione in la seconda traduttione dice in questa forma.

16 Se una superficie rationale serà posta sopra una linea rationale farà la
20 larghezza rationale, commensurabile in longhezza all'altra cioe a quella sopra laquale fu posta la superficie.

Onde

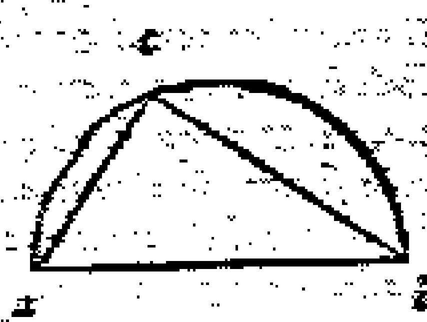
Onde questa è assai più generale di quella posta di sopra, perche questa non astringe che la data linea sia rationale in longhezza, ma basta che sia rationale onde tal linea puol esser etiam rationale solamente in potentia, perche una linea rationale solamente in potentia è detta rationale, per la diffinitione, & tutto questo lo uerifica per le medesime argumentationi usate di sopra, perche ponendo che la superficie .a.c. rationale, sia posta sopra la linea .a.b. rationale solamente in potentia, dico che è il medesimo secondo lato cioè .b.c. serà rationale solamente in potentia, & commensurabile in longhezza con la .a.b. per le medesime ragioni nell'altra demostratione addutte perche el medesimo quadrato de .a.b. serà rationale per esser la .a.b. rationale, ancora che sia solamente in potentia, non resta che il detto quadrato non sia rationale & commensurabile alla superficie .a.c. & cetera.

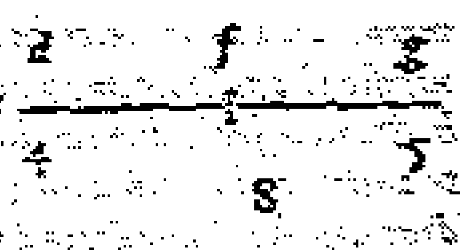


Problema .4. Propositione .31.

17 Potemo trouare due linee rationale solamente in potentia communicanti
29 delle quale la più longha possa più della più corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza.

El proposito è di trouare due linee rationale in potentia solamente communicante delle quale la più longha sia più potente della corta nel quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, e per tanto toglio alcuna linea rationale, laqual sia .a.b. sopra laquale descriuo lo mezzo cerchio .a.c.b. & tollo alcun numero, come .d.e. diuido quello in li duoi numeri .d.f. & .f.e. talmente che la proportione de .d.e. al .d.f. sia come del numero quadrato a numero quadrato, & che la proportione del .d.e. al .f.e. non sia come de numero quadrato a numero quadrato, & tal numero è qualunque numero quadrato diuisibile in un numero quadrato & in uno che non sia quadrato come .9. el qual se diuide in .4. e .5. & tutti li equalmente moltiplici de quelli, & truouo una linea al quadrato della quale el quadrato della linea .a.b. sia si come el numero .d.e. al numero .d.f. & qualmente essa se truoua è stato detto in la demostratione della decimaquinta de questo ponete questa linea, laquale necessariamente è minore de .a.b. la accommodo per la prima del quarto, dentro del





Se 9 me da 5 che me da ra ponimo 16. 256

5

1280

Sela

16 p. p. 143 ...

Anchora.

Se 9. 3. 12. 4. 12

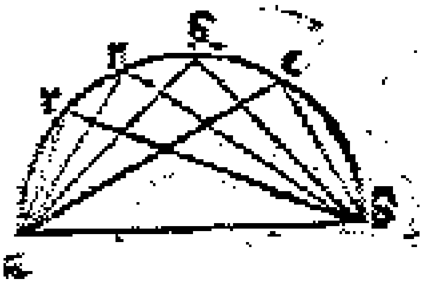
12

60

6 $\frac{6}{4}$

a. 12. $\frac{3}{4}$ 4. 6. $\frac{3}{4}$

mezzo cerchio. a. c. b. & sia. a. c. & subtendarò la linea. c. b. dico le due linee. a. b. & . c. b. essere quelle che cercamo, perche, per la trigesima prima propositione del terzo lo angolo. c. serà retto, e pero, per la penultima del primo, lo quadrato de. a. b. è equale alli quadrati delle due linee. a. c. & . c. b. et perche la proportione del quadrato della linea. a. b. al quadrato della linea. a. c. è si come del. d. e. al. d. f. & per el presupposito. per la euersa proportionalità, la proportione del quadrato della linea. a. b. al quadrato della linea. c. b. serà si come del. d. e. al. f. e. adonque el quadrato de. c. b. communica con el quadrato de. a. b. per la. 6. propositione di questo, adonque el quadrato de. c. b. serà rationale, per la diffinitione, conciosia che'l communica cō una superficie rationale, & perche. c. b. & . a. b. sono incommensurabile, per la ultima parte della nona propositione, è manifesto le due linee. a. b. & . c. b. esser rationale in potentia solamente communicante, ma perche la linea. a. b. e piu potente della linea. c. b. nel quadrato della linea. a. c. laquale, per la seconda parte della nona, communica con seco in longhezza e manifesto essere satisfatto el proposito, Ma se tu desideri de ritrouarne piu de due rationale in potentia solamente communicante delle quale una sia piu potente de quale si voglia delle altre nel quadrato de alcuna linea communicante cō seco in longhezza, sia come per auanti la linea. a. b. rationale in longhezza, sopra laquale sia descritto el mezzo cerchio. a. c. b. & sia tolto lo numero. d. quadrato quale sia diuisibile in molti quadrati & nō quadrati, di quali nō quadrati. la proportione nō sia si come de alcuni di numeri quadrati, & tali numeri che oltra se. dano come el. 36. el quale è diuisibile in. 25. e. 11. e anchora in. 16. e. 20. & similmente in. 9. e. 27. e anchora in. 4. e. 32. & de questi nō quadrati liquali sono. 11. 20. 27. 32. fra loro nō e proportione si come de alcuno numero quadrato a un'altro sia adonque che'l numero. d. quadrato sia diuiso in. e. quadrato e. i. f. nō quadrato & sia el quadrato della linea. a. b. al quadrato della linea. a. c. si come el numero. d. al numero. e. et sia dutta la linea. c. b. et è manifesto el proposito, come per auanti è stato dimostrato. a. b. & . b. c. esser le due tal linee, che cercamo, similmente se anchora diuiderò. d. in. g. quadrato & in. h. nō quadrato, & sia el quadrato della linea. a. b. al quadrato della linea. a. K. si come del. d. al. g. & sia dutta la linea. k. b. et serà, o come prima le due linee. a. b. & . b. k. quelle che cercamo per lo medemo modo se sia diuiso un'altra volta. d. in. l. quadrato et in. m. nō quadrato, sia posta la proportione del quadrato della linea. a. b. al quadrato della linea. a. n. si come del. d. al. l. et sia produtto la. n. b. serāno le due linee. a. b. et. b. n. quale cercamo



25 d. 11.

e 16 d. 20. f

g 9 d 27. h

l m

4 d 32.

p q

[illegible] & se una altra [illegible] se divida in .9. quadrato & in .5. non quadrato, & la proportione del quadrato della linea, a b, al quadrato della linea, c d, sia si come .9. a .5. [illegible] se ponga la linea, a b, & seranno anchora le due linee, [illegible] & [illegible] per tutte le linee, a b, b c, c d, [illegible] sono rationale in potentia solamente communicante una delle quale (cioe, a b,) e piu potente di quello [illegible] delle altre in el quadrato d'una linea commensurabile con se in longhezza, se adunque niuna delle quattro linee, [illegible] comunicante con le altre in longhezza è manifesto el proposito & questo se approua in questo modo, perche gli è manifesto dalla precedente che 'l quadrato della linea, b c, al quadrato della linea, a b, e si come el numero, f, al numero, d, & lo quadrato della linea, a b, al quadrato della linea, b k, e si come el numero, d, al numero, h, adonque per la equa proportionalità el quadrato della linea, b c, al quadrato della linea, b k, e si come el numero, f, al numero, h, & niun di quattro numeri, f, h, m, q, sono dal presupposito si come numero quadrato a numero quadrato, per la qual cosa seguita per la quarta parte della nona, le due linee, b c, b k, sono incommensurabile in longhezza, & per la medesima ragione, due quale si voglia di quelle quattro sono incommensurabile in longhezza adonque è manifesto quello che volemo.

Nota che a trouar praticalmente l'antecedente a ogni numero rationale forma el binomio .1. 2. & .3. se puol trouar con ogni num. [illegible] in un num. [illegible] & in uno non [illegible] come .9. come qui appare, & è regola generale & sel .3. numero sarà [illegible] ne venirà binomio primo, & sel serà num. non [illegible] ne potrà venir binomio terzo, ma uolendo trouar el secondo, alla prima volta pon .9. & .5. dicendo se .5. me da .9. che me darà el [illegible] de quello num. che voglio che sia consequente, pongo che voglia .6. per consequente dirò se .5. me da .9. che me darà .36. opera che ne venirà $\frac{324}{5}$ & la $R\,\frac{324}{5}$ piu R 36 che 6. & cosi R 6 $\frac{4}{5}$ piu 6 sia el binomio 3. Vero è che l'autor pone dicendo [illegible] se .5. da .5. che me darà [illegible] [illegible] della, a b, (rationale in longo modo) [illegible] serà poi il secondo nome.

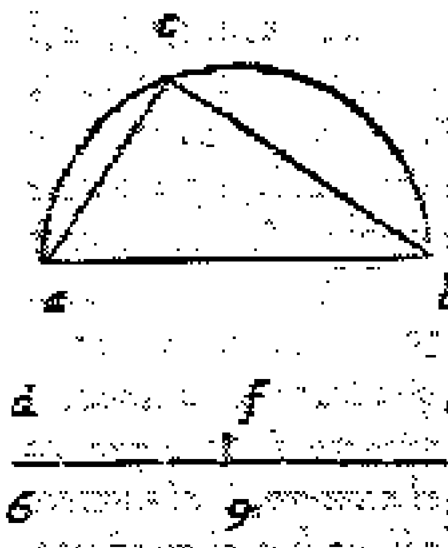
9	5	36
		5
		180
		R 36 piu R 20

Il Tradottore.

Bisogna notare che la linea, a b, se puol tore rationale in longhezza & anchora solamente rationali in potentia, perche in l'uno e l'altro modo se intende rationale per la quinta diffinitione, secondo la seconda traduttione, & per tanto le dette due linee ponno esser ambedue rationale solamente in potentia, ouero l'una rationale in longhezza & l'altra solamente in potentia, vero è che non possono esser ambedue rationale in longhezza perche seriano commensurabile in detta longhezza che seria contra il presupposito, ideo &c.

Problema .5. Propositione .14.

18/30 Possemo trouare due linee rationale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longha possa piu della piu corta quanto è il quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza.



In questa ancora rimanga la medesima dispositione & li medesimi presuppositi che sono in la precedente, mutato solamente questo che la proportione del numero d.e. a niuno di duoi numeri d.f. & f.e. sia sicome de numero quadrato a numero quadrato, et questo vien fatto facilmente posto, d,e qual si voglia numero quadrato diviso in duoi numeri non quadrati come se, d,e, fia nove & d.f. sei, et f.e, tre argumentando come per avanti eccetto solamente questo che, a,b, & a,c, sono incommensurabili in longezza, per la ultima parte della nona propositione, et e da sapere che le due linee, che insegnamo di trovare questa & la premessa componeno el binomio, & la minore de quelle, tagliata dalla maggiore quello, che rimane e detto residuo, anchora nota che le linee rationale solamente in potentia communicante ponno esser una rationale & l'altra irrationale, si come li lati tetragonici de due superficie delle quale una sia vinticinque piedi & l'altra vintiquattro sono rationali in potentia solamente communicanti, perche el lato della prima superficie e cinque & el lato della seconda non vien numerato. Et ponno esser ambedue irrationale come li lati tetragonici delle due superficie delle quale una sia vintiquattro piedi & l'altra 23. perche el lato ne dell'una ne dell'altra vien numerato & sono incommensurabile in longezza (per la ultima parte della nona, et se tu desiderasse anchora de trovare piu de due linee rationale in potentia solamente communicante delle quale una sia piu potente de quale si voglia delle altre in el quadrato d'una linea non communicante con seco in longezza sia tolto tal numero el quale possa esser cosi diviso in piu parti, che la proportione de quello a niuna delle sue parti ne d'alcuna parte a alcuna delle altre, sia come de numero quadrato a numero quadrato come vinticinque el qual tu'l poi dividere i duoi e vintitre, anchora in cinque et vinti et similmente in sette e deciotto & el processo sia el medesimo che e stato fatto in la premessa.

Per trovar el .4. binomio, ponendo 9 suo antecedente .6. dirai se .9. me da .6. (over .3.) che me darà .36. opera che venirà p̄ R.24. e per el .5. daria .6. p̄ R.12

Et per trovar el quinto dato per suo consequente 8. dirai, se 3. me da 9. che me darà 64. opera che te darà .R.192. p̄ 8. tu poteri anchor dire se 6. me da .9. che me darà 64. opera che te darà .R.96. p̄ 8.

Per trovar el .6. binomio a. R.18. per antecedente dirai, se 9. me da 6. che me darà R.18. opera con il □ de R.18. ch'e 18. & te venirà R.18. p̄ R.12. & cosi discorrendo.

Lemma, overo assumptione.

21 La linea potente in una area irrationale e irrationale.

Perche se la linea, a, può in una area irrationale cioe che quel quadrato qual

vien

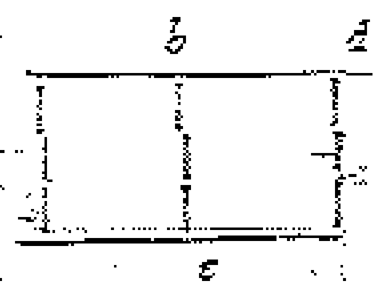
drato fatto della linea .a. sia equale a una area over superficie irrationale, dico che la linea .a. è irrationale, perche se possibil fusse, per l'adversario, che la ditta linea .a. fusse rationale, anchora el quadrato che fusse fatto della linea .a. seria per la diffinitione rationale, & dal presupposito, è irrationale, adonque la linea .a. è irrationale seguita adonque il proposito.

Il Tradottore.

Questo lemma over assumptione se ritrova solamente in la seconda tradottione, el quale lemma dimostra quello che se diffinisse in la ultima diffinitione di questo decimo libro, cioe che la linea potente in una superficie irrationale è irrationale per laqual cosa seguiria la detta ultima diffinitione essere superflua.

Theorema .18. Propositione .23.

19 Ogni superficie che contengono due linee rationale solamente potentialmente communicante, è irrationale, è detta superficie mediale, & lo suo lato tetragonico, cioe quello lato che puol in quella, è irrationale & è detto linea mediale.



Siano le due linee .a.b. b.c. contenente la superficie a.c. rationali solamente in potentia communicante, lequale qualmente si trovano della premessa & della quarta la premessa è manifesto. Dico la superficie .a.c. esser irrationale. Et per dimostrar questo sia .c.d. quadrato de .b.c. & sera rationale, per el presupposito, imperoche la linea .b.c. è rationale in potentia, & perche, per la prima del sesto, la proportione del .a.c. al .c.d. è si come della .a.b. alla .b.d. & la .a.b. non communica con la .b.d. perche, dal presupposito, la non communica con la sua equale laquale e .b.c. seguita, per la seconda parte della decimaquarta, che il .a.c. non communica con .c.d. per laqual cosa, per la diffinitione, la superficie .a.c. è irrationale adonque el suo lato tetragonico, per lo soprascritto lemma, è irrationale, & questa superficie è chiamata superficie mediale perche è nel mezzo loco proportionale fra le due superficie rationale, cioe fra li quadrati delle due linee che contengono essa superficie, & la linea potente in essa superficie e detta linea mediale perche anchora lei e nel mezzo loco proportionale fra due linee rationale communicanti solamente in potentia, & queste due linee sono li lati della detta superficie & questo e quello che volemo.

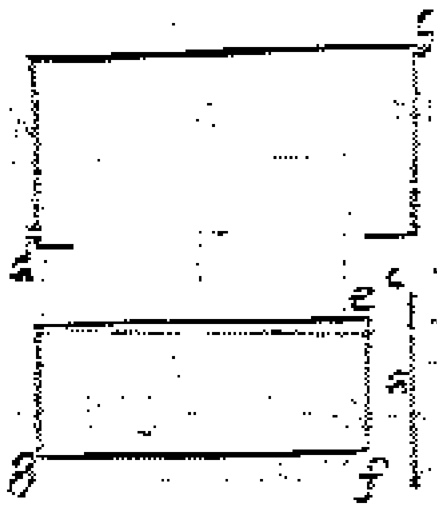
Lemma.

Se seranno due linee rette, si come la prima alla seconda, cosi e quello che e quadrato fatto della prima a quello contenuto sotto alle due rette linee.

Sieno le due rette linee f.e. g. Dico che si come e.f. al e.g. cosi è il quadrato de f.e. alla superficie contenuta sotto da f.e. & e.g. & per dimostrare questo sia descritto per la quadragesima sesta del primo el quadrato, d,f, & sia compito, d,g, adonque perche si come e.f. al, e.g, cosi e, f, d, al, d,g, & d,g, e quella superficie contenuta dal, f,e, & ,e,g, adonque si come e,f, e, al, e,g cosi e quello che vien fatto del, f, e, a quello che contenuto sotto del, f,e, & ,e,g, similmente anchora si come quello che contenuto sotto de, g,e, & ,e,f, a quello che vien fatto dal, e, f, cioe si come, g,f, al d,f, cosi è, e,g, al, e,f.

Theorema 19 Propositione 24.

20 *Quando che sopra a una linea rationale in longhezza serà posta una superficie equale al quadrato d'una linea mediale, el secondo lato di quela serà rationale solamente potentialmente & incommensurabile al primo lato in longhezza.*



Questa è quasi il converso della premessa. Sia, a, una linea mediale & sia la linea, b,c, rationale in longhezza sopra alla qual sia posto over aggiunta la superficie, b,d, equale al quadrato della linea, a, laqual cosa se fa in questo modo, sia trovato aggionto alle due linee, b,c, et, a, la linea, c,d, in cōtinua proportionalità come insegna la decima del sesto, & la superficie della, b,c, in, c,d, serà equale al quadrato della linea, a, per la sestadecima del medesimo, dico el secondo lato de q̄lla el quale, c,d, esser rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza al lato, b, c, & serà, per la precedēte, o la diffinitione della linea mediale, che la linea, a, posta in alcuna superficie contenuta da due linee rationale solamēte in potētia communicanti, laqual sia la superficie, e,g, li lati dellaquale sian, e,f, & ,f,g, & le due superficie, b,d, & ,e,g, per la prima parte della decima quarta del sesto, serāno de lati mutui, per questo che esse sono equale, & rettāgole adōque la proportione de, b,c, al, e,f, e si come del, f,g, al, c,d, per laqual cosa conciosia che, b,c, cōmunichi in potentia cō, e,f, imperoche li quadrati dell'una & dell'altra de q̄lle sono rationali, dal presupposito, f,g, per la decimaquarta, communicarà in potentia con, c, d, conciosia adonque che'l quadrato de, f,g, sia rationale, per el presupposito, anchora el quadrato de, c, d, per la diffinitione, serà rationale, & perche la superficie, b, d, è irrationale si come la sua equale, e, g, per la premessa, seguita che'l quadrato della linea, c, d, non communichi con la superficie, b,d, & perche el quadrato della linea, c, d, alla superficie, b,d, per la prima del sesto, e si come lo lato, c,d, allo lato, c, b, per la seconda parte della decima quarta, serà che, c, d, non communichi

con, b, c,

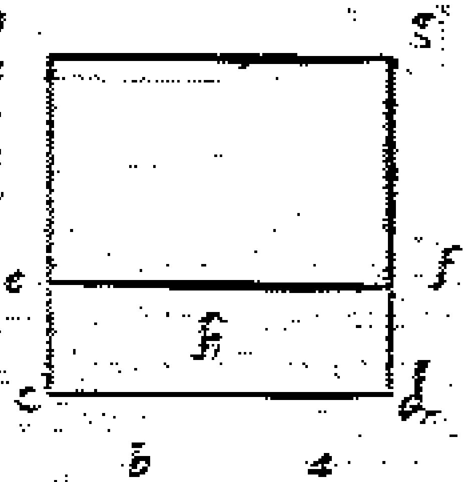
con b,c, per laqual cosa conciosia che la,b,c, sia rationale in longhezza, dal pre supposito la,c,d, serà irrationale in longhezza cioè rationale solamente in potentia, adonque è manifesto la proposta conclusione.

Il Tradottore.

Il testo della sopra scritta propositione in la seconda tradottione parla in questa forma videlicet.

20 22 Il quadrato de una linea media, posto sopra a una linea rationale fa la larghezza rationale & incommensurabile in longhezza a quella linea alla quale fu sopraposto.

La qual propositione e piu generale che la soprapo sta perche questa non astringe che la linea, b,c, sia rationale in longhezza, ma basta che sia rationale o in longhezza o in potentia solamente & per li medesimi argumentationi se trovarà seguire il proposito & quello, che di sopra se conclude per la prima del sesto nella seconda tradottione se conclude per la sopraschritta lemma cioe che il quadrato della linea.c.d. alla superficie.b.d.e. sia come lo lato.c.d. allo lato.c.b.



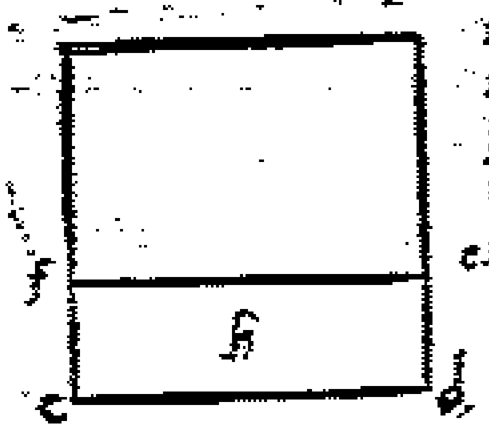
Questa propositione 23. non se converte, cioe che  ogni linea che non sia communicante a una linea mediale in longhezza over in potentia non seguita, che quella tale non possa esser mediale, perche se son alcune linee mediale, che tra loro non sono communicante in longhezza, ne in potentia, come R R 7 a R R 5 & di queste niente ha parlato Euclide. Et però le specie delle mediale comparatiuamente sono 6. Primo, commensurabile in longhezza, quale contengono sempre superficie mediale. Quarto, commensurabile solamente in potentia cioe, che contenente superficie mediale, & due contenente superficie rationale. La 6. quale permessa da Euclide, e però son 6. specie de binomij mediali.

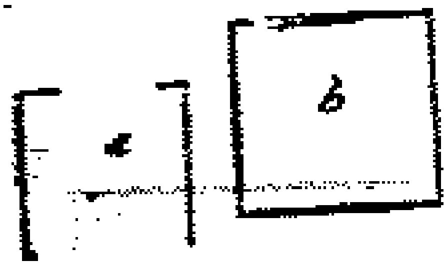
Theorema.20. Propositione.23.

23 Ogni linea communicante a una mediale è mediale.

23

Sia la linea,a, mediale alla quale sia posto la linea,b, esser communicante overo in longhezza, overo solamente in potentia, dico che etiam la linea.b. è mediale, & per dimostrare questo sia la linea,c,d, rationale in longhezza sopra laquale sia posta la superficie,c,f, equale al quadrato della linea,a, & anchora la superficie,e,g, equale al quadrato della linea,b, & a qual modo questo si debba far è stato detto in la premessa demostratione, & per la precedente, la linea,d,f, sarà rationale solamente in potentia & incommensurabile alla linea,c,d, & perche, per la prima del sesto, del,e,g, al,c,f, e si come del,f,g, al,d,f, et la superficie,e,g, communica con la,c,f, imperoche el quadrato de,b, communica con lo quadrato de.a.





to de,a,per el presupposito,alli quai quadrati le dette superficie sono poste equale,seguita, per la prima parte della decima quarta,che la linea,f,g,communichi con la linea,d,f,per laqual cosa,f,g,e rationale solamente in potentia,si come e,d,f, & incommensurabile in longhezza alla linea,e,f,conciosia che la linea d,f,a se communicante,sia incommensurabile al medesimo,e,f, impero che e incomēsurabile alla sua equale,perche,questo fu prouato in la undecima che se l serà due quantità communicante a qualunque quantità una di quelle non communica ne etiam l'altra gli cōmunicarà, adonque, per la uigesima terza la superficie,e,g,serà mediale & lo lato tetragonico di quella el quale e,b,serà mediale che e il proposito,similmēte anchora ogni superficie communicāte a una superficie mediale e necessario esser mediale,perche se sia la superficie,a, mediale alla quale sia posta la superficie,b,esser communicante,dico la superficie,b,esser mediale laqual cosa in questo modo serà manifesta, sia la linea,c,d,rationale in longhezza & sopra a quella sia aggiunta,ouero posta la superficie,c,e,laquale sia equale alla superficie,a,laqual cosa se fa in questo modo, sia trouata la linea,e,f,alla quale sia proportionale uno di lati della superficie, a,si come sia la linea,c,d,all'altro lato,& come questa linea se troua e stato detto in la decima del sesto,&,per la quinta decima del medesimo, la superficie, e,f,serà equale al,a,& anchora per el medesimo modo sopra alla linea,e,f,sia aggionto, ouero posto la superficie,e,g,laquale sia equale alla,b,adonque,per la uigesima quarta,la linea,c,f,serà rationale solamente in potētia & anchora serà incommensurabile in longhezza alla linea,c,d,& perche,a,&,b, erano communicanti, dal presupposito,seranno anchora,c,e,&,e,g,a quelle equale, communicāte,adōque,per la prima del sesto,&,per la prima parte della decima quarta, de questo seranno le due linee,c,f,&,f,g, communicante in longhezza,adonque la linea,f,g,è rationale solamente in potentia:& incommensurabile in longhezza alla linea,e,f,per la qual cosa,per la uigesima terza,la superficie,e,g,serà mediale,conciosia che la linea,e,f, sia rationale in longhezza si come,c,d,a lei equale,cōciosia adonque che,b, sia equale al,e,g,anchora,b,serà mediale che e il proposito. Et nota che tutte le superficie mediale communicanti componeno superficie mediale,onde tutta la superficie,d,g,e mediale, perche conciosia che le due linee,e,f,&,f,g, siano rationale in potentia solamente,& non communicante in longhezza seguita che tutta la,c,g,sia rationale solamente in potentia & non communicante con la,c,d,in longhezza,adonque,per la uigesima terza,d,g,e mediale e per lo medesimo modo se procederia essendo piu.

Il Tradottore.

Questa ultima parte prouata di sopra,cioe che ogni superficie communican-

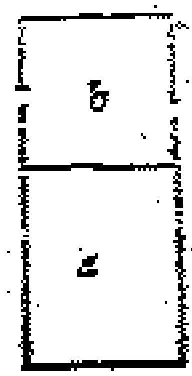
tea

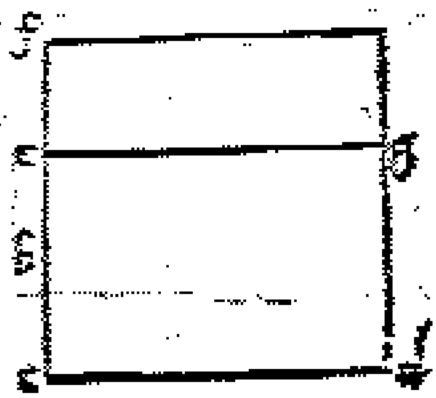
tiri una superficie mediale e mediale, nella secoda tradottione se ne fa uno correlario ma per esser assai piu chiara questa del ditto correlario havemo posposto el detto correlario.

Theorema.22. Propositione.26.

22
26 *Ogni differentia in laquale habundi una mediale da una mediale se prova esser irrationale.*

Sia l'una & l'altra delle due superficie, a,b, & , a, mediale, Dico che la superficie, b, (laquale è la differentia di quelle) è irrationale, e per dimostrar questo sia la linea, c,d, rationale in longhezza sopra alla quale sia posta over aggionta la superficie, d,e, equale alla superficie, a, & la superficie, d,f, equale alla total superficie, a,b, & come questo se debbia fare lo havemo insegnato in la precedente, adonque perche, d,f, è equale al, a,b, & , d,e, è equale al, a, (per la coettione), g,f, serà equale al, b, se adonque la superficie, b, non è irrationale ma rationale (per l'adversario) serà etiam la, f,g, (sua equale) rationale et conciosia che la linea, e,g, sia rationale in longhezza si come la sua equale, c,d, (per la .20.) la linea, e,f, serà rationale in longhezza è communicante con la linea, e,g, & (per la .24.) l'una e l'altra delle due linee, c,e, & , c,f, è solamente potentialmente rationale & incommensurabile in longhezza alla linea, c,d, adonque la linea, e,f, è incommensurabile alla linea, c,e, in longhezza & perche (per la prima del .6.) el quadrato della linea, e,f, alla superficie che vien fatta della, e,f, in la, c,e, e si come la, e,f, alla, c,e, seguita, per la secoda parte della .14. che el quadrato della linea, e,f, sia incommensurabile alla superficie fatta del, e,f, in, c,e, per laqual cosa & esso quadrato serà incommensurabile al doppio della superficie del, e,f, in, c,e, & lo quadrato de, c,e, conciosia che'l sia rationale è communicante al quadrato de, e,f, adonque tutto el composito de ambidui, per la .13. serà communicante al quadrato de, e,f, e pero serà incommensurabile al doppio della superficie del, e,f, in, c,e, & perche, per la quarta del secodo, el quadrato della linea, c,f, è equale alli duoi quadrati delle due linee c,e, & , e,f, & al doppio della superficie de, c,e, in, e,f, & lo doppio della superficie de, c,e, in, e,f, è incommensurabile allo aggregato delli duoi quadrati delle due linee, c,e, & , e,f, seguita per la .13. che el quadrato de, c,f, sia incommensurabile allo aggregato di duoi quadrati delle due linee, c,e, & , e,f, & conciosia che lo aggregato de questi quadrati sia rationale, seguita el quadrato della linea, c,f, non esser rationale e pero la linea, c,f, non è rationale in potentia & per questo la superficie, d,f, non serà mediale ne etiam la superficie, a,b, a lei equale laqual cosa è inconveniente





te per esser il contrario di quello che fu posto, rimane adonque che la superficie, b, e irrationale che e il proposito.

Il Tradottore.

Il medesimo seguiria che tolesse la linea.c.d.rationale solamente in potentia, cioe che'l non è necessario che la sia rationale in longezza come propone il commentatore anci puol esser anchor come detto rationale solamente in potentia & supponendo poi per (l'aduersario) che la superficie, g, f. sia rationale seguirà (per la vigesima di questo ultra dalla seconda tradottione) che la.e.f. sia rationale (largo modo) è commensurabile in longhezza con la, e, g, seguendo poi come se gue se concluderà il proposito.

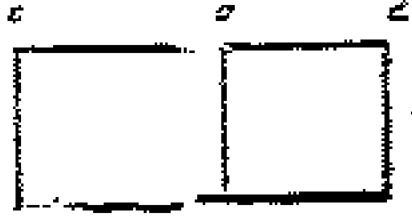
Theorema.22. Propositione.27.

24 Il rettangolo compreso sotto a due linee mediale commensurabile in longhezza mediale.

Dico se sotto alle due rette linee mediale.a.b.& b.c.commensurabili in longhezza serà compreso il rettangolo.a.c. Dico che'l detto rettangolo.a.c.e mediale.e per dimostrar questo sia descritto (per la quadragesima sesta del primo) lo quadrato.a.d.della linea, a, b, adonque lo quadrato.a.d.e mediale & perche la, a.b.è commensurabile alla.b.c. in longhezza & la.a.b.è equale alla, d, b, adonque la, d, b, e commensurabile alla.b.c.in longhezza per laqual cosa & lo quadrato, a, d, serà commensurabile alla superficie.a.c. adonque (per la vigesima quinta) la superficie, a, c, e mediale cioe per la parte aggionta sopra la detta.25.

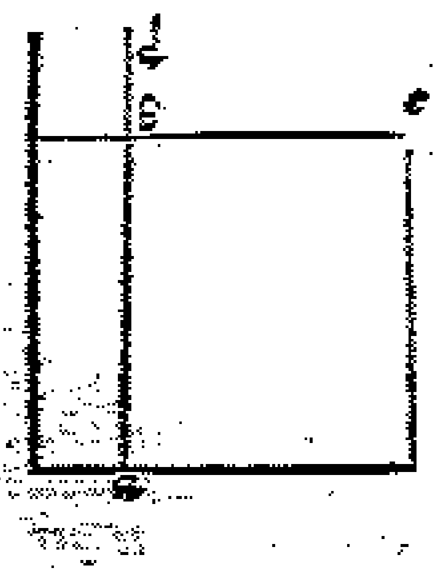
23

25



Theorema.24. Propositione.28.

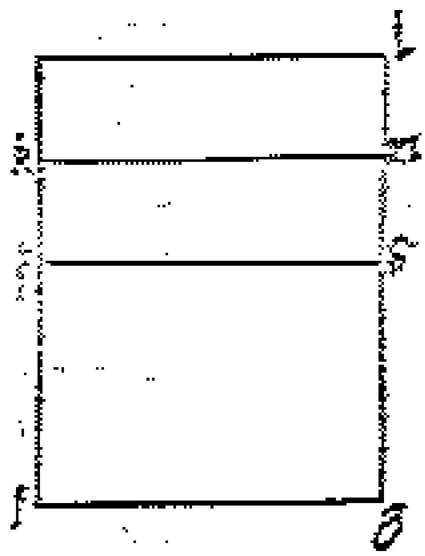
Ogni superficie che sia contenuta da due linee mediale solamente communicante potentialmente, ouer che la è rationale, ouer mediale.



Siano le due linee, a, b, & , b, c, mediale solamente in potentia communicante, dico che la superficie.a.c. (da quelle contenuta) ouer che la è rationale ouer mediale, & per dimostrare questo sia.d.c.el quadrato della linea.b.c. & .a.e.el quadrato della linea.a.b. & (dal presupposito) questi duoi quadrati seranno communicanti & la superficie .a.c.(per la prima del 6.) serà mediale in el mezzo loco proportionale fra essi quadrati, sia tolto adonque la linea.f.g.laqual sia rationale in longhezza sopra alla quale sia agionto

ouer

over posta la superficie .f.h. equal al quadrato .a.e. & .k.h. equale alla superficie .a.c. & .k.l. equale al quadrato .d.c. & queste tre superficie .f.h. h.k. & .k.l. seranno cõtinuamẽte proportionali, si come sono le sue equale, a.e. a.c. & .d.c. per la qual cosa (per la prima del .6.) etiam le tre linee, g.h. h.m. & .m.l. (lequale sono base de quelle) seranno continuamẽte proportionale, & cõciosia che le superficie .f.h. & .k.l. siano cõmunicante, si come li duoi quadrati, a.e. et, c.d. a quelle equali seguita (per la prima del .6.) & per la .14. di questo) che la linea, g.h. sia communicãte cõ la, m.l. & l'una & l'altra de quelle è rationale in potentia (per la .14. de questo) adonque la superficie dell'una di quelle in l'altra e rationale perche ogni superficie laqual che cõtenuta da due linee rationale in potẽtia, cõmunicante in lõghezza necessariamente è rationale (come e manifesto) (per la prima del .6.) & (per la prima parte della .14. de questo) & per la diffinitione delle superficie rationale, et perche (per la prima parte della .17. del .6.) lo quadrato della linea, h.m. e equale alla superficie del la, g.h. in, m.l. el quadrato della linea, h.m. serà rationale, adõque se la linea, h.m. e rationale in lõghezza over communicãte alla linea, k.m. laquale e equale alla linea, f.g. (per la .19.) la superficie .h.k. serà rationale, e però etiã la sua equale, a.c. ma se la linea, h.m. sia irrationale in lõghezza over incommensurabile alla linea, k.m. laqual e equale alla linea, f.g. con ciosia che essa sia rationale al mãco in potẽtia imperoche el suo quadrato e rationale la superficie, h.k. (per la .23.) serà mediale, per laqual cosa etiã la sua equale, a.c. adonque e manifesto el proposito, & nota che se le due linee, a.b. & .b.c. fussino mediale communicãte in longhezza la superficie, a.c. seria solamẽte mediale perche la superficie, a.c. seria communicante all'uno e l'altro di duoi quadrati, a.e. & c.d. (per la .1. del .6.) & per lo presente presupposito, e per la .14. di questo la linea, h.m. seria cõmunicãte all'una e l'altra delle due linee, g.h. & .l.m. & perche ambedue quelle sono rationale solamẽte in potẽtia non cõmunicante in lõghezza alla linea, f.g. anchora la, h.m. seria rationale in potẽtia solamẽte nõ communicãte in lõghezza alla linea, f.g. & pero ne cõmunicãte alla linea, h.p. (per laqual cosa per la .23.) la superficie, h.k. serà solamẽte mediale e però etiã la .a.c. a lei equale, serà mediale, ma se le due linee, a.b. & .b.c. fussino mediale ne in lõghezza ne in potẽtia communicante la superficie, a.c. non seria rationale ne mediale perche se fosse cosi, cioe che le due linee, a.b. & .b.c. fussino mediale ne in lõghezza ne in potẽtia cõmunicãte li dui quadrati, a.e. & .c.d. seriano incõmunicãti, adõque & le due superficie, f.h. & .k.l. a quelle equale anchor seriano incõmunicãti per laqual cosa & le due linee, g.h. & .m.l. seriano incõmensurabile (per la prima del .6.) e per la secõda parte della .14. de questo e perche l'una e l'altra de quelle e rationale solamẽte in potẽtia (per la .24.) la superficie dell'una in l'altra seria mediale (per la .23. cõciosia adonque che 'l quadrato della linea, h.m. sia equal alla



detta superficie che vien fatta del, g, h, in, m, l, per la prima parte della. 26. del 6. seria per la. 23. de questo la linea, h, m, linea mediale, adonque, per la. 19. la superficie, h, k, non seria rationale ne etiam mediale, per la vigesima quarta, per laqual cosa, ne etiam la sua equale serà rationale ne mediale.

Il Tradottore.

In questa soprascritta ispositione doue se conclude, per la prima del. 5. & per la prima parte della. 14. di questo & per la diffinitione delle superficie rationale, che la superficie della linea, g, h, in la, l, m, e rationali, il medemo se verifica per la sola. 19. de questo, della seconda tradottione, cioè che ogni rettangolo ouer superficie contenuta da due linee rationale, o siano in longhezza, ouer solamente in potentia, commensurabile in longhezza è rationale, ancora bisogna notare che non è necessario, per demostrar queste propositione, a tor la linea, g, h, rationale in longhezza, perche il medesimo se concluderia pigliandola rationale in potentia & arguir come disopra se fatto.

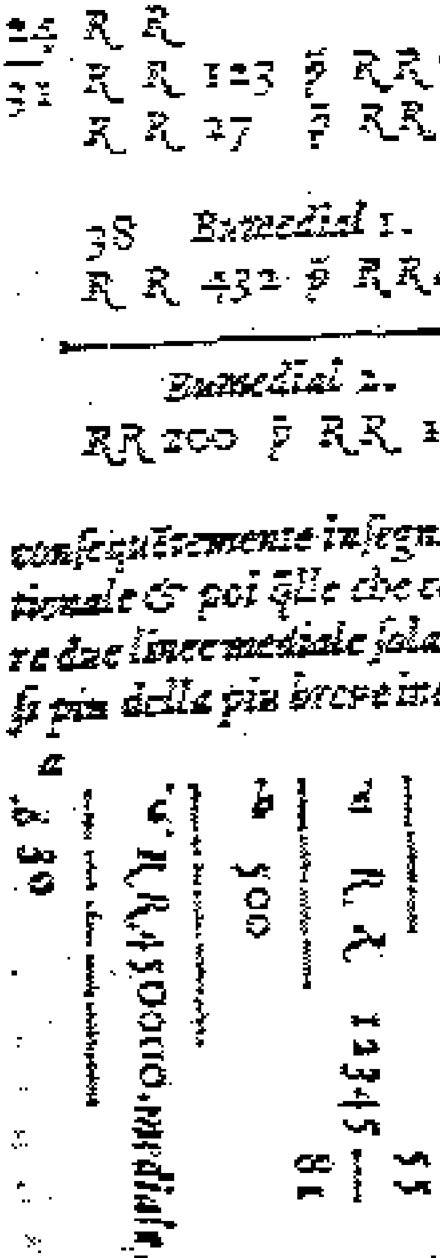
Problema. 6. Propositione. 19.

24 R R
31 R R 123 p̃ R R 5
R R 27 p̃ R R 5
38 Bimedial 1.
R R 432 p̃ R R 48

Proponemo trouar due linee mediale communicanti solamente in potentia lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu corta, per accrescimento, d'un quadrato d'una linea communicante, alla medesima piu longha in longhezza.

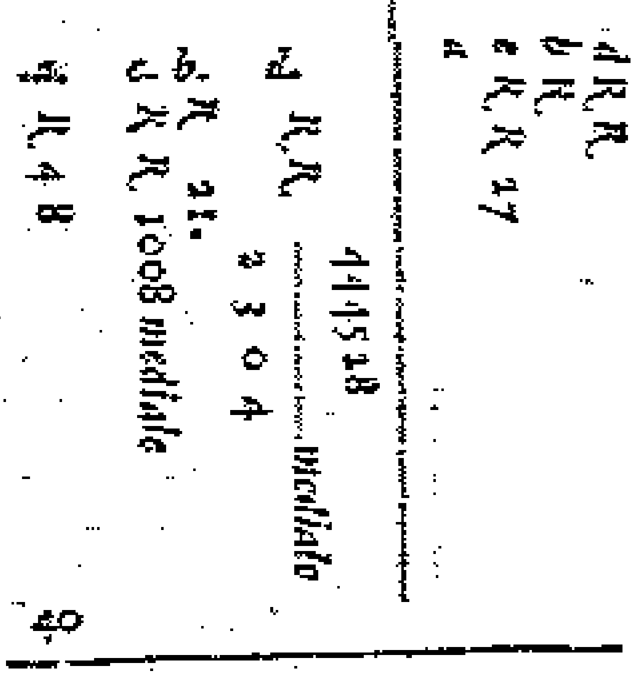
Bimedial 2.
R R 200 p̃ R R 18.

Conciosia che ogni due linee medial communicante solamente in potentia contengano superficie rationale ouer mediale, come è manifesto per la precedente, per consequentemente insegna a trouar quelle due lequale contengano superficie rationale & poi quelle che contengano superficie mediale, onde el proposito e di trouare due linee mediale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longa possa piu della piu breue inel quadrato de alcuna linea communicante in longhezza con essa linea piu longa le quale contegano superficie rationale, a questo secondo la dottrina del. 21. toglio le due linee, a, & b, solamente in potentia rationale communicante delle quale la piu longa (laqual sia, a,) possa piu della piu breue (laquale sia, b,) inel quadrato de alcuna linea communicante con seco in longhezza, & mettarò la linea, c, (secondo la dottrina del. 9. del. 6.) inel mezzo loco proportionale fra, a, & b, & ponerò che la proportione del, a, al, b, sia si come del, c, al, d, e come questo se faccia è detto nella. 10. del. 6. al presente



Dico le due linee, c, & d, esser quelle che cercamo, perche le manifesto (per la. 23.) che

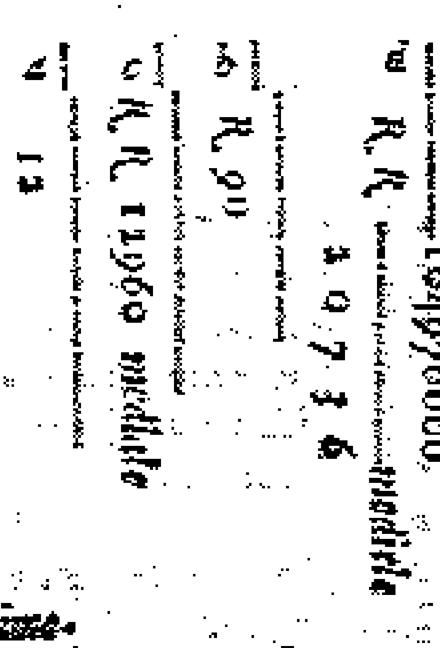
che la superficie, che contengono le due linee .a. & .b. è mediale, & perche, per la prima parte della 17. del 6. el quadrato della linea .c. e equale alla detta superficie adonque, per la .23. la linea .c. serà mediale, & conciosia che'l sia del .a. al .b. si come del .c. al .d. & .b. communica con .a. in potentia solamente, per el presupposito, perche sia .a. quanto .b. e rationale in potentia seguita, per la .14. che .c. ancLor communichi con .d. in potentia solamente adonque, per la 25. conciosia che .c. sia linea mediale etiam .d. serà mediale & per la prima parte della .16. la linea .c. sera piu potente della linea .d. in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, adonque se le due linee .c. & .d. contengono superficie rationale esse sono quelle che cercamo, ma che quelle contenghino superficie rationale tu provarai in questo modo, conciosia che sia del .a. al .b. si come del .c. al .d. permutatamente del .a. al .c. serà si come del .b. al .d. ma del .a. al .c. era si come del .c. al .b. adonque del .c. al .b. e si come del .b. al .d. adonque, per la prima parte della .17. del sesto, la superficie che contenono le due linee .c. & .d. è equale al quadrato de .b. & lo quadrato del .b. e rationale, per el presupposito, conciosia che essa sia rationale in potentia, adonque le superficie che contenono le due linee .c. & .d. e rationale per laqual cosa è manifesto el proposito.



Problema .7. Propositione .3.

25 Puotemo trovare due linee mediale solamente in potentia communicanti,
27 lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu breve in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza alla medesima linea piu longha.

Poste le due linee .a. & .b. rationale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longha possi piu della piu breve in el quadrato d'una linea nõ communicante con seco in longhezza, le quale se ritrovano secõdo la dottrina della vigesima secõda & fatte tutte le altre positioni si come in la precedẽte argumẽtãdo con simel modo se manifestarà le due linee .c. & .d. esser quelle che cercamo, & nota che le due linee che insegnano questa è la precedẽte de trovare componeno lo bimediale primo, & la menore de quelle taglita della magior quella che rimane vien detta residuo medial primo.



Lemma

Lemma.

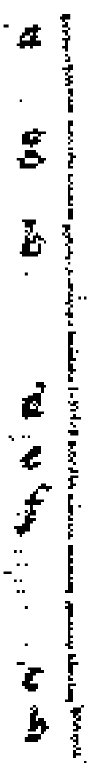
o/29 Potemo trouare dui numeri quadrati, che el composto de quegli sia quadrato.

Siano posti fora dui numeri, a, b, & b, c, & siano ouer pari, ouer dispari & perche (la. 25. del nono) se dal numero pare sia sottratto numero pare, & se dal numero dispare sia sottratto numero dispare (per la 26. del nono) lo rimanente sera pare adonque lo rimanente, a, c, sera pare, sia segato, a, c, in due parti equali per la decima del. 1. in ponto, d, e siano essi numeri a, b, & b, c, ouer superficiali simili, ouer quadrati, e se sono superficiali simili adonque el produtto de, a, b, in, b, c, gionto con el quadrato del, c, d, e equale al quadrato de, b, d, & lo produtto de, a, b, in b, c, e quadrato, perche le manifesto, per la prima del nono, che se dui numeri superficiali simili el dutto dell'uno in l'altro è numero quadrato adonque sono trouati li dui numeri quadrati cioe quello che è produtto de, a, b, in, b, c, & lo quadrato de, d, c, liquali gionti ouer composti insieme fano el quadrato de b. d.

Corelario.

o/29 Et per questo è manifesto che similmente sono trouati dui numeri quadrati, l'uno di quali è el quadrato de, b, d, l'altro è el quadrato de, c, d, lo eccesso di quali e quadrato che è el dutto de, a, b, in, b, c, Quando che essi a. b. & b. c. seranno superficiali simili, ma quando non seranno superficiali simili sono trouati dui numeri quadrati l'uno di quali è el quadrato de, b, d, l'altro è el quadrato de, d, c, lo eccesso di quali, el quale è quel che contenuto sotto de, a, b, & , b, c, non è quadrato.

Il Tradottore.



Questo corelario se ritroua solamente in la seconda tradottione, el qual conclude che per le cose dimostrate nel soprascritto lemma uien etiam a esser manifesto el modo di trouare dui numeri quadrati la differentia dell'uno all'altro sia numero quadrato, & similmente de trouarne dui che la detta differentia non sia numero quadrato, cioe che quando li dui numeri, a, b, & , b, c, prima tolti pari ouero dispari, se seranno superficiali simili la differentia del quadrato de, b, d, al quadrato de, d, c, laqual differentia sera la multiplicatione del, a, b, in, b, c, sera numero quadrato ma se li detti dui numeri, a, b, et b, c, nō serāno superficiali simili la detta differentia non sera numero quadrato, perche el dutto de, a, b, in, b, c, qual sera la detta differentia, non sera numero quadrato, per conuerso della prima del nono.

Lemma, opposito del precedente.

o/29 Potemo trouare dui numeri quadrati che'l composto de quelli non sia quadrato.

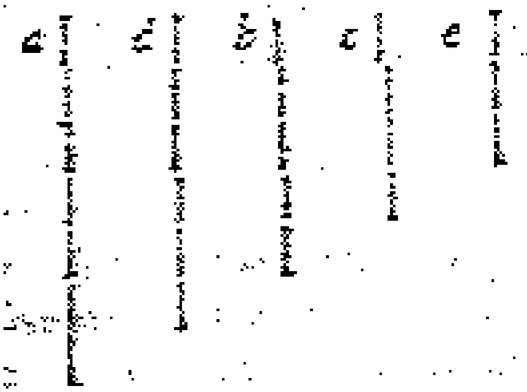
Anchora sia il prodotto de,a,b,in,b,c,(come havemo detto) quadrato & .c. e,numero paro & sia segato,c,a,per la .10. del primo,in due parti equali in põto .d. el presente è manifesto che el quadrato che vien fatto del,a,b,in,b,c,insieme con el quadrato de,c,d,è equale al quadrato de,b,d, sia cavato del,c,d, la unità qual sia,d,e, adonque quello che vien fatto del,a,b,in,b,c,insieme con el quadrato de,c,e,è minor del quadrato che vien fatto del,b,d. Dico adõque che quello quadrato che vien fatto del,a,b,in,b,c,insieme con el quadrato che vien fatto del.c.e. non è quadrato,perche sel è quadrato,per l'adversario,over che le equale a quello che vien fatto del,b,e,over che è menore,ma maggiore non e accio che quello nõ segui la unità, ne anchora che quello che fatto del,a,b,in,b,c, insieme con el quadrato che vien fatto del,c,d,che e equal al quadrato che vien fatto del, b,d, sia equale a quello che vien fatto del,a,b,in,b,c, insieme con el quadrato che vien fatto del,c,e, ma se possibile è, per l'adversario, sia prima che quello che vien fatto del,a,b,in,b,c,insieme con el quadrato che vien fatto del,c,e, equal a quello che vien fatto del,b,e, & sia,g,a, el doppio de essa unità,d,e,perche adonque tutto,a,c, de tutto d,c,d,e doppio,& a,g,e doppio de esso,d,e, adonque & lo rimanente, g,c,per la settima del .7. al rimanente,e,c,e doppio, adonque il detto ponto,e,divide esso,g,c, in due parti equale adonque quello che vien fatto del,g,b,in,b,c,insieme con el quadrato che vien fatto del,c,e,e equale al quadrato che vien fatto del,b,e, & quello prodotto che vien fatto del,a,b,in,b,c, insieme con el quadrato che vien fatto del,c,e. el se suppone esser equale al quadrato del,b,e,adonque quello che vien fatto del,g,b,in,b,c,insieme con el quadrato che vien fatto del,c,e,è equale a quello che vien fatto del,a,b,in,b,c,insieme con el quadrato del,c, e, levando via communamente da l'una banda & l'altra el quadrato del,c,e, seguita per commune scientia, che quello che vien fatto del,a,b,in,b,c, sia equale a quello che vien fatto del,g,b,in,b,c,adonque,a,b, seria equale al,g, b,laqual cosa è impossibile,adonque quello che vien fatto del,a,b,in,b,c,insieme con el quadrato de,c,e, non è equale al quadrato del,b.e. anchor dico che'l non po esser minor del ditto quadrato de,b,e,perche se questo fosse possibile sia el quadrato del,b,f,equale a quello & sia,a,h,el doppio de esso,d,f, & sia condutto un altra volta l'adversario che,h,c,(per la settima del .7.) è el doppio de.c.f, & che f,seghi il detto.h.c.in due parti equali e per questo quello che vien fatto del.h.b in.b.c.insieme cõ el quadrato de f.c. (per la sesta del .2.) è equal al quadrato del b.f.ma el se suppone che quello che vië fatto del. a.b.in.b.c.insieme cõ el quadrato del.c.e.sia equale al quadrato de.b.f.sia adonque condutto l'adversario che q̃llo che vië fatto del.a.b.in.b.c.insieme cõ el quadrato de.c.e. è equal a quello che vien fatto del.h.b.in.b.c.insieme cõ el quadrato de.c.f.che e una cosa absurda adõque q̃llo che vië fatto del.a.b.in.b.c.insieme cõ el quadrato del.c.e,non è minor del quadrato del.b.e. & e stato provato che'l non e equale a quello ne etiam maggiore di quello adõque quello che vië fatto del.a.b.in.b.c.insieme con

el qua-el quadrato de .c. e. non è numero quadrato, & conciosia che 'l sia possibile dimostrar la predetta propositione per piu modi, niente di meno li predetti faremo silentio, accioche la materia da se longa non sia piu longamente prolissa.

Problema. 8. Propositione. 31.

26 Puotemo trovare due linee mediale solamente in potentia communicante
28 lequale contegano superficie mediale delle quale la piu longa possi tanto
30 piu della piu breve, quanto è il quadrato da alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa.

Conciosia che l'Auttore habbia insignato a trovar due linee mediale solamente in potentia communicanti lequale contegano superficie rationale delle quale la piu longha possa piu della piu breve in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza etiam incommensurabile con seco in longhezza. Al presente insegna a trovar due linee mediale solamente in potentia communicante contenente superficie mediale, delle quale la piu longha sia piu potente della piu breve non in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, ma solamente le incommensurabile in longhezza perche quella se ha facilmente per questa, adonque siano le tre linee tolte secondo la dottrina della vigesima seconda .a. b. c. in potentia solamente rationale & in quella solamente communicante & sia .a. piu potente della .b. & .c. in el quadrato d'una linea se incommensurabile in longhezza & sia posto .d. nel mezzo luoco proportionale fra .a. & .b. come insegna la nona del sesto, & sia del .d. al .e. si come del .a. al .c. dico le due linee .d. & .e. esser quelle che cercamo laqual cosa se dimostra in questo modo conciosia ch'el quadrato della linea .d. sia equale alla superficie che è contenuta sotto de .a. & .b. per la prima parte della decima settima del sesto, & la superficie contenuta sotto de .a. & .b. è mediale per la vigesima terza, conciosia che .a. & .b. sono in potentia solamente rationale communicante, per la medesima la linea .d. sarà mediale & perche del .a. al .c. è si come del .d. al .e. & .a. comunica con .c. in potentia solamente, dal presupposito seguita, per la decima quarta, che .e. ancora communichi con .d. solamente in potentia, adonque per la vigesima quinta la linea .e. sera linea mediale & etiam perche .a. e. piu potente della .c. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, anchora la .d. per la sestadecima serà piu potente della .e. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, adonque se le due linee .d. & .e. contengono superficie mediale le manifesto quelle esser quelle che cercamo ma che quelle contenga superficie mediale se haverà in questo modo, conciosia, per el presupposito, che del .a. al .c. sia si come del .d. al .e. permutatamente del .a. al .d. serà si come del .c. al .e. ma del .a. al .d. e si come del .d. al .b. per el presupposito, adonque

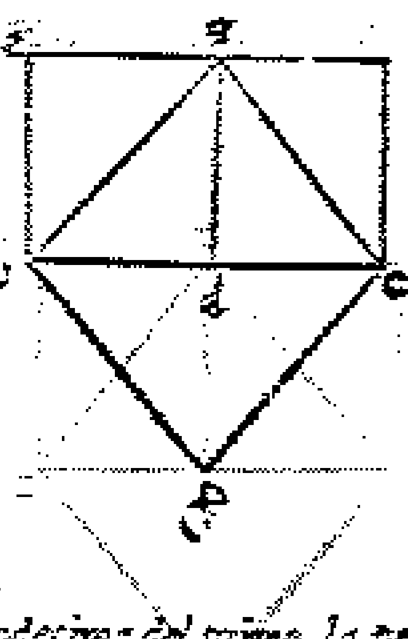


del

del .d. al .b.e. si come del .c. al .e. adonque (per la prima parte della decima sesta del sesto) la superficie che contieneno .d. & .e. è equale a quella che contieneno .c. & .b. ma .b. & .c. contieneno superficie mediale, per la vigesima terza, conciosia che essi siano rationale in potentia solamente communicante, per el presupposito, adonque .d. & .e. contieneno superficie mediale che è il proposito. Et se tu haueste cura di trouare due linee mediale solamente in potentia communicante contenente superficie mediale delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea communicante con sico in longezza, toremo tre linee, secondo la dottrina della vigesima prima, .a.b.c. in potentia solamente rationale & in quella solamente communicante, & ponremo la linea .a. esser piu potente della linea .c. in el quadrato de alcuna linea a se communicante in longezza, & tutte le altre positioni remaneranno come per auanti & con simil argomenti concluderemo le due linee .d. & .e. esser quelle che se propone de trouare, & tutta che le due linee che questa vigesima insegna di trouare, componeno la bimediale seconda, & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella parte che rimane è detta residuo mediale secondo.

Il Tradottore.

Questa ultima parte aggiunta de trouare le dette due linee mediale che la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, nella seconda tradottione se da la propositione & è la vigesima seconda & nella oppositione nel fine ui se aggiunge la presente cioe la seconda parte della presente propositione e della prima parte se ne fa un'altra propositione laqual è la vigesima terza cioe ne fa due propositioni.



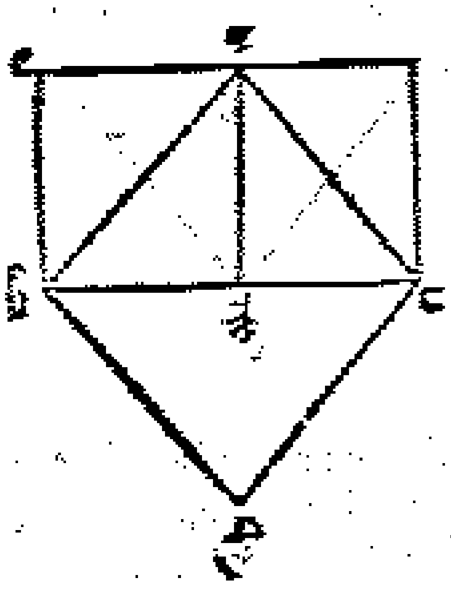
Lemma.

Sia lo triangolo rettangolo .a.b.c. el quale habbia l'angolo .b.a.c. retto, & sia dedutta, per la duodecima del primo, la perpendicolare .a.d. dico che quello rettangolo che è contenuto sotto de .c.b. & .d.b. è equale al quadrato de .b.a. & quello che contenuto sotto de .b.c. & .c.d. è equale al quadrato del .a.c. & quello che contenuto sotto de .d.b. & .d.c. è equale al quadrato che fatto del .a.d. oltra di questo quello che vien contenuto sotto de .b.c. & .a.d. è equal a quello che vien fatto sotto del .b.a. & .a.c. hora in le prime che quello che contenuto sotto del .c.b. & .b.d. sia equale al quadrato del .a.b. perche in el triangolo rettangulo dall'angolo retto in la basa è duttala perpendiculare .a.d. adonque (per la ottaua del sesto) li triangoli .a.b.d. & .a.d.c. sono simili al tutto etiam fra loro, & perche, per la conuersione della diffinitione del sesto, lo triangolo .a.b.c. è simile al triangolo .a.d.b. adonque si come è del .c.b.

al

el,b,a,cioe dal,a,b,al,a,d, adonque quello rettangolo che contenuto sotto del, c,b,& b,d,e equale al quadrato del,a,b, per per laqual cosa anchora quello che contenuto sotto del,b,e,& e,d, e equale al quadrato de,a,e, et perche se in el triangolo rettangolo dal angolo retto in la basa sia dutta la perpendicolare la detta perpendicolare e media proportionale fra li duoi settioni della basa (per el correlario della ottaua del sesto) adonque si come,b,d,al,d,a, cosi,a,d,al,d,e, adonque (per la decima settima del sesto) quello che contenuto sotto del,b,d,&, d,e,e equal al quadrato de,a,d, anchora dico che quello che contenuto sotto de,b, c,& a,d,e equale a quello che e contenuto sotto del,b,a,& a,c, perche come hauemo detto lo triangolo,a,b,e,e simile al triangolo,a,c,d, adonque si come el,b, a,al,a,e,cosi el,d,a,al,a,c,& se seranno quattro linee rette proportionale quello che e contenuto sotto alli estremi per la sesta decima del sesto, e equale a quello che e contenuto sotto alli medij adonque quello che contenuto sotto de,b,a,& c,d, e equale a quello che contenuto sotto de,b,e,& a,c, ouer quanto anchora circonscriueremo lo paralellogramo rettangolo, c,e, & che contiene lo,a,f, anchora lo,c,e, per la quadragesima prima del primo, sera equale a esso,a,f, perche l'uno e l'altro de quelli e doppio de esso triangolo,a,b,c, & lo,c,e, e quello che vien fatto del,a,d,in,b,c, & lo,a,f,e quello che contenuto sotto del,b,a,&, a,c, adonque quello che contenuto sotto de,b,c,& a,d,e equale a quello che contenuto sotto de,b,a,& a,c, perche,a,d,e equale al,c,b.

Il Tradottore.



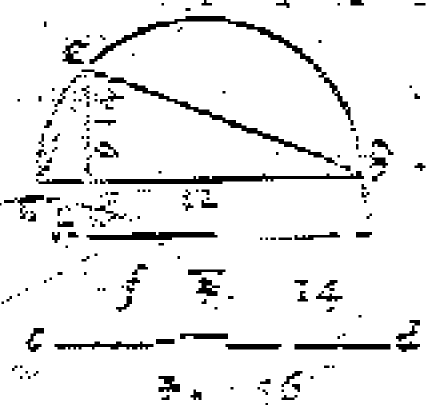
Questo lemma se ritroua solamente nella seconda tradottione & è molto al proposito per dimostrare la propositiō che seguita, cioe doue s'arguisse per la quarta & sesta decima del sesto se uerifica per lo presente lemma.

Problema.9. Propositione.32.

27

3 Possemo trouare due linee potentialmente incommensurabile & che contengano superficie mediale, delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano rationale.

El proposito è di trouare due linee incommensurabile si in potentia come in longhezza lequale contengano superficie mediale & li quadrati de ambidue tolti insieme facciano superficie rationale & a questo toglio (per la uigesima seconda) le due linee,a,b,& c,d,rationale solamente in potentia communicante delle quale la piu longa,qual sia,a,b,sia piu potente de,c,d,in el quadrato de alcuna linea incommencommensurabile con seco in longhezza, oueramente che binomio, ouer linea .5. siue .6. & sopra la linea .a.b. descriuo el mezzo cerchio .a.e.b. & diuido la linea .c.d. in due parti equali in ponto .f. et diuido la linea .a.b. al ponto .g. talmente che la linea .c.f. cada nel mezzo luoco proportionale fra la .a.g. & la .g.b. & qualmente questo si faccia e stato detto in la decimaseptima et pongo che la superficie .h.b. sia fatta del .a.g. in .g.b. et per la prima parte della decimaseptima del sesto, el quadrato della .c.f. sera equale alla superficie .h.b. & perche el quadrato della .c.f. e equale alla quarta parte del quadrato della .c.d. per la quarta del secondo, et gionte la superficie .h.b. manchera a compir la linea .a.b. vna superficie quadrata, con laqual essa .h.b. sia equale al .g.b. et perche la linea .a.b. e piu possente della linea .c.d. in el quadrato de vna linea a se incommensurabile in longhezza dal presupposito la linea .a.g. per la seconda parte della decimaottaua sera incommensurabile alla linea .g.b. adonque dal ponto .g. conduco vna perpendicolare sopra la linea .a.b. per fina alla circonferentia del mezzo cerchio laqual sia .g.e. et protrago le linee .e.a. et .e.b. lequale dico esser quelle che cercamo, perche la .e.g. sera equale alla .c.f. imperoche l'vna, & l'altra cade nel mezzo luoco proportionale fra la .a.g. et .g.b. La prima, per la prima parte del corolario della ottaua del sesto, et la seconda per el presupposito, per laqual cosa, el quadrato dell'vna et dell'altra de quelle, per la prima parte della decimaseptima del sesto, e equale alla superficie del .a.g. in .g.b. laquale e .h.b. adonque essi sono equali, ma perche, per la quarta del sesto, la proportione della .a.e. alla .e.b. e si come della .a.g. al .g.e. et .a.g. et .g.e. et .g.b. sono continuamente proportionale perche sera la proportione della .a.g. alla .g.b. si come quella della .a.e. alla .e.b. duplicata, per laqual cosa (per la decimanona del sesto) el quadrato della linea .a.e. al quadrato della linea .e.b. sera si come la .a.g. alla .g.b. essendo adonque la .a.g. incommensurabile alla .g.b. per la seconda parte della decimanona, el quadrato della .a.e. sera incommensurabile al quadrato della .e.b. per laqual cosa le due linee .a.e. et .e.b. sono incommensurabile in potentia, & perche (per la penultima del primo, el quadrato della .a.b. e equale al li quadrati delle due linee .a.e. et .e.b. tolti insieme, et lo quadrato della .a.b. e rationale, conciosia che la .a.b. e rationale in potentia, per el presupposito, anchora li quadrati delle due linee .a.e. et .e.b. tolti insieme seranno rationali, et se queste due linee contenero superficie mediale hauemo hauuto el proposito & perche la linea .c.d. era rationale in potentia, et in quella solamente communicante alla linea .a.b. per laqual cosa etiam la linea .c.f. e pero etiam la linea .g.e. a se equale, sera rationale, et solamente in potentia communicante con la .a.b. e per tanto, per la vigesimaterza propositione, la superficie della .a.b. in .g.e. e mediale, adonque, perche, per la quarta propositione del sesto libro, & per la



a.g. 8. mil. R. 22
g.b. piu R. 22
e.b. R v 72 men R. 5 168
e.a. R v 72 piu R. 5 168

prima parte della sestadecima propositione del medesimo) la superficie della, a, e, in, e, b, e a quella (cioe alla superficie della, a, b, in, g, e,) equale. Le due linee, a, e, &, e, b, è manifesto, esser quelle che volevamo, & nota che le due linee che insegna di trovare questa vigesima seconda propositione compongono la linea maggiore & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane se dice linea minore.

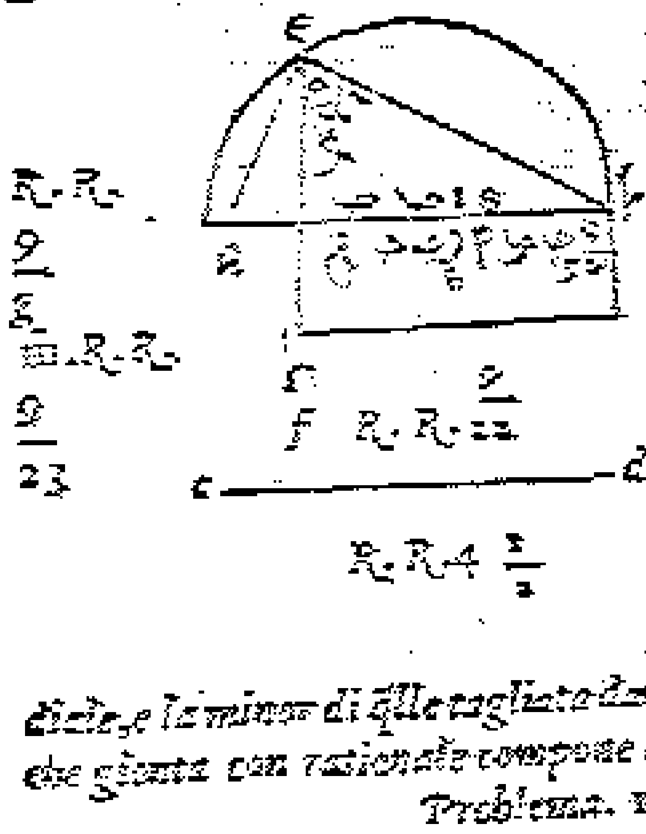
Il Tradottore.

Che la superficie della, a, e, in la, e, b, sia equal alla superficie della, a, b, in la, g, e, è manifesto per lo soprascritto lemma, ma perche il commentatore della prima tradottione non lo trovo fu sforzato a concluder tal cosa (per la quarta del sesto) e per la sestadecima del medesimo come di sopra appare.

Problema. 10. Propositione. 33.

28/34 Proponemo trovare due linee potentialmente incommensurabile & che contenghino superficie rationale delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano mediale.

Sia in questo luoco in tutto la medesima dispositione che è in la precedente, & siano le due linee, a, b, & c, d, quale propone la vigesima & con le sinile argumentationi della precedente le due linee, a, e, & e, b, seranno quelle che propone questa vigesimaterza, perche essendo che la linea, a, b, sia mediale el quadrato de quella (per la vigesimaterza serà mediale e pero li quadrati delle due linee, a, e, & e, b, sono mediale (per la penultima del primo) & perche, a, b, & c, d, contieneno superficie rationale, seguita anchora che della, a, b, in, c, f, (e pero etiam in, g, e, a se equal) contenerà superficie rationale, e per [illegible] etiam la, a, e, in, e, b, adonque è manifesto quello che se cerca, onde le due linee che insegna di trovar questa vigesimaterza componeno la linea potente in rationale e mediale, e la minor di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta linea che gionta con rationale compone il tutto mediale.



Problema. 11. Propositione. 34.

29/35 Proponemo ritrovare due linee potentialmente incommensurabile, & che contenghino superficie mediale, delle quale li duo quadrati tolti insieme sieno mediale incommensurabil al doppio della superficie dell'una in l'altra.

Anchora la dispositione di questa nō sia in cosa alcuna diversa della dispositione delle due precedente, & siano le due linee, a, b, & c, d, (della figura della precedente)

dente, quale propone la .32. & per la precedente argumentatione le due linee, a, e, & e, b, seranno quelle che cercamo, perche conciosia che la, a, b, sia linea mediale li quadrati delle due linee, a, e, & e, b, tolti insieme seranno mediale. & conciosia che la, e, b, & a, d, contengano superficie mediale, seguita che la, a, b, in e, f, e pero etiam in, e, g, a quella equale, contenera superficie mediale, perche ogni superficie communicante una mediale è necessario esser mediale come è stato dimostrato in la vigesima quinta, adonque la superficie de, a, e in e, b, e mediale conciosia che essa sia equale alla superficie de, a, b, in, g, e, & perche la linea, a, b, e incommensurabile alla linea, e, d, sera etiam incommensurabile alla linea, e, f, per laqual cosa etiam alla linea, e, g, per laqual cosa, per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo, la superficie de, a, b, in, e, g, laquale è equale alla superficie della, a, e, ne, e, b, sera incommensurabile al quadrato della linea, a, b, adonque etiam alli quadrati delle due linee, a, e, & e, b, tolti insieme laqual cosa essendo cosi seguita anchora che el doppio della superficie de, a, e, in, e, b, sia incommensurabile alli quadrati delle predette due linee, a, e, & e, b, tolti insieme & questo era da demostrar. Le due linee lequali in segno de trouare questa vigesima quarta componeno la linea potente in due mediale & la minore di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta la linea laquale gionta con mediale fa el tutto mediale.

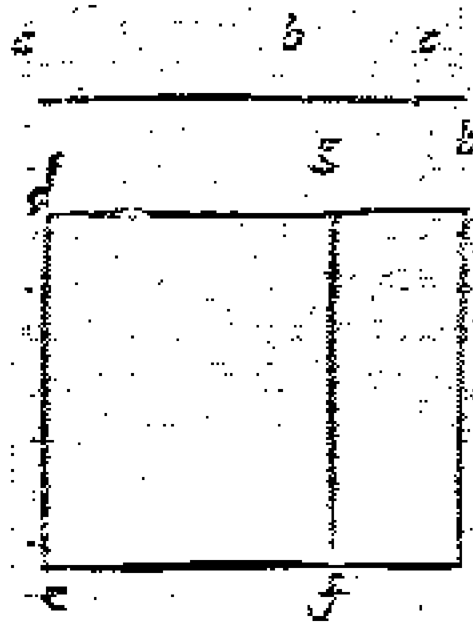
Theorema.24. Propositione.35.

30/36 Se seranno due linee rationale solamente potentia inlie communicante, & siano congionte direttamente in longo, tutta la linea composta da quelle serà irrationale, & è detta binomio.

Siano le due linee, a, b, & b, c, rationale solamente in potentia communicante congionte in continuo & diretto, lequale tu le trouerai per la .21. & vigesima 2. dico che tutta la linea, a, c, composta da quelle essere irrationale & essa e detta binomio, perche, per la quarta del secondo, el quadrato, d, a, c, è equale alli quadrati delle due linee, a, b, & b, c, & al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & li quadrati de ambedue fanno superficie rationale, per el presuppo sito, & el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra fa superficie mediale, per la vigesima terza, adonque li quadrati de ambedue tolti insieme fanno superficie, incommensurabile alla superficie de una di quelle in l'altra, adonque, per la trigesima, el quadrato de, a, c, e incommensurabile alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme per laqual cosa è irrationale, per la diffinitione, conciosia che quelli doi quadrati fanno superficie rationale, e pero el suo lato tetragonico, el quale è, a, c, e ancora irrationale per la diffinitione, adonque è manifesto el proposito.

Theorema.25. Propositione.36.

31/37 Se due linee mediale solamente in potentia communicante, & con-duoi superficie rationale, siano congiunte direttamente, tutta la linea composta da queste serà irrationale, & serà detta bimediale primo.



Siano le due linee, a, b, & b, c, cogiunte in continuo & direttamente, quale vien proposto, lequal trouarai per la uigesima nona & trigesima, dico tutta la linea a, c, esser irrationale, & è chiamata bimediale primo, perche el doppio della superficie de, a, b, in, b, c, e rationale, per el presupposito, & li duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme fano mediale, conciosia che l'uno & l'altro quadrato sia mediale, per el presupposito et uno de quelli communicante all'altro, adonque el doppio della superficie de una di quelle in l'altra e incommunicante alli duoi quadrati tolti insieme adonque tutto lo aggregato del doppio della superficie e di duoi quadrati, e questo è il quadrato de tutta la, a, c, per la quarta del secondo, è incommensurabile al doppio della superficie de una di quelle in l'altra, per la sestadecima di questo, conciosia adonque che il doppio della superficie sia rationale, lo quadrato della, a, c, serà irrationale & pero etiam la linea a, c, che è il proposito.

A demostrare el medesimo altramente, sia la linea, d, e, rationale in longhezza sopra alla quale sia aggionto ouer posto la superficie, d, f, equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, & questa superficie, d, f, serà mediale conciosia che l'uno & l'altro di duoi quadrati sia mediale, per il presupposito, & l'uno di quelli è communicante all'altro per laqual cosa, per la uigesima quarta, la linea, d, g, e rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza al la linea, d, e, un'altra uolta sopra alla linea, f, g, laquale è equale alla, d, e, sia aggionto ouer posto la superficie, f, h, equale al doppio della superficie della, a, b, in, b, c, & la detta superficie, f, h, serà rationale, per el presupposito, per laqual cosa, per la uigesima la linea, g, h, sera rationale in longhezza adunque le due linee, d, g, & g, h, sono potentialmente rationale & in quella solamente communicante, adonque per la trigesima quinta, tutta la linea da quelle composta, laquale è, d, h, e binomio & irrationale, per laqual cosa per la uigesima per destrutione del consequente, la superficie, e, h, e irrationale, & perche, per la quarta del secondo, lo lato tetragonico di quella e la linea a, c, laquale serà irrationale, per la diffinitione laqual cosa bisognaua dimostrare.

Il Tradottore.

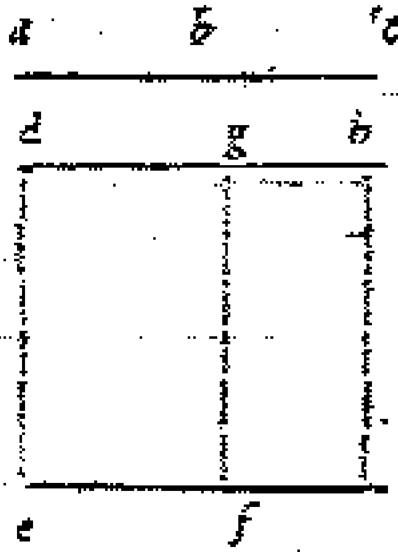
Il medesimo seguiria tolendo la linea, d, e, rationale solamente in potentia, cioè che'l non necessita a tolla rationale in longhezza perche argumentando come nell'altra se trouerà la linea, d, h, esser medesimamente binomio.

Theorema. 26. Propositione. 37.

Se due linee mediali solamente potentialmente communicante &

mediante superficie mediale sian congionte direttamente, tutta la linea serà irrationale & serà detta bimedial secondo.

Siano le due linee. a. b. & b. c. mediale congionte in continuo & diretto come se propone lequale, per la. 31. accade esser trouate. dico tutta la linea. a. c. da quelle composta esser irrationale, & quella e chiamata bimedial secondo, e per dimostrar questo sia la linea. d. e. rationale in longhezza sopra alla quale sia posta ouer aggionta la superficie. d. f. equale alli duoi quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme, & perche, dal presupposito quelli duoi quadrati sono communicante, che l'un e l'altro e mediale, la superficie. d. f. sera mediale, per laqual cosa (per la. 24.) la linea. d. g. (laquale el secondo lato di quella, e rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza alla linea. d. e. un'altra uolta sia aggionto alla linea. g. f. (laquale e equale alla linea. d. e.) la superficie. f. h. equal al doppio della superficie de. a. b. in. b. c. & serà etiam la superficie. f. h. mediale, perche (per el presupposito) la superficie de. a. b. in. b. c. era mediale, adonque el doppio di quella (al quale e equale la. f. h.) sera mediale (per la. 24.) adonque la linea. g. h. e rationale in potentia solamente & incommensurabile in longhezza alla linea. g. f. & perche. a. b. & b. c. son solamente in potentia communicante (per la prima del. 6. & per la seconda parte della. 14. de questo) la superficie dell'una in l'altra sera incommensurabile al quadrato dell'una & dell'altra, ma perche li quadrati de quelle communicano (per el presupposito) sera la detta superficie (per laqual cosa) & il doppio di quella serà incommunicante alli dui quadrati de quelle tolti insieme, adonque le due superficie. d. f. & f. h. sono incommensurabili, adonque (per la prima del. 6. & per la seconda parte della. 14. de questo, la linea. d. g. serà incommensurabile alla linea. g. h. laquale conciosia che la sia rationale in potentia, per la trigesima quinta, tutta la linea. d. h. sera binomio & irrationale adonque (per la trigesima della diffinitione del consequente) la superficie. e. h. serà irrationale, & perche lo lato tetragonico di quella (per la quarta del secondo) e la linea. a. c. seguita, per la diffinitione, che la linea. a. c. sia irrationale che era el proposito da dimostrare.



Il Tradottore.

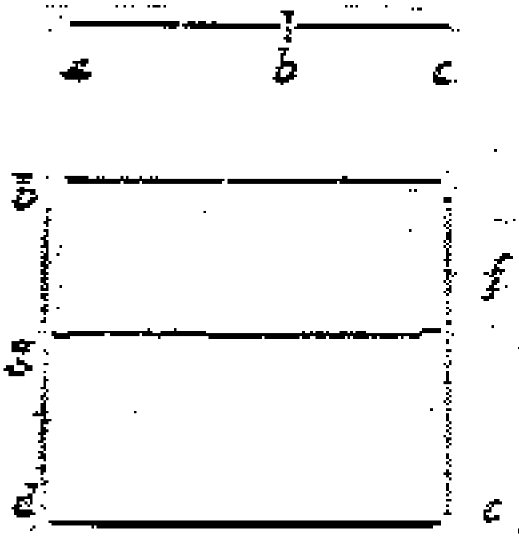
Similmente in questa come fu detto sopra la precedente el non e necessario a tor la linea. d. e. rationale in longhezza ma ci basta a torla, largo modo, rationale & arguendo come di sopra seguirà medemamente la linea. d. h. esser binomio.

Theorema. 27. Propositione. 38.

33 Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommensurabile,
39 & che contengano superficie mediale, delle quale ambedui li quadrati tolti

insieme siano rationale, tutta la linea serà irrationale, & quella serà detta linea maggiore.

Siano le due linee, a, b, & b, c, congionte in continuo & direttosi come se propone, lequale se trouano per la trigesimasecõda dico la, a, c, de quelle composta esser linea irrationale, & esser dnomata linea maggiore, perche consiosia, che ambi li quadrati tolti insieme siano rationale, & la superficie dell'vna in l'altra superficie mediale per el presupposito, per laqual cosa etiam el doppio di quella serà mediale, el tutto di duoi quadrati tolti insieme serà incommunicante, al doppio della superficie dell'vna in l'altra, adonque tutto lo aggregato delli dui quadrati, & dal doppio della superficie, & questo è equale al quadrato de, a, c, per la quarta del secondo, serà per la 13. de questo incommensurabile alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme, adonque per la diffinitione, el quadrato della linea, a, c, e irrationale



etiam la linea, a, c, irrationale, cõe e il proposito, a demostrare el medesimo altramente si come in la precedente, alla linea, d, e, laquale sia rationale solamente in longhezza, sia aggiunta la superficie, d, f, laqual sia equale alli dui quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme, & serà rationale per el presupposito, per laqual cosa per la 20. el secondo lato di quella, el qual, e, d, g, serà anchora rationale in longhezza, & communicante alla linea, d, e, anchor sopra alla linea, f, g, sia aggiunta la superficie, f, h, equale al doppio della superficie de, a, b, in b, c, & serà mediale per el presupposito per laqual cosa per la 24. la linea, g, h, laquale è el secondo lato di quella e irrationale solamẽte in potentia adonque, per la 33 la linea, d, h, e binomio & irrationale, e però per la 20. dalla diffinitione del conseguente, la superficie, e, h, e irrationale per laqual cosa lo lato tetragonico di quella, el qual per la 4. del 2. e la linea, a, c. e irrationale per la diffinitione, laqual cosa volevamo dimostrare.

Il Tradottore.

Medemamente come nelle altre e stato detto el non e necessario in questa a tor la linea, d, e, rationale in longhezza, ma basta che sia rationale, & concluderasse il medemo.

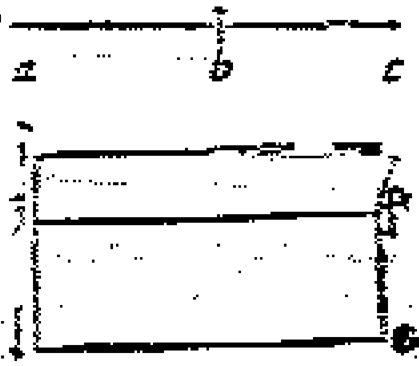
Theorema. 28. Propositione. 39.

34. Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommensurabile,
40 & contenenti superficie rationale delle quale ambi li quadrati tolti insieme siano mediale tutta la linea serà irrationale, & serà detta potente irrationale e mediale.

Siano come in la precedẽte le due linee, a, b, & b, c, in continuo & diretto cõ

giunte

giunte come se propone & queste sono da esser trouate per la.33. Dico che tutta la linea, a, c, da quelle composta, serà irrationale, & quella è chiamata linea potente in rationale e mediale, perche conciosia che la superficie de, a, b, in, b, c, sia rationale per el presupposito, e però etiam el doppio de quella, & ambi li quadrati tolti insieme sono mediale seguita, per la. 4. del secondo & per la terza decima de questo si come in la precedente, che'l quadrato di tutta la, a, c, sia incommunicante al doppio della superficie de, a, in, b, c, adonque, per la diffinitione, quello è irrationale, & la linea, a, c, irrationale che è el proposito, a demostrar el medemo per vn'altro modo, sia come in la precedente la linea, d, e, rationale in longhezza, et a quella sia agionta la superficie, d, f, equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme, & serà mediale dal presupposito, adonque per la. 22. la linea, d, g, serà rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea d, e, Et sia la superficie, f, h, agionta alla linea, g, f, equal al doppio della superficie de, a, b, in, b, c, & serà rationale, per el presupposito, & però per la. 20. lo secondo lato di quella el quale e, g, h, serà rationale in longhezza per laqual cosa per la. 34. la linea, d, h, e binomio, & irrationale, & la superficie, e, h, per la. 20. dalla diffinitione del consequente, e irrationale adonque conciosia che la linea, a, c, sia il lato tetragonico di quella per la. 5. del. 2. seguita che la, a, c, sia irrationale per la diffinitione adonque è manifesto il proposito.



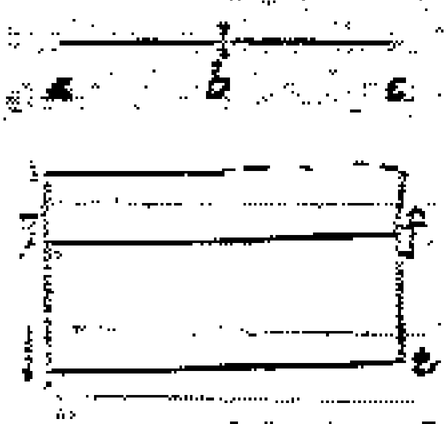
Il Tradottore.

Quel medesimo che è detto della linea, d, e, sopra le passate il medesimo si si debbe intendere in questa & nella sequente.

Theorema. 29. Propositione. 40.

55 Quando seranno congionte due linee potentialmente incommensurabili
41 & contenente superficie mediale delle quale ambi li quadrati tolti insieme sia mediale, incommensurabile al doppio della superficie dell'vna in l'altra, tutta la linea serà irrationale, & serà detta potente in due mediale.

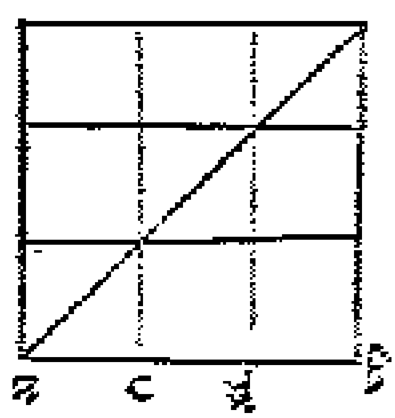
Sian anchor le due linee, a, b, & b, c, in continuo & direttamente congionte, come se propone lequale sono da esser tolte per la. 35. dico che la linea, a, c, composta da quelle, e irrationale & quella e detta potente in due mediale, & a demostrar questo sia aggionto alla linea, d, e, laqual sia rationale in longhezza, la superficie, d, f, equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme, et se serà mediale per el presupposito per laqual cosa per la. 22. la linea, d, g, serà rationale in potentia solamente, et incommensurabile alla linea, d, e, rationale in longhezza, vn'altra volta alla linea, g, f, laquale e equale alla, d, e, sia aggionta la superficie, f, h.



cie, f, h, laqual sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra, serà anchor dal presupposito, mediale per laqual cosa (per la. 24.) la linea, g, h, serà rationale solamente in potentia, ma perche per el presupposito, ambidui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra el seguita che d, f, sia incommensurabile al, f, h, per laqual cosa per la prima del. 6. & per la seconda parte della. 14. de questo la linea, d, g, è incommensurabile alla, g, h, adonque (per la. 35.) la linea, d, h, e binomio & irrationale, adonque la superficie, e, h, e irrationale, & similmente lo lato tetragonico di quella elquale a, c, come in la precedente per laqual cosa e manifesto el proposito, ma se il doppio della superficie della, a, b, in, b, c, non fusse incommensurabile a ambidui li quadrati tolti insieme, seria la linea, a, c, mediale, perche la superficie, d, f, seria commensurabile alla, f, h, e pero & la linea, d, g, alla linea, g, h, adonque tutta la, d, h, seria rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza alla linea, d, e, adonque per la. 24. la superficie, e, h, seria mediale lo lato tetragonico di quella elqual è la, a, c, seria linea mediale che è il proposito e acciochè la dottrina delle cose che sequitano si faccia piu facile havemo pensato de demostrare prima duoi antecedenti delli quali el primo è questo.

Antecedente primo.

35 Se alcuna linea sia divisa in due parti inequali li quadrati de ambe le settioni tolti insieme, sono tanto piu del doppio della superficie dell'una in laltra quanto è il quadrato de quella linea in laqual la maggior eccede la minore.

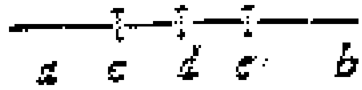


Hor sia la linea, a, b, divisa in due parti equali in ponto, c, & sia la parte maggiore, c, b, della qual sia tolto la, c, d, equale alla, a, c. Dico che li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, sono piu del doppio della superficie dell'una in l'altra in el quadrato della linea d, b, perche quello che vien fatto dalla, a, c, in la, c, b, due volte, con li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, è equale a quello che vien fatto dal, a, c, in, c, b, quattro volte, con el quadrato della, d, b, impero che l'una e l'altra di questi summe sono equale al quadrato della linea, a, b, el primo per la. 4. del secondo, e lo secondo, per la ottava del medesimo, adonque levado via dall'una e dall'altra summa cose equale, cioe quello che vien fatto dal, a, c, in, c, b, due volte li residui liquali sono del primo, li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, e del secondo quello che vien fatto dal, a, c, in, c, b, due volte con el quadrato della, d, b, seranno equali per laqual cosa è manifesto

el pro-el proposito. adonque da questo è manifesto che se alcuna linea serà divisa in due parti inequali li quadrati d'ambe le parti tolti insieme seranno piu del doppio del la superficie dell'una di quelle in l'altra, & per questa causa lo havemo proposto.

36 Se alcuna linea ha divisa in due parti inequali, & anchora in altre due
42 parti inequali li dui quadrati delle due parti piu inequali tolti insieme son tanto piu delli dui quadrati delle due parti men inequali tolti insieme quanto è el doppio del quadrato de quella linea, laquale e fra l'una & l'altra settione, & lo quadruppio de quello che vien fatto dalla medesima linea in quella che è fra 'l ponto della settion delle parti men inequali e il ponto che divide tutta la linea in due parti equali.

Sia la linea, a, b, divisa in due parti inequali in ponto, d, e poi al



tra anchora in altre due parti inequali in ponto, d, e poi al tra volta in due parti inequali in ponto, c, dico che li quadrati delle due parti piu inequale lequal son, a, c, & c, b, son tanto piu delli dui quadrati delle due linee meno inequal lequal son, a, d, & d, b, quanto è il doppio del quadrato della linea, c, d, e lo quadruppio de quello che vien fatto dalla, c, d, in la, d, e, perche per la. 9. del secondo, li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, tolti insieme sono doppij alli quadrati delle due linee, b, e, & e, c, tolti insieme, e per la medesima. 9. del secondo li quadrati delle due linee, a, d, & d, b, tolti insieme, sono doppij al li quadrati delle due linee, b, e, & e, d, tolti insieme. adonque li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, tolti insieme, eccedeno li quadrati delle due linee, a, d, & d, b, tolti insieme in quello che il doppio del quadrato della linea, c, e, eccede el doppio del quadrato della linea, d, e, e questo (per la quarta del secondo è tanto quanto che è il doppio del quadrato della linea, c, d, & lo quadruplo de quello che vien fatto dalla, c, d, in la, d, e, per laqual cosa e manifesto il proposito, per questo e manifesto che quanto piu seranno le settione de alcuna linea inequale, tanto piu seranno maggiori li quadrati di quelle tolti insieme, & questo e quello per il quale havemo premesso questo.

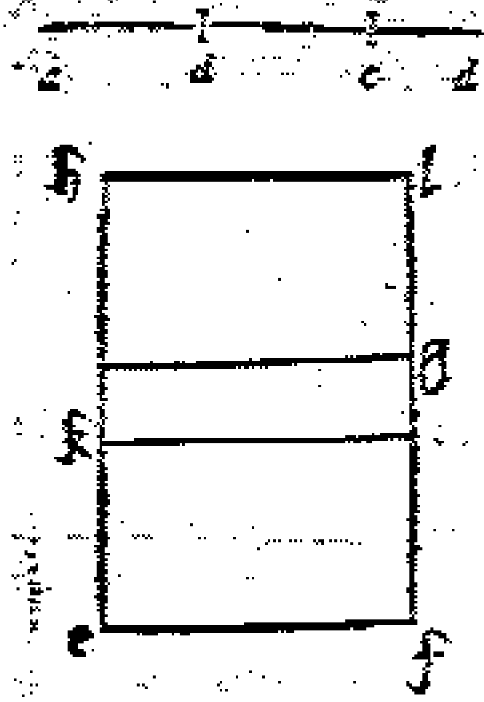
Il Tradottore.

Che la differentia del doppio del quadrato della, c, e el doppio del quadrato della, d, e, sia tanto quanto il doppio del quadrato della, c, d, & il quadruplo del fatto della, c, d, in la, d, e, per la. 4. del. 2. le manifesto in questo modo perche tu sai quadrato della, c, e, e maggiore d'un sol quadrato della, d, e, in un quadrato dell'altra parte, d, c, & in el doppio della superficie della, c, d, in la, d, e, adonque duplicando l'un & l'altro quadrato se duplicarà la lor differentia, cioe che li dui quadrati della, c, e, eccederanno li dui quadrati della, d, e, nel doppio del quadrato dell'altra parte, c, d, & nel quadruplo della superficie della, c, d, in la, d, e, come di sopra si conclude che e il proposito.

Theorema. 30 Propositione. 41.

36 Egli e impossibile esser diviso un binomio in altre due linee sotto altro
42 [illegible], di quelle, delle quale e congionto, & nominato.

Sia



Sia la linea, a, b, binomio & per la .35. sera com posta da due linee in potentia solamente rationale cõ municãte, lequale siano, a, c, &, c, b, dico che egli e im possibile quella esser divisa in altre due linee sotto qu esta diffinitione, cioe che esse siano rationale & in potentia solamente communicante, perche se gli e pos sibile per l'adversario, sia divisa in, a, d, &, d, b, lequale siano rationale solamente in potentia commu nicãte sia anchora la linea, e, f, rationale in longhez za alla quale sia agiunta la superficie, e, g, laqual sia equale alli quadrati delle due linee, a, c, &, c, b, tolte insieme, & la superficie, f, h, laqual sia equale al qua drato della linea, a, b, & la superficie, e, g, serà ratio nale imperoche l'uno e l'altro di quadrati delle linee a, c, &, c, b, tolti insieme e rationale per el presuppo sito, & la superficie, g, h, serà mediale, per la .23. perche essa e equale al doppio della superficie della, a, c, in la, c, b, per la .4. del .2. adonque sia un'altra volta la superficie, f, K, equal alli quadrati delle due linee, a, d, &, d, b, tolti insieme, li quali con ciosia che siano diversi dalle due linee, a, c, &, c, b, per lo .2. di antece cedenti avanti demostrati, la superficie, f, K, serà diversa dalla superficie, e, g, adonque la differentia de quelle sia la K, g, & per la quarta del secondo lo eccesso della superficie, f, h, sopra la, f, K, laqual sia, K, l, serà equale al doppio de quel lo che vien fatto dalla, a, d, in, d, b, & per questo etiam la superficie, f, K, serà ra tionale, e la superficie, K, l, serà mediale, adonque la superficie, K, g, cõciosia che la sia la differentia delle due superficie rationali, lequale sono, e, g, & f, K, serà rationale perche la rationale non e differente dal rationale se non in quantità rationale, & questo dico dalla diffinitione, & dalla duodecima di questo, lequa e confirmano questo, anchora la medesima, conciosia che quella sia la differen tia delle due superficie mediale, lequale sono, g, h, &, K, l, per la vigesimasesta, serà irrationale, laqual cosa e impossibile.

Theorema. 31. Propositione. 42.

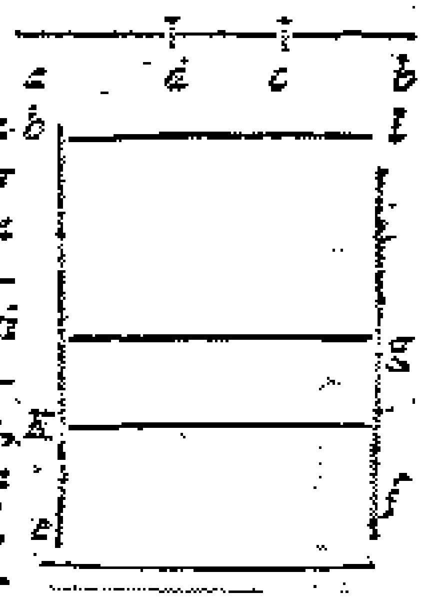
37 La bimediale prima, divisa secondo el suo termine, in due linee mediale,
43 le impossibile a dividere la medesima in altre due mediale, sotto el termine di quelle.

Sia anchora in questo luoco la linea, a, b, bimedial prima divisa i due linee me diale solamẽte in potẽtia communicante, & che contegano superficie rationale dalle quale la vigesimasesta afferma quella esser cõposta, lequale siano, a, c, &, c, b. Dico che e impossibile quella esser divisa in altre due linee, sotto la diffinitione di quelle, laqual cosa, se serà possibile per l'adversario, dividerò quella in ponto, d, e, tol ta la linea, e, f, rationale et sia aggionto a quella la superficie, e, g, equale alli doi qua drati delle due linee, a, c, et, c, b, & la superficie, f, h, equale al quadrato della, a,b, & la superficie,f,k, equale alli quadrati delle due linee,a,d, & d,b, & per la quarta del secondo, la superficie,g,h, serà equale al doppio della superficie della,a,c, in,c,b, e per lo medesimo, la superficie,k,l, serà equale al doppio della superficie della,a,d, in la,d,b, per el presupposito, anchora l'una e l'altra delle due superficie,e,g, & ,k,f, serà mediale e l'una e l'altra delle due,g,h, & ,k,l, serà rationale, e questo è impossibile, perche per el primo la superficie,k,g, seria irrationale per la vigesimasesta, e per el secondo, la medesima seria rationale per la diffinitione e per la duodecima, laqual cosa è inconueniente.

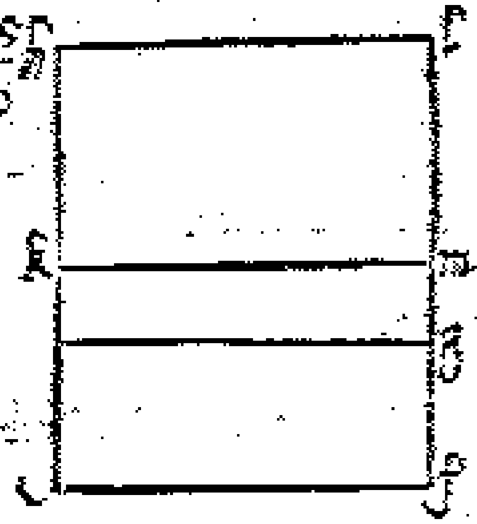
Theorema 32. Propositione 43.

38 El bimedial secondo, non puol esser diuiso se non solamente in le due linee
44 sotto el suo termine.

Sia come per auanti la linea,a,b, bimedial secondo diuisa in le due linee,a,c, & ,c,b, mediale solamente in potentia communicante, & continenti superficie mediale, dalle quale la trigesimasettima propone quella esser composta. Dico che egliè impossibile quella esser diuisa in altre due linee senza la diffinitione di quelle, & essendo altramente, sia diuisa in,d, & siano come per auanti la superficie,e,g,f,h, & ,f,k, aggiunte alle linee,e,f, rationale, & per lo presente presupposito, le superficie,e,k, g, & ,g,h, l'una & l'altra serà mediale, per laqual cosa per la vigesimaquarta, l'una et l'altra delle due linee,f, g, & ,g,l, serà rationale in potentia solamente non communicante in longhezza alla linea,e,f, ma perche le due linee,a,c, & ,c,b, erano incommensurabile in longhezza seguita per la prima del sesto, & per la seconda parte della decimaquarta de questo che l'uno & l'altro di quadrati delle linee,a,c, & ,c,b, sia incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra conciosia che li detti quadrati communicano dal presupposito seguita che ambidui li quadrati tolti insieme sian incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra e pero etiam al doppio de quella per laqual cosa la superficie,e,g, e incommensurabile alla superficie,g,h, & la linea,g,f, alla linea,g,l, per la prima del sesto & per la seconda parte della decimaquarta, adonque per la trigesimaquinta la linea,f,l, e binomio diuisa secondo el suo termine in ponto,g, & per el medesimo modo se approua è quella esser binomio per mezzo delle superficie,e,m, & ,m, h, diuisa secondo el suo termine in ponto,m, laqual cosa è impossibile per la quadragesima prima perche el nō puo esser detto che la linea,f,l, sia diuisa alli duoi pōti,g, & m, in parti cōsimili, perche essendo cosi seria la linea,f,m, equale alla, g,l, ma quella è maggiore della linea,m,l, come è manifesto del primo di premessi antecedēti de queste et per la prima del sesto, conciosia che la superficie,e, m, sia maggiore della superficie,h,m, & il modo della demostratione di ōsta puo



esser commune alla quadragesima seconda & alle al tre che seguitano quella.

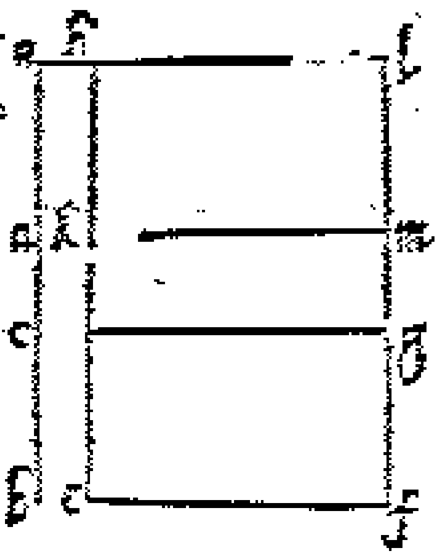


35 41

Theorema .33. Propositione .44.

La linea maggiore se non solamente in le due linee da le quale è composta sotto al termine di quelle, non puo esser diuisa.

Sia anchora questa linea maggiore .a.b. diuisa in põto .c. in due linee potẽti almẽte incõmensurabili cõ tinenti superficie mediale delle quale ambedui li quadrati loro insieme siano rationale, perche da tale linee è cõposta come afferma la trigesima ottaua, dico che egli è impossibile ad altro ponto essere diuisa quella in altre due linee, sotto quella diffinitione & se questo è possibile, sia diuisa al ponto .d. rimangono sotto a questa la medesima figura & li medesimi presupposti come per auanti & arguisse come in la quadragesima prima, la superficie .g.k. esser rationale & irrationale laqual cosa è impossibile.



45 46

Theorema .34. Propositione .45.

La linea potente in rationale & mediale, non se diuide sotto el suo termine, se non solamente in le sue due linee.

Anchora questa quadragesima quinta sitte la prima figura et positiõ eccetto che detta linea .a.b. sie diuisa in põto .c. in quelle due linee delle quale la trigesima nona dice quella esser composta, se approua si come in la quadragesima seconda, & essendo altramente di quello che'l propone, serà la superficie .k.g. rationale & irrationale, laqual cosa non puol esser.

Theorema .35. Propositione .46.

45 La linea potente in due mediale non puol esser diuisa in altre due linee sotto
47 el termine di quelle dalle quale è congiunta, ma solamente è diuisibile in le sue due dalle quale è composta.

Perche questa quadragesima sesta diuisa linea .a.b. al põto .c. quelle linee dalle quale la quadragesima dimostra quella esser composta, & stante tutte le altre cose come di sopra, si la figura come le positioni se approua si come la quadragesima terza, perche dato el contrario del proposito, seguita il contrario della quadragesima prima laqual cosa è impossibile.

Secon-

Seconde diffinitioni.

Se la parte piu longa del binomio, sera piu potente della piu breue per [illegible] simento del quadrato d'una linea communicante in longhezza alla medesima parte piu longa, & se da poi la medesima parte piu longa sera communicante a una linea posta rationale, quello se chiamarà binomio primo, Ma se sera la parte piu corta che communichi con la detta linea posta rationale se dirà binomio secondo, & se ne l'una ne l'altra delle dette parti di quello communicharà con la detta linea posta rationale se chiamarà binomio terzo.

Il Tradottore.

In le sopra scritte diffinitioni & in quelle che seguitano l'Auttore ne da a cognoscere le specie di binomij lequale sono sei & in questa prima parte sotto breuitate diffinisse il primo secondo & terzo, & perche le due linee che compongono el binomio in genere per la vigesima quinta sono rationale & solamente in potentia communicante. onde seguita che cadauna di quelle, per lo conuerso della quinta diffinitione della seconda tradottione, a fortiore sera commensurabile in potentia con la nostra proposta rationale cioè con la nostra pertica, ouer piede, o passo, o onza, ouer altra misura formata a nostro piacere con la quale trattiamo perche se quelle non communicassino ne in longhezza ne in potentia con la nostra proposta rationale, le non seriano rationale, che seria contra al presupposito, vero è che ambedue non possono esser commensurabile in longhezza con detta nostra proposta rationale, perche, per la decima, seriano fra loro commensurabile in longhezza che seria contra la trigesimaquinta, ma solamente una, ouer niuna sera commensurabile in longhezza con la detta nostra proposta rationale, anchor dico che le dette due linee che compongono el binomio in genere, ouer che la piu longa e piu potente della piu breue nel quadrato d'una linea commensurabile in longhezza con la medesima linea piu longa, ouer incommensurabile. Tornando adunque al proposito quando la parte piu longa del binomio sera piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea commensurabile in longhezza con la detta parte piu longa quel tal binomio sera ouer il primo, ouer il secondo ouer il terzo, perche ouer che una delle dette parti, ouer linee sera communicante in longhezza con la nostra proposta misura rationale, ouer niuna, se gli ne sera una ouer che sera la piu longa, ouer la piu corta, se la sera la piu longa sera detto binomio primo, se la sera la piu corta sera chiamato binomio secondo & se niuna di quelle sera communicante in longhezza alla detta nostra misura sera nominato binomio terzo, ma bisogna notare che quella parte che sera communicante in longhezza con la nostra misura sera numerabile in longhezza, cioe, che la sera un numero di quella misura che operaremo (sia pertica, piede, o altra misura formata a nostro piacere. Et quella parte che non sera communicante in longhezza con la detta nostra misura non sera numerabile in longhezza, cioe con la sua longhezza non se potra dar ne assignare per numero, ma solamente la sua potentia cioe il suo quadrato serà rationale, & queste tale da prattici sono dette radi ce sorde, come fu detto sopra la quinta diffinitione terza della seconda tradutione, niente dimeno nelle quantità essendo linee, come piu uolte è stato detto, sono chiamate rationale p esser la sua possanza rationale, uero è che se tai radice, ouer quantità fusseno superficie ben seriano dette irrationale per la uigesima terza & chiamasse superficie mediale & questo credo serà bastante per la dechiaratione del primo, secondo, & terzo binomio, hor ueniamo alla seconda parte.

Diffinitioni successiue alle precedente.

Anchora se la parte piu longa puol tanto piu della piu breue quanto e il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza alla detta parte piu longa & se la piu lõga poi de le dette parti serà cõmunicante in lõghezza a una posta rationale quella se chiamarà binomio quarto. Ma se serà la piu breue che communichi in longhezza con detta posta rationale se nominarà binomio, quinto, & se serà che ne l'una ne l'altra delle dette portion di quella communichi con la detta posta rationale serà detto binomio sesto.

Il Tradottore.

Questa seconda parte de diffinitioni quantunque la sia posta dissiunta dalla precedente tu l'hauerai a intendere congionta cõ la prima successiuamẽte, nella qual seconda parte se manifesta quando che la maggiore, delle due linee componenti el binomio in genere serà piu potente della piu breue nel quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa quel tal binomio serà ouer el quarto, ouer il quinto, ouer il sesto, perche ouero una delle due linee componente quello serà communicante in longhezza con la nostra presupposta misura, ouer niuna se gli ne serà una, ouer che la serà la piu longa, ouer che la serà piu breue, se la serà la piu longa serà detto binomio quarto, se la serà la piu corta serà chiamato binomio quinto, & se niuna serà detto binomio sesto, si uede adonque che el primo binomio non è differente dal quarto, ne el secondo dal quinto, ne el terzo dal sesto, saluo che la linea piu longa, delle due componente quello, e piu potente della piu corta nel quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longa & questo credo sia bastante a delucidatione delle soprascritte diffinitioni.

Problema. 12. Propositione. 47.

47 Puotemo trouare el primo binomio. Nella tradution seconda è piu breue
48 & ne pone il b.

Sia la linea a la posta rationale, & sia tolti duoi numeri quadrati b. & c. di quali. c. sia diuisibile in un numero quadrato, qual sia d. & in uno non quadrato, qual sia e. & sia posto la proportione del quadrato della linea a al quadrato della linea f. g. si come del numero b. al numero c. & p la secõda parte della noua,

la linea

la linea, f, g, serà communicante alla linea, a, (posta rationale) in longhezza sopra a quella adonque sia lineato el mezzo cerchio, f, g, h, & sia la proportione del quadrato della linea, f, g, al quadrato della linea f, h, si come del c, al, d, & sia dutta la linea, g, h, dico adonque le due linee, f, g, & g, h, congionte direttamente (componere el binomio primo perche la linea, f, g, (laquale è la piu longa) e piu potente della linea, g, h, (laquale è la piu corta) in el quadrato della linea, f, h, per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo, & la linea, f, h, communica alla linea, f, g, in longhezza, per la seconda parte della nona, conciosia che la proportion di quadrati de dette, f, g, & f, h, sia si come di duoi numeri quadrati liquali sono, c, & d, & la linea, g, h, se convence esser rationale in potentia solamente non communicante alla linea, f, g, in longhezza e pero ne etiam alla linea, a, posta rationale, perche conciosia che el quadrato della linea, f, g, al quadrato della linea, f, h, sia si come el numero, c, al numero, d, per la eversa proportionalità el quadrato della linea, f, g, al quadrato della linea, g, h, serà si come el numero, c, al numero, e, conciosia adonque che, c, sia numero quadrato & e, non quadrato seguita per la ultima parte della nona, che la linea, g, h, sia incommensurabile alla linea, f, g, in longhezza rimane adonque essa linea, g, h, esser rationale solamente in potentia & per la diffinitione le linee, f, g, & g, h, componere binomio primo che era da trovare.

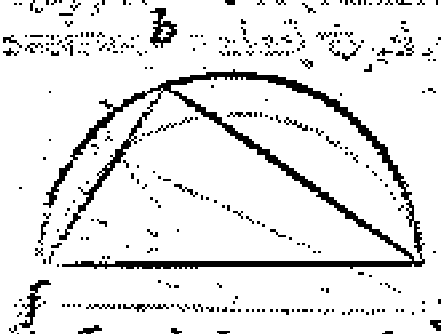
Per trovarlo praticamente piglia la, a, per una misura. Onde lo quadrato della, f, g, in tal supposito saria 4, poi per seguire come di sotto vedi. Se 16. mi da 9. che darà □ f, g, 4. opera che in tal supposito te daria 2 $\frac{1}{4}$ per il □ della, f, h, qual trato del □ f, g, che è 4. restaria 1 $\frac{3}{4}$ per il □ della, h, g, onde con tal positione tal binomio saria 2. p. R. 1 $\frac{3}{4}$. Ma supponendo la misura, a, piedi. 6. il □ della, f, g, veniria a esser piedi 144. superficiali, et il □ della, f, h, seria 81. & il □ della, h, g, 63. & la simplice, h, g, saria R. 63. & la, f, g, 12. el binomio saria 12. p. R. 63.

Supponendo la, a, per una misura simplice vz. p. 1. la, b, 4 non quadrato. la c, per 16. la d, per 9. la e, per 7.

Il Tradottore.

Se per caso la nostra misura, a, fusse quella che se chiama pertica divisa in piedi sei & che il numero, b, fusse quatro & il numero, c, sedeci diviso in d, & e, & d, fusse nove, & e, sette la linea, f, g, veria a esser piedi dodeci & la linea f, h, piedi nove & la linea, h, g, veria a esser la radice quadrata de sessanta tre piedi superficiali cioe che il quadrato della linea, h, g, seria sessanta tre piedi superficiali cioe sessanta tre quadretti d'un pie per faccia come fu detto sopra la prima di questa.

diffinitione del secondo adunque la linea, f g, giunta con la, g h, da pratici se descriueria in questa forma, 12. piu R. 63. & questo composto sera binomio primo per la diffinitione del binomio primo. Et questo essempio lo ho posto per aprirti li occhi al veder queste cose alla pratica si in questa come nelle sequente,



si che notala bene perche per l'aduenire piu non adduro essempio in numeri per non confondere lo intelletto ma per te medesimo supponendo la linea, a, diuisa secondo che ti parera per schiuar rotti, & bisogna notare che si potea senza trouare la linea, f h, trouar prima la, h, g, cioe che il quadrato della, f g, al quadrato della, h g, sia si come il numero, c, al numero e.

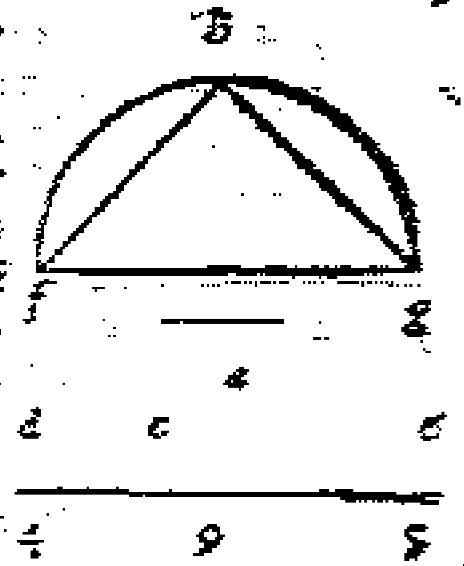
Problema. 13. Propositione. 43.

43
49 Puotemo inuestigare il secondo binomio.

Questa operatione e molto lõga, ma q̃lla di Theone assai piu breue e chiara.

Sia come per auanti la linea posta rationale, a, et lo numero, b, quadrato, & c, sia numero non quadrato diuisibile in d, non quadrato, & in e, quadrato, tamen in tal modo che la proportione de tutto, c, el quale e numero non quadrato, al d, el qual e anchora numero nõ quadrato, sia si come de duoi numeri quadrati, & tal numero e. 12. & 48. perche el. 12. e diuisibile in 9. numero quadrato, & in 3. numero non quadrato, & la proportione de 12. a 3. e si come 16. a 4. di quali l'uno e l'altro numero quadrato, per lo medesimo modo. 48. e diuisibile in 36. e. 12. & tai numeri cosi li trouerai. Sia, a, numero quadrato, & sia anchor, b, minore de una unita del ditto, a, el quadrato del quale sia, c, & dal, b, in, a, peruenga, d, & per la prima delli incidenti la sestadecima del nono el numero b, sera la differentia del, d, al, c, sia dutto el medesimo, a, in, c, & peruenga, e, & per la prima parte del correlario della seconda del nono, e, sera quadrato impero che l'uno e l'altro di numeri, c, & e, e quadrato (per el presupposito) sia fatto una altra volta, f, dal, a, in, d, & f, sera quello el qual cercamo perche, per la ultima parte del detto correlario, lo numero, f, sera non quadrato impero che'l numero, d, si è non quadrato, perche se'l numero, d, fusse quadrato ancora el, b, seria quadrato, per la seconda parte del medesimo correlario della seconda del nono, & per la vigesimaterza del ottauo, & perche, a, e numero quadrato cascaria per la decimasettima del medesimo uno terzo continuamente proportionale fra, a, & b, laqual cosa è impossibile conciosia che sono dutti per

ti per



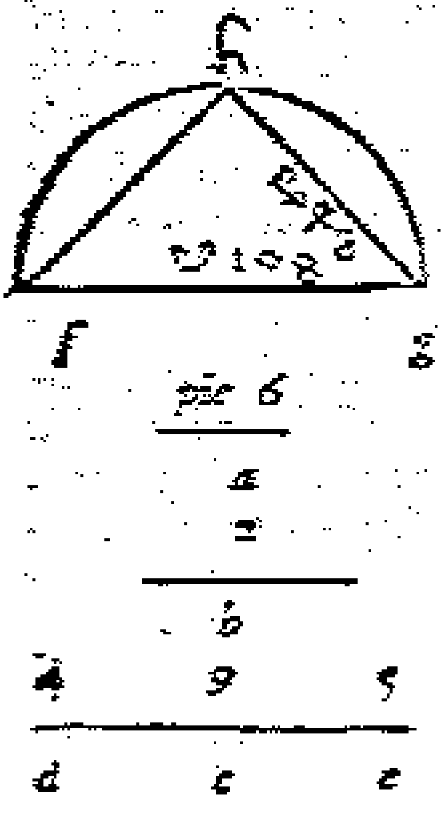
& per una sola unità. adunque el .d. non è quadrato, perlaqualcosa ne etiam .f. è quadrato, & .f. è equale al .d. & al .e. perche conciosia che .b. sia la differentia del .a. al .c. (come è manifesto per le cose precedente) serà (per la prima delli incidenti sopra la sestadecima del nono) quello che vien fatto del .a. in .d. è equale a quelli duoi prodotti che vengano fatti dal .a. in .b. & in .c. & perche dal .a. in .b. vien fatto el .f. & in .c. vien fatto .e. seguita che .d. sia la differentia del .f. al .e. & perche (per la decimanona del settimo) del .f. al .e. è si come del .d. al .c. permutatamente del .f. al .d. serà si come del .e. al .c. & conciosia che l'uno e l'altro di duoi numeri .e. & .c. sia quadrato è manifesto lo numero .f. esser tal qual volemo, perche è numero non quadrato divisibile in .d. non quadrato et in .e. quadrato, la proportione de quello al .d. è si come de quadrato a quadrato cioe come del .e. al .c. onde l'altre cose siano come per avanti. Dico che le linee .f.g. & .g.h. componeno el secondo binomio perche conciosia che el quadrato de .a. al quadrato de .f.g. sia si come del .b. al .e. & un altra volta lo quadrato de .f.g. al quadrato de .g.h. sia si come del .e. al .c. (per la equa proportionalita) el quadrato del .a. al quadrato de .g.h. serà si come el .b. al .c. adunque conciosia che l'uno e l'altro di duoi numeri .b. & .c. sia quadrato (per la seconda parte della nona) & la linea .g.h. serà communicante in longhezza alla linea .a. posta rationale, & della linea .f.g. è manifesto che essa sia rationale solamente in potentia non communicante alla linea .a. posta rationale in longhezza, (per la ultima parte della nona) laquale conciosia che la sia piu potente della linea .g.h. nel quadrato della linea .f.h. (per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) & la linea .f.h. communicante alla linea .f.g. in longhezza (per la seconda parte della nona) imperoche li loro quadrati sono in la proportione delli numeri .f. & .d. la proportione di quali è si come de duoi numeri quadrati (per el presupposito) è manifesto il proposito. A demostrare el medesimo altramente sia la linea .g.h. communicante alla linea .a. (posta rationale in longhezza) laqual è facile de trovare & sia .c. numero quadrato divisibile in .d. quadrato, & in .e. non quadrato, & sia la proportione del quadrato della linea .g.h. al quadrato della linea .f.g. si come el numero .e. al numero .c. & la .f.g. serà incommensurabile alla linea .g.h. in longhezza (per la ultima parte della nona) & piu potente di quella in el quadrato della linea .f.h. (alla qual communica in longhezza primamente per la conversa dopoi per la eversa proportionalita, & per la seconda parte della nona) adunque (per la diffinitione) le linee .f.g. & .g.h. componeno el secondo binomio.

Piu facilmente se trova il detto numero non quadrato divisibile in un numero □ & in un altro non □, & che il non □ habbia proportion al tutto come de nu. □ a nu. □ per quest'altro modo piglia qual si voglia nu. □ qual pongo sia .a.

cauiamo l'uno per l'altro, & ne sia fatto quelli multiplicati a. f. b. & sotto a. d. c. esser il numero ricercato, cioè non ☐ (per . . . del . .) & il detto del . b. si se sia, d. e. & il detto de b nella z faria f. d. il qual f. d. non sarà ☐ & d. e. sarà ☐ & la proportione de f. d. d. e. sarà come la quità al a. (mane. ☐) adonque la proportion de. e. d. f. d. sarà come de nu ☐ a num. ☐ (per esser come del a. alla z.)

Problema 12 Propositione 48

44
50 Procurremo investigare, el terzo binomio.



Stando li suppositi sopra notati a rasi R 12 vie da R 3 che me dara R 108

432
R 48
3 bin. R 108 P. R 48

Anchora el terzo binomio cosi se ritroua, posta (come per auanti) la linea, a, rationale in longhezza sia el, b, numero primo, & c, numero quadrato diuisione in d. quadrato & in, e, non quadrato tutte le altre cose siano come per auanti. Dico che le due linee, f. g. & g. h. componeno el terzo binomio, perche ne l'una ne l'altra di quelle è commensurabile in longhezza alla linea a, posta rationale, ma l'una e l'altra gli è incommensurabile in longhezza la f. g. (per la ultima parte della nona propositione) & la h. g. (per la equa proportionalità, & per la ultima parte della nona) perche (per la equa proportionalità) el quadrato della linea, a, al quadrato della linea, g. h. e si come lo numero, b, al numero, e, l'una per mezzo del quadrato della linea f. g. & l'altro per mezzo del numero, c, & li numeri, b, & e, non sono in proportione de alcuni numeri quadrati cōciosia cosa, b, sia numero primo perche se i fussano in la proportione de numeri quadrati seria necessario (per la decima settima del 8) et p la ottaua del medesimo fra quelli cader vno terzo i continua proportionalita ancora che per la 18 de medesimo el numero, b, seria superficiale laqual cosa è impossibile, cōciosia che qui sia primo (del presupposito) adonque la linea, g. h, e incommensurabile alla linea, a, posta rationale. (per la ultima parte de la nona) adonque perche la linea, f. g, e piu potente della linea, g. h, in el quadrato della linea, f. h, (per la trigesima prima del terzo, & per la penultima del primo) laqual commensurabile a quella in longhezza (per la seconda parte della 9 propositione) & p la euersa proportionalità, & per la diffinitione del terzo binomio, e manifesto la nostra intentione.

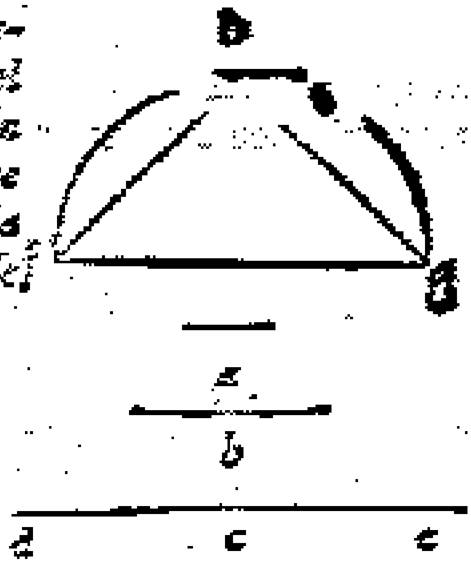
Il Tra-

Il Tradottore.

Nella espositione di questa sopra scritta propositione il commentatore se ingana grandemente si nel procedere come nella demonstratione perche el nō necessita che la proportione del numero b. al quadrato [illegible] sia numero primo [illegible] numero. c. non possi esser come de numero quadrato a numero quadrato & che'l sia il vero per non abbondare in parole adduremo solamente la esperientia per testimonio perche se'l detto nu. b. fusse. 5. (che è numero primo) & lo numero c. [illegible] & il numero [illegible] & lo numero [illegible] si vede espressamente che la proportione de cinque a vinti esser si come de numero quadrato a numero quadrato che quadruplo [illegible] si vede che ancora se ingana a dire che li numeri primi non sono superficiali [illegible] sono superficiali per la diffinitione del [illegible] concludere la sopra scritta propositione senza oppositione bisognava il detto numero [illegible] primo ch'el non sia quadrato secondo [illegible] che la proportione de quello al numero [illegible] non sia come de numero quadrato a numero quadrato [illegible] qual cosa [illegible] dapoi seguire come di sopra è fatto.

Problema. 15. Propositione. 50.

45.
51. Possemo trovare il quarto binomio.

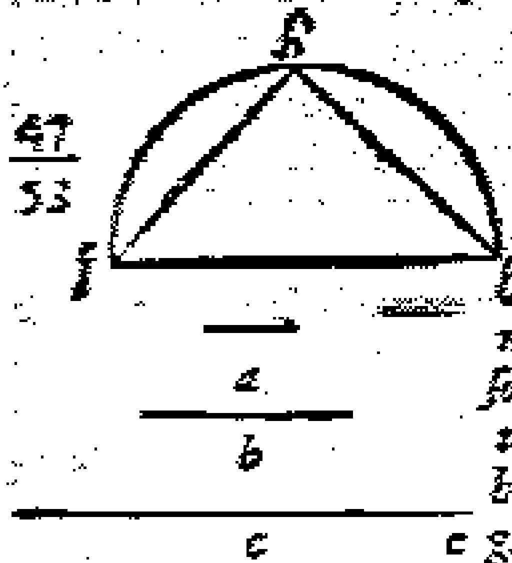


Nella inventione del quarto binomio se de procedere per il medesimo modo si come nella inventione del primo eccetto che el numero quadrato. c. sia diviso in dui numeri non quadrati, liquali siano. d. & . e. & tutte le altre cose in questo loco sono da esser negotiate, dalla diffinitione del quarto binomio, si come in quel luoco se negotio dalla diffinition del primo binomio.

Problema. 16 Propositione. 51.

46.
52. Possemo trovare il quinto binomio.

La inventione di questo è si come quella del secondo binomio eccetto che lo numero. c. (non quadrato) se di vide in dui non quadrati [illegible] quadrato [illegible] tal modo che la proportione del c. al. d. non sia si come de numero quadrato a numero quadrato [illegible] le altre cose in questo luoco sono da esser [illegible] le cose dimonstrate per la diffinitione del quinto binomio, si come in quel luoco furono [illegible] le cose admonstrate per la diffinitione del secondo binomio, [illegible] che la linea. g. h. sia [illegible] alla linea. a. posta rationale in longhezza & [illegible] el numero c. [illegible] in dui numeri non quadrati quali siano. d. & e. [illegible] la proportione del quadrato della linea. g. h. al quadrato della. f. g. si come del numero [illegible] al numero [illegible] dapoi [illegible] il proposito per la [illegible] parte [illegible] posti, & per la conuersa & euersa proportionalità, & vn'altra volta per la ultima parte della noua & per la diffinitione del quinto binomio.



Problema. 17. Propositione. 52.

Possemo similmente trouare el sesto binomio.

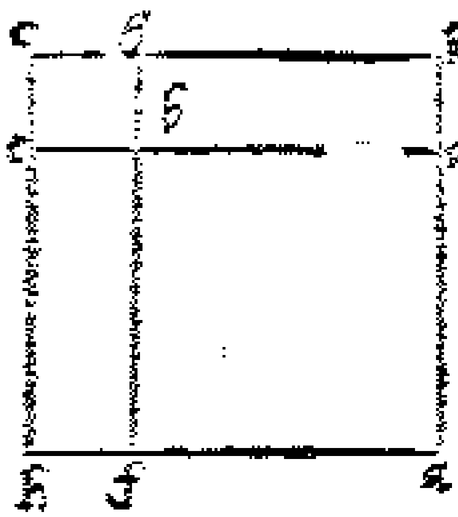
Et el sesto binomio è da trouar si come el terzo & la men in questo lo numero.c. quadrato debbe esser diuiso in duoi numeri non quadrati.d.& e.& tutte le altre cose come in quello & per la diffinitione del sesto binomio la linea (che componeno le due linee.f.g.& g.h. congiunte fra loro directamente serà binomio sesto che è il proposito de trouare.

Il Tradottore.

Nella inuentione di questo sesto binomio bisogna auertire al quello che fu detto sopra la inuentione del terzo cioe che'l non bisogna fondarse a tore simplicemente il numero.b.numero primo, perche tal instruttion è falsa, anci bisogna tor lo secondo che sopra la inuention del terzo fu detto cioe cosi conditionato che'l non sia quadrato & che la proportion di quello al numero.c.non sia come de numero quadrato a numero quadrato poi seguir come nelle altre se fatto.

Lemma.

Siano li duoi quadrati.a.b.& b.c.& siano assettati, ouer posti (per la decima quarta del primo) talmente che il lato.d.b.al lato.b.e. sia in retta linea, adonque & lo lato.f.b.al lato.b.g. serà in retta linea, & sia compito lo paralellogrammo.a.c. dico che.a.c.è quadrato, & che.d.g. delli detti quadrati.a.b.& b.c.è medio proportionale, & oltra di questo il d.c. delli duoi quadrati.a.c.c.b.è medio proportionale, perche.b.d.è equale al.b.f.& b.e.al.b.g. adonque tutto il d.e. serà equale a tutto lo.f.g.& d.e.è equale all'uno e l'altro delli duoi lati.a.h.k.c.& g.f.è equale all'uno e l'altro delli duoi lati.a.k.c.h.



& l'uno e l'altro adonque delli duoi.a.k.k.c.è equale all'uno e l'altro delli duoi lati.a.h.h.c. adonque (per la trigesima terza del primo) lo paralellogrammo.a.c.è equilatero & ancora è rettangolo, adonque lo detto paralellogrammo.a.c. (per la quadragesima sesta del primo) è quadrato & perche si come del.f.b.al.b.g.così è del.d.b.al.b.e. & si come del.f.b.al.b.g. (per la prima del sesto) così è del.a.b.al.d.g.&

si come

sicome del d.b. al b.e. cosi e del d.g. al b.c. adonque et sicome del a.b. al d.g. cosi è del d.g. al b.c. adonque d.g. è medio proportionale delli doi quadrati a.b. b.c. similmente dico che anchora a.d. è medio proportionale delli doi quadrati a.c. c.b. perche si come del a.d. al d.k. cosi è del k.g. al g.c. perche l'uno è equale all'altro adonque coniontamente per la decimanona del quinto, sicome a.k. al k.d. cosi e k.c. al c.g. ma si come a.k. al k.d. cosi e a.c. al a.d. & si come k.c. al c.g. per la prima del sesto, cosi è d.c. al c.b. adonque a.d. è medio proportionale fra li doi quadrati a.c. c.b. che è il proposito.

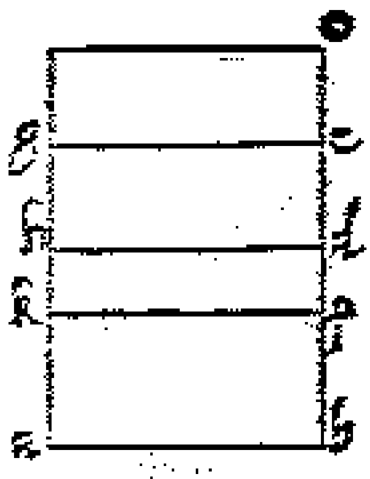
Il Tradottore.

Questo lemma se ritrova solamente in la seconda tradottione il quale è molto al proposito per la dimostratione delle cose sequente quantunque se dimostrano etiam senza esso lemma come procedendo vederai, ma tai dimostration son piu oscure.

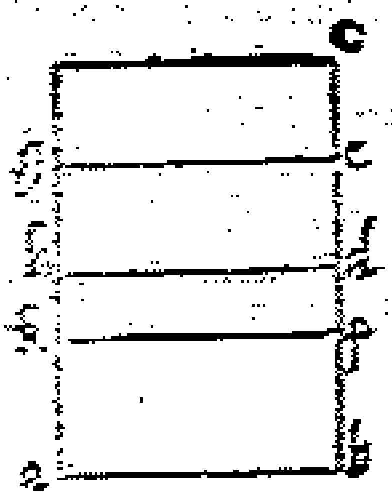
Theorema 35. Propositione 55.

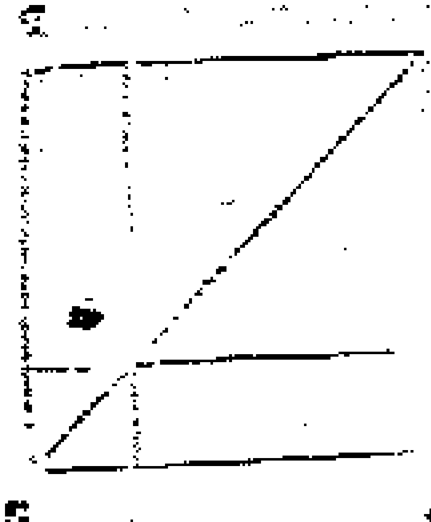
43 Se una superficie serà contenuta da un binomio primo & da una linea rationale,
54. il lato che può sopra di quella è necessario esser binomio.

Come che la R del binomio primo è necessario esser binomio.



Sia la superficie a.c. contenuta dalla linea a.b. rationale & da un binomio primo el qual sia b.c. Dico che'l lato tetragonico della superficie a.c. è binomio e per dimostrare questo sia il ponto d. il comun termine delle due portioni del binomio b.c. del quale la maggior parte sia b.d. & sera rationale in longhezza (per la diffinitione) et commensurabile alla linea a.b. Posta adonque sia divisa la minor portione (la quale è d.c.) in due parte equale al ponto e. & la linea d.b. sia divisa (secondo quella conclusione) al ponto f. che fra le parti di quello (le quali son b.f. & f.d.) cada e.c. nel medio loco proportionale, & come questo si debba far fu detto in la 17 & siano dutte le linee e.g. d.h. f.k. equidistante alla linea a.b. & perche per la diffinitione del primo binomio la linea d.b. è piu potente della linea d.c. in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza seguita anchora (per la seconda parte della decima settima) che le due linee b.f. f.d. siano commensurabile adonque (per la decimasesta) l'una e l'altra de quelle è commensurabile a tutta la linea b.d. per la qual cosa (per la diffinitione) ambedue sono rationale in longhezza e però (per la decimanona) l'una e l'altra delle due superficie a.f. & f.h. è rationale, adonque sia descritto lo quadrato l.m. (el lato del quale e l.r.) equale alla superficie a.f. al quale sia circonponendo un gnomone protratta la diagonale l.m.n. a quella quantità che il quadrato de esso gnomone (qual sia m.n.) sia equale alla superficie f.h. et li doi suppli-





menti di quello siano .p.m. & .m.q. liquali è necessario esser equali alle due superficie .d.g. & .g.e. laqual cosa cosi se apprende, perche conciosia che la linea .d.c. sia nel mezo loco proportionale fra le linee .b.f. & .f.d. (per la prima del sesto) la superficie .d.g. serà nel mezo loco proportionale fra la superficie .e.f. & .f.h. & laqual cosa etiam fra li dui quadrati .l.m. & .m.n. & perche etiam lo supplemento .p.m. è ancora nel mezo loco proportionale fra li detti dui quadrati (per la prima del sesto) seguita che .p.m. sia equale al .d.g. e per lo etiam .m.q. al .g.e. adonque la linea .l.p. è el lato tetragonico della superficie .a.c. questa tal linea dico esser binomio perche li dui quadrati .l.m. & .m.n. rationale due linee .l.r. & .r.p. (per la diffinitione) seranno rationale potentialmente, & per la prima del sesto dal .e.f. al .d.g. è si come del .b.f. al .d.c. ma la .b.f. è incommensurabile alla .d.c. ma perche la .b.f. è simplicemente rationale come è provato) & la .d.c. perche la communica con la .d.c. (rationale solamente in potentia) etiam quella serà rationale, solamente in potentia (per la undecima) laqual cosa è manifesta dalli presenti presuppositi, adonque per la seconda parte della decimaquarta la superficie .e.f. è incommensurabile alla superficie .d.g. adonque & il quadrato .l.m. al supplemento .p.m. per laqual cosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decimaquarta di questo) la linea .l.r. è incommensurabile alla linea .r.p. adonque (per la trigesima quarta) è manifesto la linea .l.p. esser binomio che era da dimostrare.

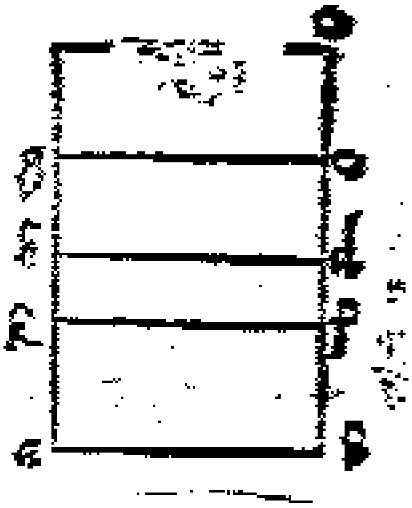
Il Tradottore.

Quella parte che con facilità se doveano concludere per lo soprascritto lemma (per non esser stato trovato da tal commentatore) lui arguisse per la prima del sesto, ben che ancor la detta prima del sesto parimente serva tamen è molto più chiaro a arguire per lo soprascritto lemma e medesimamente nelle sequente propositioni, similmente per la ultima del secondo se debbe formare un quadrato equale alla superficie .f.h. qual sia .m.n. & quello assettarlo nel angolo .m. di l'altro quadrato per le regole date nel detto lemma. Anchora bisogna notare qualmente la linea rationale .a.b. bisogna sia rationale in longhezza & questo medesimo si debbe intendere nel cinque sequente.

Theorema 37. Propositione 54.

49 / 55 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & da un binomio secondo lo lato tetragonico di quella serà uno bimedial primo.

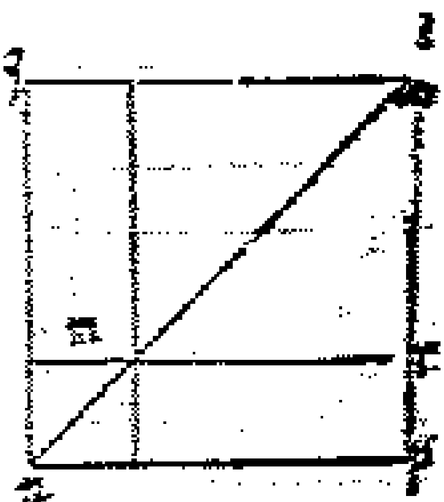
Sia la medesima figura, & li medesimi presupposti liquali sono in la precedente & (per la diffinitione del secondo binomio) serà la linea, d.c, rationale in longhezza per laqual cosa per la 29. l'una & l'altra delle due superficie, d.g, et g, c, e però & li duoi suplimenti p.m.m.q. seranno rationali & la linea, d, serà rationale solamente in potentia, & divisa in le due linee, f.d, & b.f, communicante (per la diffinitione del secondo binomio & per li premessi presupposti & per la seconda parte della decima settima) adonque (per la vigesima terza) l'una & l'altra delle due superficie, a, f, & f, h, e però & l'una e l'altro di quadrati l.m. & m.n. serà mediale, adonque ambedue le linee l.r. & r.p. sono mediale, anchora communicante in potentia, perche concioso sia che la linea, b, f, communichi alla linea, f, d, seguita che la, a, f, communichi alla, f, h, per laqual cosa el quadrato l, m, al quadrato, m, n, & però & la linea, l, r, alla linea, r, p, in potentia, ma non communicano in longhezza, perche la una di quelle all'altra e sicome la superficie l.m. alla m.p. adonque concioso sia che la l.m. non communichi con la m.p. imperoche l'una è mediale cioe la l.m. & l'altra è rationale cioe la m.p. seguita che la l.r, non comunichi in longhezza con la r.p. adonque perche esse contengono superficie rationale laqual è la m.p. e manifesto la linea l.p. (per la 36. di questo) esser bimedial primo.



Theorema. 38. Propositione. 55.

50 / 56 Se una superficie sia contenuta da un binomio terzo, & da una linea rationale, la linea potente in quella sera bimedial secondo.

Stante la medesima dispositione, & li presupposti come di sopra (& da questi presupposti & dalla diffinitione del terzo binomio & dalla vigesima terza) serà cadauna delle quattro superficie (in laquale è anchora la superficie a.c.) mediale per la qual cosa l'uno et l'altro di duoi quadrati l.m. & m.n. & l'uno & l'altro di duoi supplimenti p.m. & m.q. sera etiam mediale adonque l'una & l'altra delle due linee l. r. & r. p. serà mediale, & concioso sia che le due superficie a. f. & f. h. sono communicante imperoche le due linee b. f. et f. d. sono communicante per la seconda parte della 17.) le due linee l r. et r. p. seranno communicante in potentia ma non in longhezza perche la superficie l. m. non communica con la superficie m. p. imperoche ne la a. f. communica con la d. g. perche la linea b f. non communica con la d. c. concioso sia adonque che esse contengano superficie mediale laquale è p. m. e manifesto (per la 37.) la linea l. p. esser bimedial secondo che è il proposito.



Theorema.39. Propositione.56.

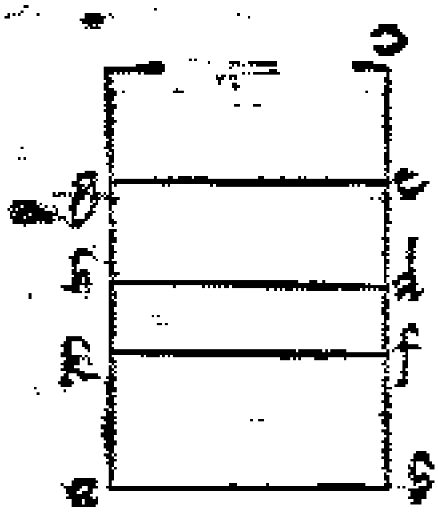
54/57 Se una superficie sia contenuta da una linea rationale, & dal quarto binomio, la linea che puo in quella superficie e la linea maggiore.

Stante tutte le cose come in la precedente (per el presupposito, & per la diffinitione del quarto binomio & per la.23.) l'una e l'altra delle due superficie d.g. et. g.e. per laqual cosa e l'una e l'altra delle due.p.m. et.m.q. sera mediale e li dui quadrati.l.m. & m.n. tolti insieme sera rationale imperoche la superficie.a.d.e rationale (per la diffinitione del quarto binomio e per la.19.) et perche la.d.b.e diuisa in due parti comunicanti in ponto.f. (per la seconda parte della decima ottaua) la superficie.a.f. sera incommensurabile alla superficie.f.b.e pero e lo quadrato.l.m. al quadrato.m.n. adonque le due linee.l.r. & r.p. sono incommensurabile in potentia lequale cõcluso che quelle cõtengano la superficie mediale.p.m.e ambidui li quadrati di quelle tolti insieme siano rationali e manifesto (per la.38.) la linea.l.p. esser la linea maggiore che era il proposito.

Theorema.40. Propositione.57.

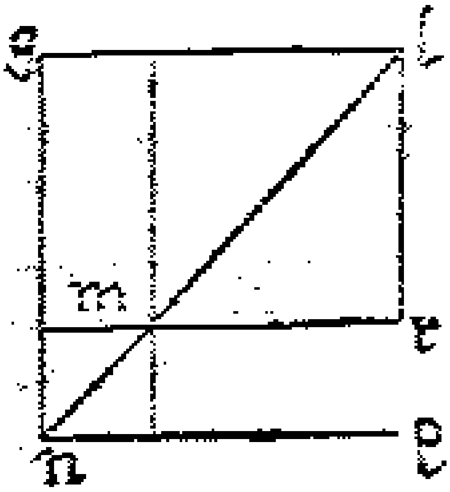
42/48 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & da uno binomio quinto la linea laquale puo in quella, el se conuenze de necessita esser la potentie in rationale e mediale.

Anchora qua in questa non è da mutar alcuna cosa della dispositione & positione delle prime, perche da quelle stante sera (per quelle cose che sono poste in la diffinitione del quinto binomio e in la.19.) l'una & l'altra delle due superficie.d. g.& g.e.onde & l'una e l'altra delle due.p.m. & .m. q.rationale & tutta la.a.d. mediale, per laqual cosa & li dui quadrati.l.m.& m.n.tolti insieme è mediale (per la.23.) et cõcluso che (per la seconda parte della decima ottaua) la linea.f.b. sia incommensurabile alla linea.f.d.e pero & la superficie.a.f.alla superficie.f.b.& lo quadrato.l.m.al quadrato.m.n.sera la linea.l.r.incommensurabile in potentia alla linea.r. p.ma perche esse cõtengono la superficie rationale.p.m.& ambidui li quadrati de quelle tolti insieme sono mediale se cõclude per la trigesima nona) la linea.l.p. esser la potente in rationale è mediale come è stà promesso de dimostrare.



Theorema.41. Propositione.58.

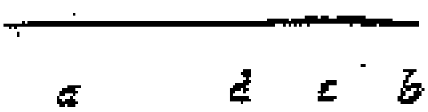
53/58 Se una superficie sera contenuta dal sesto binomio, e da una linea rationale, la linea potente in quella se approua esser la potente in duoi mediali.



In questa 58. non accade star a perdere tempo in depingere le figure, perche el satisfa quelle cose contien in le precedente dispositioni & positioni lequale sonno necessarie per le dette cose, & per la dispositione cioe per la diffinitione del ottavo binomio, & per la quarantanove (e la dimostratione delle superficie a.d. & e.g. & g. a esser mediale perilche & ambidui li quadrati l.m. & m.n. tolti insieme & p.m. & n.q. è necessario esser mediale & conciosia che la b.f. & f.a. per laqual cosa & la f. & f.b.e. pero & la l.m. & m.n. sono incommensurabile seranno le due linee. l.r. & r. p. incommensurabile in potentia, ma perche quelle contenenno la superficie mediale p.m. & ambidui li quadrati tolti insieme sono mediali laqual summa è incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa se approua in questo che la superficie b.e. è incommensurabile alla superficie b.c. per questa cosa fa che la linea d.b. incommensurabile alla linea d.c. perilche seguita (per la 40. la linea l.p. esser quella che è detta potente in duoi mediali.

Lemma.

60 Se una linea retta sia segata in due parti inequali. Li quadrati fatti da dette due parti inequali sono maggiori del rettangolo che è compreso due volte sotto le dette parti inequale.



Sia la retta linea a.b. & sia segata in due parti inequale in ponto. c. & sia la maggior, a, c, dico che li dui quadrati fatti delle, a, c, & c, b, son maggiori del rettangolo che è contenuto sotto del, a, c, & c, b, due volte, e per dimostrar questo sia segata (per la 10. del primo) la, a, b, in due parti equali in ponto, d, adonque perche la linea retta, a, b, e segata in due parti equali in ponto, d, & in due inequali in ponto, c, adonque (per la 5. del secondo) quello che contenuto, sotto delle, a, c, & c, b, insieme con el quadrato fatto della, c, d, e equale al quadrato che vien fatto della, a, d, & per questo el rettangolo contenuto sotto della, a, c, & c, b, e minor del quadrato del, a, d, adonque il doppio del rettangolo, che contenuto sotto delle due linee, a, c, & c, b e minor del doppio del quadrato della, a, d, ma li quadrati delle due parti, a, c, & c, b, sono maggiori di quelli fatti da le due, a, d, et d, b, adonque li quadrati fatti dalle due parti, a, c, et c, b, sono maggiori del rettangolo contenuto sotto delle, a, c, & c, b, due volte ch'era da demostrar.

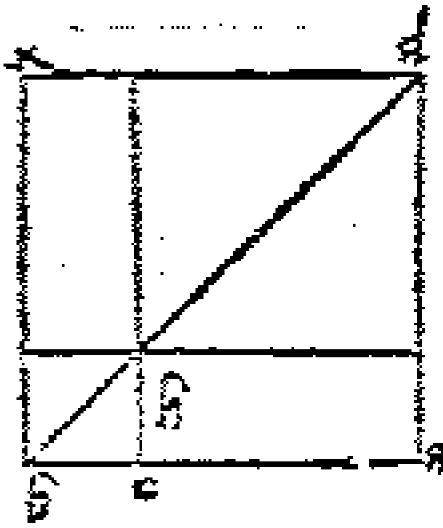
Il Tradottore.

Questo lemma se ritrova solamente in la seconda tradottione el qual (per dimostrar le propositioni sequente) e molto al proposito ma che la summa di quadrati delle due linee, a, c, & c, b, siano maggiori del doppio del quadrato della, a, d, (el qual è tanto che li quadrati delle due linee, a, d, et d, b,) e manifesto per la seconda delli antecedenti quadragesima prima.

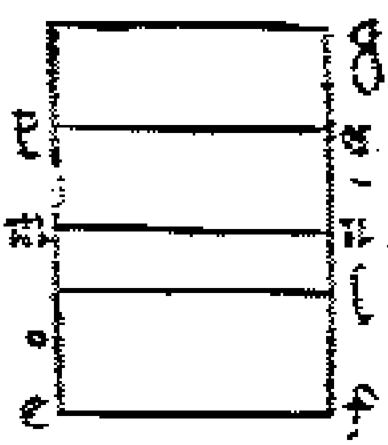
Theorema 41. Propositione 59.

14 Se à una linea rationale, sia aggionto uno rettangolo equal al quadrato del binomio el secondo lato di quello convien esser binomio primo.

Queste sei sequente propositioni sono el converso delle sei precedente, per ordine, et la intenti one de questa, e questa sia la linea a.b. binomio divisa al ponto c. in le due linee a.c. & c.b. secondo la sua diffinitione over termine & lo quadrato



della medesima a.b. sia b.d. & sia la linea e.f. rationa le in longhezza alla qual sia aggionta la superficie e. g. equal al quadrato b.d. dico che'l secondo lato de questa superficie el qual e la linea f.g. e binomio primo & questo se dimostra in questo modo sia diviso el quadrato b.d. in li duoi quadrati b.h. & h.d. (liquali sono li quadrati delle due portioni del binomio) & in li duoi supplimenti a.h. & h.k. di quali l'uno e l'altro e contenuto sotto delle due portioni del binomio & (per la diffinition del binomio laquale se ha per la trigesima quinta) l'uno e l'altro de questi quadrati serà rationale, & (per la 23.) l'uno e l'altro di duoi supplimenti serà mediale adonque sia tagliato della superficie e.g. la superficie e.l. equale al quadrato d.h. & la l.m. equale al quadrato h.b. & la n.p. equal all'uno di duoi supplimenti a.h. over h.k. & la residua p.g. serà equal all'altro suplimento che resta per laqual cosa (per la prima del sesto) la linea n.q. e equale alla linea q.g. & (dalle cose premesse) e manifesto che l'una & l'altra delle due superficie e.l. & l.m. e pero etiam tutta la superficie e.n. e rationale, & l'una e l'altra delle due equale n.p. & p.g. e pero tutta la m.g. e mediale per la qual cosa per la vigesima l'una e l'altra delle due linee f.l. & l.n. & tutta la linea f.n. rationale in longhezza & commensurabile alla linea e.f. posta rationale & (per la 24.) l'una e l'altra nelle due n.q. & q.g. et tutta la n.g. è rationale solamente in potentia incommensurabile alla linea, m,n, e pero etiam alla linea, e,f, (a se equale) & per consequente alla linea, f,n, in longhezza, adonque se la linea, f,n, la qual è maggiore della linea n,g, (come per lo primo, di duoi antecedenti sotto gionti alla demostratione della quadragesima & per la prima del sesto appare) serà più potente della linea n.g. (minore) del quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza) per la diffinitione del binomio primo serà manifesto la linea, f,g, esser binomio primo) & che questo sia cosi tu l'haverai in questo modo, concio sia che fra li duoi quadrati, d,h, & h,a, (per la prima del sesto) la superficie, a, h, sia media proportionale el se conviene (per li primi presupposti) la superficie m.q. esser nel mezzo loco proportionale la superficie e.l. & l.m. onde



(per

per la prima del sesto) la linea n.q. laquale è la mita della linea n.g. e nel mezzo luogo proportionale fra le due linee f.l. & l.a. adonque quella che vien fatto da f.l. in la l.a. è quanto quello che vien fatto dalla q.n. in se (per la decima settima del sesto e per tanto (per la quarta del secondo) quanto la quarta parte del quadrato della linea n.g. adonque (per la prima parte della 17. essendo che la linea f.a. sia divisa dalla superficie a se aggionta equale alla quarta parte della linea n.g. piu breve mancante che a compir tutta la linea f.a. manca una superficie quadrata, in due parti communicante al ponto l. serà la f.a. piu potente della n.g. in el quadrato d'una linea a se communicante in longhezza, adonque è manifesto il proposito.

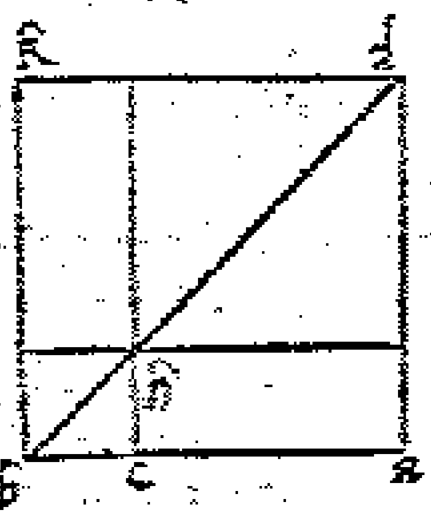
Il Tradottore.

Questa parte che disopra si conchiude per la prima del sesto piu facilmente si apprende per lo lemma avanti la quadragesima terza il medesimo se debbe aricordare nelle sequenti senza che io tel repliche.

Theorema.43. Propositione.60.

58 Se a una linea serà aggionto una superficie equal al quadrato del rationale
61 bimediale primo, l'altro lato di quella bisognerà esser el secondo binomio.

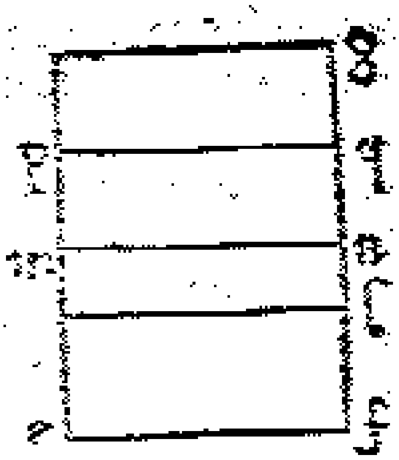
Sia la linea a.b. la bimedial primo diviso al ponto c. secondo el suo termine e tutte le altre cose siano come per avanti, Dico la linea f.g. esser el secondo binomio, perche la superficie m.g. serà rationale imperoche le parti del bimedial primo contengono superficie rationale & se le tre superficie. e.l. l.m. & tutta la e.a. mediale communicante imperoche le portioni del bimedial primo sono linee mediale solamente in potentia comunicante (per la trigesima sesta) adonque (per la vigesima) la linea n.g. serà rationale in longhezza commensurabile alla linea e.f. posta rationale, & (per la vigesima quarta) la linea f.n. rationale solamente in potentia (laqual essendo che la sia maggiore della linea n.g.) per el primo di duoi antecedenti aggionti alla demostratione della quadragesima (& per la prima del sesto) e piu potente di quella in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza (per la prima parte della decimasettima) la linea f.g. (per la diffinitione) serà il secondo binomio che era el proposito.

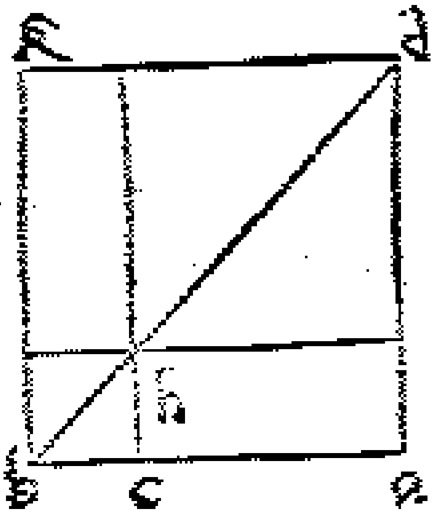


Theorema.44. Propositione.61.

58 Quando che a una linea rationale in longhezza serà aggionta una superfi
— cie rettangola equale al quadrato del bimedial secondo, lo secondo lato di quel
62 la è necessario esser el terzo binomio.

Se la

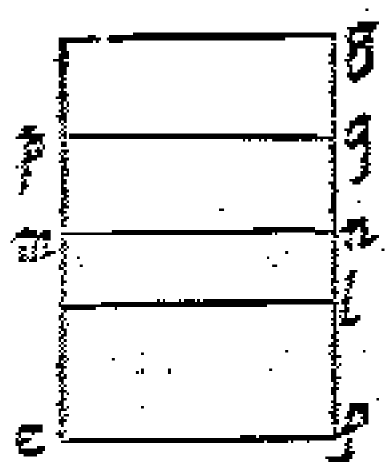




Se la linea a b serà el bimedial secondo diuiso per il suo termine al ponto c, & tutte le altre cose siano come per auanti, serà la linea f g el terzo binomio, perche (per la trigesima settima & per le nostre positioni) l'una e l'altra delle superficie e n & m g serà mediale per laqual cosa l'una e l'altra delle linee che f n & n g (per la vigesima quarta) serà rationale solamente in potentia & perche le parti del bimediale secondo sono communicante solamente in potentia, la superficie e l serà incommunicante alla superficie l m, e però etiam la linea f l alla linea n l, adonque (per la prima parte della decima settima) la linea f n serà piu potente della n g in el quadrato d'una linea a se communicante in longhezza & conciosia che la superficie e b, et la quadrata d b sono incommensurabile, imperoche le linee a c, & c b sono incommensurabile e però etiam li dui quadrati tolti in sieme, alli dui supplementi tolti insieme imperoche li dui quadrati fra loro insieme communicano (per el presupposito) [illegible] supplementi ancora, che [illegible] che fra loro sono equali seguita che la superficie e n & f serà incommensurabile alla superficie m g, e però etiam la linea f n alla linea n g, adonque (per la diffinitione) la linea f g è binomio terzo che è el proposito.

Theorema 45. Propositione 62.

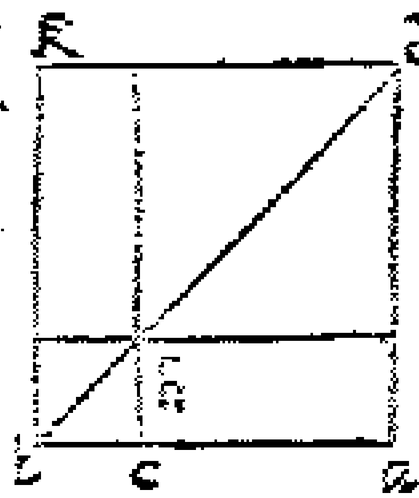
57
63 Se a una linea rationale serà aggionto un rettangolo equale al quadrato della linea maggiore, l'altro lato di quello serà el quarto binomio.



Se anchora questa linea a b serà la linea maggiore diuisa secondo il suo termine al ponto c, & tutte le restante cose non siano altramente che per auanti serà la linea f g el quarto binomio, perche conciosia che ambiduoi li quadrati delle portioni della linea maggiore tolti insieme siano rationale la superficie e n serà rationale, & però (per la vigesima) la linea f n serà rationale in longhezza communicante alla linea e f posta rationale, & la superficie m g serà mediale per quello che le portioni della linea maggiore contengono superficie mediale, adonque (per la vigesima quarta) la linea n g è rationale solamente in potentia & perche le portioni della prefata linea a b sono potentialmente incommensurabile la superficie e l serà incommensurabile alla l m, e però etiam la linea f l alla linea l n, adonque per la prima parte del-te della decimaottaua che la linea f.n. e piu potente della linea. n.g. in el quadrato di vna linea a se incommensurabile adonque (per la diffinitione) la linea f.g. e binomio quarto, che era il proposito.

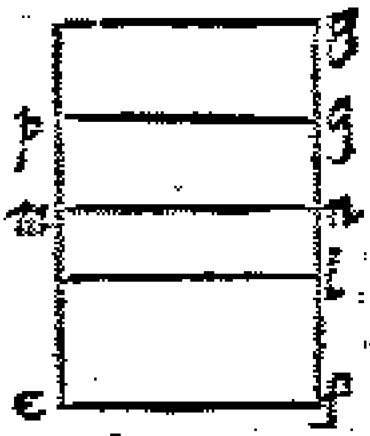
Theorema.46. Propositione.63.

58 Se a vna linea rationale sara aggionto vna forma de vna parte piu longa,
equale al quadrato della linea potente sopra rationale, et mediale, l'altro lato di
64 quella, e necessario esser el quinto binomio.



Proposta la linea a.b. quella che puo sopra la mediale & rationale diuisa secondo la diffinitione di quella al ponto, c, & non sia mutato cosa alcuna delle passate, & seguira la linea, f.g. esser binomio quinto, perche conciosia che le parti di questa linea, a.b. contengono superficie rationale, e necessario che la superficie. g. m. e pro ultimo per la vigesima sia linea, n.g. sia rationale & conciosia che ambi li quadrati delle parti de questa linea tolti insieme siano mediale sera la superficie, e.m. mediale et per la vigesima quarta sia li nea f.n. rationale solamente in potentia e perche le parti della predetta linea sono incommensurabile in potentia la superficie e.l. sera incommensurabile alla superficie m.l. e pero etia la linea, f.l. alla linea, n.l. adonque (per la prima parte della decima ottaua) la linea, f.n. e piu potente della linea, n.g. in el quadrato de vna linea a se incommensurabile adonque (per la diffinitione del quinto binomio) conclude il proposito.

Theorema.47. Propositione.64.



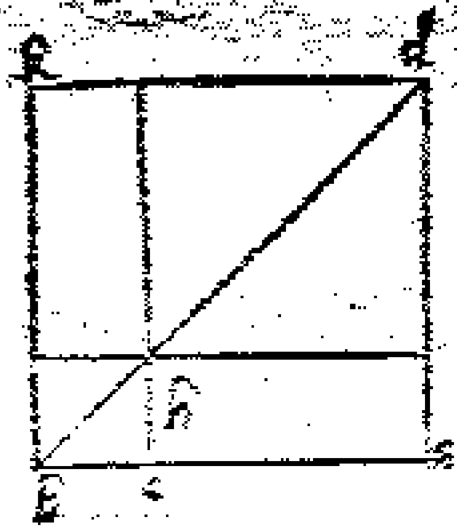
Ogni volta che a vna linea rationale, sara aggionta
59 vna superficie rettangola, equale al quadrato de vna linea
65 potente in doi mediale, el secondo lato della medesima
superficie el se conuenga esser el sesto binomio.

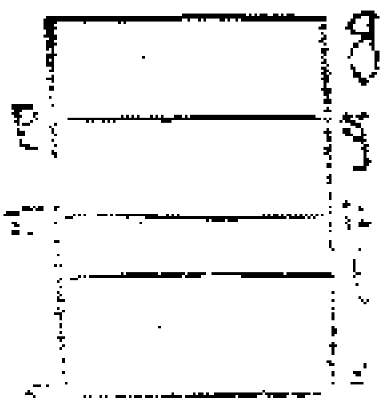
In questa sexagesima quarta sia la linea, a.b. la linea potente sopra duoi mediale, & rimagno tutte quelle positione si come nelle altre precedente a questa e al presente sera la linea, f.g. el sesto binomio laqual cosa tu non la puoi ignorare se tu non serai smenticheuole delle cose premesse & di quello che propone la quadragesima & cosi e manifesto in questa la nostra intentione.

Theorema.48. Propositione.55.

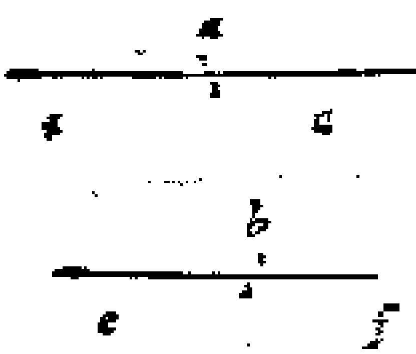
60 Ogni linea communicante in longhezza con qual si voglia di binomii el se approua
quella esser binomio, sotto la medesima specie.
66

Sia





Sia la linea a. un binomio di qual specie si voglia, & sia la linea b. a se communicante in longhezza. Dico la linea. b. esser un binomio di quella medesima specie della quale la a. & per dimostrar questo siano le parti binomiali della a. c. & d. & seranno ambedue rationale & communicanti solamente in potentia (per la trigesima quinta) & la linea. b. sia divisa per la tertiadecima del sesto in. e. & f. secondo la proportione della parte. c. alla parte. d. & (per la congiunta, over se ar permutata proportionalita) della c. alla e. & della d. alla f. sera si come della a. alla b. adonque, essendo sia che la a. et b. siano communicante, etiam (per la prima parte della decima quarta) c. & e. & etiandio d. & f. seranno communicante adonque se la c. sera rationale solamente in potentia, etiam la e. sera rationale solamente in potentia & se la sera rationale in longhezza etiam la e. sera rationale in longhezza, et per lo medesimo modo se la d. e rationale solamente in potentia, over etia in longhezza & la f. sera medial similmente & per la 16.) se la c. e piu potente della d. in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, over anchora incommensurabile sera etiam & la e. piu potente della f. nel quadrato d'una linea a se commensurabile over etiam incommensurabile in longhezza adonque le necessario per la diffinitione delle sei specie di binomii che a. & b. siano binomii una medesima specie. Ma se la linea. b. communica con el binomio. a. solamente in potentia, sera etiam la linea. b. binomio, ma el non è necessario esser de quella medesima specie immo le impossibile che ambidui insieme cadeno sotto la prima specie di binomii, over sotto alla seconda, quarta over quinta. Ma gli è ben necessario che ambidui cadeno sotto alle prime tre over alle tre ultime, perche le impossibile uno de quelli esser in alcuna delle tre prime specie, & l'altro in alcuna delle tre ultime perche e nel sia che. a. communicha con. b. solamente in potentia anchora, etiam. c. & e. & d. con. f. communicara solamente in potentia (per la decima quarta) adonque se l'una o l'altra delle due linee. c. & d. sera rationale in longhezza, la sua comparata delle linee. e. & f. non sera rationale in longhezza adonque non è possibile che. a. & b. cadano insieme sotto alcuna de quelle specie binomii, nelle quale l'una delle due portioni del binomio è rationale in longhezza, & queste specie sono la prima e la seconda e la quarta e la quinta & perche (per la sesima [?]) le due linee. c. & e. o siano sono piu potente delle due linee. d. & f. in li quadrati de due linee a se communicanti over incommunicanti in longhezza è necessario che



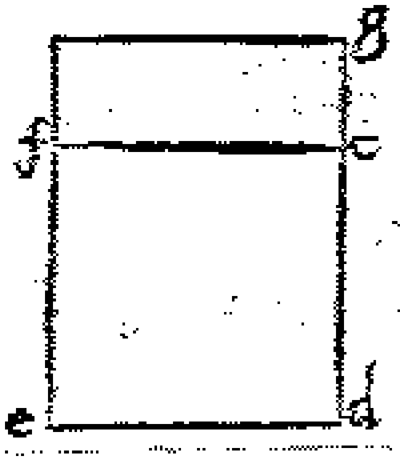
ambidui

[illegible] li binomii, e, & b, insieme cadeno sotto le tre prime specie de binomii over insieme sotto le tre ultime per la diffinitione di esse specie & la linea, b, che tu debbi esser binomio, perche conciosia che, c & e, siano communicanti in potentia solamente, similmente anchora, d, & f, & c, & d, siano rationale solamente in potentia communicante elle conuenga, e, & f esser rationali solamente in potentia communicante lequale perche [illegible] in longhezza si come nella [illegible], proportionale a quelle esse [illegible] componeno binomio (per la trigesima quinta) de questo.

Theorema 49. Propositione 66.

67 / 47 Ogni linea commensurabile o all'una o all'altra della bimediale el conuenne de necessita esser bimedial sotto la medesima specie.

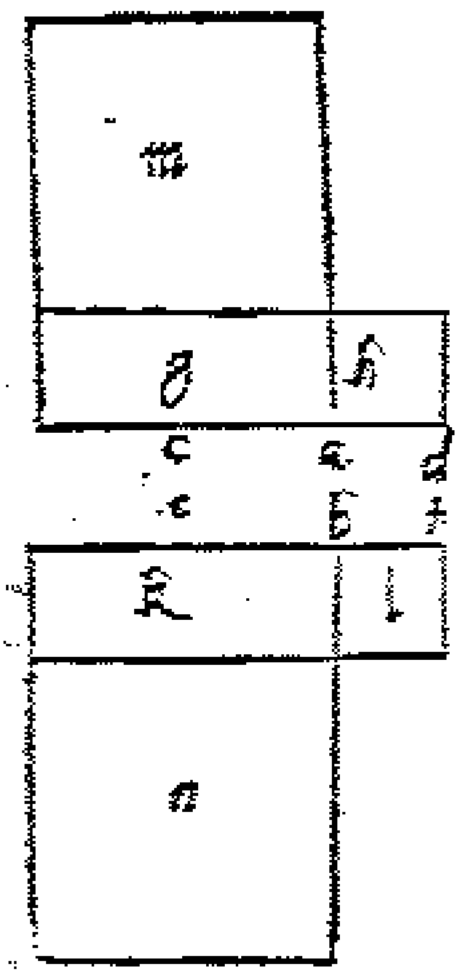
Comunicando alcuna linea o all'una o l'altra delle due bimediale ouero in longhezza ouer in potentia, quella che data [illegible]. Hor siano le due linee communicanti, [illegible] b, in qual si voglia di predetti dui modi & sia, a, la bimedial primo ouero il secondo. Dico che etiam, b, e bimedial primo ouero il secondo si come sera, a, perche diuiso la bimedial, a, in le sue portioni bimediale delle quale e composta per la trigesima sesta & trigesima settima, le quale siano, c, & d, diuisa anchora la, b, in, e, & f secondo la proportione della, c, all'a, d, (come insegna la [illegible] del sesto) & posta la superficie, g, contenuta sotto della, c, & della, d, & la superficie, K, contenuta sotto della, e, & [illegible] lo quadrato, h, della, d, & l della, f, per la [illegible] & [illegible] proportionalita sera si come la proportione della, c, alla, e, & della, d, alla, f, si come della, a, alla, b, adonque (per la propositione) [illegible] a, & b, siano communicanti o sia questo in longhezza ouer in potentia [illegible], & [illegible] & f, sieno similmente communicanti, perche c, & d, sono mediale solamente in potentia communicante, seguira (per la 2[illegible]) che, e, & f, siano etiam medial & (per la decima quarta) solamente in potentia communicanti conciosia che esse siano proportionale (per il presupposito) come, c, d, & conciosia che (per la prima del sesto) sia del, g, al, h, si come del, c, al, d, & del, k, al, l, si come del, e, al, f, del, g, al, h, sera si come del, k, al, l, & permutatamente del, g, al, k, si come del, h, al, l, adonque per [illegible], h, communicante al, l, imperoche li suoi lati de quelli liquali sono, d, & f, communicano in longhezza ouer in potentia, seguita che, g, & k, communicano in longhezza ouer [illegible] per la decima quarta, che anchora, g, & k, communicano [illegible] insieme adonque [illegible] rationale ouer mediale [illegible] sera, g, (per la diffinitione [illegible] rationale ouer per la [illegible] perche solamente in questo [illegible] differisce el bimedial primo dal bimedial secondo che le portioni del bimedial primo, lequale [illegible] sono [illegible] el suo termine [illegible] contenuto sotto perficie rationale & quella del bimedial secondo mediale, adonque se .a. serà bimedial primo la superficie .g. serà rationale per laqual cosa etiam la superficie .k. e pero .b. serà etiam bimedial primo (per la trigesimasesta) ma se .a. serà bimedial secondo la superficie .g. serà mediale & per questo etiam .k. adonque .b. (per la trigesima settima) serà bimediale secondo per laqual cosa è manifesto el proposito. A demostrare el medesimo altramente, alla linea .c.d. rationale (supposto .a. l'una e l'altro di duoi bimediali & la .b. a se communicante in longhezza, over in potentia) sia aggionte la superficie .c.e. equale al quadrato de .a. & la .f.g. equale al quadrato della .b. & le superficie .c.e. & .f.g. seranno communicante, imperoche li quadrati a quelle equali (liquali sono li quadrati delle linee .a. & .b.) sono communicanti (dal presupposito) adonque (per la prima del sesto e per la decima quarta di questo) le due linee .d.e. & .e.g. e necessario esser communicante, e perche se la .a. serà bimedial primo la linea .d.e. serà el secondo binomio (per la sexagesima) e pero etiam la .e.g. serà secondo binomio (per la precedente) per laqual cosa lo lato tetragonico della superficie .f.g. (el qual è .b.) e bimedial primo (per la quinquagesima quarta) ma se .a. serà bimedial secondo la linea .d.e. serà binomio terzo (per la sexagesima prima) e pero e la .e.g. e binomio terzo (per la precedente) per laqual cosa el lato tetragonico della superficie .f.g. (e quella è la linea .b.) serà bimedial secondo, adonque è manifesto esser el vero quello che è proposto.



62
58

Theorema 50. Propositione 67.

Ogni linea communicante alla linea maggiore, e linea maggiore.



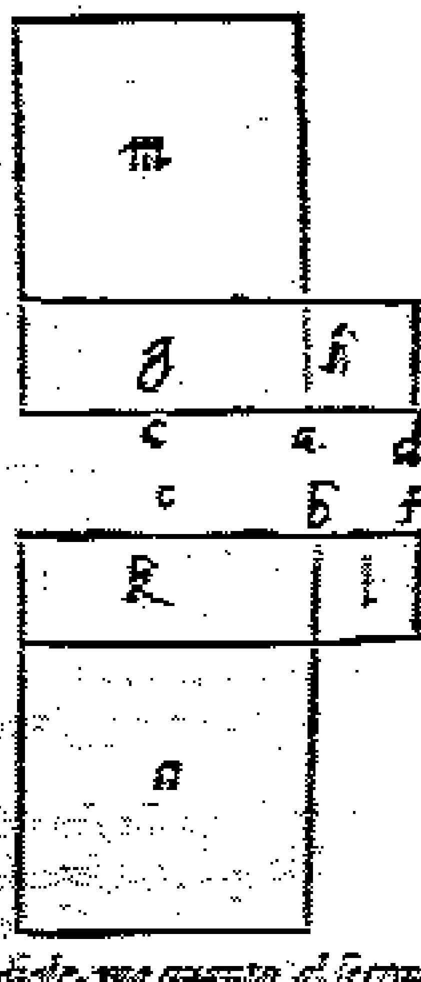
Anchora questa (se alcuna linea serà communicante in qual modo si voglia alla linea maggiore) se verifica, hor sia .a. la linea maggiore, & la linea .b. a quella communicante in qual modo si voglia. Dico che la .b. serà linea maggiore, imperoche divisa .a. in quelle portioni delle quale è composta (per la trigesima ottava) lequale siano .c. & .d. & la .b. (secondo la proportione de quelle) in .e. & .f. & posto che la .g. sia la superficie contenuta sotto della .c. & della .d. & la .k. sotto della .e. & .f. & .m. & .h. siano li quadrati della .c. et della .d. & li quadrati .n. & .l. della .e. & della .f. serà del quadrato .m. al quadrato .h. si come del quadrato .n. al quadrato .l. (per la seconda parte della decima ottava del sesto) & congiontamente del .m. & .h. al .h. si come del .n. & .l. al .l. & permutatamente del .m. & .h. al .n. & .l. &

l serà

l sarà si come del .h. al .l. adonque perche .h. communica con .l. (imperoche che .d. communica con .f. over in longhezza over in potentia) si come che .a. communica con .b. seguita che ambidui li quadrati .m. & .h. tolti insieme communichano con ambidui li quadrati .n. & .l. tolti insieme, adonque conciosia che dui primi tolti insieme siano rationale (per la trigesima ottava) etiam li dui ultimi saranno anchora rationale (per la diffinitione) & perche la superficie .K. e necessario esser mediale si come la .g. (per la vigesima quinta) & le linee .e. & .f. esser incommensurabili in potentia si come la .c. & .d. (per la decima quarta) el se conclude (per la trigesima potentia si come la .c. & .d. (per la decima quarta) el se conclude (per la trigesima ottava) la linea .h. esser la linea laquale è detta maggior che'l proposito. A demostrar el medemo altramente, conciosia che .a. sia la linea maggior, alla qual communica la linea .b. over essendo questo in longhezza over in potentia tolta una linea rationale laqual sia .c.d. sia aggionto a quella la superficie .c.e. equale al quadrato della linea .a. & dapoi la .f.g. equale al quadrato della linea .b. adonque conciosia che li quadrati delle due linee .a. & .b. siano communicanti (per el presupposito) la superficie .c.e. serà communicante alla superficie .f.g. e però (per la prima del sesto e per la prima parte della decima quarta de questo) etiam la linea .d. e alla linea .e.g. in longhezza, e perche (per la sexagesima seconda) la linea .d.e. e binomio quarto. anchora per la sexagesima quinta la linea .e.g. serà binomio quarto, adonque per la quinquagesima sesta, la linea .b. potente in la superficie .f.g. e la linea maggiore che è il proposito.

Theorema 51. Propositione 63.

63 Se alcuna linea communicante alla linea potente 69 in rationale & mediale el se approva quella esser potente in rationale mediale.

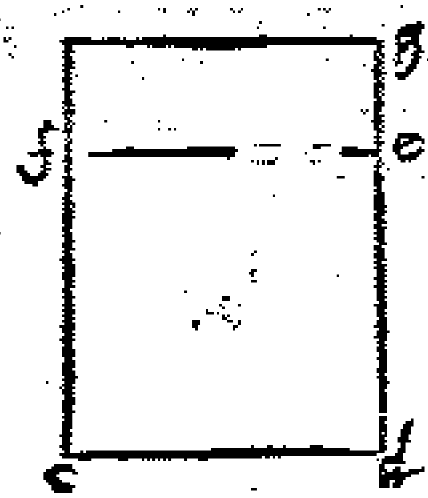


Anchora è il vero che a qualunque modo si voglia, alcuna linea sia communicante alla potente in rationale e mediale o sia in longhezza over solamente in potentia, anchora quella è una linea potente in rationale e mediale, laqual cosa si come per avanti, in dui modi se prova, & è necessario in questo al primo modo che si come le due linee, c, & d, siano in potentia incommensurabile così siano anchora le due linee, e, & f. (per la decima quarta) & si come la, g, e superficie rationale (perche tal superficie contien le proportioni della linea potente in rationale e mediale) così etiam .K. (per la diffinitione) si è rationale, e si come li dui quadrati .m. & .h. tolti insieme sono mediale, così anchora (per la vigesima quinta) li dui quadrati .n. & .l. tolti insieme seranno mediale, adonque la linea, .b. (per la trigesima nona) è potente in rationale & mediale, ma quanto al secondo

Da modo, le necessario (per la sexagesima terza) che la linea d e sia binomio quinto, e pero anchora (per la sexagesima quinta) la linea e g e binomio quinto (per laqual cosa (per la quinquagesima settima) lo lato tetragonico della superficie f g (el quale è h) sera una linea potente irrationale e mediale che è el proposito.

Theorema. 52. Propositione. 69.

Ogni linea communicante alla linea potente in due mediale ancor quella è potente in doi mediale.

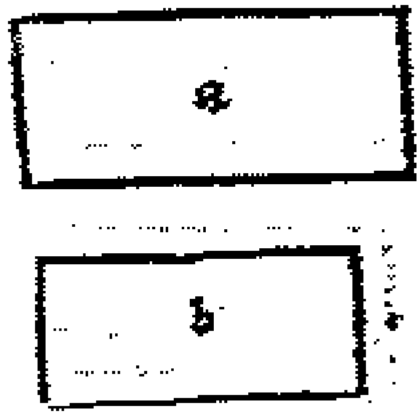


Anchora a questa (stante le medesime dispositioni & positioni) si come in la precedente in doi modi se approvera esser vera o communichi la linea, b, con la linea, a, potente in due mediale in longhezza, overo in potentia, hor quanto al primo modo della argomentatione (per la quadragesima) la superficie, g, sera a mediale & pero etiam k (per la vigesima quinta) conciosia che l communichi a quella anchora li doi quadrati m, & h, tolti insieme (per la medesima quadragesima) seran mediale e pero etiam li doi, n, & l, tolti insieme per la vigesima quinta) e perche li doi quadrati m & h tolti insieme (per la predetta quadragesima) son incommensurabil al doppio della superficie g seguita (per la decima quarta e per le nostre positioni) che anchora li doi l & n tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie k, adunque conciosia che, e, & f, siano incommensurabil in potentia si come la, c, & d, (per la quadragesima) la linea, b, sera potente in doi mediale, ma quanto al secondo modo della sottil argomentatione (per la sexagesima quarta) la, d, e sera binomio sesto e pero etiam la linea, e g, (per la sexagesima quinta) sera binomio sesto per laqual cosa (per la quinquagesima ottava) lo lato tetragonico della superficie f g el quale, b, sera potente in doi mediale che è el proposito.

Theorema. 53. Propositione. 70.

65 / 71 Se seranno congionte due superficie delle quale l'una sia rationale & l'altra mediale la linea potente in tutta la superficie da quelle composta, sera una dele quattro linee irrationale, cioè overo binomio overo bimedial primo, over linea maggiore overo potente in rationale e mediale.

Come se la, a, sia superficie rationale & la b mediale. La linea potente in tutta la superficie, a b, sera alcuna delle predette quattro linee, laqual cosa se dimostra in questo modo. Sia la linea, c d, rationale alla quale sia aggionta la superficie, c e, equale alla, a, & la f g equale alla b, & (per la vigesima propositione) la linea, la linea d. e serà rationale in longhezza communicante alla linea, e, d, posta rationale & per la vigesima quarta propositione) la linea, e, g, serà rationale solamente in potentia, & (per la decima quinta) la linea d, g, serà binomio del quale conciosia che 'l nome de le portioni binomiale (laquale è la d, e.) sia rationale in longhezza communicante al la linea posta rationale (la quale è la, e, d,) quella serà (per la diffinitione delle specie di binomii) over binomio primo, overo secondo overo quarto, over quinto, ma el non serà ne terzo ne sesto (per la diffinitione) adunque per la quinquagesima terza quinquagesima quarta, quinquagesima sesta, & quinquagesima settima propositione) la linea potente in tutta la, e, g, (laquale è equale alle due, a, & b, insieme) serà overo binomio, overo bimediale primo overo linea maggiore overo potente in rationale è mediale che è el proposito. certamente la non serà bimediale secondo, overo (per la sessagesima prima propositione la linea, d, g, seria binomio terzo e se la fusse la potente in dui mediali (per la sessagesima quarta) la linea d, g, seria binomio sesto e non era alcuno di quelle per il che è manifesta la nostra intentione.



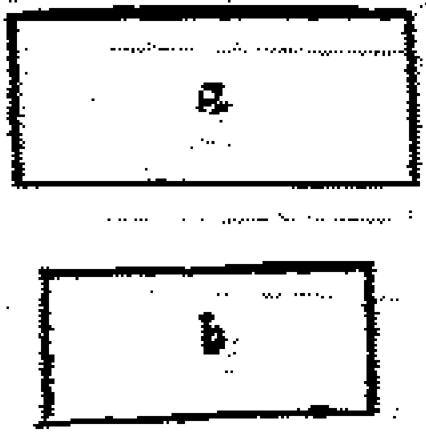
Il Tradottore.

Se la superficie rationale, a, serà maggior della superficie mediale b. la linea d, g, serà overo binomio primo, overo quarto, & la linea potente nella superficie, e, g, serà (per la quinquagesima terza e quinquagesima sesta propositione) overo binomio, overo linea maggiore, ma se la superficie rationale, a, serà minore della superficie mediale, b, la linea d g. serà overo binomio secondo overo binomio, 5. & la linea potente nella superficie, e, g, serà (per la quinquagesima quarta propositione & quinquagesima settima) overo la bimediale prima, overo la potente in rationale & mediale.

Theorema 54. Propositione. 71.

66 Quando seran congionte due superficie mediale incommensurabile la li-
72 nea potente in tutta la superficie serà o l'una o l'altra delle due linee irrationale cioè overo la bimediale secondo, overo la potente in dui mediali.

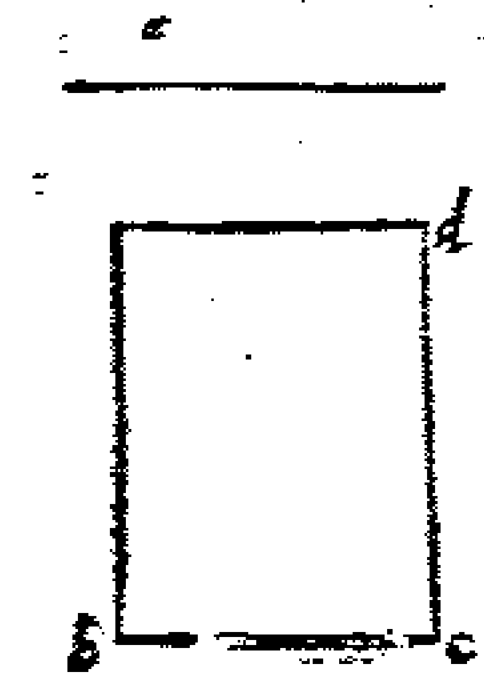
Come verbi gratia se la, a, & b, son due superficie mediale incommensurabile percioche se quelle fussero commensurabile la superficie composta da quelle seria mediale (per la decima & vigesima quinta) per laqual cosa & la linea potente in quella seria mediale (per la vigesima terza) Dico che la linea potente in la



superficie cōposita da quelle due, serà ouero bimedial secondo, ouero potente in duoi mediale. Sia la linea, c, d, rationale, e la superficie, c, e, gionta a quella sia equale alla, a, & la superficie, f, g, equale alla, b, & (per la uigesima quarta) la linea, d, e, & similmente la linea, e, g, serà rationale solamente in potentia, & concioslia che le superficie, c, e, & f, g, siano incommensurabili si come, a, & b, (a quelle equale) e pero anchora le linee, d, e, & e, g, (per la prima del sesto & per la decima quarta propositione de questo) la linea, d, g, (per la trigesimaquinta) serà binomio del quale concioslia che l'una & l'altra delle portioni binomiale (lequale sono, d, e, & e, g, siano incommensurabili alla linea posta rationale (laqual è la, c, d,) (per la diffinitione) esso serà binomio terzo, ouero sesto, adonque la linea potente in tutta la superficie, c, g, equale al composito della a, & b,) (per la quinquagesima quinta & quinquagesima ottaua) serà ouero bimedial secondo, ouero potente in duoi mediale che è el proposito.

Theorema. 55. Propositione. 72.

67 Quando serà posta una linea binomiale o altre delle irrationale
72 che seguitano quella alcuna di quelle non serà sotto al termine dell'altra.



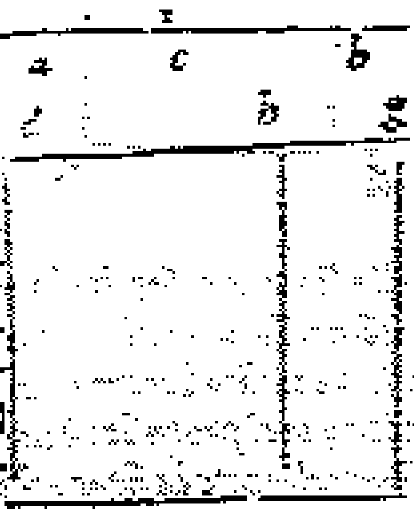
El uol dir che se alcuna linea (uerbi gratia come, a,) serà una delle sei linee irrationale hauute per ordine (lequali sono el binomio, & le cinque compagne di quello) quella non serà alcuna delle altre perche se alla linea, b, c, rationale sia aggionta una superficie equale al quadrato di quella laquale sia la, b, d, certamente se, a, serà binomio (per la quinquagesima nona propositione) la linea, c, d, serà binomio primo, & se la serà la bimedial primo la, c, d, (per la sexagesima) serà binomio secondo & se la serà la bimedial secondo (per la sexagesima prima propositione la, c, d, serà binomio terzo, & se la serà la linea maggiore la, c, d, (per la sexagesima seconda propositione) serà binomio quarto, & se la serà la potente in rationale e mediale, ouer la potente in duoi mediale (per la sexagesima terza propositione) la, c, d, serà binomio quinto ouer (per la sexagesima quarta propositione) serà binomio sesto, & perche le impossibile esser la, c, d, insieme sotto le diuerse specie de binomij (per la diffinitione) è impossibile esser la medesima fotto de diuerse specie, delle sei linee irrationale dette per auanti, etiam della linea mediale è manifesto, anchora che essa non sia alcuna delle sei sequente cioe ne binomio ne alcuna delle compagne di quello, perche conciosia che essendo aggionto a vna linea rationale vna superficie equale al quadrato della linea mediale, lo secondo lato di quella è rationale in potentia (per la vigesima quarta) et conciosia che la superficie equale al quadrato del binomio, ouer de alcuna delle sue compagne lo secondo lato di quella è vn binomio ouer el primo ouer el secondo & cosi delle altre (per la quadragesima 9. propositione et le cinque sequente) per le qual cosa quello è irrationale in longhezza & in potentia (per la vigesima quinta) adonque conciosia che sia impossibile vna medesima linea esser rational in potentia etiam irrationale si in longhezza come in potentia, gli è impossibile vna linea mediale esser binomiale ouer alcuna delle cinque sue compagne.

Il Tradottore.

Questa propositione nella seconda tradottione non gli è formata propositione, ma ben in fine della settuagesima seconda il medesimo in sostantia se conclude, ouer dimostra, il che mi fa credere che Euclide sia stato anticamente desreglato, & trabalzato come si crede, o per causa di guerre, ouero altre simile occasione, & che da li a vn tempo sia dalli desiderosi stato recercato & ressettato secondo che li hanno trouato, & cadauno vi ha aggionto quello che a lui paria che vi se conuenisse è però molti propositioni se ritrouano li commentatori essere da loro aggionte, che sono per il medesimo auttore come ogni vno puo considerare si nella sopradetta propositione ma in molti altri luochi si della prima come della seconda tradottione.

Theorema 56. Propositione 73.

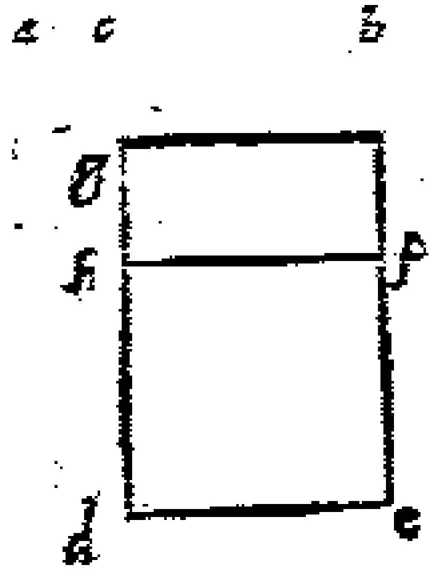
68 Se serà tagliata vna linea de vn'altra linea & seranno ambedue ratio
73 nale solamente commensurabile potentialmente, la linea rimanente serà irrationale & serà detta residuo.



Sia tagliata la linea b c dalla linea a b, & siano ambedue rationale solamente in potentia communicanti (quale insegna di trouare la vigesimaprima & vigesimaseconda & queste sono quelle che componeno el binomio) dico che la rimanente a c è irrationale, & quella se chiama residuo, perche è manifesto (per la settima del secondo) che li quadrati delle due linee a b & b c tolti insieme (li quali componeno superficie rationale dal presupposito) et (per la diffinitione della superficie rationale & per la duodecima de questo) sono tanto quanto el doppio della superficie della a b in la b c con el quadrato della a c, & conciosia che per la vigesima terza (la superficie della .a.b. in la .b.c. sia mediale e pero etiam el doppio di quella e mediale (per la vigesima quarta propositione) onde e pero è irrationale (per la vigesima terza) seguita che ambidui li quadrati delle .2. linee .a.b. et b.c. tolti insieme sieno incommensurabili al doppio della superficie dell'vna di quelle in l'altra per la qual cosa per la terzadecima propositione (& al quadrato della linea .a.c. (per la diffinitione) adonque lo quadrato della linea .a.c. è irrationale concio sia che quello sia incommensurabile a vna rationale cioe alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti in sieme adonque per la diffinitione etiam la linea .a.c. è irrationale che e il proposito. Essempialmente in figura sia la superficie e.g. equale alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme & serà rationale & similmente sia la superficie .d.f. equale al doppio della superficie dell'vna in l'altra & (per la vigesima terza propositione) serà mediale & per la settima del secondo) la superficie .f.g. serà equale al quadrato della linea .a.c. & conciosia che la superficie .e.g. sia incommensurabile alla superficie .d.f. per la terzadecima propositione la medesima sera incommensurabile alla .f.g. per laqual cosa la .f.g. è irrationale & lo lato tetragonico di quella (qual serà la linea .a.c.) serà medesimamente irrationale che è il proposito.

Theorema 57. Propositione 74.

69 Se sera tagliata vna linea da vn'altra linea & sieno ambedue mediale
74 solamente potentialmente commensurabili & che contengano superficie rationale la linea rimanente serà irrationale, & serà detta residuo bimediale primo.

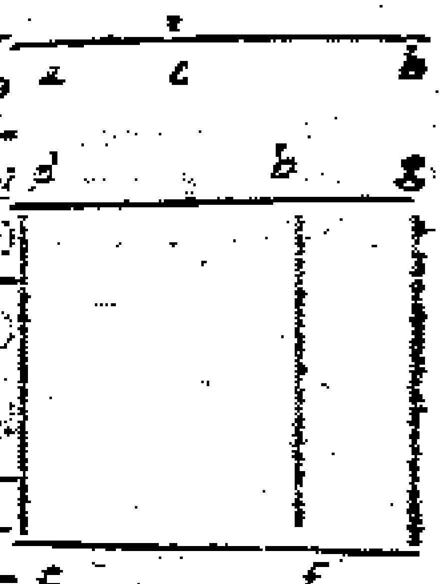


Sia tagliata la linea .b.c. dalla linea .a.b. & sieno ambedue come se propone (lequale per la vigesima nona & trigesima) tu le trouerai & queste sono quelle che compongono lo bimedial primo. Dico che la linea .a.c. che rimane serà irrationale & quella è detta residuo bimedial primo, perche ambidui li quadrati de quelle tolti insieme seran mediali, et el doppio della superficie dell'vna in l'altra serà rationale e per tanto ambidui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie d'vna in l'altra adonque perche ambidui li quadrati tolti insieme se compongono dal doppio della superficie dell'vna in l'altra & dal quadrato della linea .a.c. seguita (per la 13 propositione) che el quadrato della linea .a.c. sia incommensurabile al doppio della superficie dell'vna in l'altra per la qual cosa cosi esso quadrato (come la .a.c. lato di quello) è irrationale (per la diffinitione) adonque el proposito è manifesto, la qual cosa potendoti tu la puoi dechiarare essempialmente in figura si come la precedente. Ademostrarla anchora per vn altro modo.

Sia la linea d e rationale in longhezza alla quale sia aggionta la superficie, e f equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la superficie g e equale a ambidui li quadrati tolti insieme & (per la settima del secondo) la superficie e g serà equale al quadrato della linea, a, c, conciosia adunque che (per el presupposito) la superficie e g, sia mediale (per la vigesimaquarta propositione) la linea d, g serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la detta superficie e d, sia rationale (per el presupposito) la linea, d, h, (per la vigesima) serà rationale in longhezza, adunque (per la settuagesima terza) la linea, g h e residuo & irrationale e però (per la vigesima per la destruttione del conseguente) la superficie, f, g, è irrationale & lo lato tetragonico di quella (el quale è a, c,) e irrationale, & così è manifesto il proposito.

Theorema. 58. Propositione. 75.

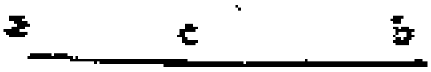
72 75 Se una linea serà segata de un'altra linea, & seranno ambedue mediale communicante solamente potentialmente, & che contengano superficie mediale, la linea restante serà irrationale & serà detta residuo medial secondo.



Sia anchora in questa tagliata la linea, b, c, dalla linea, a, b, & l'una e l'altra delle dette a b. & b. c. siano come se propone (& quelle se retrovano per la vigesima prima) & sono quelle che compongono lo bimedial secondo, Dico che la linea restante (laquale è la, a, c,) e irrationale & quella è detta residuo bimedial secondo perche (dal presupposito & dalla vigesima quinta) ambidui li quadrati delle due linee a b & b c tolti insieme sono mediale, similmente anchora el doppio della superficie dell'una in l'altra e mediale conciosia adonque che per la vigesima sesta una mediale non è differente da un'altra mediale se non in una superficie irrationale, serà lo quadrato della linea, a, c, (in el quale per la settima del secondo) li duoi quadrati delle due linee a b & b c tolti insieme eccedeno el doppio della superficie dell'una in l'altra irrationale, per laqual cosa etiam la linea, a, c serà irrationale, anchora per essempio figurale tu poi deduria re questo come per avanti perche se serà la superficie e g equale a ambidui li quadrati della, a, b. & b, c, insieme & la, d, f, al doppio della superficie dell'una in l'altra la superficie, f g, (per la settima del secondo) serà equale al quadrato della, a, c, laqual conciosia che la sia la differentia dell'una mediale e g. la superficie mediale d f, quella è irrationale (per la vigesima sesta) & lo lato tetragonico di quella (el quale è la a c.) e irrationale che è il proposito. A demostrare il medesimo altramente sia la linea d e rationale alla quale sia aggionto la superficie d f equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la e g equale a ambidui li quadrati tolti insieme & per la settima del secondo) la f.g. serà equale al quadrato della a.c. & perche la e.g. e mediale (per la vigesima quarta) la linea d.g. serà rationale solamente in potentia, similmente anchora conciosia che la e.h. sia mediale (per la medesima) la linea d.h. serà rationale similmente in potentia e perche la a. b. & la b.c. sono incommensurabile in longhezza e pero etiam lo quadrato dell'una & dell'altra alla superficie dell'una in l'altra, e per questo ambidui li quadrati insieme, li quali (per el presupposito) commensurabili sono anchora incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra seguita che la e.g. sia incommensurabile, alla h.e. per la quale & la linea d.g. alla linea d.h. adonque (per la settuagesima terza) la linea g.h. e residuo & irrationale, per ilche etiam (per la vigesima quarta positione della destrattione del consequente) la superficie f.g. e irrational et la a.c. laqual po tenzia di quella è irrationale.

Theorema.59. Propositione.76.

71 / 76 Se una linea serà detratta da un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & contineranno superficie mediale, & ambidui li quadrati de quelle tolti insieme sian rationale, la restante linea serà irrationale & se chiamarà la linea minore.



Se seranno la a.b. & b.c. quale se propone, lequale se trovano (per la trigesima seconda) & componeremo la linea maggiore dico che la linea a.c. serà irrationale & lei è quella laquale è detta linea minore, laqual cosa che seranno tenerai le positioni della precedente, & diligentemente attenderai in duoi modi questa facilmente approvarai come la antecedente.

Theorema.60. Propositione.77.

72 / 77 Se una linea serà cavata fuora de un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & contineranno superficie rationale & ambidui li quadrati de quelle tolti insieme seranno mediale la linea che rimanerà serà irrationale & serà detta la giunta con rationale componente el tutto mediale.

Anchora questa non puoi ignorare imitando le precedenti positioni, salvo se non te seranno uscite di memoria, perche poste le due linee a.b. & b.c. come se propone (lequale se ritrovano per la trigesima terza) & componeremo la linea potente in rationale, & mediale & cosi la rimanente a.c. serà irrationale, & quella vien detta quella che giunta con rationale compone il tutto mediale.

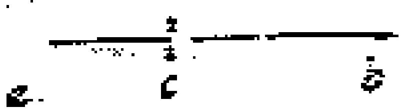
Theorema.61. Propositione.78.

73 / 78 Se una linea serà detratta de un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & contineranno superficie mediale, &

ambi-

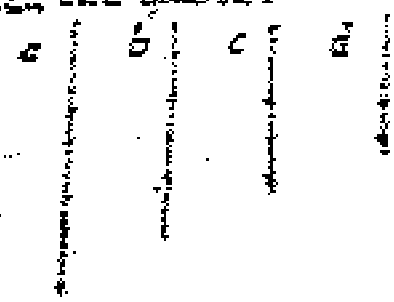
ambidui quadrati di quelle tolti insieme seranno mediale incommensurabile al doppio della superficie del una in l'altra, la linea che rimanera sera irrationale & sera detta la giunta con mediale che fa il tutto mediale.

Siano anchora in questa la a.b. & b.c. quale vien proposte lequale (per la vigesima quarta) se trouaranno & quelle sono che compongono la linea potente in duoi mediali & la rimanente a.c. sera irrationale detta quella che giunta con mediale compone il tutto mediale, lequale accioche facilmente tu la concludi te auiso che tu attendi diligentemente al processo delle due argomentationi della settuagesima quinta, Ma egliè da anteponere in questo luoco uno antecedente alle demostrationi delle sequente necessario che è il proposito.



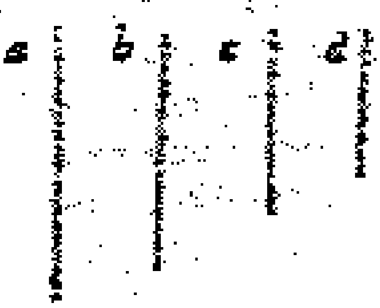
Antecedente.

74 o Se seranno quattro quantità delle quale la differentia della prima alla seconda, sia si come della terza alla quarta, serà permutatamente la differentia della prima alla terza si come della seconda alla quarta.



Questo si de intendere delle quantità resserte per un medesimo modo, cioe che quando la prima serà maggiore della seconda cosi anchora la terza sia maggiore della quarta & quando la serà minore sia etiam minore. essempli gratia sia la differentia del a. al b. si come del c. al d. dico quel differentia serà del a. al c. tale serà del b. al d. perche per questa concettion de animo la differentia delli estremi è composta delle differentie de quelli alli termini di mezzo, verbi gratia la differentia del a. al c. è composta di quella che è dal a. al b. & de quella che è dal b. al c. & quella che è dal b. al d. (per la medema concettion) è composta de quella che è dal b. al c. & de quella che è dal c. al d. & perche (per el presupposito) la differentia del a. al b. è si come del c. al d. & quella che è dal b. al c. è commune seguita (per commune sententia) che è la differentia del a. al c. sia si come dal b. al d. che è il proposito.

Il Tradottore.



Questo antecedente se ritroua solamente in la tradottione del Campano, & molti hanno applicado alle quattro linee a. b. c. d. quattro numeri proportionali (cioe al a. 12. & al b. 8. al c. 6. al d. 4.) & voleno che le dette differentie si intendeno geometrice & questo afferma medesimamente Frate Luca dal Borgo sopra questa medema antecedente, & io dico tutto el contrario cioe che le dette differentie si debbeno intender arithmetice & non geometrice & che'l sia

vero

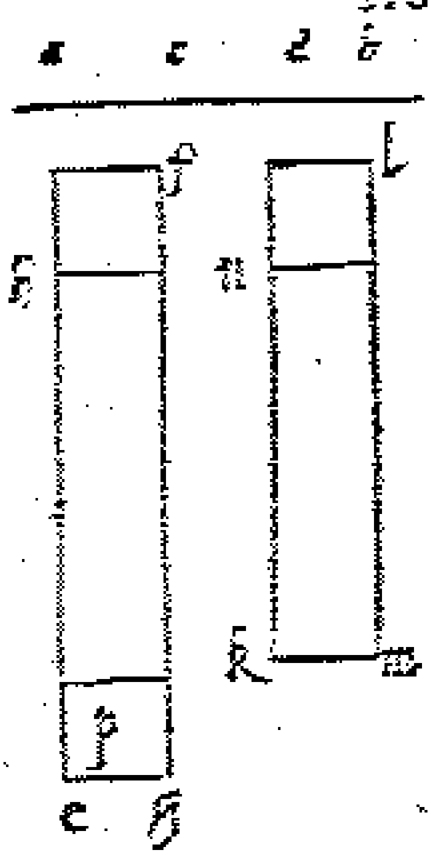
vero (oltra che nelle ispositione del detto antecedente se esplica chiaramente) nelle argumentationi delle sequente propositioni si manifesta, ma questi tali se sonno ingannati in questo, che loro non hanno ben appreso la demostratione del detto antecedente laqual se fonda sopra quella commune concettione del animo, laqual in vero non è cosi commune come lo commentatore la fa quantunque el sia la verità, cioe che la differentia delli estremi e composta delle differentie de ciascuno delli detti estremi alli termini di mezzo, verbi gratia poniamo che .a. sia quindeci & .b. 12. le differentie di quali e tre, & .c. sette, & .d. quattro (la differentia di quali e pur tre si come quella del .a. al .b.) hor dico che la differentia del .a. al .c. (qual e otto) e quanto quella che è dal .b. al .d. (laqual è pur otto) & questo se dimostra per la sopradetta commune concettion cioe che la differentia delli dui estremi .a. & .c. antecedenti (laquale e otto) e composta delle due differentie de detti dui estremi al .b. (lequale differentie l'una è tre e l'altra è cinque che in summa fa pur otto) si come quella sola, similmente la differentia delli dui estremi .b. & .d. consequenti (laquale e pur otto) e pur composta delle due differentie de detti estremi .b. & .d. al termine di mezzo (cioe .al .c.) lequal differentie l'una e cinque l'altra 3. che gionte insieme fanno pur otto si come l'altra sola & perche la differentia del .a. al .b. e quanto quella (che è dal .c. al .d. per el presupposito) giunto communamente all'una & l'altra la differentia che è dal .b. al .c. le dette due summe de dette due è due differentie (per commune scientia) seranno equale lequale due summe l'una vien a esser la differentia che e dal .a. al .c. l'altra quella che e dal .b. al .d. che è il proposito.

Theorema.62. Propositione.79.

74/79 Non a linea (salvo una solamente) puo esser congionta al residuo, che siano ambedue sotto al termine di quelle che erano avanti la separatione.

Sia la linea .a.c. residuo laquale sia rimasta tagliata la .b.c. dalla .a.b. & .a.b. & .b.c. seranno rationale solamente communicante in potentia (per la 73) dico che la detta linea .a.c. a niuna altra linea che alla .b.c. (sotto questa diffinitione) po esser composta ne a una maggiore della .b.c. ne a una minore della detta .b.c. & se questo fusse possibile (per l'adversario) sia composta con la .c.d. indifferentemente maggiore, overo minore che la .c.b. & per questo ambedue le linee .a.d. & .d.c. seranno rationale communicante solamente in potentia, adonque perche per la settima del secondo li quadrati de ambedue le linee .a.b. & .b.c. tolti insieme eccedeno el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in lo quadrato della .a.c. similmente anchora li quadrati delle due linee .a.d. & .d.c. tolti insieme eccedeno il doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in el quadrato della medesima .a.c. seguira (per lo premesso antecedente) che la differentia di dui quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme, alli dui quadrati delle due linee .a.d. & .d.c. tolti insieme, sia si come la differentia del doppio della superficie della .a.b. in la .b.c. al doppio della superficie della .a.d. in la .d.c. & conciosia che li dui quadrati

dell'una



dell'una & dell'altra settione tolti insieme siano rationale (al presupposito) & el doppio della superficie dell'una delle portioni in l'altra dell'una & dell'altra settione siano mediale (per el presupposito & per la vigesima terza) serà una medesima differentia delle due superficie rationale, & delle due mediale et questo è impossibile, perche le superficie rationale non sono differente l'una dall'altra salvo che in superficie rationale come è manifesto per la diffinitione delle superficie rationale (& per la 32.) & la superficie mediale, non può esser differente da un'altra mediale per la vigesima sesta, salvo che in una superficie irrationale, & questo si fa piu manifesto in figura cioe in questo modo sia aggionta la superficie e,f, alla linea, e g, equale alli duoi quadrati delle due linee, a,b, & b, c, tolti insieme, & la, g,h, sia equale al doppio della superficie de l'una in l'altra, e la, f,h, serà equale al quadrato della linea, a,c, per la settima del secondo, similmente anchora sia aggionta la k,l, alla linea, k,m, equale alli duoi quadrati delle due linee, a,d, & d,c, tolti insieme & la, m,n, sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra, & la superficie, n,l, per la settima del secondo, serà equale al quadrato della linea, a, c, e però e anchora equale alla h,f, adonque la differentia della e,f, alla, g,h, e sì come della k,l, alla m, n, per laqual cosa, per lo premesso antecedente, prenominando la differentia della e,f, alla k,l, e q la sia la p, serà si come della, g,h, alla m, n, & perche l'una e l'altra delle due superficie, e,f, & k,l, e rationale, e l'una e l'altra delle due superficie, g,h, & m,n, e mediale seguita lo impossibile cioe la superficie p, esser rationale, & irrationale.

Theorema. 63. Propositione. 80.

75 Niuna linea se non solamente una può esser congionta al residuo mediale
80 primo, che siano ambedue sotto al termine di quello che erano avanti la separatione.

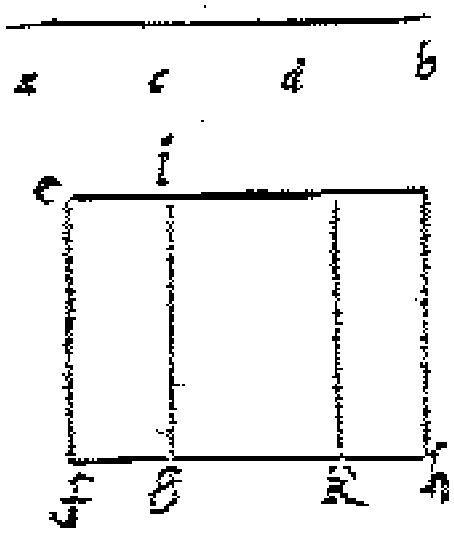
Anchora questa se approverà per simil modo che fu approvata la passata, perche essendo ambidui li quadrati tolti in sieme in l'una & l'altra settione mediale, & il doppio della superficie dell'una nell'altra rationale & perche come prima, la medesima differentia e di quadrati dell'una settione alli quadrati dell'altra, che è dal doppio della superficie dell'una al doppio della superficie dell'altra, & la differentia delle due superficie mediale & delle due rationale serà una medesima superficie laqual cosa è impossibile.

Theorema. 64. Propositione. 81.

76
81 Niuna linea è congiongibile al residuo mediale secondo che siano s-

to al termine di quelle se non solamente quella della quale era separata auanti.

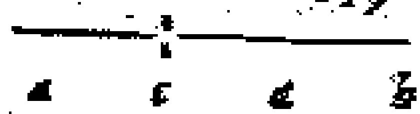
Hor sia la, a, c, el residuo medial secondo (laquale fu el residuo) tagliata la, b, c, dalla, a, b, & (per la settuagesima quinta) le due linee, a, b, & b, c, seranno mediale solamente in potentia communicante continenti superficie mediale, dico che ess la linea, a, c, non puo esser congionta ad alcuna altra linea che alla, c, b, fatte quella diffinitione, & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia congiunta alla linea, c, d, & sia la linea, e, f, rationale in longhezza, alla quale sia congionta la superficie e, k, equale alli quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme & la e, K, equale alli quadrati delle due linee a, d, & . d. c. tolti insieme dalla quale sia tagliata la e, g equale al quadrato del la linea, a, c, & la superficie l, h. (per la settima del secondo) serà equale al doppio della superficie della, a, b, in la, b, c, & la superficie l, k, (per la medesima settima del secondo) serà equale al doppio della superficie della, a, d, in la d, c, perche adonque li quadrati de ambedue le parti della prima settione sono mediale, & etiam el doppio della superficie e mediale incommensurabile alli dui quadrati tolti insieme) laqual cosa lo diligente geometra elqual seruerà diligentemente le positioni non potrà ignorare serà la superficie, e, h, mediale conciosia che essa sia equale alli duoi quadrati tolti insieme, etiam la superficie l, h serà mediale conciosia che quella sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra (per la vigesima quarta) adonque l'una & l'altra delle due linee, f, h, & g h, è rationale solamente in potentia, e perche l'una è incommensurabile all'altra imperoche la superficie e, h, e incommensurabile alla superficie h, l, si come li doi quadrati al doppio della superficie (per la settuagesima terza) la linea f, g serà rationale, per laqual cosa la linea f, g, che è residuo se compone alla linea g, h, acciochè siano ambedue sotto al termine de quelle che erano auanti la separatione, similmente anchora tu approuerai la medesima, f, g, componerse con la linea g, K, cō la medesima conditione per mezzo delle superficie e, K, & k, l, delle quale la prima è equale alli quadrati delle due linee a, d, & d, c tolti insieme, & la seconda al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa è impossibile (per la settuagesima nona) & questo modo de demostratione puo esser commune alla ottuagesima, & alle altre quattro che seguitano quella.



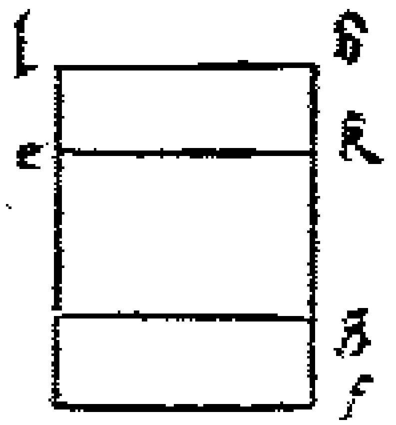
Theorema. 64. Propositione. 82.

77
82 Niuna linea è congiongibile alla minore che siano sotto al suo termine se non solamente quella laquale gli era congionta auanti la incisione.

Intendi che cosa sia la linea minore, & se tu te l'hai desmenticato recorri alla



settuagesima sesta, & senza alcuna difficultà tu concluderai el proposito procedendo si come in la settuagesima nona & se te apparerà tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.



Theorema 66. Propositione 83.

78/83 La linea che congionta con rationale fa el tutto mediale, non puo esser congionta se non solamente a una linea, che siano sotto el termine di quelle.

Che cosa sia la linea che se propone tu l'hai hauuto nella settuagesima settima adunque quando de quella vorrai demostrare quello che per questa ottuagesima terza è detto non te desuiare in cosa alcuna del processo della ottuagesima nona se tu te delettarai acuir lo ingegno, tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.

Theorema 67. Propositione 84.

79/84 Alla linea qual gionta con mediale fa el tutto mediale, non po esser aggionto se non solamente una linea che siano sotto el termine di quelle che erano auanti la separatione.

De questa linea (qual gionta con mediale compone il tutto mediale) la settuagesima ottaua è maestra della quale (quello che questa ottuagesima quarta cosi propone) serai constretto cõcludere si come cõcludesti del residuo mediale secondo el qual per la ottuagesima prima è stato cauato.

Terze diffinitioni.

Poste due linee l'una rationale, & l'altra residuo, & aggionta alcuna linea à esso residuo, secondo il termine di quello, se tutto el composito di tal aggiongimento, serà piu potente della linea aggionta, in el quadrato d'una linea commensurabile in longhezza, à esso tutto dapoi lo medesimo tutto serà commensurabile in longhezza, alla linea posta rationale quello residuo che era posto serà detto residuo primo. Ma se l serà che la linea aggionta commensurabile in longhezza alla linea posta rationale serà detto residuo secondo, & se l'una e l'altra serà incommensurabile in longhezza alla posta rationale se chiamarà residuo terzo.

Il Tradottore.

Per le sopra scritte tre diffinitioni se manifesta in sostantia che quelle due linee congionte che compongono el primo, secondo, & terzo binomio, quelle medesime sotrahendo la minore della maggiore la parte restante formano el primo secondo

& ter

& terzo residuo, cioe che quelle due congionte formano el primo binomio, quelle medesime disgionte causano el primo residuo, cioe che la linea restante di tal sotratione è detta residuo primo così seguita nelli altri dui.

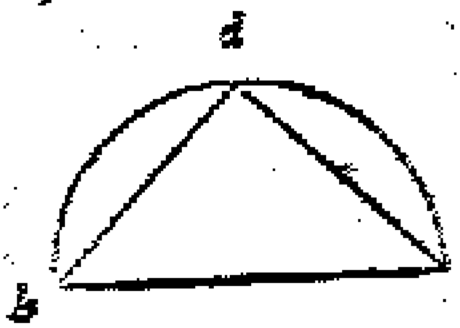
Se tutta la linea serà piu potente della linea aggionta nel quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa tutta, & la medesima tutta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamarà residuo quarto, & s'el serà che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamarà residuo quinto. Ma se l'una e l'altra serà incommensurabile alla linea posta rationale se chiamarà residuo sesto.

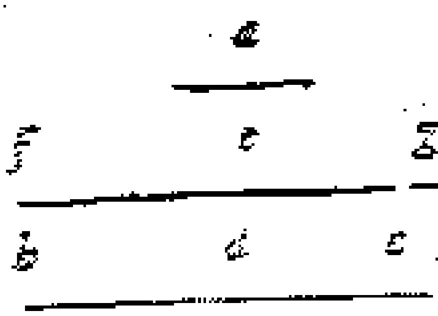
El Tradottore.

Quantunque queste tre diffinitioni siano poste disgiunte dalle tre precedente, le si debbono intendere a quelle congionte successivamente, nelle quale similmente se manifesta in sostantia) si come nelle precedente tre) che quelle medesime due linee che congionte formano el quarto, quinto, & sesto binomio, quelle medesime disgionte (cioe sotratta la minore dalla maggiore) causano el quarto, quinto, & sesto residuo, cioe che quella parte de linea che restarà di tal sotramento se chiamarà binomio quarto, over quinto over sesto cioe stante le conditione dette se la tutta delle due linee, serà communicante in longhezza alla nostra proposta rationale (cioe alla nostra misura) el residuo serà detto quarto ma se per caso serà che la linea aggionta (e non la tutta) sia communicante alla detta misura, serà detto residuo quinto, ma se ne l'una ne l'altra serà detto residuo sesto.

Problema. 18. Proposition. 85.

80/85 Trovar et investigare el primo residuo.





La inventione per ordine de tutte le specie de binomii ne assolue facilmente dalla inventione de tutte le specie de residui, perche in qual si voglia specie de binomii se la minor portione serà segliata dalla maggiore la linea restante serà el residuo de simile specie come è manifesto per le diffinitioni si di binomii come di residui. Ma non se partendo dalle proprie inventioni di residui in questo modo investigamo el primo, sia la linea a posta rationale alla quale sia tolta la b. c. commensurabile in longhezza & sia e. numero quadrato diviso in f. non quadrato & in g. quadrato & sia la proportione del quadrato della linea b. c. al quadrato della linea c. d. si come de e. al f. & (per la ultima parte della 6. del 10.) la c. d. serà rationale solamente in potentia, adonque con

cosa

tiosia che la .c.b. sia piu potente della .c.d. in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza laqual cosa è manifesta si come in la inventione del primo binomio (per la diffinitione) e manifesta la linea .b.d. esser residuo primo.

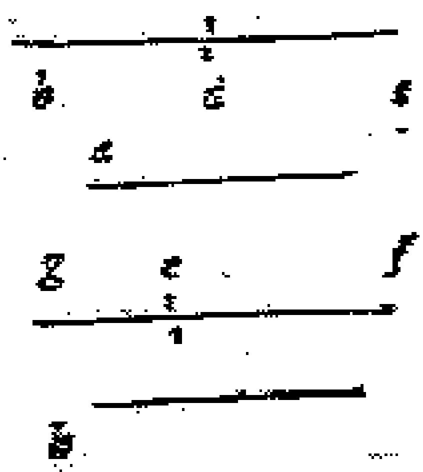
Il Tradottore.

In quanto alla operatione di questo problema, per la linea .b.c. se debbe intendere quella sopra laquale è descritto el mezzo cerchio, si come fu fatto nella inventione del primo binomio, tal che giongendo la linea .d.c. direttamente alla linea .b.c. tutta la linea cosi composta seria binomio primo, ma in quanto alla conclusione si debbe intendere per la linea .c.b. la linea .c.b. inferiore (tamen però è quella alla prima cioè a quella dove è descritto sopra el mezzo cerchio) et di quella sottratto ne la detta .c.d. la parte rimanente cioe la .d.b. (per la diffinitione) serà residuo primo

Problema 19. Propositione 86.

81/86 Egli è possibile a esplicare il secondo residuo.

A voler trovar el secondo residuo sia la linea .a. posta rationale et la .c.d. a quella commensurabile in longhezza, et sia del quadrato della .c.d. al quadrato della .b.c. si come della .f. alla .e. et la .b.d. (per la diffinitione) serà el secondo residuo. se tu dubiti, ouero che tu non serai li presupposti posti per avanti, vuoi che tu hai di bisogno della repetitione del secondo binomio.



Problema 20. Propositione. 87.

82/87 Puotemo investigare il terzo residuo.

El terzo residuo se trovarà in questo modo. Sia posta come prima la linea .a. rationale, et lo numero .e.f. quadrato diviso in .f. non quadrato et in .g. quadrato et tolto lo .h. numero primo, e lo quadrato della linea .a. al quadrato della linea .b.c. si come del .h. al .e.g. e sia il [illegible] della linea .b.c. al quadrato della linea .c.d. si come del .e.f. al .f.g. et (per la diffinitione) la linea .d.b. serà el terzo residuo della qual cosa tu dubiti conseguitarti con el terzo binomio.

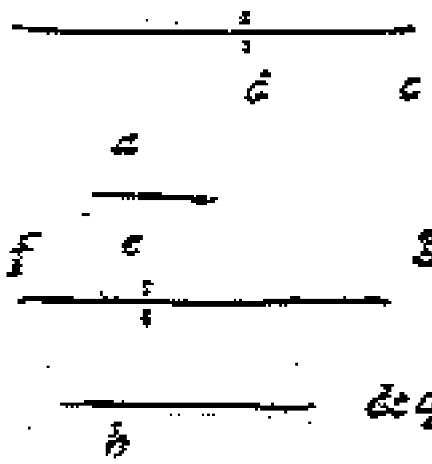
Il Tradottore.

In la inventione di questo terzo residuo bisogna advertirse di quello che fu detto sopra la inventione del terzo binomio cioè che il non basta a tor il numero .h. numero primo, anci bisogna torlo con le conditioni dette (del numero .h.) sopra la detta inventione del terzo binomio cioè che il non sia quadrato, et che la proportione di quello al numero .e.f. non sia come di numero quadrato a numero quadrato.

Pro-

83 Problema 21. Propositione 88.

88 Puotemo ritrouare el quarto residuo.



Sia in questa si come in la inuentione del primo residuo la linea, b, c, communicante alla linea, a, posita rationale, ma lo numero, e, quadrato sia diuiso in f, & g, di quali l'uno e l'altro non sia quadrato & sia el quadrato della linea, b, c, al quadrato della linea, d, c, si come del, e, al, f, & (per la diffinitione) saperai la linea, d, b, esser el quarto residuo, se tu non serai smenticheuole de queste cose, che tu operasti in la inuentione del 4 binomio.

Problema 22. Propositione 89.

84 Puotemo dimostrare el quinto residuo.

89

Quando vorrai trouar el quinto residuo la linea, c, d, serà communicante alla linea, a, posita rationale in longhezza (si come era in la inuentione del secondo) & lo numero quadrato, e, serà diuiso in f, & in g, di quali ne l'uno ne l'altro serà quadrato (si come in la precedente) & lo quadrato della linea, c, d, al quadrato della linea, b, c, serà si come del numero, f, al numero, e, dalle quale per la diffinitione tu conduerai la linea, d, b, esser el quinto residuo hauendo a memoria la inuentione del quinto binomio.

85 Problema 23 Propositione 90.

90 Finalmente voglio ritrouare el sesto residuo.

El sesto residuo se ritroua in questo modo, serà come prima la linea, a, posita rationale & lo numero, e, quadrato diuiso in, f, & g, non quadrati, & h, serà numero primo, & lo quadrato della linea, a, al quadrato della linea, c, b, si come lo numero, h, al numero, e, & lo quadrato della, b, c, al quadrato della, c, d, come lo numero, e, al numero, f, & (per la diffinitione) la linea, d, b, serà residuo sesto, alla qual se l'animo tuo non assentirà plenariamente, te conuiene essercitarte in la inuentione del sesto binomio.

Il Tradottore.

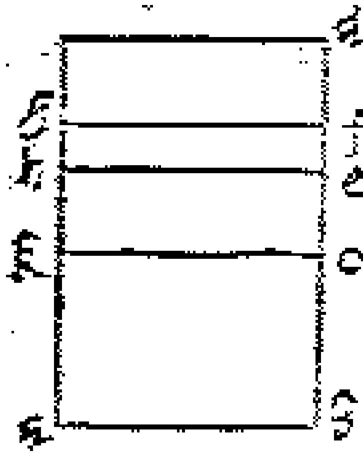
Similmente nella inuentione di questo 6 residuo bisogna aduertire di quello che fu ditto sopra la inuentione del sesto binomio, cioe che'l non satisfa a tor il numero, h, semplicemente numero primo, ma bisogna che habbia le due conditioni ditte sopra la inuentione del terzo residuo libro &c.

Theorema 68. Propositione 91.

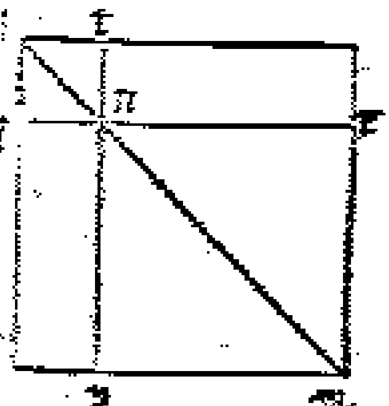
86 Se vna superficie serà contenuta da vna linea rationale, & da vn resi-

91 duo primo, lo lato tetragonico di quella è necessario esser residuo.

Sia



Sia la superficie .a.c. contenuta dalla linea .a.b. rationale & dalla .b.c. residuo primo. Dico lo lato tetragonico della superficie .a.c. esser residuo, & per dimostrar questo sia aggionto alla linea .b.c. la linea .c.d. & sia quella per la detrattione della quale la .b.c. fu residuo primo & (per la diffinitione) la .b.d. serà rationale in longhezza & la .c.d. solamente in potentia, anchora la .b.d. serà più potente della .c.d. in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, adonque sia divisa la .d.c. in due parti equali in ponto .e. & tutta la .b.d. sia divisa in questa conditione in ponto .f. che fra la .b.f. & la .f.d. sia la .e.d. nel mezzo luoco proportionale & (per la seconda parte della decimanona) la .b.f. serà communicante in longhezza alla .f.d. adonque (per la 12.) l'una & l'altra de quelle communica con tutta la linea .b.d. per laqual cosa (per la diffinitione) ambedue sono rationale in longhezza & per tanto sian dutte le linee .f.g. e.h. & c.k. equidistante alla .a.b. & (per la decimanona) l'una & l'altra delle due superficie .a.f. & .g.d. serà rationale adonque sia il quadrato .l.m. equale alla superficie .a.f. & serà rationale & lo lato di quello serà rationale in potentia, protratta adonque la linea .l.m. diagonale di quel quadrato, & sia descritto lo quadrato .l.n. equale alla superficie .g.d. & quel serà rationale & lo lato di quello serà rationale in potentia, & siano protratte le due linee .n.p. & .n.q. equidistantemente alli lati del total quadrato. Dico adonque lo quadrato .p.r. esser equale alla superficie .a.c. & lo lato di quello (el quale è .n.p.) esser residuo, perche conciosia che la linea .d.e. sia (dal presupposito) nel medio luoco proportionale fra la .b.f. & la .f.d. (per la prima del sesto) la superficie .d.h. serà



in el luoco medio proportionale fra le due superficie .a.f. & .g.d. & però etiam & fra li duoi quadrati .l.m. & .n.l. & conciosia che per la prima del sesto, la superficie .l.p. sia nel medio luoco proportionale fra li medesimi duoi quadrati serà la superficie .l.p. equale alla .d.h. & etiam alla .h.e. & perche lo quadrato .l.n. è equale alla .g.d. serà la .n.r. equale alla .g.e. adonque tutto el gnomone circonscritto al quadrato .m.n. è equale alla .c.g. & perche lo quadrato .l.m. era equale alla .a.f. rimanerà lo .m.n. equale alla .a.c. & che la .n.p. (lato del quadrato .m.n.) sia residuo così se apprende, perche l'una e l'altra delle due linee .p.l. & .l.n. è rationale in potentia imperoche l'uno e l'altro quadrato .l.m. & .n.l. è rationale, e l'una di quelle è incommensurabile all'altra (per la prima del sesto & per la 14. di questo) imperoche lo quadrato .l.m. è incommensurabile alla superficie .l.r. si come la superficie .a.f. alla superficie .h.d. delle quale è manifesto che quelle sono incommensurabile, perche (per la prima del sesto) una di quelle all'altra & si come la linea .b.f. (laquale è rationale in longhezza) alla linea .f.e. laquale è rationale solamente in potentia. Adonque (per la settuagesima terza) la linea, t, la qual po in la superficie, a, c, è residuo & questo è quello che intendemo di dimostrare.

Il Tradottore.

In la maggiore parte delle cose di sopra se argüisse per la prima del sesto si puo arguire (a maggiore intelligentia) per lo lemma posto avanti alla quinquagesima terza che così si argüisse in la seconda tradottione, ma perche lo espositore non trovò lo detto lemma fu sforzato a argüire come di sopra appare, & similmente nel le sequente.

Theorema 69. Propositione 92.

87/92 Se alcuna superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal secondo residuo la linea potente in quella medesima superficie serà residuo medial primo.

Anchora in questa argüisse si come in la precedente per la diffinitione del secondo residuo & per la seconda particola .17. & .12. & .23. & .19. & .74.

Theorema 70. Propositione 93.

88/93 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, dal terzo residuo, la linea potente sopra di quella serà residuo medial secondo.

Seguita alla prima demostratione, et facilmente concluderai il proposito, per la diffinitione del terzo residuo & per la seconda parte della decima settima & per la duodecima & vigesima terza & settuagesima quinta.

Theorema 71. Propositione 94.

89/94 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal quarto residuo, la linea potente sopra di quella serà la linea minore.

Anchora in questo non procedere altramente che prima, perche a te serà facile cõcludere el proposito, se non t'haverai scordato la precedente (per la diffinition del residuo quarto & per la seconda parte della decima ottava & per la duodecima & per la vigesima terza & per la decima nona & settuagesima sesta, & così serà manifesto il proposito.

Theorema 72. Propositione 95.

90/95 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal quinto residuo, lo lato tetragonico di quella serà la giunta con rationale componente mediale.

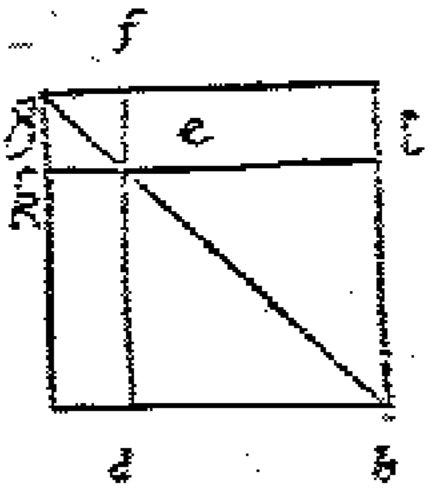
Formate nella premessa argumentatione (per la diffinitione del quinto residuo e

per

per la seconda parte della decima ottava & per la duodecima & vigesima terza e decima nona & settuagesima settima) che è il proposito da concludere.

Theorema.73. Propositione.96.

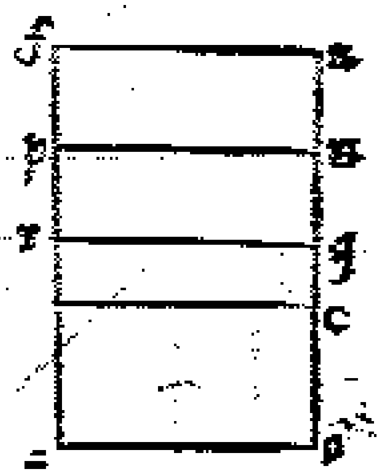
95 / 96 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & dal sesto residuo, lo lato tetragonico che può sopra di quella el se prova esser la linea che giunta con mediale constituisse il tutto mediale.



Al presente ancor quello che ultimamente per questo è detto sia diligente di concludere per la diffinitione del sesto residuo & per la seconda parte della decima ottava & per la duodecima & vigesima terza & settuagesima ottava, & niuna cosa potrà offendere el tuo processo in tutte queste propositioni, se la prima di queste perfettamente imparerai & in memoria tenerai, & ancora quel che la suppone prudentemente attenderai, e se per caso te occorresse qualche dubbio in el quadrato. ma te serà necessario con el tuo ingegno de rescontrare el suo equale in le superficie, a, d, & seranno manifesti.

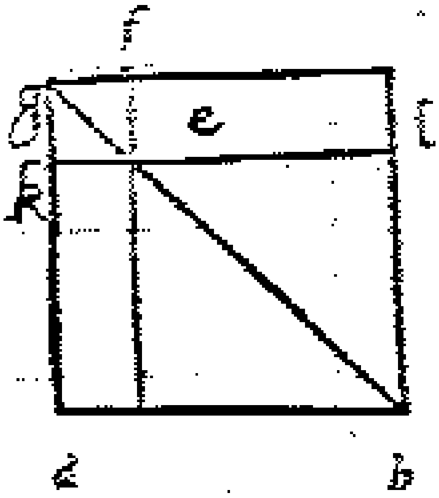
Theorema.74. Propositione.97.

96 / 97 Se una linea rationale serà applicata una superficie equale al quadrato d'un residuo, l'altro lato è necessario esser un residuo primo.



Queste sei seguente propositioni, sono le conuerse delle sei precedente per ordine, & la intentione di questa prima è questa che se la superficie, a, c, aggionta alla linea rationale, a, b, equal al quadrato di un residuo el qual sia la linea d, e, lo secondo lato di quella (el qual è la b, c,) serà necessariamente residuo primo, perche sia aggionto alla linea, d, e, (laquale se propone esser residuo) la linea per la aggionta della quale essa serà residuo e sia la aggionta a quella la, e f, (per la settuagesima terza) l'una e l'altra delle due linee, d, f, & f, e serà rationale in potentia e l'una di quelle incommensurabile all'altra in longhezza, adonque sia descritto lo quadrato della linea, f, e, (el quale sia, e, g, & lo quadrato della, d, e laqual è posta esser residuo, el qual sia, e, h, & siano aggionti li supplementi, d, k, & f, l, & lo quadrato, g, h, serà si come lo quadrato della linea, e, f, & lo quadrato, e, h, serà si come la superficie, a, c, etiam l'uno e l'altro di quadrati, g, h, & g, e serà rationale. Sia adonque aggionta la superficie, a, m, alla linea, a, b, equale al quadrato, g, h, & per questo serà rationale, per la qual cosa (per la vigesima) la linea, m, b, serà rationale in longhezza, & la superficie, g, n, sia equale al quadrato, e, g, lamale etiam per questo serà rationale & (per la vigesima) la linea, m, n, serà rationale in longhezza adonque tutta la linea, b, n, serà rationale (per la duo decima hor sia divisa la, c, n, in due parti equale in ponto, q, & sia detta la q, r, equidistan te alla, a, b, e (per la prima del sesto) la superficie, c, r, serà equale alla, r, n, & è manifesto che quando tutta la superficie, a, r, sia equale alli dui quadrati, g, h, & e, g, toltì vi (liquali sono li quadrati delle due linee, d, f, & f, e,) & la superficie, c, g, sia equale al quadrato della linea d, e, laquale è, a, b, (per la settima del secon do) la superficie residua della, a, n, (laquale è la, c, s,) sera equale al doppio della superficie della, d, f, in la, f, e, per laqual cosa & la mità di quelle (lequale sono, r, n, & , c, g,) è necessario esser equale & conciosia adonque che (per la prima del sesto la superficie, d, g, sia nel medio luoco proportionale fra li dui quadrati, g, h, & e, & la superficie, r, n, serà nel medio luoco proportionale fra le due superficie, c, m, & p, n, e pero (per la prima del. 6.) etiam la linea, q, n, serà nel luoco medio proportionale fra le due linee, b, m, & m, n, & conciosia che la, q, n, sia la mità della linea, n, c, & la linea, b, n, sia divisa in ponto, m, in due parti communicante fra lequale cade la, q, n, nel medio luoco proportionale seguita (per la prima parte della decima settima) che la linea, b, n, sia piu potente della linea, n, c, in el quadrato di vna linea communicante cō seco in longhezza adonque perche la superficie, d, g, e mediale per la vigesima terza (& la superficie, c, r, a quella equale (dal presupposito) è mediale & la linea, c, q, rationale solamente in potentia (per la vigesima quarta) & pero etiam el doppio di quella (elquale è la linea, n, c,) è rationale solamente in potentia, adonque perche la, b, n, e rationale in longhezza communicante in potentia, adonque perche la, b, n, e rationale in longhezza communicante alla linea, a, b, posta rationale & piu potente della, n, c, in el quadrato di vna linea a se communicante in longhezza seguita per la diffinitione) la linea, b, c, esser residuo primo che è il proposito.

Theorema. 75. Propositione. 98.



92
98 Quando che a vna linea rationale serà aggiunta vna superficie equal al quadrato del residuo medial primo l'altro lato di quella serà vn residuo secondo.

Quivi la linea, d, e, serà residuo medial primo, & la linea, e, f, serà quella a taglianteo della quale la, d, e, era stata residuo medial primo, dico che la, b, c, sera residuo secondo laqual cosa non puoi ignorare se tu seguiti pigli ben in pratica la demostratione della precedente e che vigilantemente tu habbi atteso quale linee bisogni esser la, d, f, & f, e, della qual cosa se tu dubbiterai in alcuna vederai la settuagesima quarta.

Theorema. 76. Propositione. 99.

94
99 Se a vna linea rationale serà applicata vna superficie equale al quadrato del residuo mediale secondo, lo secondo lato di quella conviem esser residuo terzo.

Quivi

Quindi anchora sera la linea, d, e lo residuo medial secondo & seguitara che la, e, b, sia uno terzo residuo laqual cosa anchora facilmente la concluderai seguitando alla dimostratione della prima & quale linee conviene esser la, d, f, et f, e, raccoglielo dalla settuagesimaquinta.

Theorema 77. Propositione 100.

95/100 Quando che a una linea rationale sera aggionta una superficie equale, al quadrato d'una linea minore lo lato secondo di quella sera uno residuo quarto.

Se la d, e, sera una linea minore come propone questa centesima, Dico che la b, n, sera un quarto residuo & quai linee sia necessario esser la, d, f, & la f, e, (quando che la d, e, sera una linea minore) tu lo intenderai dalla settuagesima sesta, & el proposito si debbe dimostrare per lo modo precedente, eccetto che in questa & i le due sequente e necessario dividerse la linea b, n, al ponto m, in due parti incommensurabile, lequale in le tre precedente necessariamente se dividena in due commensurabile, perche in le tre precedente le due linee, d, f, & f, e, erano state communicante in potentia, e pero etiam li quadrati di quelle erano stati communicanti, per laqualcosa & le superficie a, m, & p, n, equale alli quadrati de quelle erano state communicante, per la qual cosa & etiam le due linee b, m, & m, n, e pero etiam in le tre precedente la linea. b, n, fu piu potente della linea, m, n, nel quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza per la prima parte della decimasettima, ma in questa & in le due sequente le due linee, d, f, & f, e, sono incommensurabile in potentia come appare (per la settuagesima sesta settuagesima settima & settuagesima ottava) e pero etiam li quadrati di quelle per laqual cosa etiam le superficie, a, m, & p, n, sono incommensurabile per laqualcosa etiam le due linee b, m, & m, n, sono incommensurabile, e pero (per la prima parte della decima ottava) si in questa come in le due sequente e necessario la linea b, n, esser piu potente della linea n, m, nel quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, ma de le altre cose serva come per avanti.

Il Tradottore.

Questa & la precedente si servino della figura della nonagesima settima, & nonagesima ottava cioe che nel dire se refferisse a quella, il medesimo fa le altre dui sequente.

Theorema 78. Propositione 101.

96/101 Se a una linea rationale sia aggionta una superficie equale al quadrato della linea con rationale componente medial lo lato secondo di quella sera residuo quinto.

Similmente quivi pone la linea, d, e, esser quella che gionta con rationale, dopo el tutto mediale, & quella linea bisognà esser la, e, f, & la, f, e attende alla settuagesima settima & concluderai senza alcun impedimento la linea, b, c, esser residuo quinto se tu seguiterai le necessarie demostratione hauute per avanti.

Theorema 79. Propositione. 102.

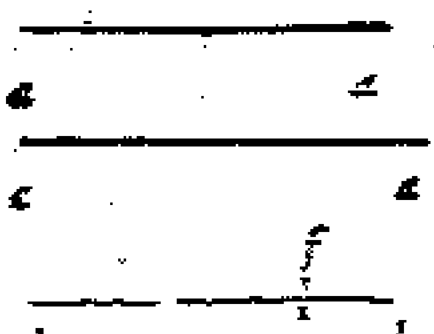
97
—
102 Se a una linea rationale sia aggionto una superficie equale al quadrato della linea con mediale componente mediale, l'altro lato di quella serà residuo sesto.

Hor in ultimo la linea, d, e conviene essere quella laquale gionta con mediale compone el tutto mediale, alla qual giontovi la linea, e, f, (laqual sia quella per il taglimento della qual la linea, d, e, era stata quella che se propone) e qual linee bisognà esser la, e, f, & f, e, pur lo intenderai dalla settuagesima ottava se la prima argumentatione firmamente tenerai senza oppositione, finalmente potrai concludere la linea, b, c, esser residuo sesto, & per sorte te occorresse dubitare in cosa alcuna del quadrato, g, b, confirmalo con la superficie, a, c, a lui equale e cosi se manifesta via proposita nostra.

Theorema 80. Propositione. 103.

98
—
103 Ogni linea commensurabile a uno residuo anchora quella in termine & ordine è el medesimo residuo.

Quello che propose la sexagesima quinta & le quattro che seguitano quella del binomio, & delle cinque compagne di quello questa 103 & le quattro che seguitano propongano esser el vero del residuo & & delle sue cinque compagne, che haverà dato opera a quelle per sina che le habbia ben in memoria nõ poterà ignorare queste veramente ogni cosa che è detto in quelle de communicante in longhezza, & solamente in potentia il medesimo bisogna intendere anchora in queste, perche ogni linea communicante al residuo in longhezza, overo solamente in potentia, essa anchora è residuo & se quella communica in longhezza, non solamente quella è residuo ma anchora è residuo de quella medesima specie, verbi gratia la linea communicante in longhezza al residuo primo è residuo primo, & quella che è communicante al secondo e secondo, & cosi anchora delli altri ma quando la linea communicano a uno residuo solamente in potentia quella anchora è necessario esser residuo ma non della medesima specie anci le impossibile che una linea cõicante solamente in potentia a un residuo primo, over 2, over terzo, over quarto, over 5 cascha insieme sotto alle tre prime specie over ambedue insieme sotto alle tre ultime, et per tanto



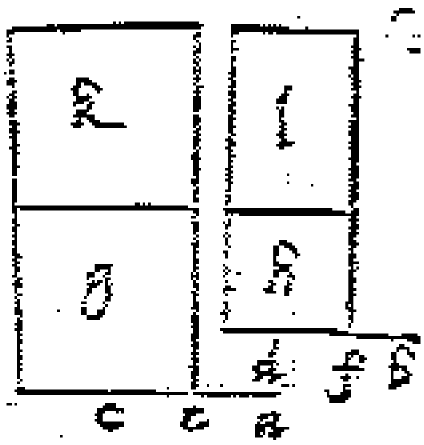
siano

sia la linea a residuo alla qual communichi la linea b in longhezza, dico che la linea b, serà residuo de quella medesima specie con la a, sia aggionta la linea c alla linea a, & sia quella per ablatione della quale la linea a è residuo & alla b, ne sia aggionta un'altra, laquale sia la d, alla quale così gli sia la b, si come la a alla c, & così la composita della a & c sia la e, & la composita della b & d sia la f, & (per la permutata proportionalità) la e alla b serà si come la c alla d, & (per la terzadecima del quinto) la e alla f serà si come la a alla b, over si come la c alla d, conciosia adonque che la a communichi con la b (per la decima quarta) la c serà communicante con la d, & e, anchora serà communicante con la f, & perche anchora è necessario (per la permutata proportionalità) della e alla c esser si come della f alla d seguita (per la sesta decima) che se la e, serà più potente della c in el quadrato di una linea a se communicante in longhezza, overo se la fosse per aventura incommensurabile, serà similmente la f più potente della d, ma perche ogni linea communicante in longhezza a una linea rationale, quella similmente rationale, similmente dico, perche ambedue serano rationale in longhezza, overo ambedue solamente in potentia, seguita (per la diffinitione di residui) che la b sia residuo della medesima specie che è la a, ma se la b communica con a solamente in potentia, essa anchora serà residuo tamen necessariamente non serà de quella medesima specie, ma serà si come è detto la demostratione della quale (per quelle cose che sono state dette in la sexagesima quinta) del binomio è da esser mandata.

Theorema. 81. Propositione 104.

99 Ogni linea communicante a qual si voglia residuo mediale è residuo me-
104 diale sotto el termine & ordine di quello.

Una linea over communichi con qual si voglia residuo mediale in longhezza, overo in potentia, egli è il vero quello che se dice, hor sia la a qual si voglia residuo mediale alla quale communichi la b in longhezza over in potentia. Dico che la b, etiam residuo mediale tal qual serà la a, hor sia aggionta la linea c alla linea a, & sia la c, per la incisione della quale la a sia residuo mediale & alla b, ne sia aggionta una altra laqual sia d, & sia della b alla d si come della a alla c, & tutta la composita della a & c sia la e, et della b & d sia la f, sia descritto adonque li quadrati della c & della d, liquali siano g & h, et la superficie del e in c sia k, & del f in d sia l, & perche esso come prima de la a alla b, & de la c alla d si come del a al b, & la a & c sono mediale solamente in potentia communicante (per la 74 & 75) seguita (per la 24 che la f & d (a quelle communicante) siano etiam mediale solamente in potentia communicante & è manifesto per la prima del sesto che la k alla g sia si co-

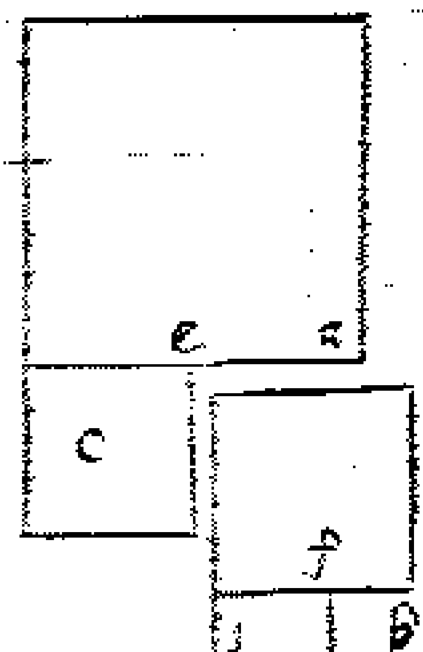


me la .e. alla .c. & la .l. alla .b. si come la .f. alla .d. & perche egli è della .e. alla .c. si come della .f. alla .d. seguita che della .K. alla .g. sia si come della .l. alla .b. & permutatamente della .k. alla .l. si come della .g. alla .b. conciosia adonque che la .g. communichi con la .b. seguita che la .k. communichi con la .l. adonque se la .K. serà rationale (che è el residuo medial primo) etiam la .l. (per la diffinitione) serà rationale, per laqual cosa (per la .74.) etiā la .b. e residuo medial primo, & se la .K. serà mediale (che è quel residuo medial secondo) etiam la .l. per (la .23.) serà mediale, & però etiam la .b. (per la .75.) serà residuo mediale secondo, per laqual cosa e manifesto il proposito. A dimostrar el medemo altramente sia la linea .b. communica con la linea .a. laqual è qual si voglia residuo mediale, in longhezza over in potentia, sia aggiunta alla linea .c.d. rationale la superficie .c.h. equale al quadrato della .a. & la superficie .f.g. equale al quadrato della .b. & per questo la .c.e. & .f.g. seranno communicante si come etiam li quadrati delle linee .a. & .b. a quelle equali, adonque (per la prima del sesto) & per la decima quarta di questo) la .d.e. & .e.g. sono communicante in longhezza & perche se la .a. e residuo medial primo, & la linea .d.e. serà el secondo residuo (per la .98.) & se la .a. e residuo mediale secondo la linea .d.e. e residuo terzo (per la .99.) ma quando la linea .d.e. e residuo secondo la linea .e.g. e etiam residuo secondo & quando quella e el terzo similmente & questa e el terzo (per la .103.) seguita adonque (per la .92. & .93.) che la .b. sia el residuo medial primo over secondo si come serà la .a. che el proposito.

Theorema .82. Propositione .105.

100
105

Se alcuna linea communicherà alla linea minore anchora quella serà linea minore.



Egliè facile a provare questa per dui modi si che la precedente, overo sia che alcuna linea comunichi con la linea minore in longhezza over in potentia & posto questo quanto al primo modo che quella della .f. alla .c. si come della .e. alla .a. per la prima parte della .22. del sesto, lo quadrato della .f. al quadrato della .d. serà si come lo quadrato della .e. & congiuntamente li quadrati delle due linee .f. & .d. al quadrato della .d. serà si come li quadrati delle due linee .e. & .c. al quadrato della .c. & permutatamente li quadrati de le due linee .f. & .d. alli quadrati delle due linee .e. & .c. serà si come lo quadrato della .d. al quadrato della .c. & lo quadrato della .d. al quadrato della .c. adonq; li 2 quadrati delle due linee .f. & .d. tolti insieme

communican

cõmunicano cõ li duoi quadrati delle due linee, e, & c, tolti insieme & per che, per la .76, li quadrati delle due linee, e, & c, tolti insieme sono rationale & per la diffinitione etiam li duoi quadrati delle due linee, f, & d, tolti insieme serà rationale. & quanto la superficie, k, serà mediale etiam la, l, a quella communicante, serà mediale, adonque per la .76, la, b, è linea minore. ma in quanto al secondo modo per la .100, la linea, e, è ser residuo quarto & pero etiam, per la .103, la linea, g, serà etiam residuo quarto & pero etiam, per la nonagesima quarta, la linea, b, è linea minore.

Il Tradottore.

Le superficie k, & l, se debbe intendare si come ne la figura della precedente cioe la superficie k, se piglia per la superficie della, e, in la, c, et per la superficie l, se intende per la superficie della, f, nella, d, et finalmente per il secondo modo se argüisse sopra la seconda figura della precedente lineo adnotate.

Theorema .83. Propositione .106.

101 Ogni linea communicante alla linea con rationale componente mediale, è con rationale componente mediale.
106

Anchora questa non è difficile approuare al predetto modo per due vie ouero sia intesa della communicantia in longezza, ouer della communicantia in potentia solamente, ma quanto al primo modo li duoi quadrati delle due linee, f, & d, tolti insieme seranno mediale (per la vigesima quarta) si come son li duoi quadrati delle due linee e, & c, tolti in sieme (per la settuagesima settima) alle quale esse communicano, & la superficie l, serà rationale (per la diffinitione) si come è la superficie k, (per la settuagesima settima) communicante con quella, adonque (per la .77) la b, è con rationale componente mediale, quanto al secondo modo la, a, e serà residuo quinto per (la .74.) (e pero etiam la, g, per la .103) per laqual cosa la b, è con rationale componente mediale (per la nonagesima quinta.)

Il Tradottore.

La argumentatione di questa se fonda sopra le figure delle due precedente propositione el secondo modo pur la ouer se forma sopra la seconda figura della decima alla precedente.

102 Ogni linea commensurabile alla linea con mediale constituente mediale e con mediale constituente mediale.
107

Anchora in questa suppone alcuna linea communicare con quella che con mediale compone mediale, indifferentemente in longhezza ouero solamente in potentia come uorrai, & con due argumentationi al premesso modo senza difficulte concluderai anchor quella esser con mediale componente mediale, quanto al pri mo modo la superficie l. serà anchora mediale si come etiam la k. & ancora li dui quadrati delle due linee f. & d. polti insieme saran mediale si come etiam li dui quadrati delle due linee, e, & c. & perche ancora li dui delle due linee, e, & c, al la k, si come li dui delle due f. & d. alla l. & conciosia che li primi non communi can con el doppio della k. (per la settuagesima ottaua) ne li dui secondi commu nicarono con el doppio della l. (per la 14.) adonque (per la 78.) la b. e con media le componente mediale, ma quanto al secondo modo la d. e. serà residuo sesto (per la 102.) e però & etiam la e. g. (per la 103.) per laqual cosa la b. e con mediale componente mediale (per la nonagesima sesta.

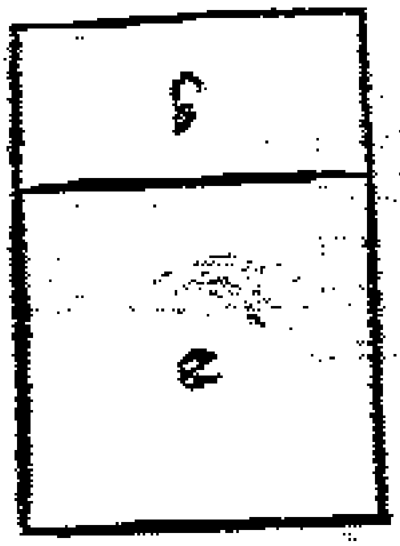
Il Tradottore.

Similmente questa si come le altre due passate se forma nel arguire sopra le fi gure della propositione. 104. & della. 105. & poi a quella recorri per suo essempio.

Theorema. 84. Propositione. 108.

103/108 Se da una superficie rationale serà tagliata una superficie mediale la linea potente in la superficie restante, serà l'una delle due linee irra tionale ouero residuo, ouero minore.

Sia tutta la superficie expressa dalla a. & b. rationale, dalla quale sia detrat ta la b. laquale sia mediale. Dico che la linea potente in la restante a. e serà ouero residuo ouero linea minore, sia adonque la linea, c. d. rationale & la superficie a. e. a quella aggionta sia tan to quanto la a. & la f. g. tanto come la b. & tutta la c. g. serà si come tutta la a. b. & la c. g. serà rationale e però etiam la linea d. g. (per la vigesima propositione) serà rationale in longhezza & la f. g. serà mediale e però (per la vigesima quarta propositione) etiam la e. g. serà rationale solamente in potentia, adonque la li nea. d. e. (per la diffinitione) è residuo primo, ouero quarto adonque (per la nonagesima prima & nonage sima quarta) la linea potente in la superficie c. e, è però etiam in la superficie. a. (a quella) equale e residuo ouer linea minore che è il proposito.



Theorema. 85. Propositione. 109.

104/109 Se da una superficie mediale serà detratta una superficie rationale. la linea potente in la superficie restante serà l'una delle due linee irratio nale ouero el residuo mediale primo, ouero la con rationale, componente mediale

Anchora questa si approua si come la precedente perche se tutta la, a, b, sia

mediale,

mediale, & la .b. rationale. Dico che la linea potente in la restante superficie .a. overo è residuo medial primo, over con rationale componente mediale, perche conciosia che la .e.g. sia equale alla .a.b. (per la vigesima quarta) la linea .d.g. serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la .f.g. sia equale alla .b. per (la vigesima) la linea .e.g. serà rationale in longhezza, adonque (per la diffinitione) la linea .d.e. serà el residuo secondo, overo el quinto per laqualcosa (per la nonagesima seconda & nonagesima quinta) lo lato tetragonico della superficie .d.e. & però etiam della superficie .a. è residuo mediale primo, overo cõ rationale componente mediale, che è el proposito nostro.

Il Tradottore.

Questa insieme con la sequente nel seguire se referiscono alla figura della precedente.

Theorema 87. Propositione .110.

105/109 Se una superficie mediale serà detratta da una superficie mediale, & sia la restante incommensurabile al tutto, la linea potente in la detta restante, serà l'una e l'altra delle due irrationale, cioe overo el residuo medial secondo, over la con mediale componente mediale.

Se intenderai la forma della demonstratione delle due precedente senza difficultà cõcluderai el proposito, hor sia tutta la .a.b. et la .b. mediale et sia la restante .a. incommensurabile al tutto, perche essendo altramente la .a. seria mediale (per la vigesima quinta) & lo lato tetragonico di quella seria mediale (per la vigesima terza) al presente dico che la linea potente in la .a. è residuo medial secondo over la cõ mediale componente mediale, perche conciosia che la .e.g. sia equale alla .a.b. (per la vigesima quarta) la linea .d.g. serà rationale solamente in potentia, et cosi per la medesima) conciosia che la .f.g. sia equale alla .b. etiã la .e.g. serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la .a. sia incommensurabile a tutta la .a.b. el .f.g. serà incommensurabile alla .e.g. e però (per la prima del sesto & per la decima quarta de questo) la .e.g. serà etiam incommensurabile alla .d.g. adonque (per la diffinitione) la linea .d.e. serà residuo terzo overo sesto, per laqual cosa (per la nonagesima terza & per la nonagesima sesta) lo lato tetragonico della superficie .d.e. & però della superficie .a. è residuo medial secondo, overo con mediale componente mediale.

Theorema 88. Propositione .111.

106/111 Delle linee irrationale lequale sono, el residuo & quelle che seguita dopoi quello, è impossibile alcuna d'esse sopra alli duoi in termine e ordine, accordare el termine overo ordine del binomio, non è possibile convenire el residuo.

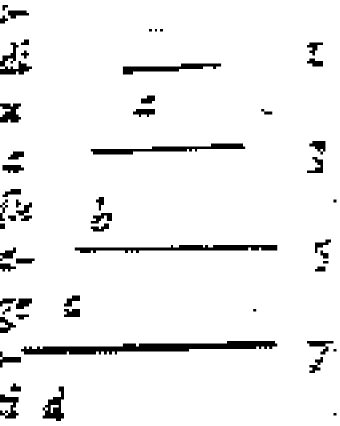
Anchora per questa .111. el vale che 'l residuo & le altre cinque linee che seguitano quello siano differente fra loro in specie & in diffinitione & in una linea una puol esser sotto a due ouero a piu specie de queste sei linee irrationale, lequal sono el residuo & le cinque compagne di quello, & che tutte le specie del residuo sono differente da tutte le specie del binomio, ne è possibile à una linea esser insieme residuo è binomio, de qualunque specie de residuo, ouero binomio, la prima parte in questo modo è manifesta perche la superficie equale alli quadrati del residuo & delle sue cinque compagne quando siano aggionte à una linea rationale hanno li secondi lati necessariamente diversi fra loro (per la nona vigesima settima propositione & le cinque seguente quella & li secondi lati sono el residuo primo e lo secondo & da qui in drieto fina al sesto, La seconda parte è manifesta in questo modo, se una medesima linea puol esser insieme residuo e binomio sia .a. al quadrato della quale alla linea rationale .b.c. sia aggionta una superficie equale & sia la .b.d. & (per la quinquagesima nona propositione) la linea .c.d. serà binomio primo, & (per la nonagesima settima propositione) residuo primo, adonque in quanto binomio primo sia diviso in le sue binomial portioni el ponto .e. & sia la .c.e. la sua maggiore portione laquale serà rationale in longhezza (per la diffinitione) ma in quanto che è residuo primo sia aggionto a quello la .d.g. per la incisione della quale quel serà residuo primo & (per la diffinitione) etiam la .c.g. serà rationale in longhezza conciosia adonque che l'una e l'altra delle due linee .c.g. & .c.e. sia rationale in longhezza, etiam la linea .e.g. (per la duodecima propositione) serà rationale in longhezza, ma perche la linea .d.e. è rationale in potentia solamente, conciosia che quella (per el presupposito) sia la minore portione del binomio primo, la linea .d.g. (per la settuagesima terza propositione) serà residuo: & perche quella era rationale solamente in potentia conciosia che per incisione di quella la linea .c.d. fusse stato residuo primo seguiria lo impossibile (per la settuagesima terza propositione) sia qualcosa anchora piu chiaro appara sia aggionta alla linea .b.c. rationale la superficie .b.f. equale al quadrato della linea .d.g. conciosia adonque che la linea .d.g. sia rationale solamente in potentia (per la vigesima propositione) la linea .c.f. serà rationale in longhezza, & conciosia anchora che la linea .d.g. sia residuo (per la nonagesima seguente propositione) la linea .c.f. serà residuo primo laqualcosa non puol essere conciosia che la linea laquale è detta residuo è irrationale, (per la settuagesima terza

Theorema. 88. Propositione .112.

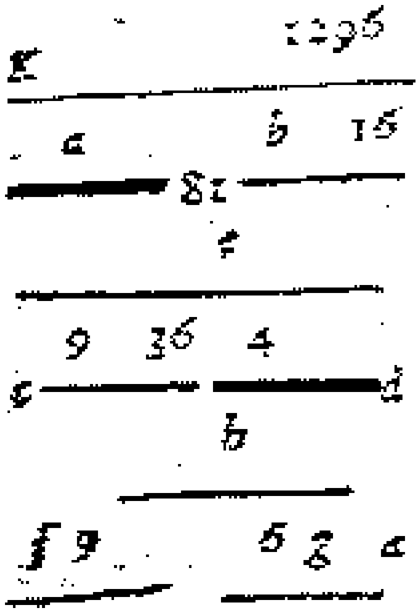
107 La linea che se dice residuo ouer alcuna delle irrationale, che sono da poi quella, non puo star sotto al termine del binomio ouero sotto al termine, & ordine de alcuna delle altre linee irrationale che seguitano drieto el binomio, & conciosia che l'ordine delle linee irrationale sia possibile

possibile esser produtte in infinito, non è possibile alcuna di quelle convenir con altra in termine & ordine con quelle che precedeno.

El vole per questa propositione che le tredeci linee irrationale delle quale in questo decimo è stato dimostrato & queste sono la linea mediale, el binomio, & le sue 5 compagne, el residuo & le cinque compagne di quello, siano fra loro differente a una per una in specie, & che niuna linea, non possi essere insieme sotto 2 over a piu specie di quelle, & che le specie delle linee irrationale possono esser produtte in infinito delle quale niuna conviene con l'altra in diffinitione & ordine, & che queste tredeci linee (cioe la mediale, el binomio & le cinque compagne di quello, el residuo & le 5 compagne di quello) siano irrationale ricordate che eglie stato dimostrato di sopra della mediale in la vigesimaterza & del binomio, & delle cinque compagne di quello in la trigesima quinta & in le 5 che seguitano quella, & del residuo et delle sue 5 compagne in la settuagesima terza & in le cinque che seguitano quella, ma che niuna di queste tredeci linee irrationale possi convenire in specie con alcuna delle altre linee in questo modo se apprende, ponimo che a una medesima linea rationale in longhezza, siano aggionte le superficie equale alli quadrati delle predette tredeci linee irrationale secondo che seguitano fra loro per ordine, & per la vigesima quarta) lo lato secondo della prima di queste tredeci superficie serà rationale solamente in potentia, & li secondi lati della seconda de queste tredeci superficie & delle cinque che seguitano quella, seranno tutte le specie di binomii per ordine cioe el binomio primo secondo, & da li in dietro per fina al sesto, & questo se bene se aricorda fu dimostrato in la quinquagesima nona, & in le cinque che seguitano dietro a quella & li secondi lati della terza superficie, & delle cinque che seguitano quella sono le specie di residui per ordine, cioe el residuo primo, & lo residuo secondo, & da li in dietro per fina al sesto laqual cosa lo havemo (della nonagesima settima, & delle cinque che seguitano quella) concio sia adonque che detta linea rationale solamente in potentia non convegna con alcuna specie di binomii over con alcuna di residui, perche ogni binomio (per la trigesima quinta) & ogni residuo (per la settuagesima terza) è linea irrationale in longhezza e in potentia, & concio sia che niuna specie di residui convenga con alcuna specie de binomii (per la seconda parte della precedente, seguita che tutti li secondi lati de queste tredese superficie, siano fra loro diverse e però, per la prima del sesto, etiam queste tredese superficie sono diverse concio sia che la altezza de ogni una di quelle sia una medesima per laqual cosa etiam esse tredese linee irrationale proposte sono a una per una diverse, ma le specie di queste tredese linee irrationale se possono esser produtte in infinito, perche le specie delle linee mediale sono infinite, anchora infinite quelle de binomii, & cosi de grado in grado laqual cosa si manifesta in questo modo sia la linea a mediale & sia tolta la mità & qual si voglia



gli numeri primi come. 3. 5. e. 7. & siano ancora le linee, b, c, d, quanto sono li numeri primi tolti & siano li quadrati de queste linee b, c, d, al quadrato della, a, si come li numeri primi alla unità & (per la vigesima quinta) le linee, b, c, d, seran medial, perche esse communicano in potentia con la linea, a, mediale ma seranno diverse dalla, a, in longhezza etiam fra loro (per la ultima parte della nona) perche la proportione de niuno de questi numeri alla unità, ne de alcuno de quelli all'altro (per la decima settima & ottava & per el corelario della sexta del ottavo & per el presente presupposito) è si come de numero quadrato a numero quadrato, adonque la, a, & cadauna a quella communicante in longhezza serà sotto la prima specie delle linee mediale & la, b, & cadauna a se communicante in longhezza serà sotto alla seconda: & la, c, & tutte le communicante in longhezza overo commensurabile a quella medema serà sotto alla terza, ancora la, d, & tutte quelle che sono a lei communicante in longhezza serà sotto alla quarta, & perche li numeri primi sono infiniti (come per la 21 del 9. fu dimostrato) è necessario la specie delle linee mediale essere infinite, et quello che è detto della linea mediale intendi del binomio et delle sue cinque compagne, et del residuo et delle sue cinque. Perche si come ogni linea communicante alla mediale, è mediale overo commensurabile a quella in longhezza over in potentia come è provato (in la vigesima quinta) così etiam ogni linea communicante al binomio overo ad alcuna delle sue cinque compagne overo etiam al residuo over ad alcuna delle sue cinque & le sue cinque compagne over in potentia e sotto la medesima specie con seco (come fu provato in la sessagesima quinta & in le 4. che seguitano drieto a quella & in la 103. & in le quattro che seguitano quella, adonque le specie di queste predette linee irrationale sono infinite delle quale niuna convien con le precedente in ordine, over in diffinitione, anchora per un'altro modo le specie delle linee irrationale differentemente convengono esser infinite perche ogni lato tetragonico de una superficie denominata da uno numero non quadrato è irrationale (per la ultima parte della nona & per le diffinitione) consequita adonque che tali numeri siano infiniti, anchora le specie di queste linee irrationale seranno infinite. Terzo modo puo avenire la seconda parte de questa conclusione esser ipsofacto così come se non dicessimo da cadauna linea rationale solamente in potentia esser produtto infinite specie de linee irrationale delle quale niuna è possibile convenire in diffinitione & ordine con alcuna de quelle che procederono quella, verbi gratia, sia tolta alcuna superficie rationale detta overo nominata da uno numero non quadrato (come seria a dir da cinque) & lo lato tetragonico de quella serà irrationale in longhezza, perche quello è incommensurabile al lato tetragonico de una superficie rationale detta, over nominata da uno numero quadrato (per la ultima parte della nona propositione) dico adonque



che

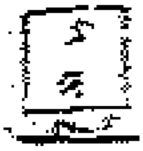
che el lato de questo lato & similmente lo lato del secondo lato, & un'altra volta el lato di questo terzo lato, & cosi in infinito sono linee irrationale si in longhezza come in potentia, & che niuna di quelle contien in diffinitione over in spetie cō el [illegible] cosa che habbia proceduto quelle in ordine & lo lato tetragonico de ciascuna precedente superficie laquale serà detta da uno numero non quadrato è si come un dice è principio de tutte le altre, & quale si voglia de quelle è principio de tutte quelle che seguitano quella & tutte quelle linee lequale vengono da ciascuno lato tetragonico de ciascuna de tale superficie sono diverse in longhezza, & in potentia da tutte quelle che sono generate da alcuno altro lato tetragonico di tal superficie & questo dico quando la proportione de queste superficie non serà si come de numero quadrato a numero quadrato, & acciochè di questa possiamo ricogliere la forma demonstrativa el bisogna mandare avanti a quella una antecedente, & sia questo

Se alcuna quantità sia produtta da due quantità dutte l'una in l'altra, li lati tetragonici delle dette due quantità dutti l'uno in l'altro produrranno tutto el lato tetragonico di quel primo produtto.

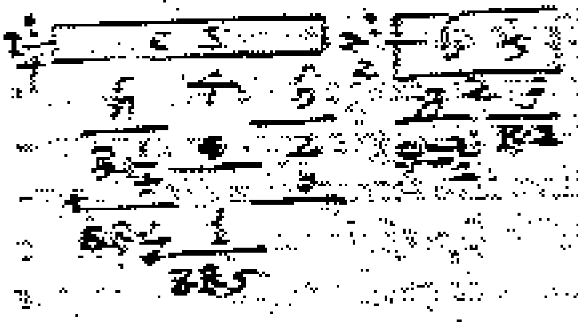
Verbi gratia, ponemo che dal a. in b. sia produtto k. & che c. & d. siano li lati tetragonici de a. & b. & dal c. in d. sia fatto. e. & di novo. f. & g. siano li lati tetragonici de c. & d. & dal f. in g. sia fatto h. dico che h. è el lato tetragonico de e. & similmente e. è el lato tetragonico de k. perche conciosia che c. & h. siano fatti dal f. in se medesimo & in g. sia dal c. al h. si come dal f. g. & cosi dal h. al d. si come dal f. al g. imperoche dal g. in f. & in se medesimo vien fatto h. & d. adunque c. h. d. sono continuamente proportionali, adonque tanto è el produtto del h. in se medesimo quanto quello del c. in d. per laqual cosa h. è el lato tetragonico de e. anchora per la medesima ragione conciosia che dal c. in se medesimo sia fatto a. et in d. sia fatto e. & dal d. in se sia fatto b. seranno etiam a. e. b. continuamente proportionali in la proportione che è dal c. al d. conciosia adonque che dal a. in b. sia fatto k. seguita etiā che dal e. in se medesimo sia fatto k. per laqual cosa e. è el lato tetragonico de k. adonque è manifesto el proposito. Resta adonque a dimostrare quello che fu proposto, sia adonque la superficie a. rationale detta da uno numero che non sia quadrato (come. 5.) & sia la linea b. el lato tetragonico di quella & siano tutte queste linee sino gliare rationale in longhezza lequale siano b. c. d. e. et siano dette da numeri di quali ciascun precedente sia el lato tetragonico del prossimo seguente, come se b. sia duoi el c. sia quattro el d. sedici & lo e. ducento cinquanta sei & a queste linee rationale in longhezza sia aggionto una superficie equale alla a. & li secondi lati di ciascuna seranno rationali in longhezza (per la sexagesima) come lo secondo lato della b. è duoi e mezzo lo secondo della c. è uno & uno quarto, & lo secondo della d. è uno quarto & uno sedicesimo (cioè uno è cinque sedicesimi) & lo secondo lato della

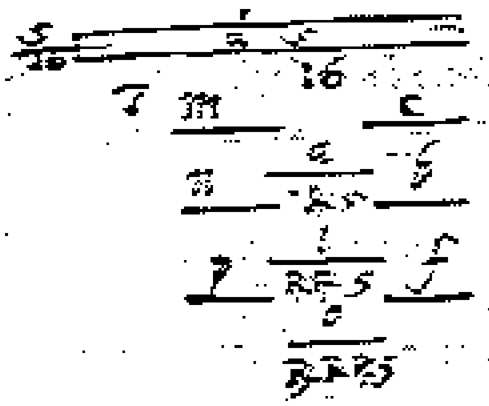
La g. R. 2 $\frac{1}{2}$	altrobis	
La f. R. 2		
La linea e.	R	5
La linea l.	R R	5
La linea q.	R R R	5
La linea x.	R R R R	5

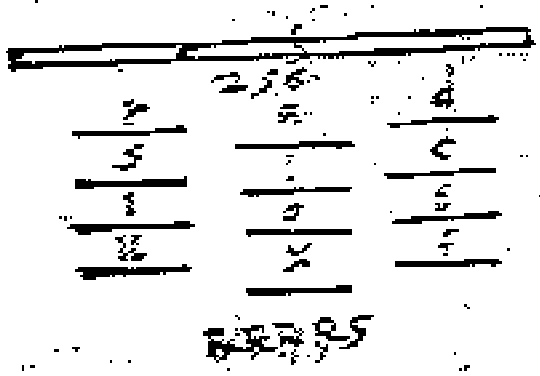
la se-

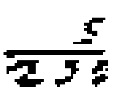


La superficie .e. serà uno .6. esimo & uno 256. esimo (cioe in summa .17. 256. esimi) sia adonque .f. lo lato tetragonico della .h. & la .g. sia el lato tetragonico del secondo lato della detta superficie .h. & (per lo premesso antecedente) serà che dal .f. in .g. sia fatto .a. linea cioe R. 5. un demo. altra volta sia .h. lo lato tetragonico del secondo lato della superficie .e. & sia anchora .k. el lato tetragonico de .h. & per lo predetto antecedente serà che dal .h. in .h. sia fatto .s. & dal .f. in .k. sia fatto el lato tetragonico de .a. qual sia .l. sia ancora .m. lo lato tetragonico del secondo lato della superficie .e. & quando che .n. sia el lato tetragonico de .m. & .p. el lato tetragonico de .n. & (per lo predetto antecedente) serà che dal .e. in .m. sia fatto .a. & dal .b. in .n. sia fatto .l. & dal .f. in .p. sia fatto el lato tetragonico de .l. (qual sia .q.) ma pur sia .r. el lato tetragonico del secondo lato della superficie .e. ancora sia .s. lo lato tetragonico de .r. & .t. lo lato tetragonico de .s. & .u. sia lo lato tetragonico de .t. & seguita (per l'detto antecedente) che dal .d. in .r. sia fatto .a. & dal .c. in .s. sia fatto .l. & dal .b. in .t. sia fatto .q. & etiã dal .f. in .u. sia fatto el lato tetragonico de .q. (qual sia .x.) & cosi in infinito. Dico adonque quelle linee .a. l. q. x. (delle quali la .a. è commensurabile al principio) esser irrationale linee solamente in longhezza, tutte le altre in longhezza & in potentia, & dico che niuna di quelle comunica con alcun' altra in diffinitione, over in ordine, perche concio sia che dal .f. in .g. & .k. vengono fatti .a. & .l. serà dal .a. al .l. si come dal .g. al .k. & perche (come è manifesto dalli detti presupposti) .g. & .k. sono incommensurabili in longhezza & in potentia seguita etiam che .a. & .l. siano incommensurabili in longhezza & in potentia & per la medesima ragione etiam .l. & .q. perche dal .a. al .q. e si come dal .g. al .p. & per la medesima causa etiam .a. & .x. concio sia che siano si come .g. & .u. & per questa via anchora è necessario che .l. & .q. siano similmente incommensurabili si in potentia quanto in longhezza perche concio sia che dal .f. in .k. & .p. siano fatti .l. & .q. serà del .l. al .q. come del .k. al .p. ma .k. & .p. non sono commensurabili in longhezza ne in potentia, perche essendo commensurabili .k. & .p. seriano commensurabili & non sono, anchora .l. & .x. è necessario esser incommensurabili in l'uno e l'altro modo perche dal .l. al .x. e si come dal .k. al .u. imperoche dal .f. in .k. & .u. sono fatti .l. & .x. & .k. & .u. è loro incommensurabile in l'uno & l'altro modo, perche ponendo che fussero per l'aduersario seguiria .k. & .h. esser commensurabile che è inconueniente.

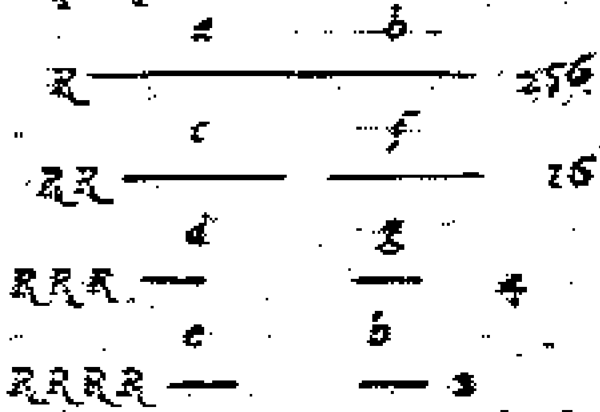






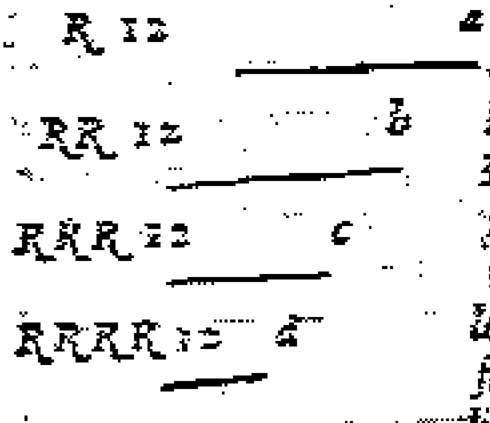


Ma che, q, & x, siano anchora incommensurabili in potentia & in longhezza da questo è manifesto che dal, q, al x, e si come dal p al u, et è manifesto che, p & u sono incommensurabile, perche se non fosse, u, & x, sariano commensurabili e pero etiam, m, & n, & non sono adonque è manifesto delle linee a rationale solamente in potentia esser produtte infinite linee irrationale, incommensurabile in longhezza & in potentia e pero etiam differente in diffinitione e in specie ma al presente ne resta a dimostrare che tutte le linee irrationale che sono generate per questa via da alcuna linea rationale solamente in potentia sono diverse in longhezza, come in potentia da tutte quelle lequale sian generate per questa via medesima da qualunque altra linea rationale, solamente in potentia, el quadrato della quale al quadrato della prima non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, questo anchora cosi si manifesta, siano, a, & b, rationale solamente in potentia communicanti, overo siano li lati tetragonici de due superficie detti da numeri non quadrati & sia che quelli numeri nõ siano in la proportione de' alcuni numeri quadrati,



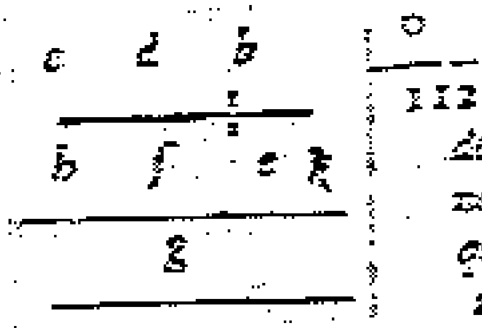
anchora le linee che procedeno per questa via della, a, siano, c, d, e, quelle che procedeno dalla, b, siano, f, g, h, dico che niuna delle linee, c, d, e, communica in longhezza over in potentia con alcuna delle linee, f, g, h, perche conciosia che, c, & , f, siano li lati tetragonici de, a, & b, et, d, & g, siano li lati tetragonici de, c, & f, & e, & h, siano li lati tetragonici de, d, & g, non è possibile che alcuna di queste, c, d, e, communichi con la sua comparata delle, f, g, h, over in longhezza, over in potentia, perche posto che, e, communichi o in l'uno o l'altro modo con, h, seguita che, d, communichi con, g, & c, con, f, perilche el sara etiam, a, con, b, in longhezza che contra al presupposito, et è universalmente vero dire qual se voglia de queste esser incommensurabile i l'uno e l'altro modo a qual si voglia de quelle posto che ... che, a, communichi cõ b, etiam in potentia solamente, seguita che anchor, c, communichi con, g, & e, con, f laqual cosa non è possibile ma bisogna avertir che quando dico el lato del lato nõ i tende altro che 'l lato d'una superficie denominato dal primo lato onde lo lato tetragonico della linea, a, chiamo quella linea che po in la superficie detta over denominata dalla linea, a, e tal superficie e quella laquale è contenuta dalla linea, a, e da una linea rationale in longhezza detta over denominata da uno, adonque sel te pare de trovar el lato tetragonico de qual linea te piace sia la linea, a, della qual voglio trovar el lato tetragonico e sia, b, una linea rationale in longhezza denominata dalla unita e quella e la minima de tutte le linee rational numerate de lunghezze e la, c, sia nel medio linea proportionale fra queste adonque per la 16 del sesto e el lato tetragonico de, a, perche dal, a, in, b, e dal, c, in se vien fatto una medesima superficie, e la superficie fatta dal, a, in, b, e detta dal, a, perche ciascuna quantita laqual sia produtta da qual si voglia quãtità detta in uno e denominata da quella che multiplica uno, e nota che quando, c, sera el lato tetragonico della linea, a, in longhezza temente la linea, c, accade esser maggiore & minore della linea, a, si come serà etiam b. maggiore over minore.

Il Tradottore.



Questa sopradetta propositione in la prima tradottione e la ultima di questo decimo libro & tutte le propositioni che seguitano per fin in ultimo de questo decimo (lequal e sono sette) se ritrovano solamente in la seconda tradottione. anchora bisogna notare che lo espositore sopra la seconda parte con parole assai oscuramente esprime il suo concetto ma in sostantia non vol inferire altro salvo che se'l serà una linea rationale solamente in potentia (che da prattici se chiamano radice sorde) ponemo, a, laqual sia radice quadra di dodeci piedi superficiali et di questa, essendo trouato lo lato tetragonico (cioe della superficie contenuta sotto della linea, a, & di un' altra linea longa un pie) laqual superficie ueria a esser per la radice di duodeci cioe torne un' altra volta la radice quale sia, b, el qual b. (parlando praticamente) serà la radice della radice di duodeci e qual veria esser una linea mediale incommensurabile alla, a, in longhezza in potentia, & diversa da quella in diffinitione, hor tolendo un' altra volta la radice del, b, (per il detto modo) qual sia, c, el qual serà detto R R R duodeci e questo, c, serà differente in diffinitione dal, a, & dal b. e cosi procedendo cioe tolendo la R del, c, quale sia, d, & cosi se potrà procedere in infinito il medesimo seguiria tolendo la, a, una delle 13 linee irrationale e procedere come di sopra è detto.

Theorema. 89. Propositione 113.



Posta una superficie rationale sopra uno binomio la larghezza di quella serà un residuo li nomi del quale seranno commensurabili alli nomi di quel binomio & in una medesima proportione, & oltra di questo quello che vien produtto dal detto residuo hauer un medesimo ordine, a quello che vien produtto dal detto binomio.

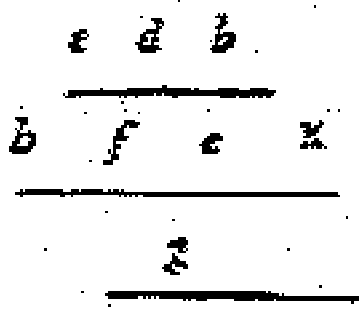
Di qui si caua nella pratica di numeri che a multiplicar qual si voglia binomio quadrato fia il suo residuo over a quello commensurabile, produce numero rationale.

Sia la linea, a, rationale & la, b, c, sia uno binomio, el nome maggior, del quale sia, d, c, & lo rettangolo che si contiene sotto delle due linee, b, c, e, f, sia equale quadrato della, a, hor dico che la detta, e, f, e uno residuo li nomi del quale sono commensurabili a quelli del binomio cioe alli detti c. d. & d. b. & in una medesima proportione, & oltra di questo la, e, f, ha una medesima proportione alla detta, b, c, per dimostrar questo sia un' altra volta quello che è contenuto sotto della, a, b, & della

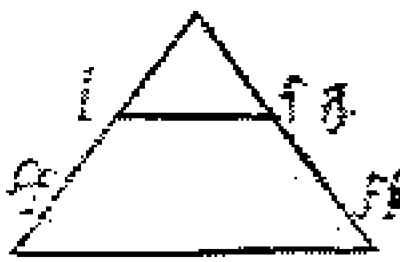
g. equale

g, equale al quadrato della, a, adonque quello che contenuto sotto delle, b, c, & e, f, e equale a quello che contenuto sotto delle, b, d, & g, adonque (per la seconda parte della sestadecima del sesto) si come è la, c, b, alla, b, d, cosi è la, g, alla, e, f, & la, c, b, è maggior della, b, d, adonque (per la decima quarta del quinto) & la, g, è maggiore della, e, f, ma la, e, h, equale alla, g, adonque (per la settima & undecima del quinto) si come è la, c, b, alla, b, d, cosi è la, h, e, alla, e, f, adonque (per la decima settima del quinto) è manifesto che si come la, c, d, alla, d, b, cosi è la, h, f, alla, f, e, & si come la, h, f, alla, f, e, cosi sia fatta la, f, k, alla, k, e, adonque tutta la, h, k, (per la terzadecima del quinto) a tutta la, k, f, e si come la, f, k, e perche si come uno de antecedenti a uno di consequenti, cosi e tutti li antecedenti a tutti li consequenti & (per la undecima del quinto) si come la, f, k, alla, k, e, cosi la, c, d, alla, d, b, adonque per la detta undecima del quinto & si come la, h, k, alla, k, f, cosi e la, c, d, alla, d, b, & lo quadrato della, c, d, e commensurabile a quello della, d, b, adonque (per la decima quarta di questo) & lo quadrato della, h, k, è commensurabile a quello della, f, k, & (per la decima ottava del sesto) si come è lo quadrato della, h, k, a quello della, k, f, cosi è la, h, k, alla, k, e, perche quelle tre linee, h, k, k, f, et, k, e, sono continuamente proportionale, adonque (per la decima quarta de questo) la, h, k, e commensurabile in longhezza alla, k, e, per laqual cosa (per la duodecima di questo) & la, h, e, è commensurabile alla, e, k, in longhezza, & perche (dal presupposito) lo quadrato de, a, è equale a quello che contenuto sotto delle due linee, e, h, b, d, & lo quadrato de, a, e rationale adonque etiam quello che contenuto sotto delle due linee, e, h, b, d, è rationale & e posta sopra a quella, b, d, rationale, adonque etiam la, e, h, e rationale & commensurabile in longhezza alla detta, b, d, per la qual cosa la, e, k, (a quella commensurabile) e rationale e commensurabile alla medesima, b, d, in longhezza, adonque perche si come è la, c, d, alla, d, b, cosi è la, f, k, alla, k, e, & le dette, c, d, d, b, sono commensurabile solamente in potentia adonque etiam le dette, f, k, k, e, (per la decima quarta de questo) sono commensurabile solamente in potentia, etiam la, k, e, è rationale & commensurabile in longhezza al la, b, d, adonque la, k, f, e rationale & alla, c, d, commensurabile in longhezza, adonque le due, f, k, k, e, sono rationale commensurabile solamente in potentia (per la decima quarta di questo) adonque la, f, e, è uno residuo. & e certo che la, c, d, e piu potente del, d, b, over in el quadrato d una linea a se commensurabile overo a se incommensurabile, certamente se la, c, d, puo piu della, d, b, in el quadrato di una linea a se commensurabile etiam la, f, k, (per la sestadecima de questo) puo piu della k, e, in el quadrato di una linea a se commensurabile, & se la, c, d, sera commensurabile al una posta rationale in longhezza etiam la, f, k, & se la sera la, d, b, etiam la, k, e, & se ne l'una ne l'altra delle dette, c, d, & d, b, etiam ne l'una ne l'altra delle dette, f, k, k, e, ma se la, c, d, puo piu de essa, b, d, in el quadrato di una linea a se incommensurabile etiam la, f, k, puo piu de essa, k, e, in el quadrato di una linea a se incommensurabile & se la, c, d, e commensurabile in longhezza a una proposta rationale & similmente la, f, k, & se la, b, d, & la, k, e, & se ne l'una ne l'altra delle, c, d, d, b, etiam ne l'una ne l'altra delle, f, k, k, e, per laqual cosa la detta, f, e, e residuo della quale li nomi, f. K, K, e, sono commensurabili a quelli nomi che sono del binomio cioe a essi c. d. d. b. & in la medesima proportione, & ha il medesimo ordine a esso b. c. che era da dimostrare.

Il Tradottore.



Per trovar la linea f. k. che sia in proportione al e. k. come e la b. f. e. al f. e. trovarai la f. e. dalla b. f. (perche la b. f. è maggiore della f. e. perche etiam la c. d. è maggiore della d. b. per el presupposito) & trovarai la differentia de detti b. f. & f. e. qual poniamo sia, l. poi si come la l. alla b. f. trovarai la quarta in quella proportione al f. e. qual pongo sia f. k. dal qual ne cavaremo la f. e. restarà e. k. per suo consequente come vedi in la figura.



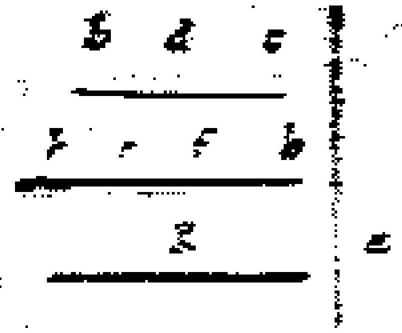
Ancora bisogna notare che il commentatore non dimostra la seconda parte della propositione cioe il producto del residuo in se havere uno medesimo ordine al producto del binomio in se. La qual cosa facilmente dimostrarai in questo modo ponendo li detti duoi quadrati sopra a una linea rationale & lo secondo lato di l'uno (per la quinquagesima nona) serà binomio primo & di l'altro (per la nonagesima sestima) serà residuo primo, & perche li nomi del binomio & del residuo haveranno uno medesimo ordine fra loro per il che (per la prima del sesto) le loro superficie haveranno il medesimo ordine che è il proposito.

Theorema. 91. Propositione 114

113 Mettendo una superficie rationale sopra uno residuo, la larghezza gionta uno binomio, li nomi del quale sono commensurabili alli nomi di esso residuo & in una medesima proportione & oltra di questo quello che è generato dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a quello che generato dal residuo.

Di qua si cava nella prattica che a dure ogni residuo nel suo binomio (over a quel commensurabile) produce numero rationale.

Sia la rationale a. & lo residuo sia la b. d. & el quadrato della a. sia equale a quello che se contiene sotto delle. b. d. & k. h. acciochè quella superficie rationale fatta della a. posta sopra a essa b. d. (residuo) la larghezza di quella faccia la detta k. h. Dico che la k. h. è uno binomio li nomi del quale sono commensurabili alli nomi del detto b. d. & in una medesima proportione & che la medesima k. h. haverà uno medesimo ordine alla b. d. sia la d. c. la linea conioncta alla, f, d, (per la settuagesima nona di questo) adonque le due linee, b, c, c, d, (per la settuagesima terza di questo) sono rationali commensurabili solamente in potentia & a quella superficie fatta della, a. in se sia equale a quella che contenuta sotto delle due linee, b, c, & g, & posta sopra alla, b, c, rationale adonque (per la vigesima de questo) la, g, e rationale & commensurabile in longhezza alla detta, b, c, adonque perche quello che



è contenuto sotto delle due linee, b, c, & g, è equale a quello che contenuto sotto della due, k, d, & x, h, (per la sestadecima del sesto) sono proportionale cioe si come la, g, alla, b, c, cosi è la, x, h, alla, g, & la, b, c, è maggiore della, k, d, adonque etiam la, x, h, è maggiore della, g, [illegible] equale alla, g, adonque la, k, e, commensurabile alla, b, c, in longhezza, et perche si come è la, c, b, alla, k, d, cosi la, b, x, alla, k, e, conuertendo adonque (per lo corrolario della decima nona del 5.) si come è la, b, c, alla, c, d, cosi è la, x, h, alla, h, e, hor si come la, x, h, alla, h, e, cosi sia fatta la, h, f, alla, f, e, adonque & la rimanente, x, f, alla, h, f, e si come la, x, h, alla, h, e, et questo è si come la, b, c, alla, c, d, & le dette, b, c, & c, d, sono commensurabile solamente in potentia, adonque (per la decima quarta de questo) le dette due, x, f, & f, h, sono commensurabile solamente in potentia, & perche si come la, x, h, alla, h, e, cosi è la, x, f, alla, h, f, ma si come la, x, h, alla, h, e, cosi è la, h, f, alla, f, e, adonque (per la undecima del quinto) etiam si come la, x, f, alla, f, h, cosi è la, h, f, alla, f, e, per laqual cosa (per el corrolario della decima nona del sesto) si come la prima alla terza & cosi el quadrato della prima al quadrato della seconda, adonque (per la undecima de quinto) & si come la, x, f, alla, f, h, & la, h, f, alla, f, e, cosi è el quadrato della, x, f, al quadrato della, f, h, & lo quadrato della, x, f, è commensurabile al quadrato della, f, h, perche le dette, x, f, & f, h, sono commensurabile in potentia, adonque (per la decima quarta de questo) la, x, f, e commensurabile alla, f, e, in longhezza, per laqual cosa etiam la, e, x, (per la duodecima di questo) e commensurabile in longhezza alla, f, e, & (per la decima di questo) la, x, f, e rationale & commensurabile in longhezza alla, b, c, & perche si come la, b, c, alla, c, d, cosi è la, x, f, alla, f, h, [illegible] permutatamente (per la sestadecima del quinto) si come è la, b, c, alla, x, f, cosi è la, d, c, alla, f, h, & la, b, c, è commensurabile alla, x, f, adonque etiam la, f, h, è commensurabile alla, c, d, & esse, b, c, c, d, sono rationale commensurabile solamente in potentia, adonque etiam esse, x, f, & f, h, sono rationale commensurabile solamente in potentia, adonque la, x, h, e vno binomio adonque (per la sesta decima di questo) se la, b, c, e piu potente della, c, d, in el quadrato d'una linea a se commensurabile etiam la, x, f, serà piu potente della, f, h, in el quadrato d'una linea a se commensurabile & se la, b, c, e commensurabile in longhezza a una posta rationale, & la, f, h, anchora, ma se ne l'una ne l'altra delle due, b, c, & c, d, etiam ne l'una ne l'altra delle due, x, f, & f, h, ma se la, b, c, è piu potente della, c, d, in el quadrato di vna linea a se commensurabile, similmente la, x, f, serà piu potente della, f, h, in el quadrato d'una linea a se incommensurabile, & se la, b, c, è commensurabile in

 longhezza

longhezza vna posta rationale, similmente etiam la k.f. & se la c.d. etiam la f. b. et se ne l'una ne l'altra delle due b.c.e.d. similmente ne l'una ne l'altra delle due k.f.f.h. adunque la k.h. e vno binomio del quale li nomi k.f.f.h. sono commensurabili alle due b.c.e.d. nomi del detto residuo & in vna medesima proportione oltra di questo la k.h. alla b.c. hauera vn medesmo ordine che era da mostrar.

Il Tradottore.

Doue che di sopra dice (per la vndecima del quinto) & si come la k.f. alla f.h. & la f.h. alla f.e. cosi e il quadrato della k.f. al quadrato della f.h. voi inferir che quelle due proportioni che giaceno fra quelle tre linee continue proportionali sono vna sola cosa, cio che quella sola proportione che e del quadrato della k.f. al quadrato della h.f. (per la vndecima del quinto.) Anchora doue che di sopra conclude che (per la decima di questo) la k.f. e rationale e commensurabile alla b.c. in longhezza tal conclusione se verifica in questo modo perche di sopra fu demostrato che la k.e era rationale (per esser equale alla g.) e commensurabile alla b.c. in longhezza la k.f. vien a esser commensurabile alla medesima k.e (per la duodecima di questo) adunque (per la decima di questo) le due linee b.c & k.f. vengono a esser commensurabili e perche la b.c. e rationale (largo modo) etiam la k.f. sera rationale (pur largo modo) cioe in longhezza ouer solamente in potentia.

Anchora bisogna notare che a voler trouar la h.f. alla f.e si come la h.k. alla h.e bisogna (per la terzadecima del sesto) far della h.e due tal parti proportionali come e anchora la h.k. alla h.e laqual se pone che la sia la e.f. & f.h. et la f.h. al la f.e. sera si come la k.h. alla h.e posta in longo l'vna drieto all'altra.

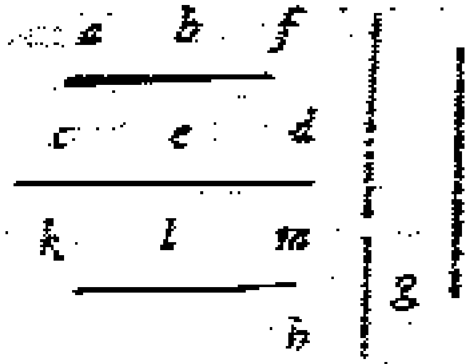
Anchora bisogna notare che'l pare che la ipositione no dimostri cosa alcuna a proposito ne che si conuenga a quella seconda parte della propositione (come fu detto anchora nella precedente) cioe doue che'l dice che quello vien generato, ouer produtto dal binomio ottiene vno medesmo ordine a quello che vien generato ouer produtto dal residuo la qual cosa se dimostra si come fu detto sopra la precedente perche l'vno di tali produtti e denominato secondo la denominatione & ordine del binomio primo, & l'altro secondo la denominatione & ordine del residuo primo li quali ordini sono simili ideo. &c.

Theorema. 92. Propositione .115.

C 114 Se vna area sera contenuta sotto a vno residuo & a vno binomio. del quale li nomi siano commensurabili alli nomi del detto residuo. & in vna medesima proportione la linea potente in detta superficie sera rationale.

Sia contenuta vna area sotto el residuo a.b. & al binomio. c.d. & siano li nomi de quel binomio c.e.e.d. (per la 113. di questo) commensurabile alli nomi e.f.f.b. de quel residuo & in vna medesima proportione et sia la g. la linea potente in quella superficie contenuta sotto delle a. b. c. d. dico che la detta linea g. e rationale

per-



perche essendo posta sopra la linea, b, rationale et sia posta sopra la linea, c, d, una superficie equale al quadrato della, b, laqual faccia la larghezza k l, adonque, k l sara residuo (per la 113 di questo) li nomi del qual (cioe k m, m l) commensurabili alli nomi di quel binomio liquali sono le c e, & e d, & in una medesima proportione per laqual cosa et le medesime k m, l m (per la decima di questo) sono commensurabili alle medesime, a f, f b, & in una medesima proportione, adonque si come e la, a f, alla, f b, cosi e la, k m, alla, m l, l'una & l'altra adonque (per la sestadecima del quinto) e si come la, a f, alla, k m, cosi e la, b f, alla, l m, adonque etiam la restante, a b, (per la decimanona del quinto) alla restante, k l, e si come la, a f, alla, k m, & la, a f, e commensurabile alla, k m, adonque (per la decima quarta de questo) etiam la, a b, e commensurabile alla, k l, & per la coniunctione si come e la, a, b, alla, k, l, cosi e quello che e contenuto sotto della, c, d, & a, b, a quello che contenuto sotto della, c, d, & k, l, adonque etiam quello che contenuto sotto delle, c, d, & a, b, e commensurabile a quello che contenuto sotto delle, c, d, & k, l, ma quello che contenuto sotto delle, c, d, & k, l, e equale al quadrato de, b, adonque quello che contenuto sotto delle, c, d, & a, b, e commensurabile al quadrato de, b, ma quello che contenuto sotto de, c, d, & a, b, e equale al quadrato della, g, adonque etiam lo quadrato della, g, e commensurabile al quadrato de, b, & lo quadrato de, b, e rationale, adonque etiam lo quadrato de, g, adonque (per la diffinitione de questo) la linea, g, e rationale & quella e la potente in la area contenuta sotto delle due linee, c, d, & a, b. adonque la una area sara compresa sotto a uno residuo, & lo restante che seguita che era da dimostrare.

Il Tradottore.

Che la superficie contenuta sotto delle due linee, a b, & c d, alla superficie contenuta sotto delle due k l, & c d, sia si come la linea, a b, alla linea k l, facilmente si prova (per la prima del sesto) perche tale superficie hanno una medesima altezza laqual e la linea c d.

Correlario.

0/1 Per laqual cosa a noi e fatto manifesto che egli e possibile una area rationale esser contenuta sotto de linee recte irrationale.

Theorema 93. Propositione 116.

0/115 Infinite linee irrationale, vengono fatte dalla mediale delle quale niuna di quelle simile over medesima a niuna di quelle che erano per avanti.

Sia la a una linea mediale, Dico che dalla a. vengono fatte infinite irrationale & niuna e simile ad alcuna delle prime, sia posta la linea, b, rationale & e quello che e contenuto sotto delle due a b, (?

la decima quarta del secondo) sia equale al quadrato della, c, d, adonque la linea, c, d, è irrationale & quella che è contenuto sotto a vna linea irrationale & a vna rationale (per la lemma della vigesima terza de questo) è irrationale & non è simile ad alcuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle prime a vna rationale la larghezza sarà vna mediale, hor sia vn'altra volta quello che è contenuto sotto dalle due, b, c, equale al quadrato dell'a, d, adonque el quadrato della, a, d, è irrationale et similmente la, a, d, & non è simile a niuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna simile sopra a vna rationale la larghezza di quella sarà simile alla, c, d, similmente anchora seguitarà questo ordine, procedendo in infinito, adonque è manifesto che dalla mediale vengono fatte infinite irrationale & niuna di quelle è simile ad alcuna delle prime.

Il Tradottore.

El procedere di questa espositione ouero propositione è simile a quello che noi ponesti sopra la 115 propositione et è vn procedere sublime e chiaro el qual si puo applicare a ciascuna altra delle 13 irrationale.

A demostrar il medesimo altramente.

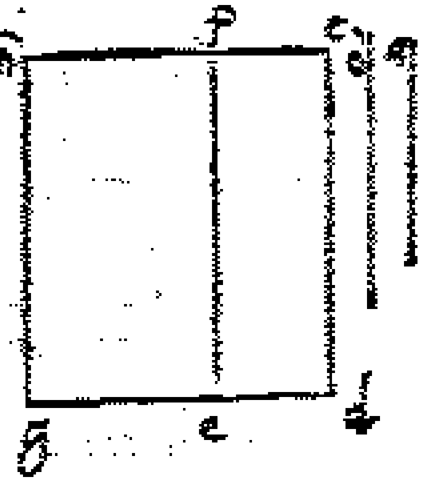
Sia la linea, a, c, mediale. Dico che dalla a c, vengono fatte infinite linee irrationale & niuna è simile ad alcuna delle prime, sia eretta la linea, a, b, in a, a angoli retti (per la vndecima del primo) sopra alla, a, c, & la, a, b, sia rationale & sia compito lo rettangolo, b, c, adonque il detto rettangolo, b, c, (per la vigesima terza di questo) è irrationale & la linea potente in quello è irrationale, anchora per la lemma auanti (la vigesima terza di questo) la potente in quello sia la, c, d, adonque la, c, d, è irrationale & non è simile ad alcuna delle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle ad alcuna linea rational farà per larghezza vna linea mediale vn'altra volta sia compito lo rettangolo, e, d, adonque lo detto rettangolo, e, d, è irrationale & la linea potente in quello è irrationale & sia la detta potente in quello la, d, f, adonque la, d, f, è irrationale, e non è simile ad alcuna delle prime perche essendo posto el quadrato de alcuna di quelle (excetto d'vna simile) sopra vna rationale farà la larghezza vna simile alla, c, d, adonque da vna linea mediale vengono fatte infinite irrationale & lo restante che seguita che era da demostrare.

Il Tradottore.

Con questo medesimo procedere (come di sopra dissi) si puol dimostrare che dal binomio vengono fatte infinite altre linee irrationale delle quale niuna di quelle sarà simile ad alcuna delle antidette & il medesimo si approuarà del residuo e di ciaschuna altra delle sue compagne.

Theorema 94. Propositione 117.

116 Ogni linea commensurabile alla linea minore è la linea minore.



Sia la .a. una linea minore & a quella .a. sia commensurabile la .b. dico che la .b. e una linea minore & per dimostrar questo sia posta la .c.d. rationale & sopra quella (per la vigesima ottava del sesto) sia posta la superficie .c.e. equale al quadrato della .a. che fa la larghezza .c.f. adonque la .c.f. e uno residuo, & sopra la .f.e. sia posta la .f.g. equale al quadrato della .b. che faccia la larghezza .f.g. adonque perche la .a. e commensurabile alla .b. etiam lo quadrato della .a. e commensurabile al quadrato della .b. & al quadrato della .a. è equale la superficie .c.e. & al quadrato della .b. è equale la superficie .f.g. adonque la superficie .c.e. è commensurabile alla .f.g. & si come la .c.e. alla .f.g. cosi è la linea .c.f. alla .f.h. adonque la .c.f. fia commensurabile alla .f.h. in longhezza & la .c.f. (per la centesima di questo) è residuo quarto, adonque etiam la .f.h. è residuo quarto (per la sessagesima quinta di questo) & la .f.g. è rationale, & se una area sia compresa sotto a una linea rationale, & a uno residuo quarto, la linea potente in quella area è linea minore (per la nonagesima quarta di questo) & la linea potente in la detta area .f.g. è la linea .b. adonque la .b. è una minore che era da dimostrare.

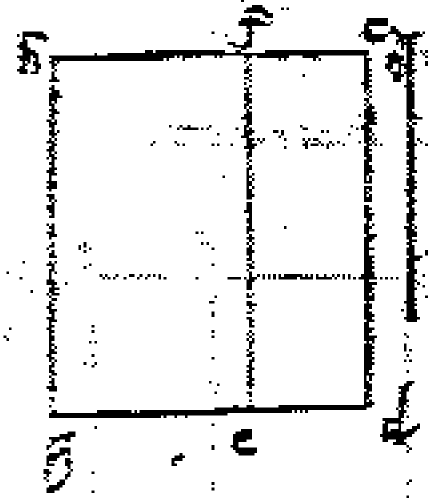
Il Tradottore.

A volere mettere sopra la linea .c.d. la superficie .c.e. equale al quadrato della .a. tal problema non si puol esequire (per la vigesima ottava del sesto) come dice lo espositore anci alle due linee .c.d. & .a. bisogna (per la decima del secondo) trovarui una terza in continua proportionalità quale sia la .c.f. onde la superficie .c.e. sara equale al detto quadrato della .a.

Theorema .95. Propositione .118.

117 Ogni linea commensurabile con la linea giunta con rationale componente el tutto mediale e linea giunta con rationale componente el tutto mediale.

Sia .a. la linea giunta con rationale componente el tutto mediale, & la .b. sia commensurabile a quella, dico che la .b. e una linea giunta con rationale componente el tutto mediale, sia esposita la linea .c.d. rationale & sopra la detta .c.d. sia messa la superficie .c.e. equale al quadrato della .a. che faccia la larghezza .c.f. adonque la .c.f. (per la .101. di questo) è residuo quinto, & sopra la .f.e. sia messa la



f.g. equale al quadrato della .b. (per la vigesima nona del sesto) che farà la larghezza .e.f.h. adunque perche la .e.a. è commensurabile alla .e. adunque lo quadrato de .e.a. è commensurabile al quadrato de .b. et al quadrato de .a. la superficie .c.e. è equale et al quadrato della .b. è equale la .f.g. adunque la superficie .c.e. commensurabile alla superficie .f.g. perche la linea .c.f. è commensurabile in longhezza alla .f.h. et la .c.f. è residuo quinto, adunque et la .f.h. è residuo et la .f.e. è rationale et se una area sia compresa sotto a una linea rationale e a un residuo quinto la linea potente in quella area, e la .f. ... che con rationale componeria el tutto mediale (per la nonagesima quinta di questo) per la linea .b. è la potente in la detta superficie .f.g. adunque .b. è la linea ... con rationale componente el tutto mediale, che era da dimostrare.

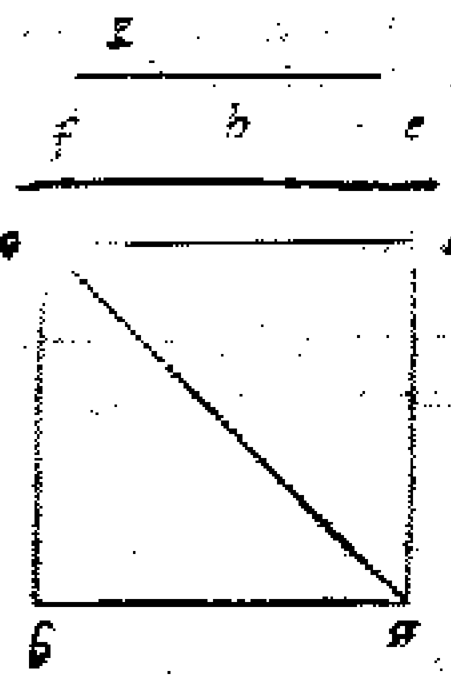
Il Tradottore.

Medesimamente quello che in questa lo Auttore vole che se verifica per la vigesima ottava del sesto bisogna servirse della decima del sesto come fu detto sopra la precedente perche la detta vigesimaottava propositione non è a proposito.

Theorema 96. Propositione 119.

P. Essendo a noi el proposito di mostrare, che in le figure quadrate el diametro
113 è incommensurabile in longhezza al lato.

Sia el quadrato .a.b.c.d. et lo diametro di quello sia .a.c. Dico che lo diametro .a.c. è incommensurabile in longhezza al lato .a.b. perche se egliè possibile (per l'aversario) che sia commensurabile, dico che l'avenirà che l numero paro serà lo disparo ... medesimo, certamente egli me ... (per la penultima del primo) che el quadrato della .a.c. è doppio al quadrato della .a.b. hor perche la .a.c. è commensurabile alla .a.b. adonque la .a.c. alla .a.b. ha proportione come di numero a numero (per la quinta di questo) hor poniamo che habbia quella che ha lo numero .e.f. al numero .g. et siano .e.f. et .g. li minimi numeri che habbiano la medesima proportione di quelli adonque .e.f. non è la unità perche se .e.f. fusse la unità et ha la proportione al .g. che ha la .a.c. alla .a.b. et la .a.c. è maggiore della .a.b. adonque la unità .e.f. è maggiore del numero .g. che è impossibile, adonque .e.f. non è la unità, adonque è numero, et perche si come la .a.c. alla .a.b. così è .e.f. al .g. adonque (per la undecima del quinto) si come lo quadrato della .a.c. al quadrato della .a.b. così è el quadrato del .e.f. al quadrato del .g. et lo qua-



drato

drato de .a. e doppio al quadrato de .b. adonque etiam lo quadrato de .e.f. e doppio al quadrato de .g. adonque el quadrato de .e.f. e numero paro per laqual cosa etiam .e.f. e paro perche se'l fusse disparo el suo quadrato saria disparo (per la vigesima nona del nono) perche essendo composti insieme qualunque numeri dispari & che la moltitudine sia dispara etiam serà el tutto serà disparo, adonque .e.f. e paro sia segato (per la decima del primo) .e.f. in due parti equali in ponto .h. & perche li detti numeri .e.f. .g. sono li minimi de quelli che habbiano la medesima proportione (per la vigesima terza del settimo) sono fra loro primi & lo .e.f. e paro adonque .g. e disparo perche se'l fusse paro lo numero binario misureria tutti duoi .e.f. & .g. & perche el numero pari ha la parte media sono primi fra loro laqual cosa è impossibile, adonque .g. non è numero paro & perche .e.f. è doppio de .e.h. adonque el quadrato de .e.f. è quadruplo al quadrato de .e.h. & lo quadrato de .e.f. è doppio al quadrato de .g. adonque el quadrato de .g. è doppio al quadrato de .h.e. adonque el quadrato de .g. è paro adonque per le cose dette el .g. è paro & disparo laqual cosa è impossibile e per tanto lo diametro .a. non è commensurabile in longhezza al .b. adonque egli è incommensurabile.

A demostrare il medesimo altramente.

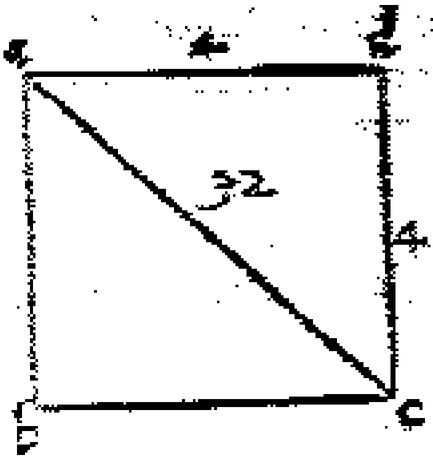
Altramente è da esser demostrato che el diametro del quadro è incommensurabile al lato. per el diametro sia .a. & per el lato sia .b. dico che .a. è incommensurabile in longhezza al .b. perche se possibil è (per l'adversario) sia commensurabile & sia fatto un altra volta si come .a. al .b. cosi sia el numero .e.f. al numero .g. & sian li detti numeri .e.f. .g. li minimi di quelli che hanno la medesima proportione adonque li detti numeri .e.f. .g. sono primi fra loro, primamente dico che .g. non è la unità perche se fusse possibile. sia la unità & perche si come .a. al .b. cosi .e.f. al .g. adonque (per la undecima del quinto) etiam si come el quadrato del .a. al quadrato de .b. cosi è el quadrato de .e.f. al quadrato de .g. & lo quadrato de .a. e doppio al quadrato de .b. adonque & lo quadrato de .e.f. è doppio al quadrato de .g. & .g. e la unità adonque el numero binario e numero quadrato laqual cosa è impossibile e per tanto .g. non è la unità adonque è numero & perche e si come el quadrato de .a. al quadrato de .b. cosi è el quadrato de .e.f. al quadrato de .g. una altra volta si come el quadrato de .b. al quadrato de .a. cosi è el quadrato de .g. al quadrato de .e.f. e lo quadrato de .b. misura el quadrato de .a. & lo quadrato de .g. misura el quadrato de .e.f. & per esser supposto per l'adversario che il lato del quadrato de .b. cioè .b. sia commensurabile al lato del quadrato de .a. cioè al .a. per laqual cosa etiam lo lato del medesimo .g. misura lo lato de .e.f. etiam .g. se misura se medesimo, adonque .g. misura ambidui .e.f. .g. liquali son primi fra loro laqual cosa è impossibile & per

tato . a . non commensurabile al . b . adonque è commensurabile, che bisognava dimostrare.

Il Tradottore.

Questa medesima propositione se dimostra sopra la noua laqual nona è la sexta in la prima tradottione.

Le infrascritte sono alcune postille ouer espositioni sopra la precedente.



Sia el quadrato, a, b, c, d, & lo diametro di quello sia, a, c, & e manifesto che lo triangolo, a, d, c, è isoscele cioe che quello lo lato, d, a, e equale al lato, d, c, & similmente lo triangolo, a, b, c, è isoscele, sia adonque el lato, d, a, de quattro unità, ouer de quattro piedi, & sia etiam, d, c, quattro, per la qual cosa è manifesto che el quadrato de, d, a, e, 16. unità ouer . 16. piedi & cosi etiam el quadrato de, c, d, e sedici unità ouer piedi ma perche el quadrato de . a, c, è equale a quelli doi quadrati de, d, a, & d, c, si come e stato dimostrato in la penultima del primo & è manifesto che el quadrato de, a, c, è doppio al quadrato de, d, a, & lo quadrato de, d, a, e de sedici unità adonque el quadrato del diametro serà trenta doi cioe serà el doppio, ma perche le linee commensurabile in longhezza sono quelle che alcuna quantità li misura li quadrati delle quale hanno la proportione come numero quadrato a numero quadrato, ma secondo . 32 . alcuna quantità non lo misura per il lato a numero quadrato, [illegible] li quadrati de quelle hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche niun numero quadrato è doppio d'uno altro adonque lo diametro è incommensurabile in longhezza al lato, perche quello che fa trentadoi il lato de . 5 . unità e de minuti . 39 . le quale cinque unità e minuti trenta noue e quatro non hanno alcuna commune misura per laqual cosa trenta doi a sedici si come detto non ha proportione come de numero quadrato a numero quadrato.

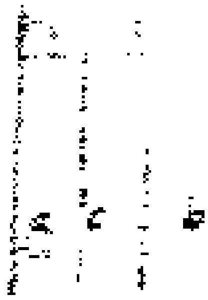
Il Tradottore.

La sopradetta demostratione è assai confusa & massime doue che el lato del quadrato di trenta doi & cinque unità e . 39 minuti lequale cinque unità & trenta noue minuti & quattro unità non hanno alcuna commune misura & laqual parte mi pare fora de proposito in due cose la prima che non so doue lui troua che el lato del quadrato di trentadoi sia cinque unità e trenta noue minuti & se pur fusse cosi la qual cosa non e, el detto lato de cinque unità & trenta noue minuti saria commensurabile alle quattro unità & la commune lor misura seria un minuto laqual cosa è fora del proposito. Ideo &c.

Al presente delle trouate rette linee, a, b, incommensurabile in longhezza piu altre sorte quantità ouero grandezze per le due dimostrate vengono trouate, dico

delle

delle superficie incommensurabile fra loro, perche se troueremo la, c, media proportionale fra le due rette linee, a, b, adonque si come è la, a, alla, b, cosi è qualunque specie de superficie descritta sopra la, a, a un'altra simile & similmente descritta sopra la, c, o siano quadrati, ouer altre figure rette linee simile, ouer etiam cerchii attorno alli diametri a, & c, e per che certamente li cerchii fra lor sono si come li quadrati delli loro diametri, adonque sono trouate superficie piane fra loro incommensurabile.



a c b

Il Tradottore.

Anchora in questa altra sopraescritta espositione tal commentatore prepostero alquanto l'ordine di l'Auttore massime in quella parte doue dice che li cerchii fra loro sono si come li quadrati delli lor diametri, la qual cosa per le cose dette e dimostrate per fin a questo luoco non habbiamo notitia alcuna di tal cosa. uero che nel duodecimo nella seconda propositione del duodecimo se manifesta, ma non è lecito a parlar in questo luoco di quelle cose che non se ne ha hauuto notitia ne e usar di quella del presente il testo.

Et per tanto per le demostrate differentie di queste ragioni delle superficie incommensurabili, demostraremo quelle speculationi che sono per li solidi, cioe come li solidi sono fra loro commensurabili & incommensurabile, perche se sopra quelli quadrati de, a, &, b, constituemo solidi de superficie equidistanti de equal altezza ouer pyramide, ouer prisme, seranno li detti corpi constituiti si come le basse, & li detti solidi seranno commensurabili, & se le basse seranno incommensurabili etiam loro seranno incommensurabili & se delli duoi proposti cerchii, descriueremo coni ouero cylindri de equal altezza, seranno fra loro si come le basse, cioe si come li cerchii a, b, & se essi cerchii sono commensurabili, similmente & essi coni e cylindri seranno commensurabili & se li detti cerchii seranno incommensurabili, anchora li coni e cylindri seranno incommensurabili, & a noi è fatto manifesto che non solamente in le linee, & in le superficie sono commensurabile & incommensurabile, ma questo si ritroua anchora in le figure solide.

Il Tradottore.

Similmente le sopraescritte cose sono fuora de ordine, cioe a uoler parlar de corpi, coni, cylindri, auanti la diffinitione de quelli le qual figure se diffiniscono nel sequente libro.

IL FINE DEL DECIMO LIBRO.

LIBRO VNDECIMO DI EVCLIDE,

DI CORPI, IN GENERE.

Diffinitione prima.

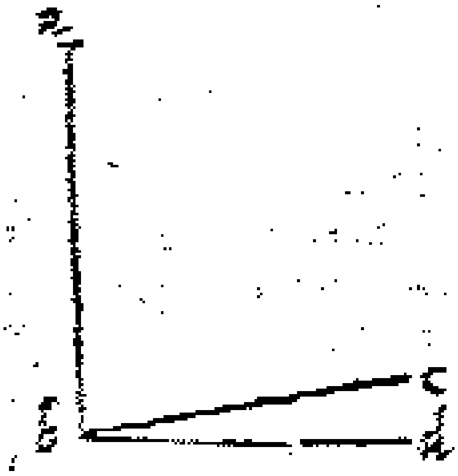
1/2 El corpo è quello, che ha longhezza, larghezza, & altezza, li termini del quale sono superficie.

Il Tradottore.

QVESTA prima diffinitione per esser da se chiara altramente non la spiego.

Diffinitione. 2.

2/2 La linea eretta sopra vna superficie è quella che fa li angoli retti con ciascuna delle linee a se conterminale che se ispezzano in quella superficie, & quella linea se dice esser perpendicolare sopra a quella superficie, & star sopra a quella medesima orthogonalmente.



Sia inteso in la linea a.b. elleuarse sopra el piano talmente che'l ponto a. sia immaginato in aere & b. in piano & dal ponto b. sian dutte piu linee in el medesimo piano, come la b.c. & b.d. & quante altre si voglia, adonque se serà cosi che la linea a.b. con la linea b.c. & con la linea b.d. & con qualunque altra linea protratta dal ponto b. in quel piano contenga angolo retto quella è detta esser perpendicolare a quella superficie in laquale sono protratte quelle linee cioe b.c. et b.d. e altre cō lequale quella è posta cōtenere angolo retto

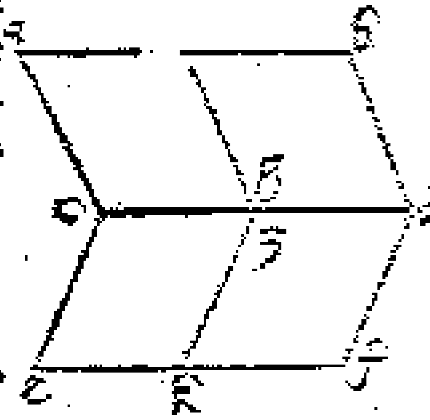
Diffinitione. 3.

3/3 Ma vna superficie se dice esser eretta sopra a vna superficie ogni volta che da vno medesimo ponto, della linea che è commune termine di quelle superficie, sopra stanno due perpendicolare conterminale continenti angolo retto lequale siano site in quelle superficie.

Verbi gratia sia immaginata la superficie a.b.c.d. elleuata in aere & la superficie c.d.e.f. giacere in piano & intenderemo la linea c.d. esser el commun termine de ambedue, e per tanto in quella sia signato el ponto g. dal quale siano estratte due linee perpendicolare alla linea c.d. cioe vna in la superficie c.d.e.f. laqual sia la g.k. & l'altra in la superficie.a.b.c.d laqual sia la g.h. se adonque l'angolo, che contien queste due linee perpendicolari cioe.g.h. & g.k. sara retto le superficie.a.b. c.d. e detta esser orthogonalmente eretta sopra la superficie c.d.e.f.

Diffinitione. 4.

4 La inclinatione d'uno piano a un piano e la comprensione de l'angolo acuto fatto a quelle linee che sono dutte ad angoli retti sopra el commun segmento a uno medesmo ponto in l'uno el'altro di quelli piani.



Il Tradottore.

La sopradescritta diffinitione ne auertisse (per le cose che seguita) che cosa voglia dire, over che cosa sia la inclinatione d'una superficie a una superficie laquale inclinatione non e altro che la comprehensione dell'angolo accuto fatto a quelle due linee, k.g. & h.g. della figura della precedente, cioe se le dette due linee contenerano angolo retto la superficie. a.b.c.d. sara eretta sopra alla superficie c.d.e.f. come fu detto sopra alla precedente. Ma quando le dette due linee conteneranno uno angolo acuto, la superficie.a.b.c.d. se dira esser inclinata sopra alla superficie.c.d.e.f. & la detta inclinatione non e altro (come detto di sopra) che la comprensione del detto angolo acuto, & nota che questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 5.

5 Vno piano e detto esser inclinato a uno piano si come un'altro, a un'altro quando li angoli delle predette inclinationi saranno fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne da a cognoscere le inclinationi simili, ouero equale delle superficie over piani lequale se cognoscono per li angoli delle loro inclinationi, perche quando li detti angoli sono equali le inclinationi sono simili over equali, & quando li detti angoli sono inequali le dette inclinationi sono dissimili ouero inequale &c. Anchora notarai che questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 6.

6 Le superficie equidistante sono quelle, che protratte in qual parte si voglia non concorreno etiam se quelle fusse produtte in infinito.

Quello che e stato detto el se intende. conuien tu dei sapere che tutte le piane superficie, ouero che elle sono fra loro equidistante, ouero che protratte da ogni parte concorreranno in alcuno luogo & se segaranno sopra una retta linea, qual in le linee

rette

oltre quello non è necessario, che onero essere equidistante, protratte in ... che al- tre parte concorrer certamente quelle che non son in una medesima superficie, far equidistanza fra loro ne ... protratte quanto si voglia non concorreranno.

Diffinitione. 7.

5/7 Li corpi simili son quelli che sono contenuti sotto a superficie simili de numero equale.

Il Tradottore.

Per bisogna se si fusse duoi corpi l'uno contenuto sotto di quattro triangoli equilateri & l'altro sotto di otto pur triangoli equilateri, benche ambiduoi fusse contenuti sotto a superficie simile (perche tutti li triangoli equilateri sono simili) tamen li detti corpi non seriā simili, perche bisogna che'l numero delle superficie che contien l'uno sia equale al numero delle superficie che contien l'altro (dovendo esser simili) ma se ambiduoi fussero contenuti sotto a quattro triangoli equilateri ben seriano simili & similmente ambiduoi sotto a otto, e pero dice è de numero equale.

Diffinitione. 8.

5/8 Li corpi sono simili & equali, di quali le terminale superficie sono simile & de numero & quantità equale.

Il Tradottore.

Duoi corpi simili ponno esser equali & inequali perche quantunque ambiduoi fussero contenuti sotto di quattro triangoli equilateri (o altre figure simile) li triangoli de l'uno pono esser di maggiore superficie de quelli di l'altro e pero quel corpo seria maggiore dell'altro, ma quando li triangoli di l'uno fussero equali in superficie a quelli dell'altro all'hora li detti corpi seriano simili & equali & cosi si debbe intendere se fussero contenuti sotto a maggiore numero de triangoli over de altre specie di superficie simili de numero & de quantità equale.

Diffinitione. 9.

9/11 Quel corpo che contenuto da cinque superficie, delle quale tre sono parallelogramme & due triangole, e detto seratile.

Vno tetto posto sopra a una casa laquale habbia quattro pariete equidistante che la cimma de quel tetto sia una sola linea & sia equale & sia equidistante alli lati delle due superficie di sopra ha la similitudine del corpo seratile.

Il Tradottore.

Questo corpo che di sopra è detto seratile in la seconda tradottione è detto prisma.

sima, ouero è che questo nome prisma e piu generale del seratile come per la diffinitione appare in la detta seconda tradottione laquale dice in questa forma.

Prisma e una figura solida compresa da superficie piane delle quale le due che sono da i capi opposti equale, sono simile & equidistante, le altre sono paralellogramme.

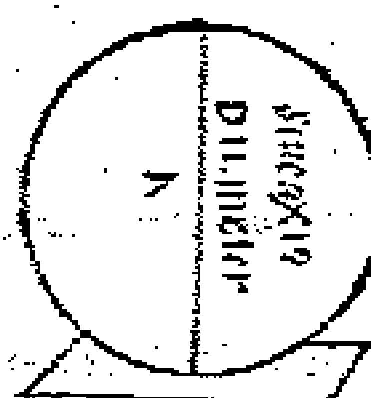
Per il che seguita che non solamente il seratile se chiama prisma, ma etiam ogni colonna laterata, onde seguita che ogni seratile è prisma, ogni prisma non è seratile, perche prisma è nome generale, seratile è nome speciale.

Diffinitione. 10.

10/12 La sphera è il transito del arco della circonferentia del mezzo cerchio circondotto per fin a tanto che ritorni al luoco doue dette principio a circondularsi, stante il diametro fermo e fisso.

Il Tradottore.

Cioe fatto un semicerchio sopra qual si voglia linea & fermando quella & che quel tal mezzo cerchio si meni attorno alla detta linea per fin a tanto che quel se retorni al luoco doue si dette principio a moverlo, quella figura, ouer corpo che uien compreso, ouero descritto, sotto a tal revolutione se chiama sphera, & questa diffinitione ha insegnato alli artifici il modo di formare le palle di pietra, o d'altra materia, & che'l sia il vero el si fa che se uno artifice vol fare una palla di pietra che sia perfettamente al sesto tonda la forma prima un mezzo cerchio vacuo in qualche banda di ferro, ouer di legno, ouer d'altra materia grando, ouer picolo secondo la qualità della palla, ouer palle che desidera formare, poi va scarpellando atorno atorno secondo l'ordine del detto vacuo di mezzo cerchio, e ve giustando spesso quella forma secondo che va scarpellando & cosi pian piano la redusse a perfettione.



Diffinitione. 11.

0/13 Asis della sphera e la linea che sta ferma, atorno laquale uien revoltato el mezzo cerchio.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione laqual ne da ad intender qualmente quella linea, atorno della quale uien circondutto el mezzo cerchio, nella deffinition della sphera, se adimanda assis della detta sphera laqual assis uien essere el diametro del detto mezzo cerchio circondutto.

Diffinitione. 12.

6 El centro della sphera è quello che è etiam centro del mezzo cerchio.

12

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione laqual per esser da se chiara altramente non la espongo.

Diffinitione. 13.

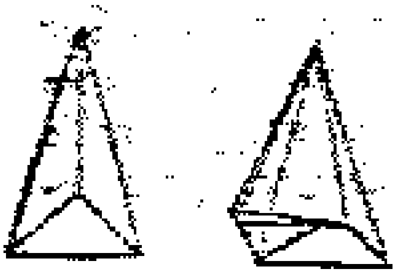
15 Dimetiente della sphera è una certa linea retta dutta per il centro & terminata dall'una e l'altra parte fin alla superficie di essa sphera.

Il Tradottore.

Questa diffinitione similmente se ritroua solamente in la seconda tradottione per qual diffinitione par faccia differentia fra asse de sphera & dimetiente ouer diametro di sphera, hauendo di sopra nella undecima diffinitione diffinito l'asse della sphera, & in questa diffinendo la dimetiente ouer diametro, per il che tengo che la intentione de l'Auttore sia che dimetiente di sphera sia nome generale & asse de sphera sia speciale, cioè che ogni asse di sphera è etiam diametro, ouer dimetiente di tal sphera ma non è conuerso, cioè che ogni diametro, ouer dimetiente di sphera non è asse di tal sphera, ma solamente l'asse è quello sopra il quale girando si uolta la detta sphera, per il che ha uoluto diffinir l'asse differentemente dal diametro ouer dimetiente.

Diffinitione. 14.

11 Pyramide laterata è una figura corporea laquale le superficie che la con-
10 tendono una rettilinea dalle quale sono in suso erette a uno ponto opposito.



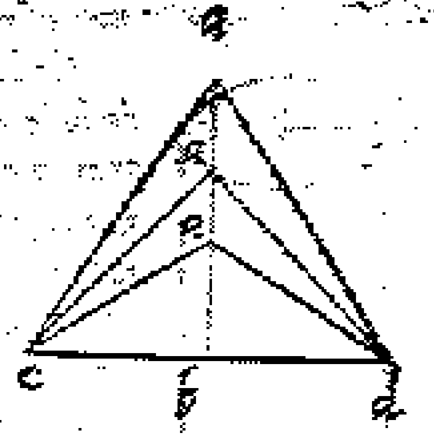
In ogni pyramide laterata tutte le superficie che circondano quella dalla basa della detta pyramide sono solamente a un ponto elquale è detto cono della pyramide, & tutte queste superficie laterale sono triangoli: e la basa frequentamente non è triangola.

Diffinitione. 15.

Pyramide rotonda è una figura solida, & è el transito del triangolo ret-
13 tangolo (stante fermo & fisso l'uno di suoi lati contenenti l'angolo retto) e
16 circonducto il detto triangolo per fin a tanto che quello ritorni al luoco doue
17 cominciò a esser mosso, e se'l lato fisso sarà equale al lato circonducto la figura sarà rettangola, e se'l sarà piu longo sarà acutiangola, e se'l sarà piu corto sarà ambligonia, e l'asse de detta figura è il lato fisso, e la basa sua un cerchio & questa figura è detta pyramide della colonna rotonda.

Sia

Sia el triangolo a b c el qual habbia uno angolo retto el qual sia b, & sia fermo & fermato l'uno di duoi lati contenenti l'angolo retto b, & sia il lato che è fermo a b, el qual fisso sia circondutto el triangolo per fin a tanto che retorni al luoco donde cominciò a muoversi, la figura corporea laqual vien descritta dal moto de questo triangolo vien detta pyramide rotonda, de la quale sono tre differentie, perche una è rettangola, l'altra è acutiangola, la terza ambligonia, & la prima è quando il lato a b sarà equale al lato b c, e



sia come la linea b c, onde dal rotato triangolo perverrà el sito della linea b d, talmente che porta c d sopra el ponto c, & sia fatto una sol linea cioè come quella al hora sia congionta al sito del quale si mise a muoversi, facendo la & sarà la linea in questo luoco come la b c d, & perche per la trigesima seconda del primo & per la quinta del medesimo l'angolo c a b è la mità del retto & però l'angolo c a d sarà retto, perche questa pyramide è detta rettangola. ma se'l lato a b sarà più longo del lato b c, sarà acutiangola, perche al hora per la trigesima seconda del primo & per la decimanona del medesimo l'angolo c a b sarà minor della mità del retto e per tutto l'angolo c a d è minor del retto, adonque la qual cosa la pyramide è acutiangola. Ma se'l lato a b sarà più corto del lato b c sarà lo angolo c a b maggiore della mità d'uno retto per la trigesima seconda del primo & per la decima nona del medemo, & tutto l'angolo c a d el qual è doppio al detto c a b è maggiore del retto, adonque è ambligonio. La pyramide convenientemente segue el presente si dice l'assa, & la linea a b è detta assa de questa pyramide, & il cerchio che descrive la linea c b sopra el centro b è detto basa de quella. Tra la pyramide questa è detta pyramide della colonna rotonda, cioè di quella che descrive (al mio parer) il paralellogrammo che pervien dal lato a b, & sia fermo & sia il lato a c b.

Il Tradottore.

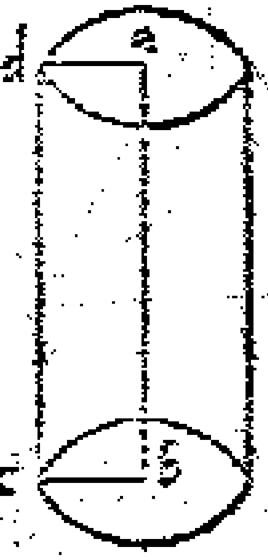
Questa specie de pyramide rotonda, nella seconda tradottione è detta cono, & non pyramide, & medesimamente da Apollonio Pergeo, & Archimede Syracusano sono per detti coni & non pyramide le specie quali così dal detto Apollonio Pergeo sono state diffinite & molte cose nella opera sua [illegible] & similmente da Archimede.

Diffinitione. 16.

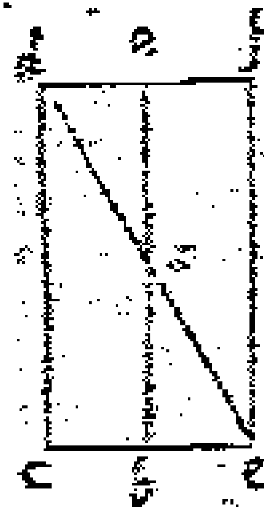
12 La figura corporea rotonda che le base della quale sono due cerchi

18 piani in le circonferentie & grossitudine cioè le altezze equali nasce dal moto del paralellogrammo rettangolo fermato el lato che contiene lo angolo retto & la detta superficie circondutta per fin tanto che ritorna al luogo suo, & chiamasi questa figura colonna rotonda. Centro della colonna rotonda & della sfera &

del cerchio sia uno medesimo centro.



Sia lo parallelogrammo rettangolo, a.b.c.d. & sia fermado lo lato, a.b. & quello fisso sia circondutto tutto lo parallelogrammo per fina a tanto che'l spacio suo ritorni al loco suo adonque la figura corporea descritta dal moto di questo parallelogrammo se nomina colonna le basi della quale sono li duoi cerchij l'uno di quali è quello che descrive la linea, c.b. nel moto suo el centro del quale è il ponto, b. & l'altro è quello che descrive la linea, d.a. nel moto suo el centro del quale è il ponto, a. & la linea, a.b. (la qual rimane ferma nel moto del parallelogrammo) vien ditta assis di questa colonna, e quando haveremo immaginato lo parallelogrammo, a.b.c.d. quando quello serà pervenuto (nel suo giro) al sito a.b.e.f. esser congionto al sito dal qual cominciò a moversi secondo la continuatione d'una superficie piana cioè che tutta sia lo parallelogrammo, d.c.e.f. e che in quello haveremo protratto lo diametro, d.e. serà anchora lo diametro, d.e. diametro della colonna, e perche el se dice esser uno medesimo el centro della colonna, e della sphera e del circolo, questo debbe esser inteso concesso che de ogni la linea diametrale e una medesima, verbi gratia perche havemo detto che la, d.e. è necessario essere il medesimo con el centro della colonna. perche conciosia che la linea, d.e. seghi la linea, a.b. in ponto, g. el, g. serà el centro della colonna, perche la divide l'assis della colonna in due parti equale e lo diametro della colonna par in due parti equali laqual cosa è manifesta (per la 26 del primo) perche li angoli che sono al, g. so equali per la quintadecima del primo li angoli che sono al, a. & al, b. sono retti (dal presupposito) anchora la linea, a.d. è equale alla linea, b.e. adonque, d.g. equale al e.g. et, a.g. è equale al, g.b. conciosia che li angoli, a. & b. sono retti se sopra el ponto, g. serà descritto un cerchio secondo el spacio, d.g. sopra la linea, d.e. quel transirà per lo converso della prima parte della trigesima del terzo per li ponti a. & b. adonque el ponto, g. è centro del cerchio el diametro del quale è el diametro della colonna e po è diametro etiã della Sphera, per la qual cosa è manifesto che el cerchio et la Sphera de ogni colonna rotonda esser circumscritti a ogni parallelogrammo rettangolo & cosi è manifesto quello che vol questo theorema.



Il Tradottore.

Questa figura colonnale (diffinita di sopra secondo che se contiene in la prima tradottione) in la seconda tradottione se chiama cylindro pero bisogna notare che tanto vol dire uno cylindro quanto una colonna rotonda & similmente da Archimede è pur detta cylindro vocabol greco.

Diffinitione. 17.

17 L'assis del cylindro e quella linea che sta ferma circa laquale se volta

ta lo parallelogrammo, & le base sono li circoli descritti dalli oppositi lati circondanti.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 18.

15 Lo angolo corporeo ouer solido è quello, che compreso sotto a più de
9 dui angoli piani contingenti a uno medesimo ponto, liquali non siano siti in una medesima superficie.

Dui angoli piani non ponno constituire uno angolo solido, si come etiam due linee rette non ponno chiudere superficie, anchora li angoli piani contenenti uno angolo solido conuien che quelli non siano siti in una medesima superficie, ma in diuerse si come due linee rette constituente uno angolo piano a quelle non conuien esser applicate secondo il sito della rettitudine.

Diffinitione. 19.

16 Le figure corporee rotonde o siano colonne ouero le piramide quelle
20 sono simile quando che li assi di quelle alli diametri delle sue base sono proportionale.

Perche se due proposte pyramide rotonde ouer de due colonne rotonde, serà la proportione dell'assis d'una di quelle al diametro della sua base, si come l'assis del l'altra al diametro della sua base, quelle due colonne ouer pyramide sono dette esser fra loro simile.

Diffinitione. 20.

0 El cubo è una figura solida contenuta sotto de sei lati quadrati.
21

Il Tradottore.

El dado con el quale se [illegible] è fabricato de figura cubica.

Diffinitione. 21.

0 Le otto base è una figura solida contenuta sotto di otto triangoli equali
22 & equilateri.

Diffinitione. 22.

0 El dodeci base è una figura solida, compresa sotto di dodeci quinquanguli,
23 equali & equilateri & equiangoli.

Diffinitione. 23.

0 Lo vinti base è una figura solida compresa sotto di vinti triangoli, equa-
24 li & equilateri.

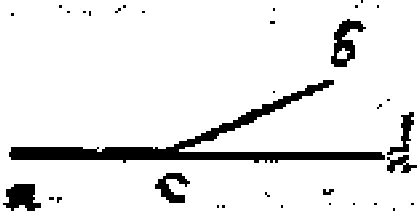
 Il Tra-

Il Tradottore.

Queste quattro ultime diffinitioni se ritrouano solamente nella seconda tradottione & bisogna notare che li predetti corpi nel terzodecimo & quartodecimo & quintodecimo libro molte uolte si nominano per breuiare scrittura secondo il sermon greco, cioe el uintibase se gli dice ycosedron, al dodeci base dodecedron, ouer dodecahedron al otto base, octahedron ouer octocedron al cubo, exedron ouer exacedron alla pyramide di quattro base o triangolare equilatera, tetrahedron ouer tetracedron & però bisognaua cio auertire.

Theorema 1. Propositione 1.

1 D'una linea retta le impossibile esserne parte in piano & parte in alto.
2



Sia la linea retta a.b. dico che l non è possibile che parte di quella sia in piano & parte eleuata in suso perche se gli è possibile sia la parte a.c. di quella sita in piano, & parte di quella laqual e.c.b. posta in alto & sia protratta la a.c. direttamente in el piano nel quale essa sta per fina al d. & sera che a una & a quella medesima linea laquale la linea a.c. sian aggionte due linee al tutto diuerse (lequal sono le linee c.b. & c.d.) da una medesima parte directamente laqual cosa è impossibile per la terzadecima del primo.

Theorema 2. Propositione 2.

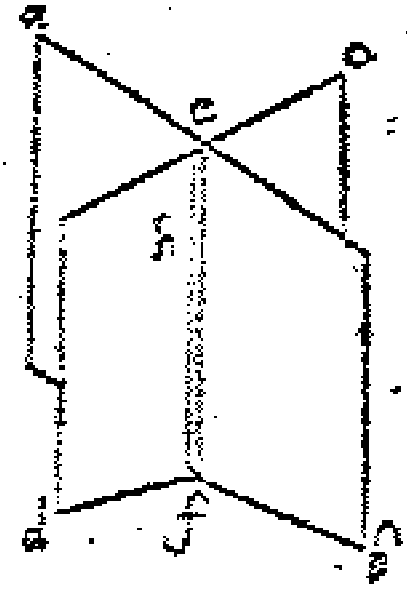
2 Ogni due linee dellequale l'una sega l'altra sono site in una superficie
2 & ogni triangolo tutto sia in una superficie.

Siano le due linee rette a.b. & c.d. segandose fra loro in ponto e. dico quelle esser in una superficie, & ogni triangolo dico esser tutto in una superficie, & per dimostrar questo sia segnato il ponto f in la linea c.d. & lo ponto g in la linea a.b. & sia dutta la linea f.g. La causa adonque, cioe perche el sia impossibile che del triangolo e.f.g. esserne parte in piano & parte in alto, e questa perche anchora l'una ouer piu delle sue linee terminale similmente parte ne seria in piano & parte similmente in alto & conciosia che delle linee rette questo sia impossibile (per la precedente) anchora sera impossibile del triangolo, adonque tutto el triangolo e.f.g. e in una superficie, e pertanto da questa seconda parte, e dalla precessa è manifesta la prima parte de questa seconda propositione.

Ipeo

Theorema. 3. Propositione. 3.

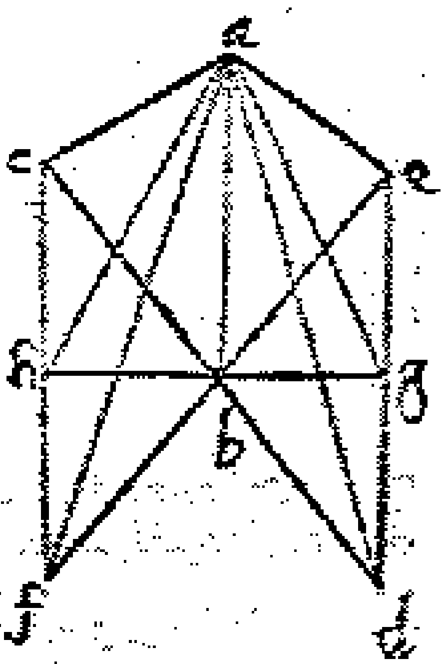
3/3 *La commune settione d'ogni due superficie piane fra lor segante, è una linea retta.*



Siano adonque le due superficie piane, a, b, & c, d, lequale se segano fra loro. Dico che la commune settione de quelle serà una linea retta, hor siali dati dui ponti, e, & f, li termini della commune settione de quelli liquali siano continuati per linea retta laqual sia, e, f, se adonque la linea, e, f, è in l'una e l'altra delle due superficie, a, b, & c, d, è manifesto el proposito, ma se la non è in l'una ne in l'altra over che la sia in l'una o l'altra di quelle, conciosia che ambidui li ponti, e, & f, siano in l'una & l'altra delle superficie, a, b, & c, d, in quella superficie in laquale essa non serà, sia protratta una linea retta laqual sia la, e, h, f, adonque seranno due linee rette, e, f, & e, h, f, lequale hanno dui termini communi che è impossibile, perche essendo cosi due linee rette inchiuderiano superficie laqual cosa è contra alla ultima petitione del primo libro.

Theorema. 4. Propositione. 4.

4/4 *Se dalla incisione de due linee rette fra loro intersecante, serà eretta una linea orthogonalmente quella serà perpendicolare alla medesima superficie.*



Sia la linea, a, b, orthogonalmente eretta sopra la incisione delle due linee, c, d, & e, f, sega le lor segate in ponto, b, delle quale è manifesto (per la auanti alla precedente) che esse siano sue in una superficie, dico che la linea, a, b, è perpendicolare alla superficie di quelle. Et per dimostrar questo siano fatte le, c, b, & b, d, equale & la, f, b, & la, b, e, equale & siano protratte le linee, e, d, & c, f, lequale seranno equale (per la quarta del primo) & equidistante per la vigesima settima del medesimo, adonque da alcun segnato ponto in la linea, e, c, (el qual sia, g,) sia dutta la linea, g, b, h, & (per la 26 del primo) e, g, serà equale al, f, h, adonque dal ponto, a, (over da qual si voglia ponto in la linea, a, b,) siano protratte principalmente le linee, a, c, a, d, a, e, a, f, a, g, a, h, & (per la quarta del primo) la, a, c, serà equale alla, a, d, & la, a, e, equale alla, a, f, et ancora (per la 8 del medesimo) l'angolo, a, c, d, sa-

to equale all'angolo.a.f.e.adonque (per la 4. del medemo) serà la.a.g. equale alla.a.h.e però (per la 8. del medemo) l'angolo.a.b.g. serà equale all'angolo.a.b.h.per laqual cosa (per la diffinitione) l'un & l'altro e retto & la linea.a.b.perpendicolare alla linea.g.h.anchora con simil modo tu approuarai la medema esser perpendicolare a tutte le linee protratte dal ponto.b in la superficie delle due linee, c.d.& e.f.adonque (per la diffinitione) è manifesto la linea.a.b.essere perpendicolare alla superficie in la quale sono site le due linee.c.d.& e.f.fra loro secante che è il proposito.

Theorema. 5. Propositione. 5.

5 5 Se alcuna linea retta serà eretta orthogonalmente sopra tre linee rette dal commun termine di quelle, quelle medeme tre linee seranno poste in una superficie.

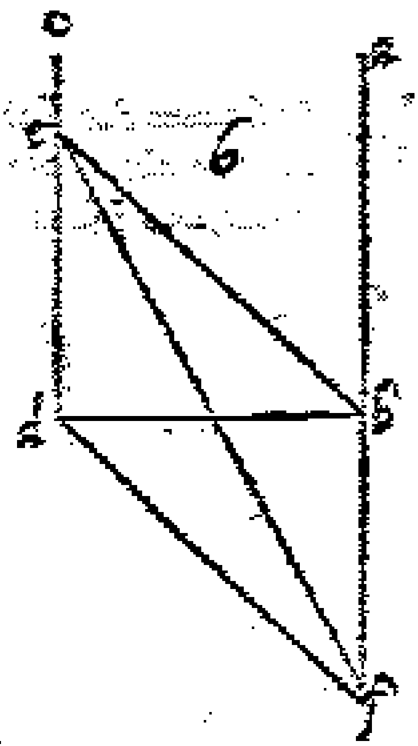
Sia la linea.a.b.eretta orthogonalmente sopra el commun termine delle tre linee.b c.b.d.b.e.contingente fra lor angolarmente in ponto.b. delle quale niuna sia applicada all'altra direttamente che e el medemo e fra lor insieme se segbino in pon.o.b.perche protratte se segariano. Dico che le tre linee.b.c.b.d.b.e.sono poste in una superficie hor perche egli è manifesto che ciascuna due di quelle che son poste in una superficie (per la seconda di questo) over (per la prima parte della 2. di questo) adonque se la linea.b.d. (per l'aduersario) non serà in la superficie delle due linee.b.c.b.e.ma quelle due in piano e questa in alto, serà che quella superficie in laquale sono poste le 2 linee.a.b.& b.d.se seranno protratte (& per quello che è noto sopra la.6. diffinitione) segarà quella in laqual sta poste le.b.c.& b.e.& (per la 3. di questo) la commune settione de quelle serà una linea retta & quella sia b.f.adonque perche (per la prima di questo) la linea.a.b.e perpendicolare alla superficie delle due linee.b.c.& b.e.seguita (per la diffinitione) che quella sia perpendicolar alla linea.b.f.per laqual cosa l'angolo.a.b.f.e retto conciosia anchora che l'angolo.a.b.d.sia retto dal presupposito seguita l'impossibile cioe la parte esser equale al suo tutto.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6 6 Se seranno due linee perpendicolare sopra una superficie è necessario quelle esser equidistante.

Siano le due linee.a.b.& c.d.perpendicolare a una superficie. Dico quelle esser equidistante, perche essendo protratta la linea.b.d. (per la diffinitione) li doi angoli.a.b.d.& c.d.b.seranno retti.adonque se le due linee.a.b.& c.d.sono in una superficie quelle sono equidistante (per la seconda parte della vigesima ottaua del primo)

primo) & cosi se apprende quelle esser in una superficie, dal ponto .b. sopra la linea .b.d. in el piano al qual stanno perpendicolarmente .a.b. & .c.d. protrahe orthogonalmente la linea .b.f. & dalla linea .d.c. tuor .d.e. equale alla .b.f. & protrahe le linee .e.b. & .e.f. & .d.f. & perche li duoi lati .e.d. & .d.b. del triangolo .e.d.b. seranno equali alli duoi lati .f.b. & .b.d. del triangolo .f.b.d. & l'angolo .e.d.b. equale all'angolo .f.b.d. (conciosia che l'uno e l'altro sia retto) adonque per la quarta del primo la linea .b.e. è equale alla linea .d.f. anchora conciosia che li duoi lati .e.b. & .b.f. triangolo .e.b.f. siano equali alli duoi lati .f.d. & .d.e. del triangolo .f.d.e. & la basa .e.f. commune (per la ottaua del primo) l'angolo .e.b.f. serà equale all'angolo .f.d.e. conciosia che l'uno & l'altro sia retto, perche adonque l'angolo .f.d.e. è retto (p la diffinitione) etiam l'angolo .e.b.f. serà retto, adonque la linea .f.b. serà perpendicolarmente è eretta sopra el commune termine delle tre linee .b.a. .b.d. .b.e. contingente fra loro equalmente in ponto .b. per laqual cosa (per la precedente) quelle sono in vna superficie, adonque conciosia che per la prima parte della seconda di questo la linea .e.d. sia in la medesima superficie con l'vna & l'altra delle linee .e.b. & .b.d. seguita le due linee .a.b. & .c.d. esser in vna superficie adonque è manifesto el proposito.



6

Theorema 7. Propositione 7.

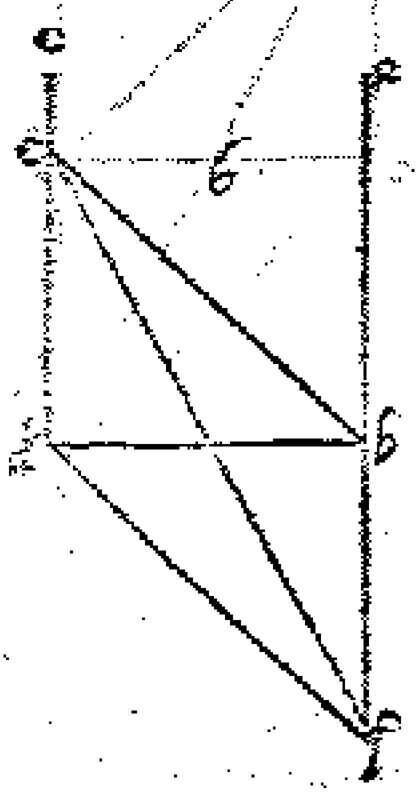
7/7 Se da duoi ponti signati in due linee equidistante sia tirata una linea retta dall'vno all'altro, el se approua quella necessariamente esser constituida anchora lei in la medesima superficie in laquale sono constituide quelle due linee.

Siano le due linee .a.b. & .c.d. equidistante delle quale è manifesto (per la diffinitione) che esse sono in vna superficie, e sia signato in quelle li duoi ponti .e. & .f. & sia produtta la linea retta .e.f. Dico adonque la linea .e.f. esser posta ouero sita in la superficie delle due linee .a.b. & .c.d. & essendo altramente (per l'aduersario) sia .e.f. in vna altra superficie che depende di sopra laqual superficie se la serà protratta necessariamente segarà la superficie in laquale sono site le due linee .a.b. & .c.d. & (per la terza di questo) la commune settione di quelle serà una linea retta terminata alli medesimi ponti, laqual cosa è impossibil perche essendo cosi due linee rette concluderiano superficie.

Theo-

Theorema. 8. Propositione. 8.

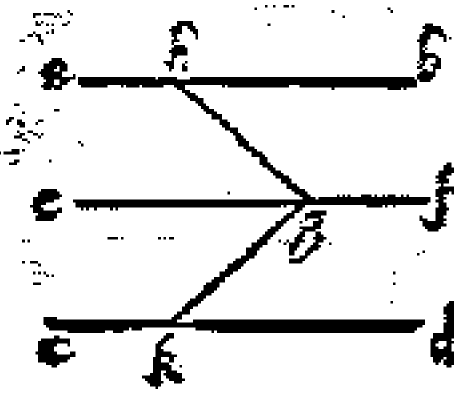
8 Se seranno due linee rette, equidistante, & vna di quelle sia perpendi-
8 colare ad alcuno piano & l'altra ancora conuien esser perpendicolare al medesimo piano



Questa è quasi el conuerso della sesta, hor sieno le due linee, a, b, & c, d, equidistanti & sia vna di quelle poniamo la, c, d, perpendicolarmente sopra a qual si voglia superficie. Dico che l'altra di quelle laquale è, a, b, esser perpendicolare alla medesima superficie, perche essendo fatto in tutto la medesima dispositione, che in ella sesta, & sera (come in quella) che vno e l'altro di duoi angoli, c, d, b, & f, b, e, sia retto, el primo per la positione & lo secondo per la ottaua del primo per laqual cosa (per la quarta de questo) la linea, f, b, e perpendicolarmente eretta sopra la superficie in laquale sono le due linee, b, d, & b, e, conciosia che per la precedente le due linee, a, b, & c, d, siano in la medesima superficie cō le due linee, b, d, & b, e seguita la linea, f, b, esser perpendicolarmente eretta sopra alla superficie in laquale è le linee, b, a (per la diffinitione) adonque sera l'angolo, f, b, a, retto: e perche etiam l'angolo, d, b, a, e retto (per la vltima parte della vigesima nona del primo) seguita (per la quarta de questo) la linea, a, b, esser perpendicolare alla superficie in laquale sono fatte le due linee, b, d, & b, f, per laqual cosa è manifesto el proposito.

Theorema. 9. Propositione. 9.

9 Se due linee seranno equidistante a vna medesima linea e non in vna su-
9 perficie, ancora quelle è necessario esser fra lor equidistante.



Sia l'vna & l'altra delle due linee, a, b, & c, d, equidistante alla linea, e, f, ne siano tutte in vna superficie. Dico che le medesime linee fra lor seranno equidistante (de quelle che sono tutte in vna superficie egli è stato approuato per la trigesima del primo) hor in questo luoco si resta ad approuar de quelle che non sono in vna superficie come in queste che la, e, f, e i tesa de sotto verso in alto, adonque sia segnato in quella el ponto, g, dal qual sian dutte le due perpendicolar alle due linee, a, b, & c, d, lequal siano, g, h, & g, k, & (per la quarta di questo) la linea, e, f, sera perpendicolare alla superficie (cioe a quella in laqual sono situate le due linee, g, h, & g, k,) adonque (per la precedente tolta due volte) l'vna e l'altra de quelle due linee, a, b, & c, d, e perpen-

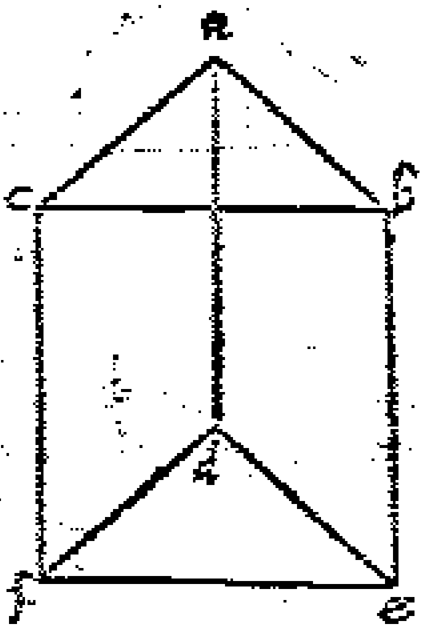
dicolare

dicolare alla medesima superficie cioe a quella in laquale sono situate le ditte due linee .g.h. & .g.k. (per la sesta propositione di questo) adonque quelle sono fra loro equidistante che è il proposito.

Theorema .10. Propositione .10.

10 — 10 Se due linee che si tocchino fra loro angularmente seranno equidistante ad altre due che pur si tocchino fra loro a loro opposite, e non siano in una superficie, li angoli che da quelle sono fatti se provano fra loro esser equali.

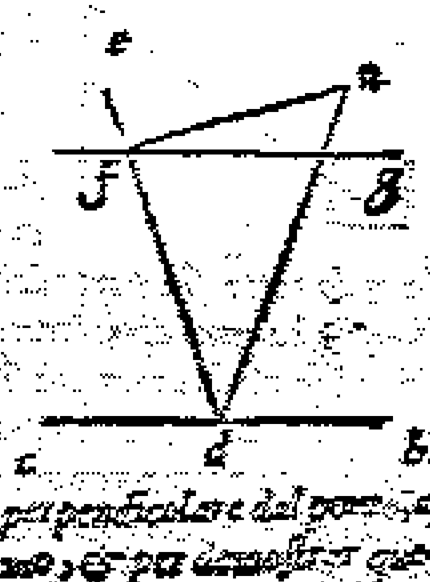
Siano le due linee .a.b. et .a.c. che si tocchino fra loro angularmente in ponto .a. equidistante a altre due lequale siano .d.e. & .d.f. fra loro etiam si tocchino in ponto .d. ne siano con quelle in una superficie. Dico l'angolo .a. essere equale al angolo .d. hor sia fatta la linea .d.e. equale alla linea .a.b. alla quale è posta esser equidistante, e la .d.f. equale alla .a.c. alla qual etiam è posta equidistante da qualunque siano ditte le linee .a.d. .b.e. & .c.f. e (per la trigesima terza del primo) sapiamo che l'una e l'altra delle due linee .b.e. & .c.f. equale e equidistante alla linea .a.d. (adonque per la conversione, & per la precedente) le medesime sono fra loro equale, & equidistante adonque (per la trigesima terza del primo de nouo repetita) & le due linee .b.c. & .e.f. sono etiam equale e equidistante, adonque (per la ottava del primo è manifesto il proposito.)



Problema primo. Propositione. 11.

11 — 11 Da uno ponto signato in aere da quello puotemo condur una perpendicolare a una data superficie.

Sia el ponto .a. di sopra in aere del quale volemo cō durre una perpendicolare alla subiacente superficie, adonque in quello piano sia dutta la linea .b.c. (come a caso cadera) alla quale dal detto ponto .a. sia dutta la perpendicolar .a.d. secondo la dottrina della .12. del primo, & una altra volta dal ponto .d. in quello piano (il quale è da esser dato la perpendicolare dal ponto .a.) sia tirata la linea .d.e. laqual sia perpendicolare alla linea .b.c. come insegna la .11. del primo.) Adonque a questa linea .d.e. sia dutta una altra linea perpendicolare dal ponto .a. laqual sia .a.f. questa adonque è quella laquale intendemo, & per demostrar questo

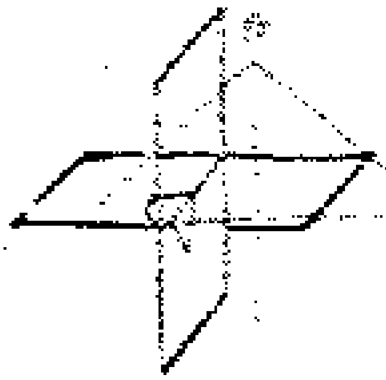


Sia fa

sto sia tirata la linea f.g. equidistante alla linea b.d. & perche l'uno & l'altro di dui angoli b.d.a. & b.a.f. è retto (per la quarta de questo) la linea b.d. sarà perpendicolare alla superficie in laquale è el triangolo a.d.f. e pero etiam (per la ottava de questo) la linea g.f. sera perpendicolare alla medesima superficie, adonque (per la diffinitione) l'angolo g.f.a. sarà retto. & conciosia anchora che l'angolo d.f.a. sia retto seguita (per la quarta de questo) la linea a.f. esser perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee d.f. & f.g. che è il proposito.

Problema 2. Propositione 12.

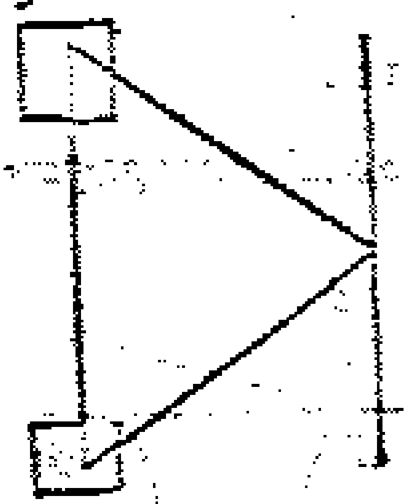
12 Proposta una superficie & da un ponto signato in quella puotemo da
12 quello erigar una linea orthogonalmente alla detta superficie.



Quando da un ponto signato in una proposta superficie desiderarai di condur una perpendicolare, da un altro ponto posto a tuo piacere di sopra in aere tu condurai una perpendicolare alla medesima superficie come insegna la precedente, laquale se la cascharà in el ponto assignato lei sarà quella che tu cerchi, ma se la non cade nel detto ponto, da quello medesimo assignato ponto tu ducerai una equidistante alla condutta perpendicolare, & quella (per la ottava de questo) tu apprenderai esser quella che tu cerchi.

Theorema 11. Propositione 13.

13 Egli è impossibile star due linee rette sopra uno ponto orthogonalmente
13 a una superficie.



Perche se gli è (per l'adversario) che due linee rette a una medesima superficie stiano perpendicolarmente sopra un ponto, la superficie in la quale esse perpendicolare sono situate sia intesa esser produtta per fina tanto che seghi la superficie alla quale le dette linee stanno perpendicolarmente, & (per la terza de questo) la commune settione di quelle sarà una linea retta, et perche (per la diffinitione) l'una & l'altra di quelle due perpendicolare con la commune settione contien angolo retto seguita che l'angolo retto sia parte dell'angolo retto laqual cosa è impossibile, & si come che di sopra havemo dimostrato esser impossibile da uno medesimo ponto che sia dentro d'una superficie cavar due linee perpendicolare sopra alla medesima superficie così anchora demostraremo esser impossibile da uno medesimo ponto fora d'una superficie signato protrare due linee perpendicolare alla medesima superficie, perche se questo potesse esser (per l'adversario) quelle seriano fra loro equidistante (per la sesta propositione de questo) laqual cosa è impossibile (per la diffinitione delle linee

equidi-

equidistante adonque da questo è manifesto che se alcuna superficie piana segarà una altra superficie piana orthogonalmente, & da alcun ponto della superficie segante sia dutta una perpendicolare alla superficie segata quella è necessario cadere in la commune settione de quelle, altramente dal medesimo ponto della superficie segante sia protratta una perpendicolare alla commune settione de quelle come insegna la duodecima del primo, & dal ponto in el quale taglia con la commune settione un'altra perpendicolare sia dutta alla medesima commune settione in la superficie segata come insegna la undecima propositione del primo, & per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra un'altra, l'angolo che conteneno queste due linee perpendicolare, e retto per laqualcosa (per la quarta di questo) la prima de queste due perpendicolare è anchora perpendicolare alla superficie segata, adonque da un ponto seria protratte due linee perpendicolari a una medesima superficie laqualcosa è impossibile, adonque rimane el nostro proposito

El Tradottore.

Quello che di sopra se dimostra in questa propositione mal si puol dare figura intelligibile, ma bisogna considerare e figurare mentalmente tutto quello che sta con parole te depinge il che non è difficile.

Theorema 12. Propositione 14.

14 Se una linea starà orthogonalmente sopra due assignate superficie.
14 Anchora se quelle due superficie seranno protratte in qualunque parte in infinito mai concorrano.

Sia posta una linea stare a due superficie orthogonalmente, hor se possibile è (per l'aduersario) quelle due superficie concorrere in la commune settione de quelle laquale (per la terza di questo) serà una linea retta, & sia signato uno ponto a qualunque modo si voglia nella detta linea, dal quale siano protratte due linee in quelle due superficie a quella linea laquale fu posta perpendicolarmente sopra a quelle, & serà constituito uno triangolo da queste due linee & dalla perpendicolare, adonq; l'uno et l'altro di dui angoli del detto triangolo (che stanno sopra la perpendicolare) serà retto come per la diffinitione della linea stante perpendicolarmente sopra una superficie, & questo è impossibile (per la trigesima seconda del primo.

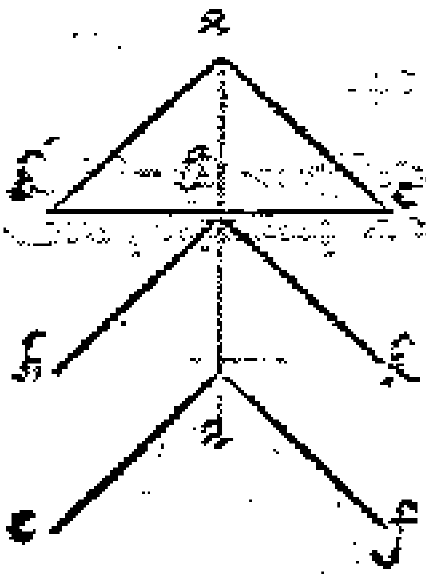
El conuerso anchora, cioe se sopra due superficie equidistanti caderà una linea retta laqual sia perpendicolar a una di quelle anchora quella serà perpendicolare all'altra.

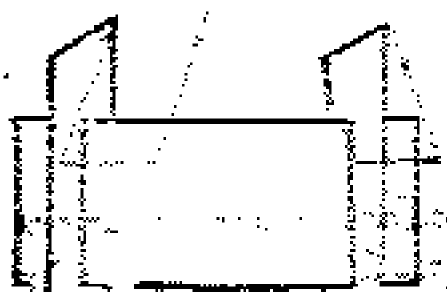
Sia

Sia intesa a due superficie poste equidistanti una linea retta penetrante ambe due quelle, seguide all'una e l'altra di quelle superficie perpendicolarmente, [illegible] una linea sopra [illegible] perpendicolarmente all'altra superficie, [illegible] per simil [illegible] [illegible] sia intesa una superficie segante le predette due superficie equidistanti so pra la linea penetrante quelle, & la commune [illegible] e de quella superficie [illegible] [illegible] & [illegible] delle segate de quelle [illegible] la linea penetrante e posta perpendicolarmente contenera angolo retto con la detta penetrante per la diffinitione della linea perpendicolare ad una superficie, [illegible] l'altra commune [illegible] de dette superficie [illegible] dell'altra delle due segate per le medesime [illegible] non contenera angolo retto per la [illegible] del primo [illegible] seguira che quelle due commune [illegible] parte protratte necessariamente concorreranno per [illegible] [illegible] le superficie che sono state poste equidistante necessariamente concorreranno e perche questo è impossibile seguirà che quel angolo è retto, & per la medesima seguira de qual si voglia superficie segante le due superficie equidistanti sopra la medesima linea, adunque per la [illegible] & per questa [illegible] è [illegible] esser il vero quello che habbiamo detto.

Theorema. 13. Propositione. 15.

15 Se seranno due linee che se toccano, [illegible] equidistante a altre due che pur si toccano angolarmente, & non siano in una medesima superficie [illegible] che contengono quelle medesime linee [illegible] [illegible] si voglia di [illegible] parte [illegible] [illegible].





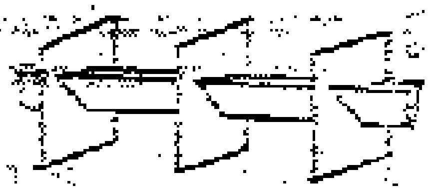
Siano le due linee, a, b, & a, c, le quale se toccano angolarmente in ponto, a, equidistante alle due linee d, e, & d, f, [illegible] [illegible] angolarmente in ponto d, & non siano in una superficie con la superficie di quelle [illegible] parte [illegible] & questo si vuol dimostrare [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] sia protratta dal ponto, d, [illegible] la [illegible] de questo [illegible] perpendicolare alla superficie delle due linee a, b, & a, c, & [illegible] dal ponto, g, [illegible] [illegible] equidistante alle, d, e, & d, f, [illegible] [illegible] [illegible] equidistante alla, a, c, & (per la [illegible]) [illegible] l'uno di detti angoli [illegible] [illegible] [illegible] per la [illegible] equidistante alla linea, g, k, la linea, d, e, [illegible] equidistante alla linea, g, h, per [illegible] [illegible] ultima parte della [illegible] [illegible] del primo [illegible] e l'altro di detti angoli [illegible].

gli angoli retti e però per la quarta di questo sia linea a g sia perpendicolare alla superficie delle due linee a e, & a f, & conciosia che quella sia ancora per il presupposito perpendicolare alla superficie delle due linee a b, & a c adonque esser perpendicolare è manifesto, che è il proposito.

Theorema. 14. Propositione. 16.

16 Se una superficie segarà due superficie equidistante le commune settio-
16 ni seranno equidistante.

Sia manifesto per l'altro che una superficie segan- te equidistante due superficie equidistante le commune settioni di quelle seranno due linee rette, le quale con- ciosia che ambedue quelle siano situate in la superfi- cie segante, se quelle non seranno equidistante per l'a-



versario la superficie concorrere a qual si voglia parte, adonque serà che uno me- desimo ponto sia in l'una e l'altra delle due commune settioni, conciosia che una di quelle commune settioni è in una delle due superficie segate, & l'altra in l'altra segata adonque quelle superficie che sono supposte esser equidistante concorrerà, et questo è impossibile, adonque le commune settioni di quelle seranno equidistante che è il proposito. Da questa & dalla precedente se puol formare una conclusione simi- le alla trigesima del primo cioè questa, se seranno due superficie a una equidistante quelle medesime anchora seranno fra loro equidistante, siano poste 3 superficie delle quale l'una e l'altra delle estreme sia equidistante alla media, dico che le ne cessario quelle estreme equidistare fra loro, hor siano segate tutte tre quelle su perficie da due superficie fra loro segante, & per questa sestadecima le commune settioni delle due estreme superficie seranno equidistante alli settioni della me- dia, per laqual cosa per la trigesima del primo quelle settio- ni delle due estreme superficie seranno equidistante fra loro, & perche quelle se toccano in la commune settione delle due superficie segate, le tre superficie poste per la preceden- te evidentemente è manifesto quello che havemo detto.

Theorema. 15. Propositione. 17.

17 Se due linee rette che si tocchino fra loro, over
17 che siano equidistante segano tre over piu superficie equidistante, le divisioni di quelle linee se provano fra loro esser proportionale.

Siano poste due linee rette pendente a qualunque mo do se voglia, a tre superficie equidistante over ancora piu distese, dico le divisioni di quelle linee tolte fra qualunque superficie voglia esser proportionale a qualunque due altre

intercette

intercette da quelle superficie equidistante. Et per dimostrare questo sian congiun-
te le due estremità di quelle due linee, dutta fra quelle con una linea retta diago-
nalmente, & questa diagonale serà con l'una e l'altra di quelle due penetrante: le
superficie proposte in una superficie segante quelle superficie proposte equidista-
ste adunque se con la mente tu pararai le commune settioni di queste superficie,
le quale (per la precedente) seranno equidistante (per la prima parte della seconda
del sesto) serà manifesto il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 18.

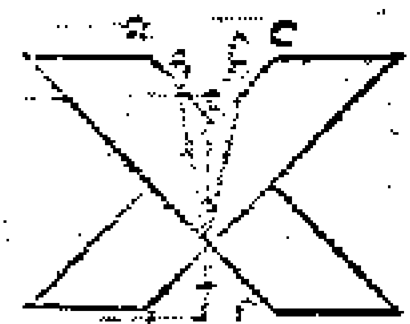
18/18 Se una linea starà orthogonalmente in una assignata superficie, ogni su-
perficie dutta da quella linea per qual verso ne pare, serà orthogonalmente
eretta sopra alla medesima superficie assignata.

Sia la linea a b eretta perpendicolarmente sopra alla figura superficie, & dal-
la linea a b, sia produtta una superficie per qual verso si voglia, hor sia la e f, la-
qual dico perpendicolarmente eretta sopra la assignata superficie, perche cosa che
la detta seghi la superficie assignata la commune settione de quelle serà una linea
retta (per la terza di questo) & sia la f g, adunque si-
gnato qual si voglia ponto in questa commune settione
(qual sia d.) & da quello sia estratto in la superficie
che è produtta dalla linea a b una perpendicolare al-
la linea f g laqual sia d c, & (per la seconda parte del
la vigesima ottava del primo) la linea c d serà equidi-
stante alla linea a b, e però (per la ottava di questo) la li-
nea c d etiam perpendicolare alla superficie proposta,
adonque perche per questo modo qual si voglia linea pro-

tratta orthogonalmente da qual si voglia ponto della linea b d, ad essa linea b d.
in essa superficie e f che è produtta per la linea a b, è perpendicolare alla proposta
superficie (per la diffinitione della superficie retta orthogonalmente sopra a una su-
perficie) è manifesto esser el vero quello che è proposto.

Theorema. 17. Propositione. 19.

19/19 Se due superficie che fra loro se segano seranno
erette orthogonalmente sopra a una superficie: la
commune settione di quelle serà perpendicolare
alla medesima superficie.



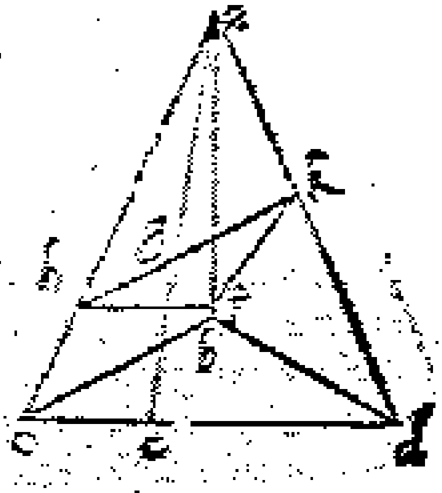
Siano le due superficie a b, & c d che insieme
segandose rette orthogonalmente sopra una assignata
superficie, & sia la commune settione di quelle la
linea retta e f, hor questa e f. Dico perpendicolare alla assignata superficie essendo
el contrario (per lo aduersario) dal ponto f, il quale è commun termine delle settioni delle

due

due superficie insieme segante, & della terza superficie fatta, sia produtta una linea retta in la superficie a.b. (laqual sia f.g.) perpendicolare alla assignata superficie similmente dal medesimo ponto sia duta una altra perpendicolare alla medesima superficie che sia fatta la superficie, c.d. & quella, f.b. & le due linee, f.g. & f.h. seranno insieme orthogonalmente alla superficie assignata sopra un ponto et questo è impossibile per la 13 di questo et non bisogna dubitar chi non possi esser protratte tal linee dal ponto f. in l'una e l'altra delle superficie a.b. et c.d. quando che e.f. non fusse perpendicolare alla assignata superficie. sia intesa la linea f.b. commune settione della superficie a.b. & della superficie assignata, & la linea f.d. della superficie c.d. & della superficie assignata adonque se la linea e.f. serà perpendicolare all'una e l'altra delle due linee f.b. & f.d. quella anchora serà perpendicolare alla superficie assignata (per la quarta di questo) ma se la non serà perpendicolare all'una ne l'altra (per l'adversario) sia la f.g. perpendicolare alla f.b. & la f.h. perpendicolare alla f.d. dapoi dal ponto f. protraremo in la superficie assignata una linea perpendicolare alla linea f.b. laquale (per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra una altra) contenerà angolo retto con la linea f.g. adonque (per la quarta di questo) la linea f.g. serà perpendicolare alla superficie assignata, anchora per lo medesimo modo protratta un'altra linea dal ponto f. in la superficie assignata laquale sia perpendicolare alla linea f.d. seguirà (per la diffinitione predetta & per la quarta di questo) la linea f.h. esser perpendicolar alla superficie assignata, laqual cosa è impossibile (per la terzadecima de questo) ma se l'adversario concedesse la linea e.f. essere perpendicolar alla linea f.b. ma non alla linea f.d. seguiria per simel modo le due e.f. & f.h. esser perpendicolare alla superficie assignata che non di meno è impossibile.

Theorema. 15. Propositione. 20.

20 *Se tre angoli superficiali contengono un angolo solido, ciascun dui di quelli tolti insieme sono maggior dell'altro.*
20



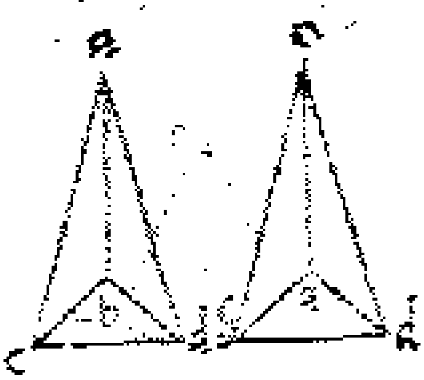
Siano le tre linee a.b. a.c. a.d. pyramidalmente erette sopra alla superficie, b, c, d, contenente tre angoli superficiali delle qual vien composto l'angolo solido in ponto a. Dico quall dui angoli si voglia de quelli angoli superficiali, constituenti lo angolo solido in ponto a. tolti insieme essere maggiori del terzo, perche se questi tre angoli superficiali seranno fra loro equali, over se dui seranno solamente equali & lo terzo sia minore l'uno & l'altro di dui equali è manifesto per commune scientia esser il vero quello che è sta detto, ma se uno de quelli serà maggiore di qual si voglia delli altri dui restanti, o siano posti equali, overo inequali al presente è manifesto qual maggiore con qual si voglia delli altri dui restanti tolti insieme essere maggiore del terzo, ma de quelli dui minori tolti in [illegible] se approua esser maggiori di quello terzo che fu supposto esser maggior di qual si voglia delli altri duoi, sia che delli tre proposti angoli superficiali l'angolo e.a.d. sia maggiore di qual si voglia delli altri duoi rimanenti, adonque taglarò de quello e.a.d. e equale all'angolo b.a.d. [illegible] la linea a.e. & tagliarò da quella la linea a.g. & dalla linea a.b. la linea a.f. laquale ponerò esser [illegible] equale & protrarò dal ponto g. una linea in la superficie delle due linee a.c. & a.d. la [illegible] come si voglia per fina a tanto che quella seghi a.c. in ponto h. & a.d. in ponto k. & quella sia la h.g.k. & produrò le linee f.h. & f.k. [illegible] che a.f. sia equal al a.g. posta a.k. commune (per la quarta del primo) la f.k. sarà equale alla k.g. e perche (per la 20. del 1.) le due linee h.f. et f.k. sono maggiori della linea h.k. (per la quarta concettione) la h.f. serà maggiore della h.g. e pero per la vigesima quinta del primo [illegible] sia che la linea a.f. sia equal alla linea a.g. serà l'angolo f.a.h. maggiore dell'angolo h.a.g. adonque (per la concettione) è manifesto li duoi angoli h.a.f. f.a.k. tolti insieme esser maggiori del angolo h.a.k. laqual cosa era da demostrare.

Theorema. 19. Propositione. 21.

21 Ogni angolo solido è se approua esser minore de quattro angoli retti.

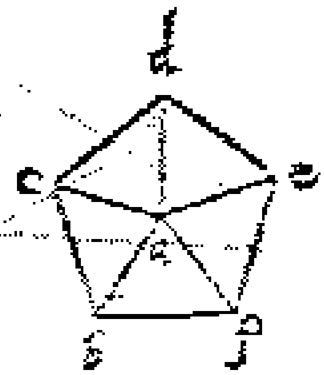
21

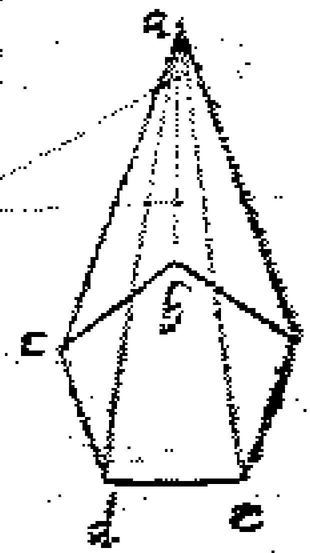
La quantità dell'angolo solido se determina dalla quantità delli angoli superficiali che contengono quel angolo solido. Adonque questa vigesima prima propositione [illegible] propone anchora che quelli si voglia angoli superficiali che contenghino qualunque angolo solido tolti insieme esser minori de quattro angoli retti hor siano li triangoli della pyramide a.b.c.d. della quale [illegible] che l'angolo supremo [illegible] sia a. Del qual dico che li tre angoli superficiali che contieneno il detto angolo a. sono minori de quattro retti: perche egli è manifesto (per la trigesima seconda propositione del primo) li noue angoli de tre triangoli circondanti a questa pyramide (& questi sono a.b. c.a.c.d. a.d.b.) esser equali a sei angoli retti, & di tre angoli della basa di quella che è il triangolo, b, c, d, è manifesto anchora (per la medesima) che quelli sono equali a duoi angoli, retti conciosia adonque che li sei angoli di 3. predetti triangoli circondanti questa nostra pyramide (della quale dispianno del supremo angolo) dico quelli sei angoli che concorgono con li altri tre angoli della basa li altri tre angoli solidi della pyramide (per la precedente) tolti tre volte sono maggiori di tre angoli del triangolo della basa, seguita adonque quelli sei angoli esser maggiori de duoi angoli retti adonque leuato via delli noue angoli di tre triangoli circondanti la pyramide questi sei angoli li tre restanti seranno minori, de quattro retti, & quelli sono quelli che constituiscono lo angolo a. solido, ma se l'angolo a. supremo in la tolta pyramide serà contenuto de più che tre angoli superficiali, laqual cosa



serà

serà secondo la moltitudine delli angoli della sua basa, conciosia adonque che li angoli de tutti li triangoli circondanti detta pyramide tolti insieme equalmente (per la trigesima seconda propositione del primo) siano equali a tanti angoli retti quanto è el numero di angoli della sua basa duplicado, imperoche tanti è necessario esser li triangoli circondanti la pyramide quanto seranno li angoli della sua basa, & conciosia che tutti li angoli della sua basa, siano a tanti angoli retti equali, quanto è el numero duplicato delli suoi angoli e da quello trattone quattro (come nella trigesima seconda propositione del primo è stato dimostrato) concludesi, adonque che tutti li angoli di triangoli (circondanti la pyramide) che stanno sopra li lati della basa di detta pyramide tolti equalmente insieme, siano maggiori de tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme come evidentemente è mostrato (per la precedente propositione) tante volte quanti angoli haverà la basa, hor seguita necessariamente (per la commune scientia) li angoli superficiali continenti l'angolo solido tolti equalmente insieme esser minor de quattro angoli retti. Dico minori in questo che tutti li angoli de triangoli circondanti la pyramide liquali stanno ordinatamente sopra di lati della basa della pyramide eccedeno tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme.



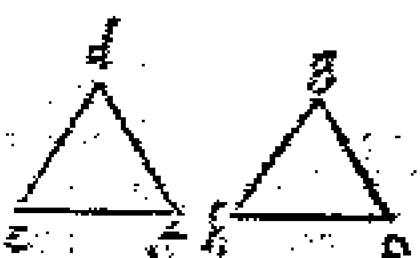


Il Tradottore.

Questa presente propositione nella seconda tradottione dice in questa forma videlicet.

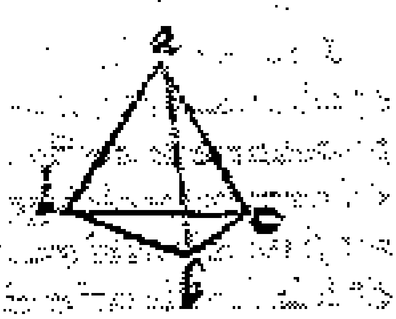
Theorema 19. Propositione 21.

Ogni angolo solido è compreso sotto men de quattro angoli retti piani.

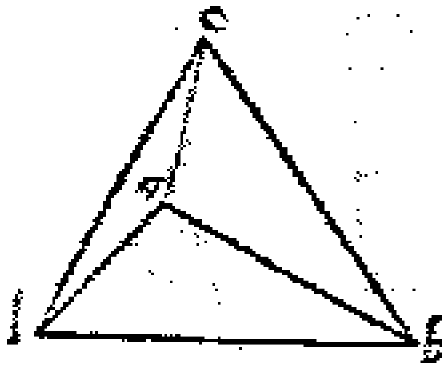


Laqual propositione parla piu correttamente di l'altra perche in vero l'angolo solido non è comparabile a angoli piani però non possiamo dir (senza reprensione) che uno angolo solido sia minore ne maggiore ne equal a quattro angoli retti &c.

Theorema 20. Propositione 22.



22 *Se seranno tre angoli superficiali di quali ciascun*
23 *dui tolti insieme sian maggiori del terzo, & tutti sia loro siano contenuti da linee equale, delle tre base, che sotto tendono a quelli angoli (cioè delli termini di dette linee equale) egli è possibile a esser constituido uno triangolo.*



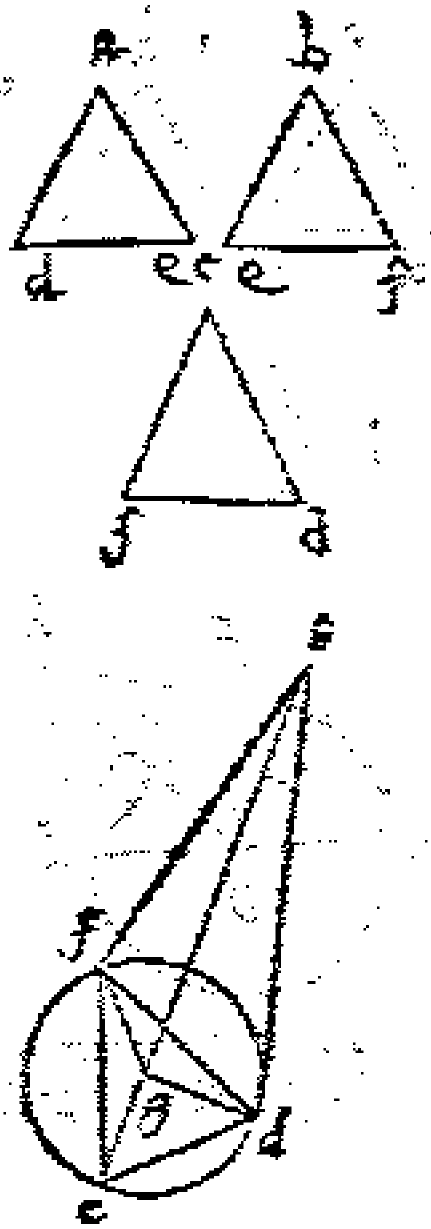
Siano li tre angoli superficiali .a.c.e.d.f.h.g.k. come se propone cioe tali che ciascuni dui di quelli siano maggiori del terzo, & siano li soi lati continenti quelli equali li quali siano .a.b. a.c.d.e.d.f.g.h.g.k. e sia protratte di sotto a quelli le tre base lequale siano .b.c.e.f.h.k. Dico adunque che da queste tre base puol esser constituido un triangolo, hor sia fatto l'angolo .b.a.l. equale all'angolo .d. & la linea .a.l. alla linea .d.e. & sian protratte le .l.b.l.c. & (per la quarta del primo la linea .l.b. serà equale alla linea .e.f. & del presupposito) è manifesto lo total angolo .a. esser maggiore dell'angolo .g. perche ciascuni dui (delli tre) angoli .b.a.c.d.& .g. seranno maggiori del terzo adonque (per la 24. del primo) la linea .l.c. è maggiore della linea .h.k. e conciosia che (per la 20. del primo) le due linee .l.b. & .b.c. sian maggiori della linea .l.c seguita le due linee .l.b. & .b.c. esser molto piu forte maggiore della linea .h.k. adonque perche .l.b. è equale alla .e.f. le due linee .b.c. & .e.f. seranno maggiori della linea .h.k. adonque p questo modo è manifesto ciascune due linee nelle tre linee .b.c.e.f.h.k. esser piu longhe della terza, adonque (per la vigesima seconda del primo) è manifesto esser il vero quello che è stato detto, solamente aggiontemi questo che se li dui angoli .b.a.c. & .d. tolti insieme siano equali a dui retti le due linee .l.a. & .a.c. (per la decimaquarta del primo) saranno una sol linea laquale conciosia che la sia equale (dal presupposito) alle due linee .g.h. & .g.k. lequale (per la vigesima del primo) sono piu longhe della linea .h.k. & conciosia che (per la medesima) le due linee .l.b. & .b.c. siano piu longhe della linea .l.c seguita come prima .b.c. & .e.f. tolte insieme esser piu longhe della .h.k. ma se li dui predetti angoli sono maggiori de dui retti (per la vigesima prima del primo) le due linee .a.l. & .a.c. e pero & le due .g.h. & .g.k. seranno piu corte delle due lequal sono .l.b. & .b.c. per laqual cosa come prima .b.c. & .e.f. tolti insieme sono piu longhe della linea .h.k.

Problema .3. Propositione .23.

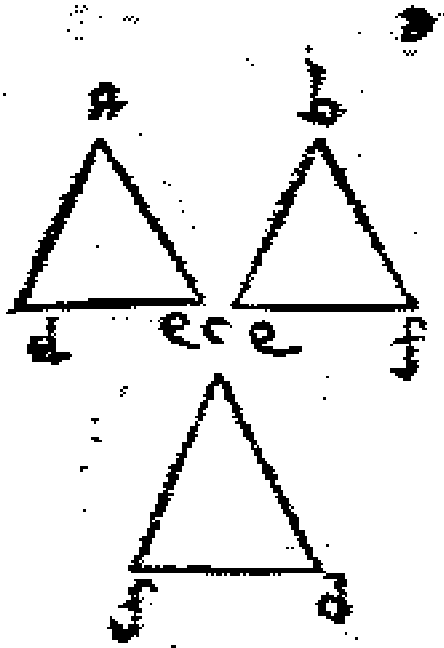
23 / 23 Proposti tre angoli superficiali, di quali qualunque dui tolti insieme sian maggiori del terzo, & tutti tre insieme siano minori di quattro angoli retti, con altri tre che siano a quelli equali puotemo constituire uno angolo solido.

Siano propositi tre angoli superficiali liquali siano .a.b.c. con tre altri a quelli equali volemo constituire uno angolo solido el bisogna adonque (per la vigesima propositione di questo) che qualunque dui de quelli tolti insieme siano maggiori del terzo & (per la vigesima prima propositione de questo) che tutti tre tolti insieme siano minori di quattro angoli retti. adonque siano tutte queste cose in questi & li lati continenti quelli sian fatti tutti fra loro equali, & a quelli sian sotto tese tante tre base & queste siano .d.e.f.g.h.k.& (per la precedente) de tre linee equale a queste base serà possibile essere constituido uno triangolo.

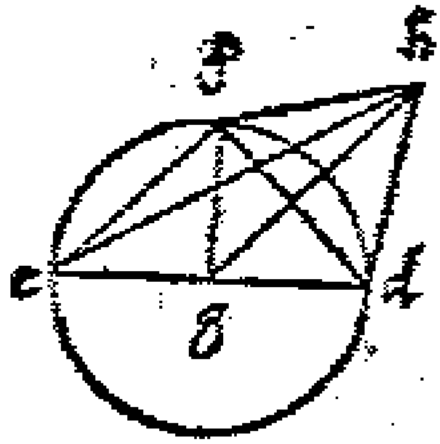
Siano



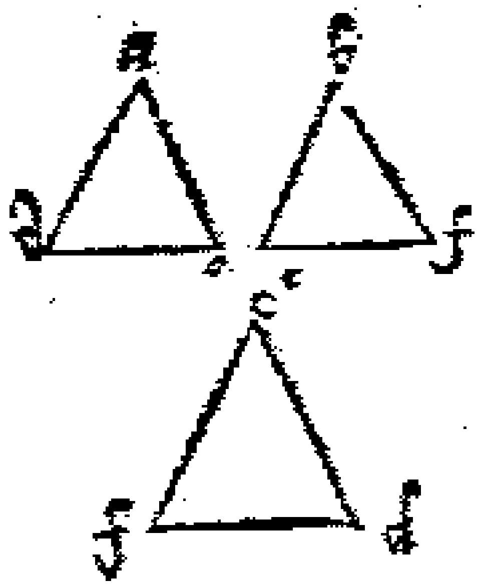
Sia adunque da queste (secondo la dottrina della vigesima seconda del primo) constituto lo triangolo .d.e.f. al quale (secondo che insegna la quinta del quarto) sia circonscritto lo circolo .d.e.f. sopra il centro .g. & siano protratte le .g.d. g.e. g.f. lequale conciosia che quelle siano fra loro equale (per la diffinitione del cerchio & li lati circondanti li tre propositi angoli) sono etiam equali (dal presupposito) egli è necessario che cadauna di quelle sia minore di cadauna di quelli lati, & è impossibile esser equale over maggiore, perche se la linea che vien dal centro .g. alla circonferentia del cerchio .d.e.f. fusse equal ad alcun di lati .a.d. a.e. b.e. b.f. c.f. c.d. seguiteria (per la ottava del primo) li tre angoli proposti .a. b. c. esser equali alli tre angoli .d.g.e. e.g.f. f.g.d. et conciosia che questi tre angoli siano equali a quattro angoli retti (come facilmente è manifesto dalla terzadecima del primo) protratta per un pochetto una delle linee che escano dal centro alla circonferentia in continuo et diretto, seriano etiam li tre angoli .a. b. c. anchora equali a quattro angoli retti che è contra al presupposito, ma se la fusse maggiore ponendo li tre triangoli (delli quali li angoli son .a. b. c.) sopra alli tre triangoli che dividano el triangolo .d.e.f. cioè ciascun de quelli sopra quello con el quale communica in basa talmente che le base equale siano poste sopra alle base equal & li angoli .a. b. c. cadauno alla parte del ponto .g. seguiteria per la 21 del primo, li tre angoli .a. b. c. esser maggiori delli tre liquali sono .d.g.e. e.g.f. f.g.d. adunque seriano maggiori de quattro retti che è molto piu contrario delle cose supposte, adunque resta che ciascuno di sei lati circondanti li tre propositi angoli esser maggiore della linea che vien dal centro .g. alla circonferentia .d.e.f. e pero e piu potente, sia adunque piu potente in el quadrato della linea .g.h. laquale, secondo la duodecima di questo, sia orthogonalmente erretta sopra la superficie del triangolo over del cerchio .d.e.f. & siano protratte le tre ypotumisse .h.d. h.e. h.f. lequale dico contenere tre angoli superficiali, equali alli tre propositi, constituenti lo angolo solido in ponto .h. perche conciosia che'l quadrato della linea .a.d. sia equale alli doi quadrati delle due linee .d.g. & g.h. dal presupposito, & lo quadrato della linea .d.h. sia equale alle medesime, per la penultima del primo, è necessario la linea .a.d. esser equale alla linea .d.h. e per lo medesimo modo etiam la linea .a.e. alla linea .e.h. adunque per la ottava del primo, conciosia che le base siano etiam equale, l'angolo .a. serà equale all'angolo .d.h.e. e similmente anchora l'angolo .b. serà equale all'angolo .e.h.f. & l'angolo .c. equale all'angolo .f.h.d. per lequal cose è manifesto esser fatto quello che havemo disposto di fare.



25 Ma se per caso el centro del cerchio serà in un di lati del triangolo poniamo che sia in lo lato,e,d,& che sia,g,& sia tirata la linea,f,g,& co un'altra volta che lo lato,e,d,è maggior della f,g,& se'l non è maggiore over che il detto,e,d,è equale al detto,f,g, over che egli è minore hor poniamo (se egli è possibile) che prima sia equale adonque le due linee over lati,e,d,e,c (che sono quanto che,b,e,& b,f,ouero c,f,& c,d) sono equali alle due linee,e,g,& g,f, che è come tutta la,e,g,d,ma la detta,e,g,d, e supposta equale alla basa,d,e, (del triangolo,c,d,e) adonque li dui lati,c,d,& c,e, del triangolo,c,d,e,sono equali alla basa,d,e, laqual cosa è impossibile,adonque lo lato,e,d,non è equale alla g,f, similmente anchora se potrà dimostrare che il non è minore,adonque la detta,e,d,è maggior della,g,f, hora similmente se la,e,d,è maggiore della,g,f,la b,f serà anchor più potente,hor sia anchora più potente nel quadrato della linea,g,h laquale sia posta perpendicular alla superficie del cerchio in ponto,g,& procedi similmente le tre piramide h,f,h.e.h.d.& serà conseguito il problema.



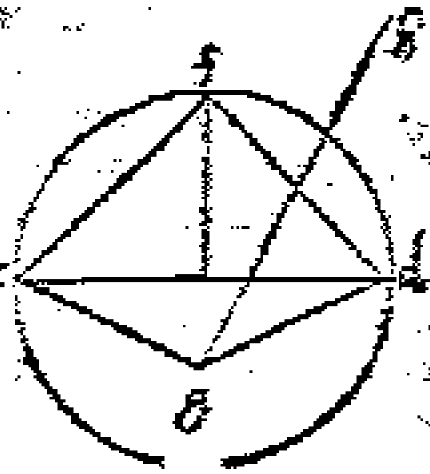
Il Tradottore.



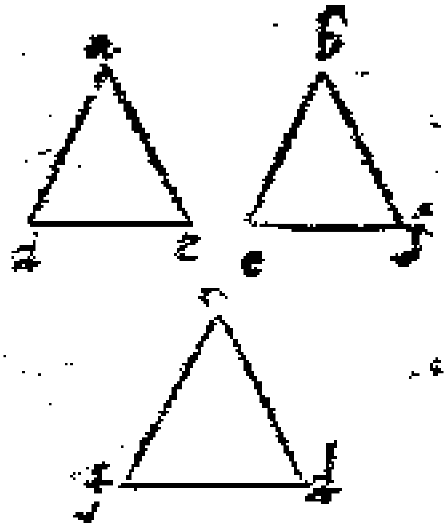
Che il lato,e,d,non possi essere minore della,g,f,se verifica in questo modo perche supposto che sia minore (per l'aduersario) seguiria che la basa,d,e,fusse maggiore delli dui lati,c,d,& c,e, laqual cosa è impossibile (per la vigesima propositione del primo.

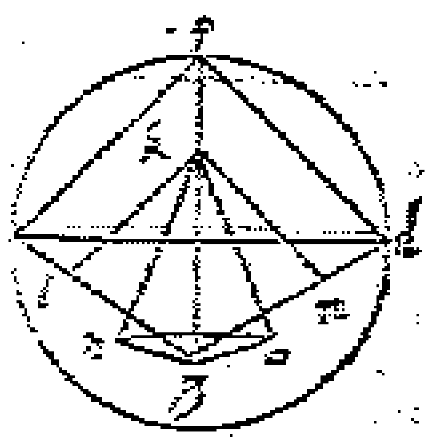
Ma se per sorte il centro del cerchio serà fuora del triangolo,f,e,d, poniamo anchora nel ponto,g,& sia tirata la,g,f,& similmente la,e,g,& d,g. Dico anchora che la,e,d,è maggiore della,g,f,& se la non è maggiore (per l'aduersario) over che la è equale over che la è minore,hor sia primamente equale,adonque le due linee,e,d,e,e,etiam le due,b,e,& b,f,sono equale alle due,e,g,g,f,(cioe l'una all'una e l'altra all'altra) e la basa,e,f,del triangolo,b,e,f,(del presupposito) è equale alla basa,e,f,del triangolo,e,g,f,adonque l'angolo che sotto de,e,b,f,(per la ottaua del primo) è equale all'angolo che sotto de,e,g,f,per le medesime ragioni & quello che è sotto di,f,e,d,è equale a quello che sotto di,f,g,d,adonque tutto l'angolo sotto di,e,g,d,è equale a quelli dui sotto di,e,b,f,& f,b,e.

dunq



d, ma quelli che sono sotto di e.b.f. & f.c.d. sono maggiori di quello che sotto di, d, a, e adonque quello che sotto di e, g, d, e maggior di quello che è sotto di d, a, e & perche le due a, d, & a, e, sono anchora equale alle due e, g, d, g, & la basi d, e, del triangolo a, d, e, (dal presupposito) è equale alla basi e, d, del triangolo e, g, d, adonque l'angolo che sotto alle e, g, d, (per la ottaua del primo) e equale a quello che sotto alle d, a, e, & è manifesto che è anchor maggiore che è vna cosa absurda, adonque la a.d. non è equale alla f.g. anchora demostraremo che la non e minor, adonque la f.g. è maggiore adonque piu potente sia adonque piu potente nel quadrato della linea g.h laqual sia posta anchora perpendicolare alla superficie del cerchio in ponto g, e sia constituido il problema.

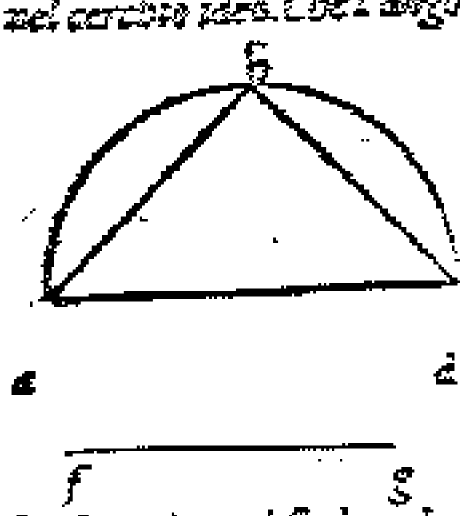


Hor dico (come di sopra è detto) che la a.d. non è minore della f.g. e se questo è possibile (per l'aduersario) ancora la b.e.a. laqual sera pur minore della medesima f.g. hor sia posta ouer fatta la g.k. equale alla b.e. & la g.l. equale alla b.f. & sia tirata la k, l, et perche la b, a, è equale alla b, f, & la g.k. sera equale alla g.l, per laqual cosa è il restante k.f. sera equale al restante l, e, adonque la l, e, (per la uigesima ottaua del primo) e paralella alla k, f, per il triangolo, f, e, g, è equiangolo al triangolo, g, k, l, adonque (per la sesta del sesto) si come è la g, f, al f, e, cosi è la g.k. al k, l, et uicissim, cioe 

permutatamente per la decima sesta del quinto) si come g, f, al, g, k, cosi e, f, e, al. k, l, et g, f, è maggiore della detta g, k, adonque & la f, e, e maggiore della, k, l, ma la f, e, e equale alla basa, f, e, del triangolo, b, e, f, adonque & la basa f, e, e maggiore della, k, l, (& per la decima quarta del quinto) adonque perche le due, b, e, b, f, sono equale alle due k, g, g, l, (cioe l'una a l'una, & l'altra all'altra) & la basa, f, e, e maggiore della basa, k, l, adonque l'angolo che sotto delle, e, b, f, (per la uigesima quinta del primo) e maggiore dell'angolo che sotto delle a. k, g, l, similmente anchora se pigliamo la g.m. equale all'una & l'altra delle due g, k, g, l, & tirata la k.m, demostraremo che l'angolo che sotto le, k, g, m, è maggiore di quello che sotto di k, g, m, sia adonque constituido (per la uigesima terza propositione del primo) alla linea retta f, g, nel ponto, g, l'angolo, f, g, n, equale al angolo, e, b, f, & l'angolo f g o equale all'angolo f c d, & sia fatta l'una & l'altra delle due g.n. & g o (per la terza del primo) equale alla g, k, & siano tirate le linee k n k o & n o & perche le due linee, b e b f sono equale alle due k, g & g n & l'angolo lo che sotto delle e, b, f, è equale all'angolo che sotto delle K, g, n, adonque la basa e, f. per la 4. del primo è equale alla K, n. & per le medesime ragioni etiam la f, d, e equale alla K, o & perche le due f, e, f, d, sono equale alle due k, n, k, o, & l'angolo sotto di e, f, d, (nel cerchio) è maggiore di l'angolo che sotto di n, K, o, adonque la basa e, d, (per la vigesima quinta del primo) sera maggiore della basa n, o, ma la detta e, d, e equale alla basa e, d, nel triangolo a, d, e (per la quarta del primo) adonque la detta d, e, è maggior della medesima n, o, perche adonque le due a, d, a, e sono ancora lor equale alle due n, g, g, o, & la basa d, e, e maggiore della basa, n, o, adonque lo angolo che sotto di d, a, e (per la vigesima quinta del primo) è maggiore di l'angolo che sotto di n, g, o, ma l'angolo che sotto di n, g, o, è equale a quelli che sotto di e, b, f, & f, e, d, adonque quello che sotto di d, a, e, è maggiore di quelli che sono sotto di e, b, f, & f, e, d, e etiam minore (dal presupposito) laqual cosa è impossibile.

Il Tradottore.

Perche el triangolo f, e, d, (circonscritto dal cerchio) fu fatto in principio delle tre base di tre triangoli cioe delle base d, e, e, f, & f, d, & la basa d, e del triangolo a, d, e è supposta equale pur alla linea over basa e, d, posta nel cerchio: & similmente la basa e f del triangolo e b f, se suppone equale pur alla e f posta nel cerchio & cosi la f d alla f d perilche bisogna aduertire nella soprascritta argumentation che tal hora se parla delle base fora del cerchio e tal hora se parla delle medesime poste nel cerchio idest. Che l'angolo e f d (nel cerchio) sia maggior dell'angolo n k o è manifesto perche lo detto angolo n, k, o, è parte dell'angolo l K m & lo l k m e equale al e, f, d, per le cose demostrate di sopra.



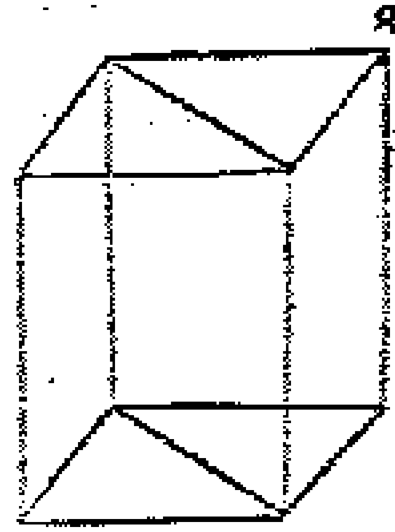
Per trouar la linea b, g, cioe la linea potente nella differentia che il quadrato della linea a, d, (maggiore) excede il quadrato della g, f, (minore) se die procedere in questo modo, sopra la linea a, d, sia descritto lo mezzo cerchio a, b, d, & nel detto mezzo cerchio (per la prima del quarto) sia coaptada una linea equale al la f, g, (laqual sia la a b. & dal ponto b al ponto d sia tirata la b, d, laqual b, d, dico esser quella che cercamo: perche l'angolo a b d e retto (per la trigesima prima del terzo) & il quadrato della a, d, per la penultima del primo) è equale alli duoi quadrati delle due linee a, b, & b, d, tolti insieme, adonque il quadrato della, a d e maggiore del quadrato della a b nel quadrato della linea b, d, & perche la a, b, fu tolta equale alla f g e manifesto il proposito, e pero pigliando poi la linea g b, equale alla b d e seguire come nelle sopradette argumentationi se propone se risoluerà il proposto problema.

Problema. 11. Propositione. 24.

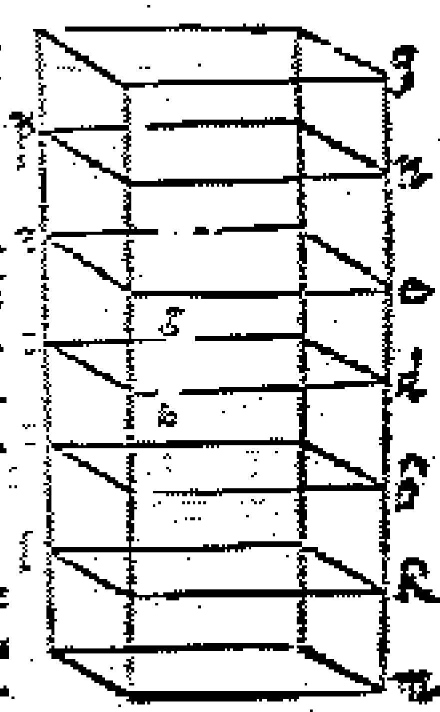
24 Se uno solido serà contenuto de superficie equidistante le superficie oppo
24 site di quello seran equale, & de lati equidistanti.

Cio-

Ciascun solido che è contenuto da superficie equidistanti, altri bisogna necessariamente esser contenuto da superficie pare, lequale si come non ponno esser a manco di sei, cosi ponno esser in ogni numero paro crescente el senario perche è manifesto la colonna essagona posser esser contenuta da otto superficie lequale le due e due opposite fra loro sono equidistanti, cosi anchora la ottogona da diese, la decagona de dodeci & alla similitudine di queste infinite, ma de tutti questi solidi contenuti da superficie equidistanti (liquali pono esser infiniti) solamente quello è detto paralelogrammo del quale tutte le superficie circondante



esso sono paralelogramme, & questo solamente è necessario esser da sei superficie circondato, dato adonque quello che propone questa vigesima quarta douer esser inteso di quello che circondato solamente da sei superficie, sia adonque tal solido el corpo a.b. del quale fa che tu comprendi con la mente diligentemente le superficie che circonda el detto solido & te sera manifesto ciascuna di quelle segare quattro delle altre, & li lati delle qual quattro (conciosia che siano le commune settione de essa segante) & delle quattro segate a siano due e due di quelle quattro segate (lequale se oppongono fra loro) equidistante dal presupposito (per la decima sesta dello undecimo) che li quattro lati di questa superficie segante, & delle quattro segate siano fra loro a due a due equidistante adonque è manifesto el solido proposto & (per la trigesima quarta propositione del primo) è manifesto tutti li lati oppositi di queste sei superficie esser equali. Adonque li dui lati contenenti l'angolo piano di ciascuno di quelle seranno equali alli dui lati contenenti l'angolo piano in la superficie a loro opposita, anchora li angoli contenuti da quelli dui & dui lati (per la decima di questo) seranno equali, adonque (per la conuersa della penultima commune sententia posta nel libro) è necessario ciascune due superficie opposite in el solido a.b. esser fra loro equale che è il proposito.



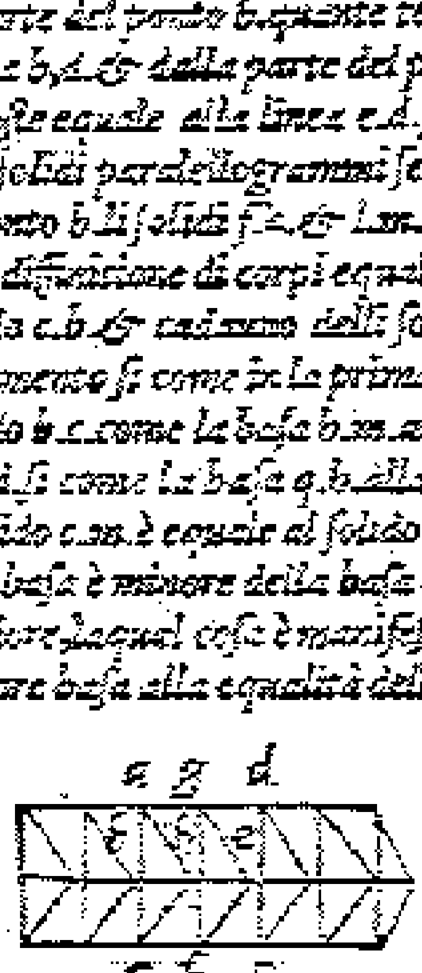
Theorema .22. Propositione .25.

25
25 Se alcuna superficie segarà alcuno solido paralellogrammo equidistantemente alle due superficie opposite di esso solido, li dui corpi partiali (liquali sono copulati a quella superficie segante come a commun termine) sono proportionali alle sue base.

Sia il corpo .a.b. solido paralellogrammo, & la superficie .c.d. seghi quello equidistantemente alle due superficie opposite di quello lequale sono a, e, & f.b. &

sia la

sia la superficie g.h. basa del detto solido a.b. della quale è manifesto (per la precedente) esser de lati equidistanti & la commune settione delle due superficie c.d. & g.h. sia la linea h d. della quale è manifesto (per la terza) di questo che quella è una linea retta & (per la decima sesta di questo) che quella e equidistante alla g.e. & però le due superficie g.d. et h.b. sono de lati equidistanti, e quelle sono base di duoi corpi partiali in liquali la superficie c d. divide el solido a.b. adonque dico che la proportione del solido a.d. al solido h.c. e si come della basa g.d. alla basa h.b. hor per dimostrar questo siano protratte (quanto te pare) dall'una e l'altra banda le quatro linee penetrante la superficie c.d. sopra li suoi angoli & quelle sono a.f. & e.k. con le altre due a quelle equidistante, & siano tolte da tutte quelle le portioni dalla parte del ponto b. quante te pare, lequale siano poste a una per una equale alla linea b.d. & dalla parte del ponto e similmente quante altre te piace, lequale siano poste equale alla linea e.d. sopra lequale dall'una e l'altra banda siano constituidi li solidi paralellogrammi secondo la longhezza delle sue, & siano dalla parte del ponto b. li solidi f.e. & l.m. & dalla parte del ponto e li solidi a.n. & q.p. & (per la diffinitione di corpi equali & simili) cadauno di solidi f.k. & l.m. è equale al solido c.b. & cadauno delli solidi a.n. & p.q. è equale al a.d. adonque sia fatto l'argumento si come in la prima del sesto: perche el solido c.m. e cosi moltiplice al solido h.c. come la basa h.m. alla basa h.b. & lo solido q.c. è cosi moltiplice al solido, a.d. si come la basa q.h. alla basa g.d. & se la basa h.m. è equale alla basa q.h. lo solido c.m. è equale al solido q.c. (per la diffinitione di corpi equali & simili) & se la basa è minore della basa & lo solido è minor del solido, & se è maggiore è maggiore, laqual cosa è manifesta (per la medesima diffinitione) resegando dalla maggiore basa alla equalità della minore et descritto sopra a quella el solido paralellogrammo, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) la proportione del solido a.d. al solido c.b. e si come la basa g.d. alla basa h.b. che è il proposito & se alcuna superficie segharà el corpo seratile equidistantemente alle due opposite superficie triangulare di quello li duoi corpi partiali liquali sono copulati a quella superficie seghante (come a commun termine) seranno proportionali alle sue base, hor sia a.f. el corpo seratile del quale le due trigonal superficie siano a.b.c. d.e.f. adonque è manifesto (per la diffinitione del seratile) cadauna di quelle tre superficie lequale sono a.b.d.e. b.c.e.f. a.c.d.f. esser paralellogrammo, adonque la superficie g.h.k. seghi questo seratile equidistantemente alle due opposite superficie di quello lequale sono a.b.c. d.e.f. Dico adonque che la proportione del seratile a.k. allo seratile g.f. e si come la basa a.k. alla basa g.f. laqual cosa se prova si come del solido paralellogrammo, perche protratte in l'una e l'altra parte le linee a.d. b.e. c.f. & fatti in tra quelle dalla parte del ponto e li seratili equali al seratile g.f. & dalla parte del ponto b altri equali al seratile a.k. de che numero voi dall'una e l'altra banda, se con la mente vigilante procederai (per la diffinitione della incontinua proportionalità) non te serà difficile considerare quello che havemo detto.

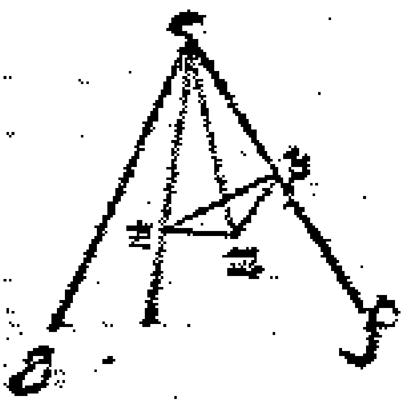


Pro

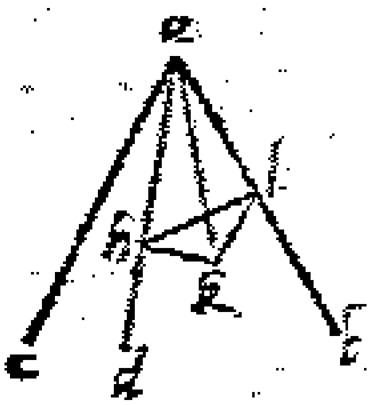
Problema 4. Propositione 26.

26/26 *Sopra vno dato ponto de vna data linea retta puotemo constituir vno angolo solido equale a vno proposto angolo solido.*

Sia el proposto angolo solido .a. il quale sia contenuto dalle tre linee .a.b. a.c. a.d. (lequale contengono li tre angoli superficiali, che constituiscono esso angolo solido) el quale sopra el ponto .e. della proposta linea .e.f. (laquale sia come pare al proponente, cioe distesa in piano ouero eleuata in suso) desideremo de constituire un angolo solido equale. Sia el sito della linea e.f. come si voglia & dal ponto .g. figurato doue vorai produrai la linea .g.e. & (per la seconda di questo) le due linee .e.f. & g.e. seranno in vna superficie, adonque in questa superficie sopra el dato ponto .e. in la assignata linea (secondo el modo della vigesimaterza propositione del primo) constituisse vno angolo equale all'angolo .b.a.c. e quel sia .f.e.g. da poi dalla linea .a.



d. seghiaa la linea .a. b. si come tu vorai & dal ponto b. produrai la perpendicolare .b.k. alla superficie in laquale sono le due linee .a.b. & .a.c. laqual cosa come la debbia fare el te lo insegna la vndecima di questo, e di que a ti non bisogna pigliar cura dal ponto .k. perche el non te importa che la perpendicolare .b.k. (condutta alla superficie in laquale sono le due linee .a.b. & .a.c.) cascha fra esse linee ouer di fora via, ouer in vna di quelle conducerai solamente la linea .a.k. & ponerai el ponto .l. in la linea .a.d. doue vorai & produrai le linee .k.l. et l.b. & metti l'angolo .f.e.m. (in la superficie delle due linee .e.f. et .e.g.) equal all'angolo .b.a.k. e la linea .e.m. equal alla linea .a.k. & dalla linea .e.f. taglia la linea .e.p. equale alla linea .a.l. & dal ponto .m. conduce la linea .m.n. perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee .e.f. & e.g. e pone quella equale alla .b.k. & tira le linee .e.n. n.p. &



p.m. dico adonque le tre linee .e.f. g.e. n. contenere vno angolo solido in ponto .e. equale al proposto angolo .a. laqual cosa dimostra in questo modo conciosia che (dal presupposito) li dui lati .a.k. & k.b. del triangolo .a.k.b. siano equali alli dui lati .e.m. & m.n. del triangolo .e.m.n. & li angoli che sono al .k. & al .m. sono retti (per la diffinitione) della linea perpendicolarmente eretta sopra vna superficie seranno (per la quarta del primo) le due linee .a.b. & e.n. equale anchora (per la medesima) le due linee .k.l. & m.p. seranno equale e però etiam (per la medesima) .b.l. & n.p. seranno equale conciosia che .b.k. & k.l. siano equale alle .m.n. & m.p. & li angoli .b.k.l. & n.m.p. retti (per la ottaua del primo) adonque l'angolo .n.e.p. serà equale all'angolo .b.a.l. anchora per simil modo tu approuerai l'angolo .g.e.n. esser equale all'angolo .c.a.d. adonque è manifesto noi hauer fatto quello che volemo. O studioso lettore se ponerai ben cura a questo che hauemo operato di to di sopra date senza impedimento potrai constituire il proposto angolo a. (che fu assignato) sia contenuto da quanti lati si voglia.

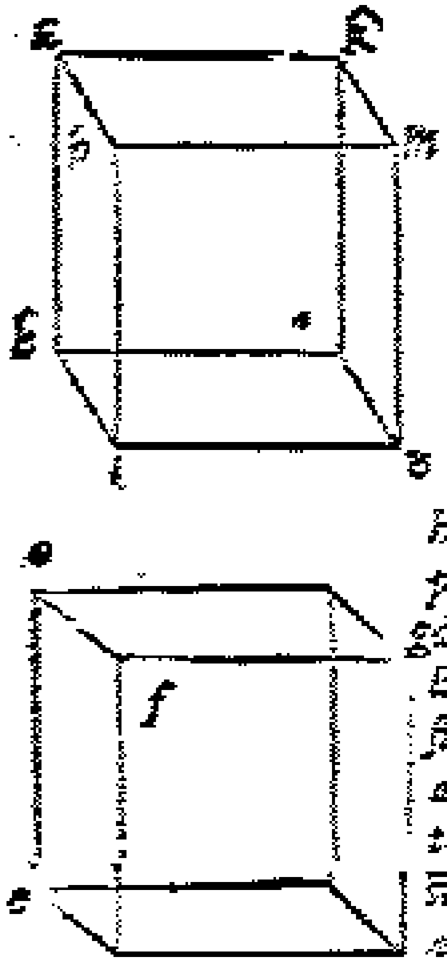
Il Tradottore.

Doue che sopra il commentatore dice che dal ponto g. signato doue uorrai protrarai la linea g. e. & c. A me non pare che il detto ponto g. si possa tor doue ne pare anci tal parlar mi pare fuora di proposito e superfluo: perche satisfa solamente a dire che si debbia sopra il ponto e. constituire (per la uigesimaterza del primo) l'angolo f. e. g. equale all'angolo b. a. c. & seguire poi come seguita.

Problema. 5. Propositione. 27.

27 Sopra a una assignata linea potemo constituire uno solido simile a uno dato solido de superficie equidistante.

27



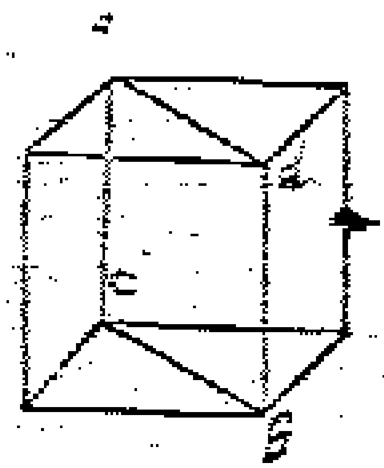
Sia la assignata linea, a, b, del sito del quale quer giacia in piano, ouer sia in alto eleuata el non importa niente, & sia lo corpo c. d. lo solido paralellogramo assignato el quale sopra la linea a. b. douemo fabricare uno solido simile, siano adonque li tre linee continente li angoli superficiali delli quali uien composto l'angolo c. solido delle inferiore linee, c. e. c. f. c. g. & (secondo li precetti della precedente) sopra el ponto a. della linea. a. b, sia constituido uno angolo solido equale al c. sia contenuto dalle tre linee, a. b. a. h. a. k. & con lo aggiunto (della uentesima del sesto) sia la proportione della, c. e, alla a. b, & della, c. f, alla a. h, & quella, g. c, alla, a. k, una medesima proportione, dapoi dalli tre ponti, b, h. K. sia protratte sei linee cioe, h. l, equidistante alla linea, a. b, & b. m. equidistante alla linea, a. k, ancor, h. l, equidistante alla linea, a. h & b. n. equidistante alla linea, a. K, ancor sia tirata la linea, k. n. equidistante alla, a. b, & K. m. equidistante alla, a. h. & piu sia protratte m. p. equidistante al, b. n. & p. l. equidistante al, h. m. ancora sia protratta la linea, p. n. & sara compido el solido paralellogramo, a. p. el qual dico esser simile al solido, c, d, & questo (per la diffinitione) delle superficie simile. & (per la diffinitione di corpi simili) sufficientemente concluderai se ta te aricordi de quelle.

Theorema. 23. Propositione. 28.

28 Se alcuna superficie segara uno solido paralellogrammo sopra quale due opposite superficie terminale di quello si uoglia & sopra li diametri

diametri di quelle, tal medesima superficie e necessario segare quel corpo in due parti equale.

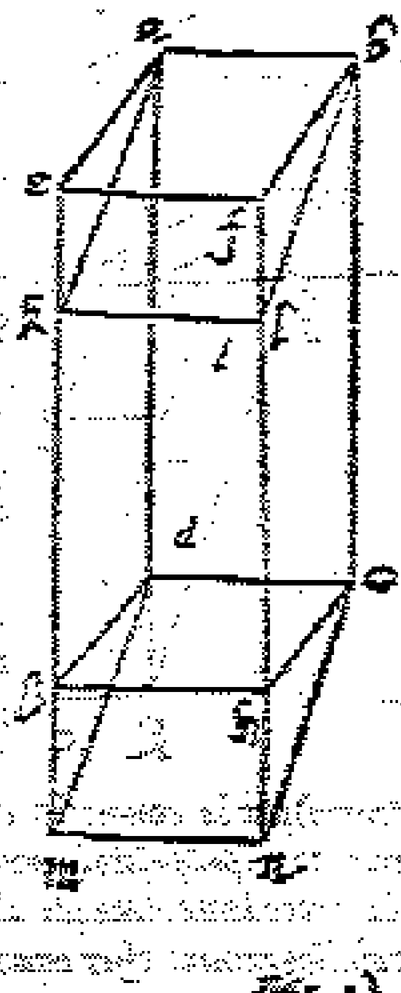
Sia el corpo .a.b. solido parallelogrammo del quale sia supposto che la superficie .a.b.c.d. seghi quello sopra li diametri delle due superficie opposite terminante esso solido lequale siano .a.d. & .c.b. Dico che la detta superficie divide questo solido proposito in due parti equali, perche egli e manifesto che quella divide quel solido in duoi serratili di quali le due e due superficie quadrilatere comparate fra loro, secondo che esse sono li lati oppositi del proposto solido (per la vigesima quarta de questo) e manifesto esser equali, conciosia che 'l solido del qual parlamo e posto esser parallelogrammo, ancora per la medesima, & per la quadragesima prima del primo) e manifesto le superficie trilatere di detti serratile essere equale, adunque (per la diffinitione di solidi equali) e manifesto il proposito.



Theorema .24. Propositione .29.

29 / 29 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti & in una medesima basa, & constituti sopra una linea se provano esser equali.

Vero e che li solidi de lati equidistanti equalmente alti constituidi fra superficie equidistanti & sopra una medesima basa sono fra loro equali si come delle superficie de equidistanti lati sopra una basa, & constituite tra linee equidistanti, come in la trigesima quinta del primo e stato dimostrato, ma de tali solidi alcuni sono detti esser constituidi sopra una linea, & questi tali so quelli, di quali li duoi lati oppositi delle supreme superficie protratti secondo la rettitudine sono una sol linea & de questi tali questa vigesimanona propone de dimostrare tutti quelli esser equali fra loro, ma li altri de quelli sono quelli liquali non sono detti esser constituidi sopra una linea & sono quelli di quali qualunque duoi lati oppositi delle supreme superficie che siano tali secondo la rettitudine protratti non sono una sol linea, et de tali la sequente propone da dimostrare tutti quelli ancora esser fra loro equali. Siano adunque li duoi solidi parallelogrammi equalmente alti over constituidi fra superficie equidistanti .a.h. & .a.n. sopra una basa laqual sia .a.c. di quali li lati oppositi delle supreme superficie (quando siano protratti secondo la rettitu-



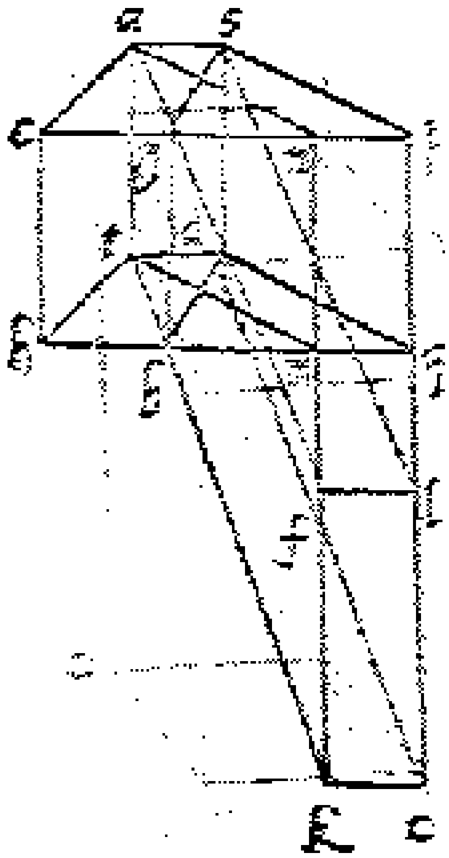
dine)

siano sopra una linea, & quelli siano e.m. & f.n. Dico adonque che li solidi a.b. & a.c. sono equali & questo se fabricarai la figura de quello secondo che bisogna in atto, over con la mente, & che tu procedi si come in la trigesima quinta del primo facendo il medesimo qui di solidi come in quel luoco di triangoli tu potrai facilmente considerare. & la medesima diversità se occorre in questo luoco in li solidi, che hai visto esser occorso in in le superficie.

Theorema 25. Propositione 30.

Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti che seranno constituti in una medesima basa, & non sopra una linea, se approvano esser equali.

Sia al presente dui solidi paralellogrammi equalmente alti, over in superficie equidistante: & siano sopra una medesima basa, ma non constituti sopra una linea de retto. Dico quelli esser equali, hor siano li dui solidi paralellogrammi a.b. & a.c. equalmente alti over in tra superficie equidistanti constituti sopra una basa laqual sia a.d. ma non sopra una linea & siano le supreme superficie de quelli e.b. & f.c. delle quali li lati oppositi protratti secondo la rettitudine non seranno una linea, conciosia che esse siano (dal presupposito) in una superficie imperoche li proposti solidi sono fra superficie equidistanti è necessario che li dui lati de una di quelle protratti secondo la rettitudine, segano li dui lati dell'altra de quelle protratti secondo la rettitudine, adonque siano protratti li dui lati oppositi della superficie e.b. liquali siano e.g. & h.b. & li dui oppositi della superficie f.c. liquali siano k.f. & c.l. et segheransi sopra li quattro ponti m.n.p.q. & la superficie m.n.p.q. serà de lati equidistanti, equale a ciascuna delle tre superficie delle quale una è la commune basa delli proposti solidi, & quella e.a.d. & le altre due restante sono le supreme superficie di medesimi solidi, & quelle sono e.b. & c.f. adonque dutte le linee da i quattro ponti m.n.p.q. alli quattro angoli della basa a.d. referti secondo la diretta convenientia lequale siano n.a.m.r.p.s.q.d. serà uno perfetto solido paralellogrammo a.q. in la medesima basa con l'uno e l'altro di dui primi & equalmente alto & sopra una linea con l'uno e l'altro de quelli (per la precedente) adonque qual si voglia di dui proposti solidi liquali sono a.b. & a.c. è equale al solido a.q. adonque (per la concettione) el solido a.b. è equale al solido a.c. per laqual cosa è manifesto el proposito, per contra ti poi anchora provare el converso di questa & della precedente, ducendo al impossibile, perche ponendo qual si voglia dui solidi paralellogrammi esser equali & constituti sopra una medesima basa, & tu demostrarai

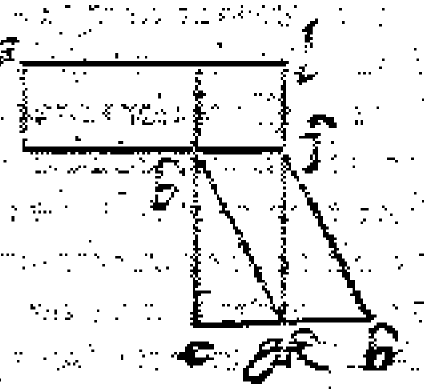


Trouarai quelli esser equalmente alti & questa è la precedente secondo el tenor del la tua demostratione, & lo impossibile al qual tu decorrai, serà la parte esser equale al suo tutto, laqual cosa euidentemente apparerà se de quel solido (elquale mostra l'aduersario esser piu alto) conciosia che ambi siano posti equali, et constituti sopra una medesima basa ne taglieremo uno solido paralellogramo equalmente alto al piu basso, & questo tagliato tu concederai (per questa & per la precedente) essere equale al piu basso, e però (per communa sententia) ettiam a quel tutto dal quale tu hauerai tagliato quello.

Theorema .26. Propositione .31.

31 *Li solidi de superficie equidistanti constituti in basi equale, se seranno*
31 *equalmente alti, & le linee angulari de quelli starano orthogonalmente sopra le base, seranno equali.*

Et questo anchora è vero che tutti li solidi paralellogramini constituti in base equale & in tra superficie equidistanti cioè equalmente alti sono fra lor equali, si come (in la trigesima sesta del primo) è stato prouato delle superficie de equidistanti lati constituti sopra equal base & in tra linee equidistanti, ma de tal solidi, alcuni sono delle quale le linee angulare sono erigate orthogonalmente sopra le sue base et de questi tali questa trigesima prima propone de demostrare quelli esser equali, & poi alcuni sono d'un'altra sorte delli quali le linee angolare non sono erette orthogonalmente sopra le sue base & di quelli altri tali la sequente propone de dimostrare quelli medesimamente esser equali adonque siano intese sopra le due base a. b. & c. d. lequali siano equali & de equidistanti lati, ma niun non sia d'una medesima forma, ma sia a. b. retango longo & c. d. un simile helmuaym li doi solidi de equidistanti lati constituti equalmente alti, & siano le linee erette sopra li angoli delle proposte base perpendicolare a quelle. dico questi doi solidi esser equali fra loro, per tanto siano protratti li doi lati della base a. b. (& siano quelli che contiene l'angolo b.) per fina in f. & e. & sia fatto l'angolo f. b. g. equale all'angolo c. della base c. d. & siano tolte le due linee b. f. & b. g. equale alli doi lati della basa c. d. lequale contien lo angolo c. & sia compita la superficie de lati equidistanti b. h. laqual serà equale & simile alla basa c. d. & dapoi sia protratta la h. g. equidistante alla b. f. & la f. k. equidistante alla b. e. & la superficie quadrilatera b. f. k. de lati equidistanti serà equale alla a. b. b. (per la trigesima quinta del primo) & conciosia che b. h. sia equale al c. d. per la concettione la b. k. serà equale alla a. b. adonque sia compita la superficie de lati equidistanti b. l. protratta la linea k. f. per fina a tanto che quella concorra in ponto l. con l'uno di lati contenenti l'angolo a. adonque sia che sopra le tre superficie



de lati

lati equidistanti(liquali sono b.h. & k.b.l.) siano constituidi li solidi equalmente alti al solido constituido sopra la basa a.b. et siano le linee di tutti questi solidi erette perpendicolare sopra le base & siano le base & li solidi constituidi sopra quelle chiamate de medesimi nomi, adonque se è manifesto(per la diffinitione di solidi equali & simili)che li dui solidi b.h. & c.d. sono equali & simili: ma delli solidi b.h. & b.k. e manifesto(per la vigesima nona)che quelli sono equali: perche sono equalmente alti, & constituidi sopra vna medesima basa, & quella serà la superficie eretta sopra la linea b.h. & sopra vna linea, & (per la vigesima quinta) la proportione del solido a.b. al solido b.l. e si come la basa a.b. alla basa b.l. & (per la medesima del solido b.k. al solido b.l. serà si come della basa b.k. alla basa b.l. & conciosia che dell'vna & l'altra delle due base a.b. & b.k. alla basa b.l. sia vna medema proportione(per la prima parte della settima del quinto) dell'uno & dell'altro di dui solidi a.b. & b.k. al solido b.l. serà vna medesima proportione, adonque(per la prima parte della nona del quinto)li dui solidi a.b. & b.k. seranno equali, & perche el solido b.k. e equal al solido b.h. & lo solido b.h. al solido c.d. seguita(per commune scientia) el solido a.b. essere equale al solido c.d. che è el proposito.

Theorema .27. Propositione .32.

32
31 Se li solidi de superficie equidistanti constituidi in base equale, seranno equalmente alti, & le linee angulare non starano orthogonalmente sopra le base, quelli e necessario esser equali.

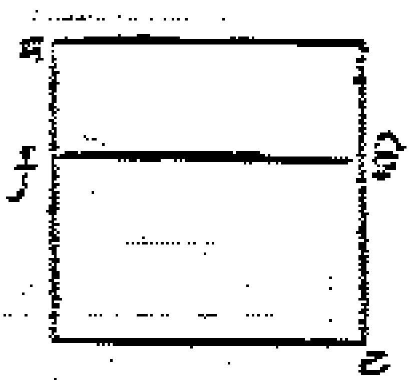
Fabricati dui corpi come se propone cioe che siano de termini equidistanti, & equalmente alti & sopra base equale, ma non eretti sopra le sue base perpendicolarmente, ma obliquamente inclinati sopra quelle & se dalli quattro angoli delle supreme superficie de quelli siano dutte le perpendicolare alla superficie doue sono site le sue base (per la [illegible]) cadauna di quelle a cadauna delle altre serà equidistante, & etiam per el presupposito cadauna a cadauna equale, perche quelle diffiniscono la altezza di propositi solidi, et se in tra quelle siano fatti solidi de equidistanti lati serà manifesto(per la precedente) questi dui solidi vltimamente constituidi esser fra loro equali, & conciosia che delli dui primi & delli dui vltimi siano la medesima basa cioe le superficie suprema de quelli, e manifesto(per la vigesima nona ouer trigesima) & per questa commune scientia quelle cose che sono equale a cose equale fra loro insieme sono equale esser el vero quello che sia proposto. per questi medesimi mezzi se'l pare da poi demostrare li conuersi di questa & della precedente bench'io qu[illegible] indistintamente per lo medesimo modo & al meno [illegible] inclinati si come in li conuersi delle due antecedente, perche se [illegible] li dui solidi par[illegible] ogni modo esser equali sopra equal base, & tu conoscerai quelle esser equalmente alti ouer se pone quelli esser equalmente alti & equali, & tu conoscerai quelli essere sopra base equale.

Il Tradottore.

Le due precedente propositioni nella seconda tradottione se dimostrano in vna sola propositione cioe in la trigesima prima.

Theorema. 28. Propositione. 33.

33/33 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti sono proportionali alle sue base.

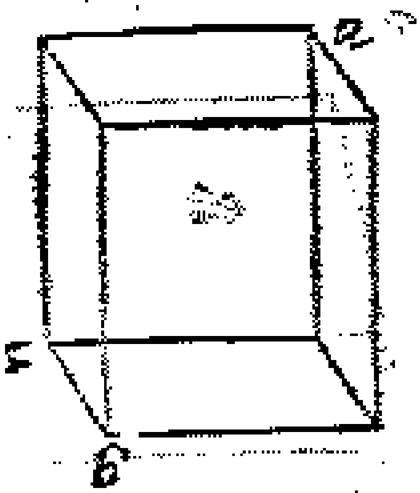


Siano dui solidi de superficie equidistanti equalmente alti constituidi sopra le due base a.b. et c.d. Dico che la proportione dell'uno all'altro di quelli dui solidi, e si come la proportione delle due base (lequale sono a.b et c.d.) dell'una all'altra, certamente e manifesto (per la trigesima quarta) l'una & l'altra delle due base esser de lati equidistanti, adonque li dui lati oppositi & equidistanti in la superficie a.b. siano protratti & sia quelli sia fatta vna superficie de lati equidistanti laqual sia f.e. equale alla c.d. dapoi sopra la superficie f.e. sia compita vno solido parallelogrammo equalmente alto a quello che e constituido sopra alla base. a. b. & sia commun termine di ambidui quella superficie, che e elevata sopra la linea b.f. & questi solidi & le sue base siano chiamate de medesimi nomi perche adonque la base f.e. e equale alla base c. d. (per la trigesima prima over trigesima seconda) lo solido f.e. sera equale al solido c.d. ma perche la superficie che se eleva sopra la linea b.f. sega el total solido a.e. equidistantemente alli dui lati oppositi (per la trigesima quinta) la proportione del solido. f.e. al solido a.b. sera si come la base f.e. alla base a.b. & conciosia che si le base come li solidi c.d. & f.e. siano equali, le base per el presupposito, & li solidi (per la trigesima prima overo trigesima seconda) seguita (per la settima del quinto) pelta due volte vna per le base & vna per li solidi che la proportione di solidi a.b. & c.d. & delle base a.b. & c.d. sia vna medesima cosa volemo demonstrare anchora lo converso di questa ma e difficile da demostrare per mezzo di questa si come li conversi delle precedente, perche ponendo dui solidi parallelogrammi esser proportionali alle sue base, tu concluderai quelli esser equalmente alti perche tagliato da quello che l'adversario pone esser piu alto vno solido parallelogrammo equalmente alto all'altro che supposto esser piu basso, lo tagliante e l'altro posto sariano proportionali alle sue base (per questa trigesima terza) et conciosia che total piu alto, dal qual e sta tagliato el partiale, e quello che e stato supposto esser piu basso, siano proportionale alle medesime base (dal presupposito) seguita (per la prima parte della nona del quinto) el totale (che l'adversario disse essere piu alto) e lo partiale che fu tagliato da quello essere equali laqual cosa e impossibile.

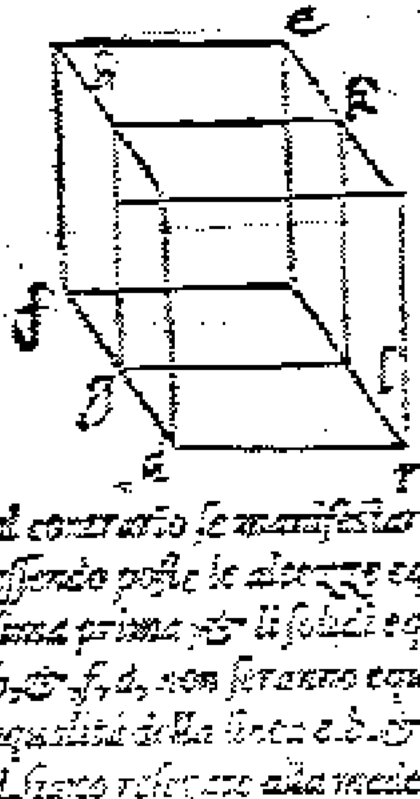
Ii Theo

Theorema . 33. Propositione . 34.

34 | 34 Se doi solidi de superficie equidistanti, & le linee delle altezze siano erette orthogonalmente sopra le base, seranno equali, è necessario le base de quelli alle altezze di medesimi esser mutue. Et se le due base seranno mutue alle sue altezze, li detti solidi è necessario esser fra loro equali.



Ogni volta che doi solidi de superficie equidistanti sono equali le base & le altezze de quelli è necessario esser mutue (disse & è converso) si come (delle superficie equiangole de equidistanti lati) propose la quartadecima del sesto, ma questa trigesima quarta propone da dimostrare di quelli solidi parallelogrammi in liquali le linee delle sue altezze siano orthogonalmente alle sue base parallelogrammi, et quella che seguita propone el medesimo di tutti li altri; siano adonque al presente li doi solidi parallelogrammi a.b, et c.d, equali le base di quali siano a.e, et c.f, & le linee delle altezze de quelli siano erette orthogonalmente sopra quelle base & sia la altezza del solido a.b, la linea e.b, & del solido c.d, la linea f.d, adonque se le due linee e.b, et f.d, (determinante le altezze de essi solidi) seranno fra loro equali conciosia anchora che essi solidi per el presupposito siano equali per el converso della trigesima prima le base de quelli lequale sono a.e, & c.f, seranno equali, e pero le base & le altezze seranno mutue, & così se manifesterà la prima parte del presupposito, et



el contrario se manifesterà la seconda, come se le altezze & le base [illegible] mutue, essendo poste le altezze equale seranno anchora le base equale, e per [illegible] per la trigesima prima li solidi equali e così è manifesta la seconda parte, ma se le linee e.b, & f.d, non seranno equali sia maggiore f.d, & da quella sia resegato f.g, alla equalità della linea e.b, & delle altre tre linee lequale sono le altezze del solido c.d, siano resegate alla medesima misura in li ponti k.h.l. & sia compito el solido parallelogrammo c.g, equalmente alto al solido a.b, & (per la precedente) del a.b, alo c.g, serà si come della base a.e, alla c.f, adonque conciosia che el solido c.d, sia equal al a.b, (per la prima parte della settima del quinto) del d.c, al c.g, serà si come della base a.e, alla base c.f, & (per la precedente la proportione del c.d, al c.g, e si come la b.c. a m. Salla base f.h, laqual esso è manifesta [illegible] delle superficie di lati del solido c.d, & quella sia similmente base di quello, & (per la prima parte [illegible]) della f.m, alla f.h, e si come della d.f, alla f.g, e pero per la [illegible] del quinto) si come la d.f, alla b.e, adonque la a.e, alla c.f, e si come la d.f, alla b.e, adonque è manifesta la prima parte. La seconda parte conciosia che la sia al

Conuersa della prima tu la trouarai per lo modo contrario, perche sia la medesima dispositione & sia la proportione della a.e. alla g.f. si come la d.f. alla c.h. io propo- sto dico li solidi a.b. & c.d. esser equali, perche (per la settima del quinto) sia la c. e, si al e.f. g. sera si come [illegible] alla e.f. [illegible] (per la precedente) lo a.b. alla [illegible] si co- me la a.e. alla c.f. & etiam per la a.b. al c.g. e si come la d.f. alla f.g. & (per la pri- ma del sesto) la d.f. alla f.g. e si come la m.f. alla f.h. & (per la precedente) lo c.d. al c.g. e si come la m.f. alla f.h. adunque lo c.d. alla c.g. e si come lo a.b. al c.g. adon- que (per la nona del quinto) li duoi solidi a.b. & c.d. sono equali che e il proposito.

Il Tradottore.

Doue che il testo di questa propositione dice, & le linee delle altezze siano erette orthogonalmente sopra le basi, piu correttamente saria a dire, & le linee laterale che in alto se eleuano siano erette orthogonalmente sopra alle sue base, perche le linee determinano l'altezze di solidi sempre sono perpendicolare alla basa di tal solidi (per la quarta diffinitione del sesto) ouer alla superficie doue son site le dette base, & qual che al linee delle altezze non sempre sono equale alle linee laterale che in alto se leuano di tal solidi, il medesimo se debbe intendere nel conuerso di questa, etiam della sequente propositione.

Theorema. 30. Propositione. 35.

35
34
Se duoi solidi de termini equidistanti seranno equali le base di quelli alle altezze di medesimi seranno mutue, & se qualunque duoi corpi de superficie equidistanti le sue base alle sue altezze seranno mutue se prouano esser equali.

Questo che propose la precedente di solidi parallelogrammi di quali le linee delle sue altezze se eleuano orthogonalmente sopra le sue base questa trigesima quinta propone indistintamente de tutti, ma conuiene demostrare questa per la precedente, si come hauemo demostrato in la trigesima seconda & 33. perche fabricati duoi solidi che siano de equidistanti lati se le linee delle altezze alle sue base seranno erette orthogonalmente e manifesto esser il vero quello che e detto per la precedente, ma se le non seranno orthogonalmente erette dalli quattro ponti angulari delle superficie superiore dell'uno e l'altro solido siano protratte quattro linee perpendicularmente alle base ouer da i ponti angulari delle infime superficie sia erigato quattro, sopra lequale compiscano duoi solidi paralellogrammi equalmente alti alli solidi primi, & (per la 29. & trigesima) questi duoi solidi seranno equali alli duoi primi solidi, conciosia adonque che de questi e de quelli siano le medesime base & le medesime altezze, & (che per la precedente) sia el vero quello che propone questa 35. di quelli, sera in ultimo il medesimo [illegible] il vero etiam di primi.

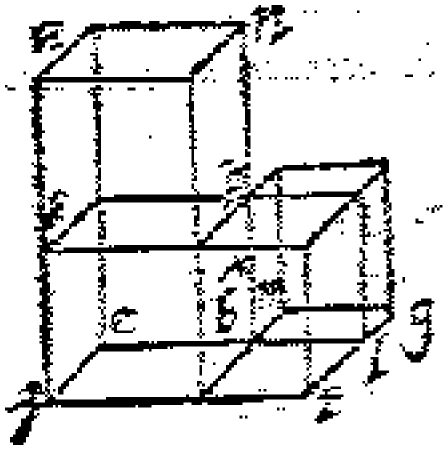
Il Tradottore.

Queste due precedente propositione in la seconda tradottione se demostrano in una sola cioe in la trigesima quarta.

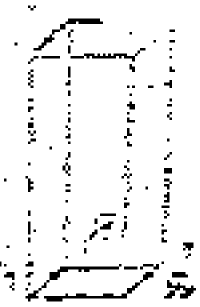
Theorema. 31. Propositione. 36.

35/33 Se duoi solidi de superficie equidistanti seranno simili la proportione di l'uno all'altro serà si come la proportione treplicata, di quale si voglia lato di l'uno al suo relativo lato di l'altro.

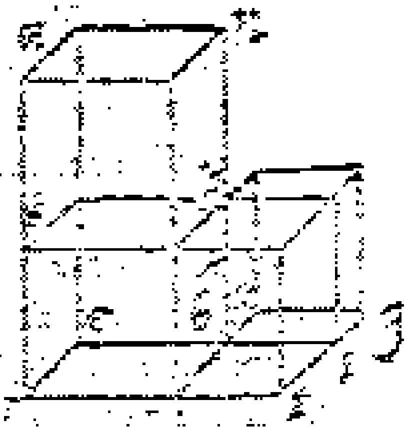
Siano li duoi solidi a.b. & e.d. paralellogrammi & simili, Dico che la proportione dell'uno de quelli all'altro e si come la proportione treplicata di l'uno di lati di quello all'uno di lati dell'altro a lui relativo si come che la proportione de due superficie simile, e si come la proportione duplicata di suoi lati relativi, come fu dimostrato in la decima nona del sesto: perche se li solidi a.b. & e.d. seranno equali conciosia che siano sta posti simili (per la diffinitione di corpi simili, & delle superficie simile) tutti li lati di uno seranno equali alli suoi relativi dell'altro, e però conciosia che la proportione treplicata, de due quantità equale over tolta quante uolte si voglia quella nõ sia salvo che proportione de equalità, adonque in questo caso e manifesto esser el vero quello che se proponeva, se seranno inequali sia a.b. maggiore del quale la longhezza sia.



e.f. & la larghezza e.f. la altezza f.a. la base. e.r. & la supprema superficie. a.r. & del solido. c.d. la longhezza sia d.g. la larghezza. g.b. la altezza. b.c. adonque è manifesto (per la diffinitione di corpi simili, & per la diffinitione delle superficie simile, & per lo presente presupposito) che la proportione del a.f. al c.b. e del f.e. al b.g. & del. e.h. al. g. d. sia una medesima adonque sia tolta dalla linea. a.f. (laquale è manifesto essere maggiore della c.b.) la linea f.k. equale alla b.c. & le altre tre (determinante la altezza del la. c.h.) siano redutte alla equalità de quella & fra quella sia compito el solido a.b. siano redutte alla equalità de quelle & sia compito el solido paralellogrammo. k.h. equalmente alto solido c.d. & siano protratte le due linee della base e.h. per fina al l. & r.h. per fina al m. & sia h.l. equale al g.d. & h.m. equale al b.g. & sia compito la superficie m.l. de lati equidistanti laquale, serà equale & simile alla b.d. adonque sopra di quella sia erigato lo solido paralellogrammo secondo la precisa altezza del solido c.d. & sia p.q. serà equale & simile al solido c.d. un'altra uolta fra le linee r.h. & h.l. sia compita la superficie h.s. de lati equidistanti sopra laquale ancora sia erigato lo solido paralellogrammo. t. equalmente alto all'uno, e l'altro di duoi solidi. k. h. & p.q. rimanendo l'uno e l'altro di dui angoli che sono dentro quella, & conciosia che li duoi solidi k.h. p.q. siano simili imperoche ambiduoi sieno posti simili al solido c.d. & li corpi simili a uno medesimo corpo in fra loro sono simili, come è manifesto (per la diffinitione di corpi simili) & per la vigesima del sesto, & e manifesto



per la uigesima quinta (detta tre volte) che fra li dui solidi a b & p q secondo la continua proportionalità cadeno necessariamente li dui solidi k h & k l. adonque constituta over composta la figura, & con la memoria fermata alli lochi presupposti (per la prima del sesto) facilmente concluderai il proposito, discorrendo el corpo & attende diligentemente, & saperai (per la uigesima quinta de questo) la proportione del solido a h al solido k h esser si come della superficie a n alla superficie k r e pero (per la prima del sesto) si come della linea a f alla linea k f, & la proportione del solido k h al solido k l si come della superficie k m alla superficie r t e pero si come della linea f r alla linea r t, & la proportione del solido k l al solido p q si come della superficie r alla superficie l m & pero anco è si come della linea r h alla linea h m, & per el presupposito è chiaro che la proportione della linea f r alla linea r t & della linea r h alla linea h m è si come della linea a f alla linea k f, per tanto (per la diffinitione della proportione treplicata posta in 12. diffinitione, & 5. è manifesto che la proportione del solido a h al solido p q e pero etiam al solido c d e si come della linea a f alla linea k f triplicata, & perche la linea k f e posta equale alla linea c k è manifesto esser il vero quello che à costrucua bisogna saper che cio che hà to dimostrato di solidi paralellogrammi (per questa 36. & per le sette continue dicte a quella) il medesimo anchora se verifica nelli seratili di quali le base comunamente sono trigone over communamente tetragone, & questo serà manifesto allo ingenioso inspettatore (per la 28. & per questa 36. & per le sette a quella continuamente precedenti. perche se seranno quai si voglia seratili equalmente alti sopra una medesima basa over sopra base equale tamen communamente trigone over communamente tetragone, conciosia che quelli siano la mità di solidi paralellogrammi delle sue altezze (per la uigesima ottaua) quelli seranno equali per la uigesima nona, & per le tre che sequitano quella. Perche da queste è manifesto li solidi paralellogrammi esser equali al doppio de essi seratili. Similmente anchora se seranno dui seratili sopra basse communamente trigone, over communamente tetragone equalmente alti quelli seranno proportionali alle sue base si come (per la 32.) se ha di solidi paralellogrammi, perche quelli per la 28. sono la mità di solidi paralellogrammi di sua altezza, & di solidi paralellogrammi della sua altezza & delle base de quelli e una medesima proportione (per la trigesima terza) conciosia adonque che la proportione di solidi paralellogrammi sia si come quella de seratile perche si come el sempio al sempio cosi è el doppio al doppio (per la quintadecima del quinto) & la proportione delle base di solidi paralellogrammi è si come delle base di seratili, perche over che seranno le base di seratili queste medesime di solidi paralellogrammi, & questo serà quando le base de seratili seranno tetragone, perche alli lo gramma seranno da esse compiuti li solidi paralellogrammi dalli seratili sopra le medesi



e setupla, over le base, di seratili seranno subdupla alle base di solidi paralellogrammi, & questo serà quando tutte le base delli seratili seranno communemente trigone, perche all'hora li solidi paralellogrammi seranno da esser compidi dalli seratili, aggionto alle base di seratili le superficie trigone accioche le base di seratili con li trigoni aggionti siano fatte base de superficie de lati equidistanti seguita che le proportione di seratili sia si come quella delle base, & per lo medesimo modo, se li seratili seranno equali & siano communemente sopra base triangolare overo communemente sopra le base quadrangolare, le base de quelli seranno mutue alle altezze de quelli, e se le base de quelli seranno mutue alla altezza de quelli essi seratili seranno equali si come proponemo la trigesima quarta e trigesima quinta di solidi paralellogrammi, questo e facilmente è manifesto (per quelle cose che sono dette in la trigesima quinta ma se li seratili seranno fra loro simili, la proportione dell'uno al altro, e si come la proportione del lato de uno al suo relativo lato dell'altro triplicata si come di solidi paralellogrammi (propone la trigesima sesta, che per la medesima trigesima sesta) facilmente a te se manifestarà dalli paralellogrammi compidi dalli seratili, quali quelli solidi provarai esser simili laqual cosa è facile esser argomental per la diffinitione di corpi simili & delle superficie simile per questo che li seratili sono posti simili fra loro.

Correlario.

c
33
Dico che da questo è manifesto, che se seranno quattro rette linee proportionale, si come serà la prima alla quarta così serà el solido de superficie equidistante descritto dalla prima, a quello simile & similmente descritto dalla seconda imperoche la prima alla quarta ha treppia proportione che alla seconda.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritrova solamente in la seconda tradottione elquale per esser da se chiaro altramente non lo sporgo auertendoti solamente che li detti solidi descritti sopra la prima & seconda el non basta che quelli siano simili, ma bisogna etiam che siano similmente posti over descritti cioè che le base descritte dalle dette due linee dove essi corpi se riposano siano simile & relative de detti solidi si come fu detto etiam sopra alla vigesima del sesto delle superficie simile.

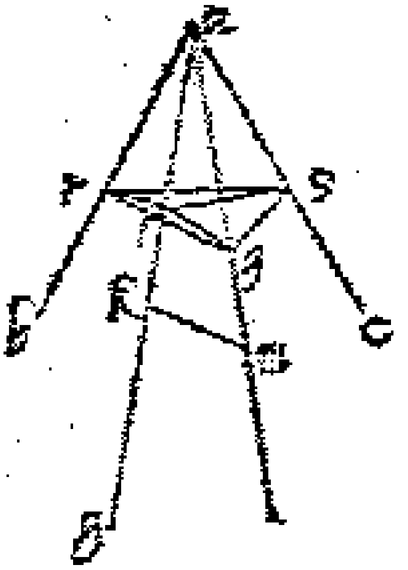
Theorema. 32. Propositione. 37.

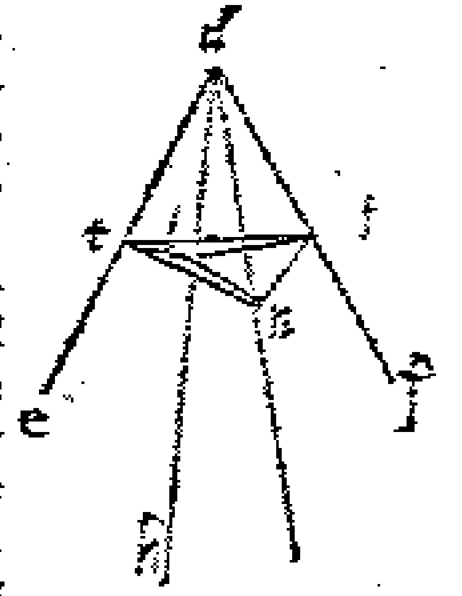
37
35
Se seranno dui angoli piani equali sopra liquali siano statuite in aere due linee talmente che ciascuna di quelle contenga equali angoli con ciascun di lati di angoli subgiacenti, & in quelle linee sublime siano signati dui ponti, dalli quali siano protratte due perpendiculare alle superficie delli proposti angoli, & dalli ponti, delli ponti sopra liquali caschicaranno le perpendicolare, siano tratte due linee rette alli dui angoli piani, li dui

angoli

angoli che feranno contenuti da quelle due linee & da quelle due Tpiramiſſe ſe prouano fra lor eſſer equali.

Siano li duoi angoli piani. a. & d. equali contenuti dalle linee a b. & a c. & d e. & d f. e ſopra quelli ſiano erette due linee (ypotumiſſe) dritte la g. & d h. & ſia l'angolo g a c equale all'angolo h d f. & lo angolo g a b equale all'angolo h d e in le due ypotumiſſe a g. et d h. ſiano ſegnati li duoi ponti (come ſi voglia) k. & l. dalli quali ſecondo li precetti della undecima di queſto ſiano laſſate le due perpendiculare alla ſuperficie de angoli a. & d. lequale ſiano k m. & l n. & ſiano protratte le due linee a m. & d n. dico adonque lo angolo g a m. eſſere equale all'angolo h d n. ſe la linea a k. equale alla d l. bene quidem ſe non dalla linea a g. ſia tolta la linea a p. equale alla d l. & dal ponto p. ſia laſſada una linea perpendiculare alla ſuperficie del angolo a. laqual ſia p q. adonque è manifeſto che il ponto q. è in la linea a m. laqual coſa per la ſeſta di queſto & per la diffinitione delle linee equidiſtante lequale è neceſſario eſſere in una ſuperficie ſacilmente è manifeſto a colui che ben ſtudioſamente conſidera: hor dal ponto q. ſian dutte due perpendiculare una alla linea a b. laquale ſia q r. & una altra alla linea a c. laquale ſia q s. ſimilmente anchora dal ponto n. ſian dutte due altre perpendiculare una alla linea d e. laqual ſia n t. & l'altra alla linea d f. laqual ſia n x. & ſian protratte r s. & t x. & anchora da li ponti p. & l. ſiano tirate le ypotumiſſe p q. p r. p s. & l n. l t. l x. adonque poſte queſte coſe & diſpoſta prudentemente la figura coſi ſe aprende la demonſtratione del propoſito egli è manifeſto (per la penultima del primo) che il quadrato della linea a p. è equale alli quadrati delle due linee a q. & p q. & (per la medeſima) che il quadrato della a q. è equale alli quadrati delle due linee a s. & s q. adonque el quadrato della a p. è equale alli quadrati delle tre linee a s. s q. et q p. & per la medeſima el quadrato della s p. è equal alli quadrati delle due linee s q. & p q. adonque el quadrato della a p. è equale alli quadrati delle due linee a s. & s p. e però (per la ultima del primo) lo angolo a s p. è retto e per ſimile modo tu approuerai cadauno di tre angoli d x l. a r p. d t l. eſſer retto. conciosia adonque che l'angolo s a p. (per el preſupposito) ſia equale all'angolo d x l. & la linea a p. alla linea d l. (per la vigeſima ſeſta del 1.) la linea d x. ſarà equale alla a s. & la x l. equale alla s p. anchora per lo medeſimo modo concluderai che (per el preſupposito) lo angolo r a p. ſia equale all'angolo t d l. per la medeſima) la linea a r. ſarà equale alla d t. & la r p. equale alla t l. per laqual coſa per





 la

la quarta del primo, la linea .r.s. serà equale alla linea .l.x. et l'angolo .a.r.s. equale all'angolo .d.l.x. & lo angolo .a.s.r. all'angolo .d.x.l. per l'angolo .a.s. [illegible] posi- [illegible] equale all'angolo .d. adonque (per la concettione) l'angolo .s.r.q. serà equale al l'angolo .x.l.n. et l'angolo .r.s.q. all'angolo .l.x.n. perche sono li residui di duoi retti per li duoi equali tolti uia, adonque (per la uigesimasesta del primo) è necessario che la linea .r.q. sia equale alla .l.n. & la .q.s. equale alla .n.x. & conciosia che (per la penultima del primo) lo quadrato della linea .r.p. sia equale alli quadrati delle due linee .r.q. & .p.q. & lo quadrato della linea .l.h. equale alli quadrati delle due linee .l.n. & .h.n. essendo le due linee .r.p. & .l.h. equale, & ancora le due lequale sono .r.q. & .l.n. equale seguita (per commune scientia) le due che sono .p.q. & .h.n. esser equale, per lo medemo modo, conciosia che il quadrato della linea .a.p. sia equal alli quadrati delle due linee (che sono .a.q. & .q.p.) similmente el quadrato della linea .d.h. alli quadrati delle due linee che sono .d.n. & .n.h. & essendo .a.p. equale al la .d.h. & la .p.q. equale alla .h.n. seguita per commune scientia la .a.q. esser equale alla .d.n. adonque (per la ottaua del primo) concludo el proposito, cioe l'angolo .q.a.s. esser equale a l'angolo .n.d.x.

Correlario.

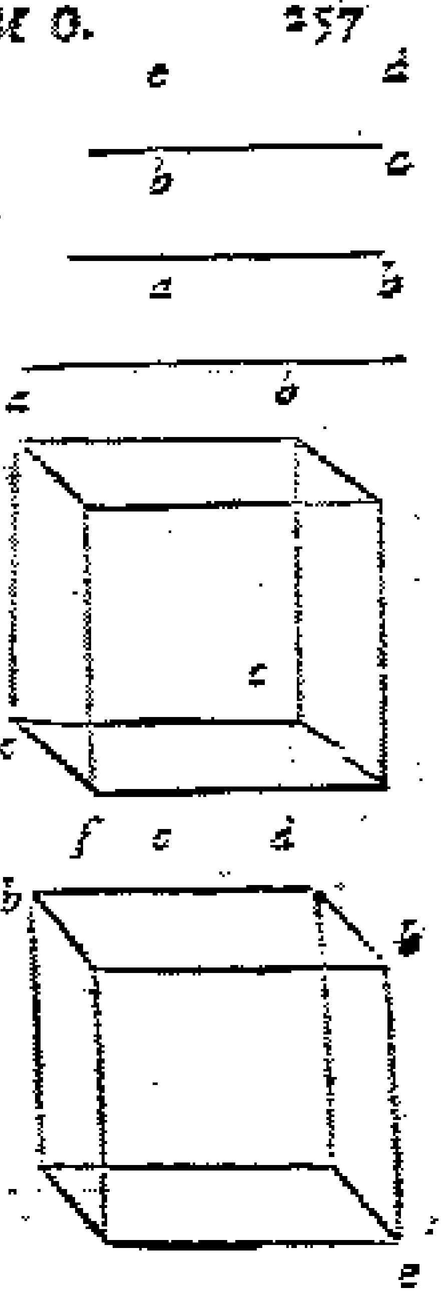
0 Da questo è manifesto che se seranno duoi angoli piani de linee rette equa-
3 li, e che sopra li suoi termini stiano due linee rette equale continenti equali angoli insieme con l'una e l'altra de quelle rette linee poste in principio, le perpendicolare dutte da quelle alle superficie in lequale sono posti li angoli in principio sono fra loro equale.

Il Tradottore.

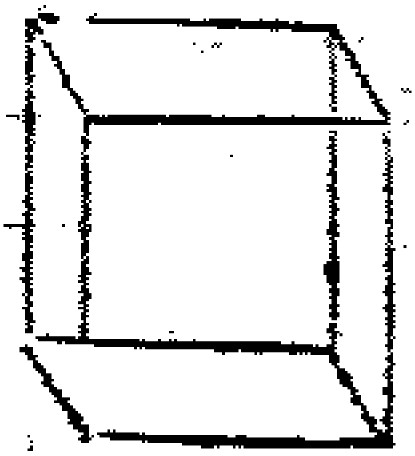
Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el qual correlario dice che per le cose dimostrate nella sopradetta propositione che egli è manifesto che se seranno duoi angoli piani de linee rette (si come li duoi angoli sopra scritti .a. & .d.) contenuti da linee rette equale quale seria per le linee .a.r. .a.s. & .d.l. .d.x. e che sopra li lor termini .a. & .d. stiano le due linee .a.p. & .d.h. equale e costituente equali angoli con l'una e l'altra de quelle prima proposte, dice che le perpendicular dutte da quelle alle superficie in lequale sono posti li detti angoli sono fra loro equale lequale perpendicolare in questo caso sono le .p.q. & .h.n. laqual cosa per le cose dimostrate di sopra è manifesta.

Theorema 33. Propositione 38.

36 Se seranno tre linee rette proportionale, lo solido de superficie equi-
38 distante fatto da quelle tre linee, serà equale al solido de superficie equidistanti equilatero fatto dalla linea media, ma che sia equiangolo al predetto.

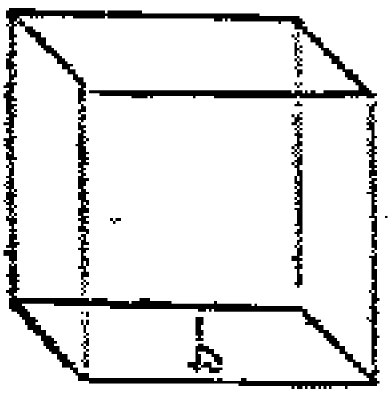


Siano adonque le tre linee, a, b, b, c, & c, d, continuamente proportionale, & sia fatto da quelle un angolo solido come si voglia, & sia compito il solido de lati equidistanti del quale la linea, a, b, sia la longhezza, & la, b, c, la altezza, & la, c, d, la larghezza & questo solido sia detto, a, d, anchor sia tolta una altra linea equale alla, b, c, laquale sia etiam chiamata, b, c, & sopra la estremità di quella (laquale è, b,) sia constituido un angolo solido equale al angolo solido, a, secondo che insegna la vigesima sesta & tutte le altre linee contenente lo angolo solido, b, siano resegate alla equalità della linea, b, c, & sia compito el solido de superficie equidistante, del quale la longhezza, larghezza, & altezza sia la linea, b, c, & questo sia detto, b, c. Dico adonque li dui solidi, a, d, & , b, c, esser equali. Perche egli è manifesto che tutte le superficie di uno sono equiangole alle sue relative superficie di lo altro la qual cosa su pur dimostrata (per la trigesima quarta proposition del primo libro.) Et conciosia che lo angolo solido, b, sia posto equale al solido angolo, a, è necessario che lo angolo di qual si voglia delle superficie del solido, a, d, sia equale a lo angolo della superficie a se relativa del solido, b, c. Adonque (per la trigesima quarta propositione del primo libro) li loro oppositi saranno equali. Ma perche tutti li angoli de ciascheduna superficie quadrilatera sono equali a quattro angoli retti (per la trigesima seconda proposition del primo lib.) egli è necessario che li dui remanenti de l'uno siano equali alli dui remanenti de l'altro a se relativi. Et conciosia che essi dui remanenti de quel si voglia (di dette superficie) siano etiam fra loro equali, el se conclude necessariamente che ciascuna delle superficie del solido, a, d, sia equiangola alla sua relativa in el solido, b, c. Per laqual cosa, per la 2. parte della decima settima propositione del 6. lib. le base di detti propositi solidi saranno equali, Perche sono equiangole, e de lati mutui. Adonque se le linee delle altezze staranno orthogonalmente sopra le base de quelli è manifesto, per la 31. propositione, quelli esser equali. Perche conciosia che quelle linee sono equali, & quelle determinano la altezza di solidi li quali saranno equalmente alti. Ma se le linee delle altezze di quelli non staranno orthogonalmente alle sue base protratte le perpendiculare dalla sommità di quelle alle base. Queste perpendiculare (per la precedente) saranno fra loro equale, perche quelle saranno secondo [illegible] della precedente. Perche adonque due linee [illegible] bisogna esser equali. Perche adonque la altezza di tutti li solidi se diffinisse per la perpendiculare descendente dalla sommità di quelli alle sue base li dui solidi, a, d, & , b, c, (per la 31.) saranno equali.



a

equali anchora possiamo demostrare (parendone) la conuersa di questa per lo modo contrario, come sel corpo paralellogrammo a d sia equale, & equiangolo al corpo paralellogrammo b c & lo corpo b c sia contenuto dalla media de le tre linee continente el corpo a d. le tre linee contenente el corpo a b seranno continuae proportionale. Perche concosia che li duoi solidi paralellogrammi a d. & c b. siano equali, & equalmente alti (dal presupposito) essi saranno sopra base equale (per la conuersa della trigesima prima & trigesima seconda) & perche quelle base de quelli sono equiangole, seguita per la prima parte della decimaquarta del sesto) che quelle siano de lati mutui. adonque la proportione della a b alla b c e si come della b c alla c d. per laqual cosa è manifesto il proposito.



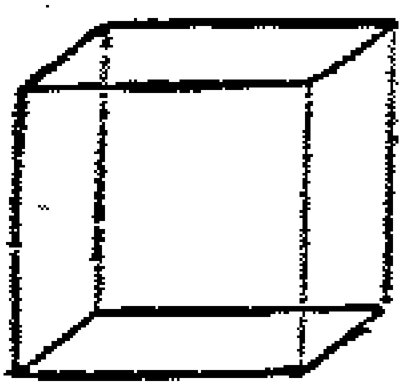
e

f

Il Tradottore.

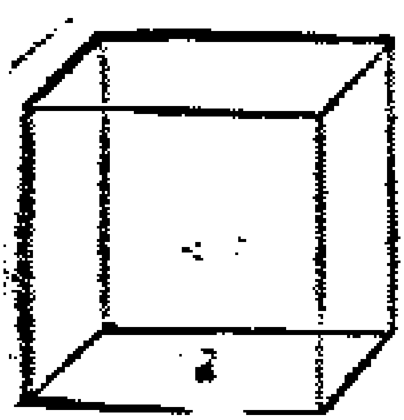
Il Testo della soprascritta propositione lo hauemo tolto dalla seconda tradottione per esser piu corretto.

Theorema 34. Propositione 39.

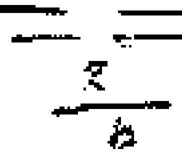


c

39
36 Se saranno quante si voglia linee proportionale, li suoi solidi de superficie equidistante e simili di ciascuna creatione saranno anchora proportionali, & se li solidi de superficie equidistanti simili di ciascuna creatione saranno proportionali, le linee anchora dalle quale sono contenuti li detti solidi saranno proportionale, El simile la uigesima seconda del sesto propone delle superficie.



d

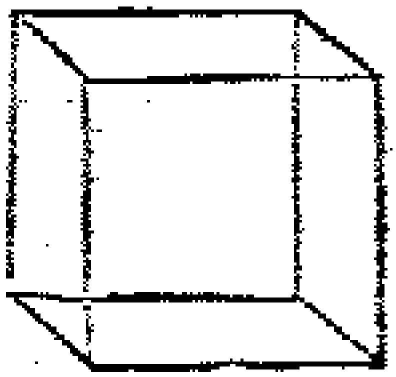


g

h

Hor siano le quattro linee a b et c d proportionale & sopra quelle siano fabricati quattro solidi paralellogrammi (dalli medesimi nomi nominati) liquali siano expressamente simili. Perche dalli duoi a nostro piacer fabricati sopra le due linee a & c & li altri saranno da esser fatti secondo li precetti della uigesimasettima. Dico questi quattro solidi esser proportionali, & e conuerso, & per demostrar questo siano sotto agionto alle due linee a b in continua proportionalita le due (lequale siano e f si come insegna la decima del sesto) & alle due linee c & d altre due lequale siano g & h adonque

b. adonque è manifesto (per la trigesima sesta & per la diffinitione della proportione triplicata, laquale è posta nel principio del quinto & per questi presupositi) che li solidi a. & b. & solidi c. & d. sia loro insieme sono similmente simili, che la proportione del solido a. al solido b. e, si come la proportione della linea a. alla linea f. Anchora del solido c. al solido d. e, si come del la linea c. alla linea h. & perche per la vigesima seconda del quinto) la proportione della linea a. alla linea f. e si come della linea c. alla linea h. (per la undecima del quinto) el solido a. al solido b. e si come el solido c. al solido d. adonque è manifesta la prima parte. La seconda demostra in questo modo. Siano li duoi solidi a. & b. simili fra loro & duoi equali siano c. & d. fra loro egualmente simili. & siano tutti parallelogrammi, et siano posti proportionali. Dico che le linee a. b. et c. d. (sopra lequali sono constituidi) sono proportionale et per demostrar questo sia (per la 10 del 6.) si come la linea a. alla linea b. cosi sia la linea c. alla linea K. e sia fatto (secondo la vigesima settima de questo) sopra la linea K. un solido equalmente simile al solido d. el quale sia etiam detto K. & (per le diffinitioni di corpi simili & delle superficie simile & per la vigesima del sesto) el corpo K. sarà equalmente simile al corpo c. e però (per la prima parte de questa trigesimanona gia provata) la proportione del solido c. al solido d. sarà si come del solido c. al solido K. Et perche la medesima era del solido c. al solido d. (per la seconda parte della nona del quinto) lo solido K. sarà equale al solido d. Et conciosia che quelli sia egualmente simili, seguita la linea K. esser equale alla linea d. Perche la equalità non è produtta da alcuna proportione triplicata (over tolta quante volte si voglia) se non dalla equale. A questo modo adonque (per la seconda parte della settima del quinto) è manifesta la seconda parte. Ma non pensare che el sia necessario ciascun di detti quattro solidi a. b. c. d. esser simile a qual si voglia delli altri, perche tu te inganneresti. Ma li duoi solidi a. & b. è ben necessario esser simili fra loro, & similmente li duoi c. & d. Ma li solidi c. & d. a volte accade esser simili alli duoi solidi a. & b. ma el non è necessario, li medesimi (per questa trigesimanona) potrai dimostrare facilmente di simili.



K

Il Tradottore.

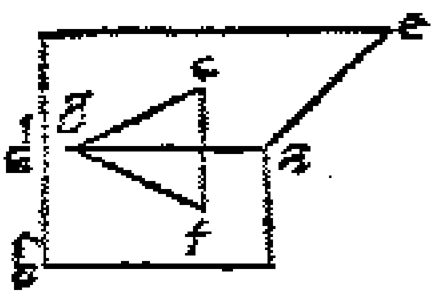
La sopradetta propositione patiria oppositione perche sopra alla linea b. se potria descrivere un solido simile al solido a. & similmente un altro sopra alla linea d. simile al c. & tamen li detti solidi non seriano proportionali (quantunque le date quattro linee fussino proportionale) però il testo della seconda tradottione è piu corretto assai el qual parla in questa forma.

Se seranno quattro rette linee proportionale, anchora li solidi de superficie equidistanti simili & similmente descritti da quelle seranno proportionali, et se li solidi de de superficie equalmente simili & similmente descritti da quattro linee rette, saranno proportionali & quelle rette linee saranno anchora proportionale.

Si che el non satisfa che li detti solidi siano simili, ma bisogna che siano etiam similmente descritti si come (delle superficie) fu detto sopra alla vigesima seconda del sesto altramente la proportione patiria oppositione ideo &c.

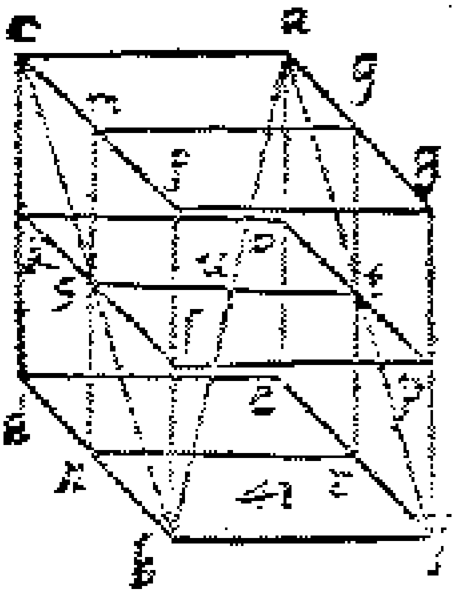
Theorema 35. Propositione 40.

38 Se un piano sarà retto a un piano, & da un ponto (sinite in uno de detti piani) sarà dutta una perpendicolare in l'altro piano. essa perpendicolare caderà in la commune settione de quelli medesimi piani.



Hor sia el piano c,d, retto al piano a,b, & la commune settione de quelli sia d,a, & sia tolto a caso el ponto,e,in esso piano c,d, Dico che una perpendicolare dutta da esso ponto e,in el piano a,b, quella cadera in essa settione d,a, Perche se'l fusse possibile(per l'aduersario)poniamo che quella cada fuora si come la e,f, & quella cascha in el detto piano a,b,in ponto f, & da questo ponto f, sia protratta la f,g,in el piano a,b,perpendicolare alla detta settione d,a,(per la undecima del undecimo)laquale sarà ad angoli retti al detto piano c,d, & sia protratta la,e,g, Adonque perche la f,g,e ad angoli retti al detto piano c,d & la e,g,(sinite in el piano c,d,)tocca quella. Adonque l'angolo contenuto sotto f,g,e,è retto. Ma etiā la e,f,a esso piano a,b, & ad angoli retti, adonque l'angolo che sotto e,f,g,e retto. Per laqual cosa duoi āgoli de quel triangolo e,f,g,sono equali a duoi triangoli retti laqual cosa e impossibile(per la decima settima del primo. Adonque la perpendicolare dutta dal ponto e,in el piano a,b,non cade fora di essa settione a,d,adonque cade in quella che era da demostrare.

Theorema 36. Propositione 41.



40/39 Se li lati de due opposite superficie, del cubo saranno tagliati in due parti equali, & dalli ponti delle settioni, si tiraranno due superficie secante el cubo etiam fra loro, la commune settione de quelle è necessario segar el diametro del cubo in due parti equali, & quello similmente è necessario esser segato dal diametro in due parti equali.

Staraisse un cubo, elqual sia a,b, del qual è manifesto(per la diffinitione) che tutte le linee che'l contiene sono equal & le sue superficie rettangole, perche a tal

tal

tal corpo dicendo cubo. Adonque la basa di questo cubo sia la superficie a.c.d.e. et la superficie suprema di questo sia b.f.g.h. & la destra di quello sia a.e.g.h. & la sinistra sia la superficie b.f.c.d. Anchora quella de qua sia la d.e.g.h. & quella di la, a.c.g.f. & il diametro di quello sia la a.b. adonque siano divisi tutti li lati de due oppositi superficie opposite di quello in due parti equali e siano per (el precetto) le superficie delle quale li lati siano divisi la destra, e la sinistra. dico che siano divisi li quattro lati della destra sopra li quattro ponti, li quali sono o.p.q.r. et la sinistra sopra li quattro li quali sono k.l.m.n. & siano congionti li ponti in quelle opposti e poste dutte le linee o.q. et p.r. le quale se segano fra lor in ponto t. Anchora dutte le k.l. & m.n. le quale se segano fra loro in ponto s. & siano anchora compite le due superficie segante fra loro, etiam segante il cubo protratte le linee o.k. & p.l. q.m. & r.n. & sia la commune settione di queste due superficie la s.t. Dico adonque che la linea s.t. divide il diametro a.b. e quella è divisa dal medesmo diametro in due parti equali, laqual cosa è manifesta perche l'una è l'altra di quelle transisse per il centro del cubo. Ma altramente conviene demostrar quello che è proposto. Hor siano produtte le due linee t.a. et t.b. similmente le due s.e. s.b. e (per la 4. del 1.) la a.t. sarà equale alla t.b. & la s.e. equale alla s.b. et è manifesto (per la prima parte della 29. del 1.) che l'angolo p.t.q. è equale al angolo e.q.t. e (per la quinta del 1.) l'angolo b.t.p. è equale al angolo t.a.q. Adonque (per la 32. del primo) tutto l'angolo b.t.q. con l'angolo a.t.q. equale per due retti. Per laqual cosa (per la 14. del 1.) la linea a.b. serà una sol linea, similmente ancor la linea e.b. serà una sol linea, e perche (per la 9. di questo) la linea a.e. è equidistante alla linea b.h. perche l'una è l'altra è equidistante alla linea d.e. & conciosia che quelle siano equale, perche sono lati del cubo seguita per la 33. del primo le due linee e.b. & a.h. esser equale & equidistante, e perche per la construttione le mità di quelle, lequal sono a.t. & b.s. seranno equali & (per la settima di questo) è manifesto che la linea s.t. è in superficie delle due linee a.h. & b.e. e (per la medema) la linea a.b. laquale è il diametro del cubo, e etiam diametro della superficie paralellogramma a.e.b.h. Adonque la linea s.t. sega il diametro a.b. Seghi adonque quella in ponto u. Dico adonque la linea s.u. esser equale alla linea u.t. e etiam la linea a.u. alla linea u.b. Siano intesi li dui triangoli a.t.u. & s.u.b. nelli quali li angoli che sono al u. & sono equali fra lor. similmente li angoli di medesimi che son al a. & b. son equali fra lor (per la 1. parte della 29. del 1.) per questo che la linea a.t. è equidistante alla linea s.b. E perche anchor lor sono equal seguita (per la 26. del 1.) il proposito. Il medesimo anchora se concluderà per el medesimo modo se il solido a.b. non sia cubo, ma solamente corpo paralellogrammo, over contenuto da linee equale, over non equal, over anchora sel serà eretto orthogonalmente sopra alla basa over ancor sopra quella inclinato, onde el se applica la sequentione (in questa sia quaranta prima) del cubo a tutte le figure solide paralellogramme.

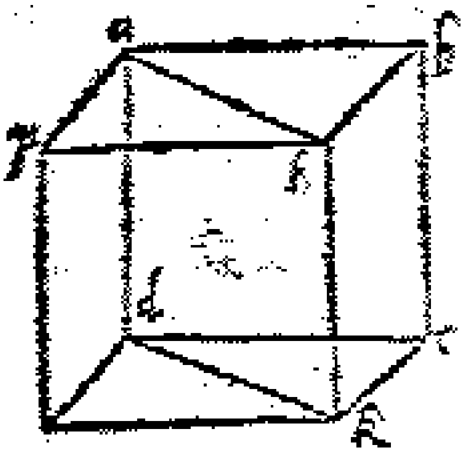
Il Tradottore.

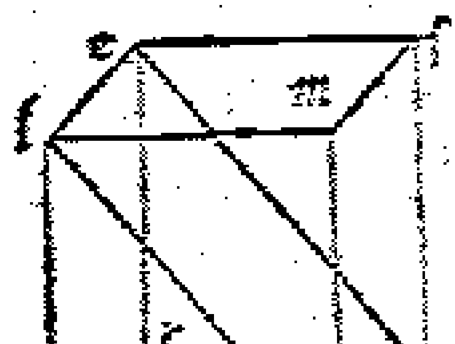
Questo che se propone sopra scritta propositione del cubo nella seconda tradottione se propone sopra uno solido de superficie equidistante & se dimostra per li medesimi modi, cioe tal propositione è piu generale.

Theo-

Theorema. 37. Propositione. 42.

41/40 Se seranno dui corpi seratili di quali l'uno habbia la basa triangolare: e l'altro habbia la basa de lati equidistanti doppia a quella triangolare: e seranno equalmente alti: quelli dui corpi è necessario esser equali.





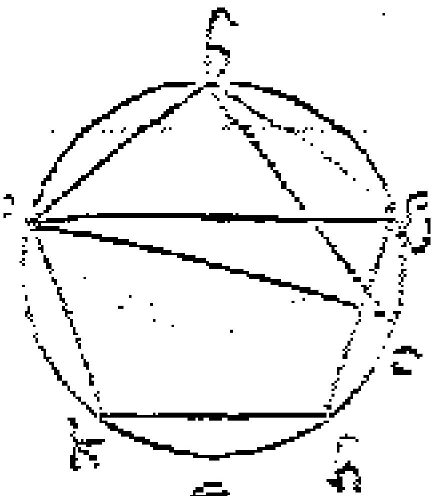
Sia la superficie a.b.c.d. de lati equidistanti doppia alla superficie trilatera e.f.g. & sopra queste due superficie siano fatti dui corpi seratili equalmente alti, e siano li seratili che è sopra la basa quadrangola a.b.c.d. h.k. la basa del quale è la superficie proposita de lati equidistanti a.b.c.d. l'altra superficie de lati equidistanti de quella è la a.b.d.k. & la terza c.b.h.c.K. & le due superficie triangulare di quello l'uno è il triangolo a.b.h. & l'altra il triangolo d.c.k. e lo seratile che è sopra la basa triangola e.f.g. sia e.f.g.l.m.n. del quale l'una delle sue superficie triangulare è la predetta basa & la altra il triangolo l.m.n. et delle tre superficie de lati equidistanti di quello, la prima è la e.f.l.m, e la seconda e.g.l.n. e la terza la f.g.m.n. adonque dico questi dui seratili proposti esser fra loro equali e per dimostrar questo siano compidi li dui solidi paralellogrammi aggiongendo all'uno e l'altro di dui proposti seratili un'altro seratile a se medesmo equale, & al primo seratile sopra la medesima basa sia aggionto lo seratile a.p.h.d.q.K. al quale le due superficie trilatere sono a.p.h.d.q.K. e le tre quadrilatere, la prima è a.h.d.K. (la qual è termine commune a se medesima e a quello alla quale è stato aggionto) e la seconda a.d.p.q. ancora la terza p.q.h.K. me allo secondo seratile sia aggionto un'altro seratile a se medesimo equale in questo modo sia aggionto al triangolo e.f.g. un'altro triangolo a lui equale el qual sia e.g.r. talmente che tutta la superficie e.f.g.r. sia de lati equidistanti, et sopra questo triangolo sia fatto el seratile e.g.r.l.n.s. el qual con quello el quale è aggionto compisse uno corpo paralellogrammo, le due superficie trilatere di questo seratile aggionto sono e.g.r.l.n.s. e le tre paralellogramme sono, la prima e.l.r.s. la seconda e.l.g.n. (e questa è commun termine a se e a quello alla qual è aggionta) e la terza g.n.r.s. adonque gli è manifesto per la diffinitione di solidi equali e simili, che li dui seratili componenti lo solido paralellogrammo a.K. e similmente li dui componenti lo solido paralellogrammo e.n. fra loro insieme son equali e (per la 31. & 32. de questo) li dui solidi a.K. & e.n. sono equali fra loro. adonque perche le mità di questi solidi sono li seratili propositi (per commune sententia) è manifesto quelli esser equali perche le cose che seranno equale le mità di quelle è necessario esser equale: e per tanto è manifesto quello che fu proposto.

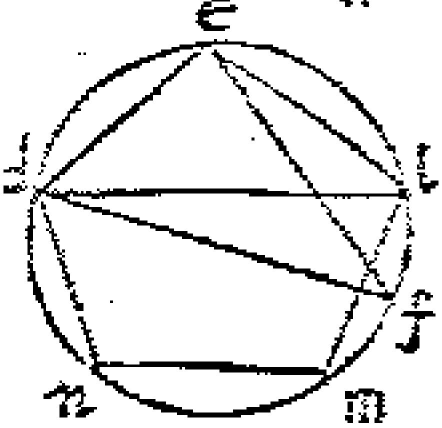
IL FINE DEL VNDECIMO LIBRO.

LIBRO DVODECIMO DI EVCLIDE.

Theorema primo. Propositione prima.

1 De ogni due superficie simili de molti angoli descritte dentro di dui cerchij, la proportione di l'una all'altra, è si come la proportione de li quadrati che peruengono dalli diametri di cerchij circonscribenti quelle.



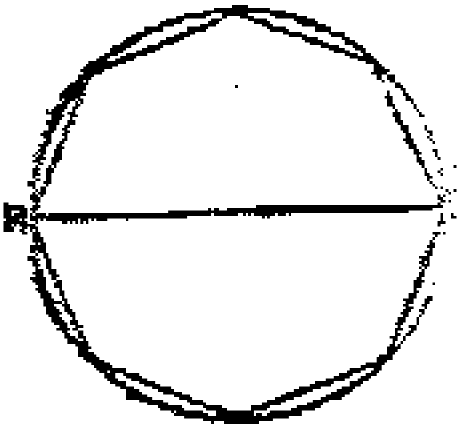


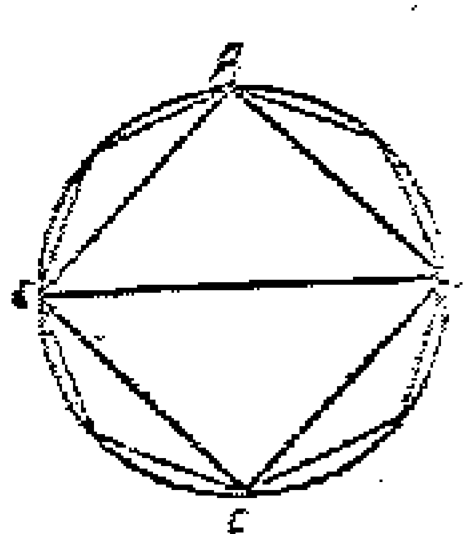
SIANO li dui cerchij a,b,c,d,e,f, nelli quali siano inscritte due figure come si voglia de molti angoli lequali siano posti simili fra loro et siano p al presente inscritte penthagone come insegna la 11 del 4 et quelle siano a,b,g,h,k, l'altro penthagono d,e,l,m,n, & hora li diametri di cerchij siano a,c, & d,f, Dico anchora che la proportione del penthagono a,b,g,h,k, al penthagono d,e,l,m,n, e si come el quadrato del diametro a,c, al quadrato del diametro d,f, a per dimostrar questo sia protratto due linee in l'un e l'altro circulo dalla estremità del diametro alla estremità dell'una di lati del penthagono, non terminante con el diametro intersecandosi fra loro dentro di detto penthagono in l'uno sia la a,g, & c,b, & in l'altro d,l, & f,e, & (per la sesta del sesto) el triangolo a,b,g, sera equiangolo al triangolo d,e,l, perche conciosia che li penthagoni siano stà posti simili fra loro (per la diffinitione delle superficie simile) seranno l'angolo b, equale all'angolo e, et li lati continenti quelli proportionali, cioe la proportione de a,b, al d,e, si come b,g, al e,l, & conciosia che (per la vigesima prima del terzo) li dui angoli f, & l, siano fra loro equali, & similmente li altri dui c, & g, equali fra loro i dui che sono c, & f, seranno fra loro equali (per commune sententia quelle cose che son equale a cose equale anchora è necessario quelle esser fra loro equali) & perche (per la prima parte della trigesima prima del terzo) l'uno & l'altro di dui angoli a,b,c, d,e,f, è retto, seguita (per la trigesima seconda del primo) li dui triangoli a,b,c, d,e,f, esser equiangoli per laqual cosa (per la quarta del 6.) la proportione del diametro a,c, al diametro d,f, è si come del lato a,b, al lato d,e, per tanto conciosia che (per la seconda parte della decimanona del sesto) la proportione di dui penthagoni sia si come la proportione duplicata del lato a,b, al lato.

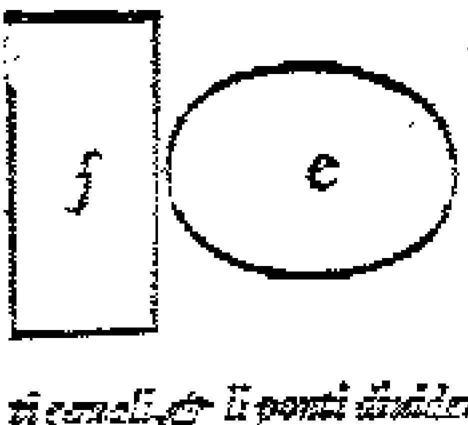
altro d.e. & per la medesima, la proportione del quadrato del diametro a.b. al quadrato del diametro d.f. sia si come la proportione del diametro a.c. al diametro d.f. doppiicata (per questa commune sententia) quelle cose delle quale le loro mità sono equale: quelle anchora fra loro sono equale, è manifesto quello che sia proposto.

Theorema .2. Propositione .2.

2/2 De ogni dui circuli, la proportione di l'uno all'altro, è si come la proportione del quadrato del suo diametro, al quadrato del diametro dell'altro.







Siano li dui circoli a.b. & c.d. li diametri di quali siano detti a.b. & c.d. dico adonque che la proportione del circolo a.b. al circolo c.d. e si come del quadrato del diametro a b. al quadrato del diametro, c. d, per che egli è manifesto (per questa commune sententia, quanta e qual si voglia magnitudine ad alcuna seconda, tanta è necessario esser qual si voglia terza ad alcuna quarta) che la proportione del quadrato del diametro a. b, al quadrato del diametro c.d. e si come del circolo a.b, ad alcuna superficie la qual sia. e. la qual sia posta di qual figura over forma si voglia, & questa è impossibile esser maggiore over minore del circolo c.d. perche se egli è possibile quella esser minore del circolo. c. d. sia adonque minore in la superficie f. e per tanto il circolo c.d. si è equale alle due superficie e.f. tolte insieme adonque è manifesto (per la prima del decimo) che el si pol dal circolo c.d. (et delli suoi residui) fuor acre tante volte il piu della mità per fina a tanto che rimanga alcuna quantità minore de f. adonque a quello sia inscritto come insegna la sesta del quarto lo quadrato c.d.g.h, del qual è manifesto esser piu della mità del circolo, per che el quadrato che è doppio a quello, e quello che circonscrive il cerchio come è manifesto per la penultima del primo & per la settima del quarto, adonque se le portioni del circolo che sono sopra li lati del quadrato tolte equalmente insieme seranno minori della superficie f. el basta, ma se le non seranno minore: siano divisi li quattro archi che sono sopra li detti lati in due parti equali, & li ponti dividenti li detti archi siano continuade per linee rette con le estremità di lati continenti quelli gratia de archo c.g. sia diviso in dui parti equali in ponto k. & siano protratte le linee k.c. k.g. & cosi procedere in li altri, et cadauno di triangoli descritti sopra li lati del quadrato serà maggiore della mità della

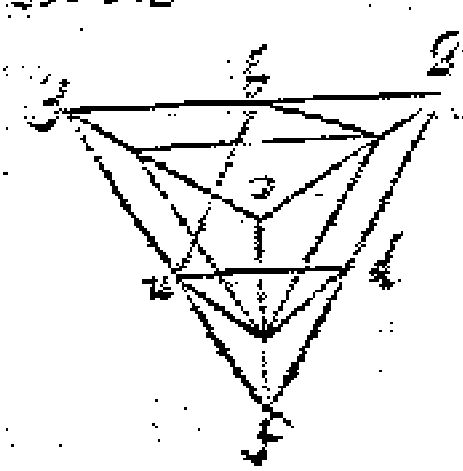
proportione

portione in laquale sta ditto, imperoche ogni triangolo (cioè è la mita del parallelogrammo della sua basa (per la quadragesima prima del primo) siano adonque le portioni che stanno sopra li lati del ottogono inscritto tolti insieme minori della superficie.f. perche se egli non fussero minori non cessaressimo di dividerli archi (di quali li lati della figura della ultima descrittione sono corde) in due parti equali et inscriver una figura equilatera del doppio piu lati della prima sempre da sottrare da esse portione del circolo maggiore della mita per fina a tanto che (per la prima del decimo) le portioni che staranno sopra li lati de alcuna tal figura inscritta in el circolo tolte insieme seranno minore della superficie.f. adonque per el presente siano quelle che sono ditte. & (per la cõcettione) lo ottogono.c.d. serà maggiore della superficie.e. adonque sia inscritto in lo circolo.a.b. per la medesima via un simile ottogono, el qual sia ditto.a.b. e cosi (per la precedente) la proportione del ottogono.a.b. al ottogono.c.d. si come del quadrato del diametro.a.b. al quadrato del diametro.c.d. e per tanto per la undecima del quinto, si come la proportione del circolo.a.b. alla superficie.e. cosi permutatamente del poligonio.a.b. al circolo.a.b. serà si come del poligonio.c.d. alla superficie e. & conciosia che'l poligonio.c.d. sia maggiore della superficie.e. serà el poligonio.a.b. maggiore del circolo.a.b. laqual cosa è impossibile, adonque la superficie e. e nõ minore del circolo.c.d. ne etiã è maggior per che se questo potesse esser possibile, sia maggiore adonque conciosia, che la proportione del quadrato del diametro a.b. al quadrato del diametro.c.d. sia si come del circolo.a.b. alla superficie.e. serà el contrario del quadrato del diametro.c.d. al quadrato del diametro.a.b. si come della superficie.e. al circolo.a.b. & è manifesto (per la commune scientia posta in el principio di questa demostratione) che la medesima è del circolo.c.d. ad alcuna superficie (laqual sia.f.) & (per la decimaquarta del quinto) la superficie.f. serà minore del circolo.a.b. adonque la proportione del quadrato del diametro c.d. al quadrato del diametro.a.b. serà si come del circolo.c.d. alla superficie.f. minore del circolo.a.b. ma per quello che havemo dimostrado poco avanti si troverà seguitar lo impossibile, cioè lo poligonio inscritto in lo circolo, esser maggiore del circolo, adonque si come la superficie.e. non puol esser minore del circolo.c.d. ne etiam maggiore, necessariamente adonque serà equal. per laqual cosa, per la seconda parte della settima del quinto, è manifesto el proposito.

Theorema.3. Propositione.3.

3 Ogni piramide che habbia la basa triangolare, puol esser divisa in due pi
3 ramide simile fra loro, etiam a tutta la piramide, & in dui seratili equali
liquali ambi dui tolti insieme è necessario esser maggiori della mità di tutta la piramide.

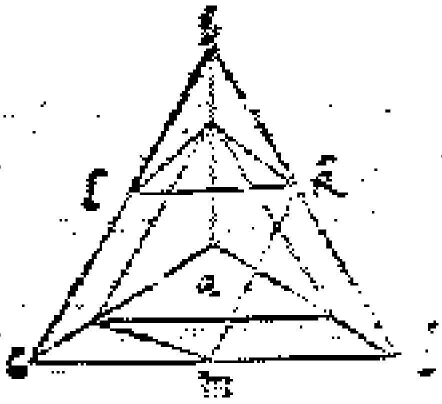
Sia la piramide.a.b.c.d. sopra la basa triangolare.b.c.d. & lo angolo solido de la vertice di quella sia.a. dal quale siano ditte le tre ypothenuse.a.b.a.c.a.d. alli tre angoli della basa, & siano divisi tutti li lati della basa in due parti equa le in li tre ponti.e.f.g. & similmente anchora le tre ypothemisse sian divise in due parti equali in li tre ponti.h.K.l.& siano protratte (in la basa) le due linee. e.f,&.e.g,& la basa di detta piramide serà divisa in tre superficie delle quale due sono li duoi triangoli.b.e.f.e.g.d.liquali, per la seconda parte della seconda del sesto & per la diffinitione delle superficie simile, e manifesto esser equali etiam simili fra loro & a tutta la basa, per la otta na del primo, la terza e quadrangola & paralellogrammo & questa e.c.f.g.laquale è manifesta esser doppia al triangolo.e.g.d. per la quadragesima quadragesima prima del primo, siano adonque un' altra volta dal ponto.h.protratte le due ypothemisse.h.e.f.h.& dal ponto.K.la ypothemisa.K.g.& siano protratte le linee.h.k.K.l.& l.h.adonque tutta la piramide.a.b.c.d. e divisa in due piramide che sono.h.b.e.f.&.h.K.l.& in dui seratili di quali l'uno è.e.h.f.g.K.c.& è sopra la basa quadrangola.c.f.g.e.& l'altro è.e.g.d.h.K.l. & è sopra la basa triangola.e.g.d.ma delle due piramide.h.b.e.f.a.b.K.l.che quelle siano equale & simile fra loro & a tutta la piramide.a.b.c.d.è manifesto, per la diffinitione di corpi equali & simili, & per la decima del undecimo libro.& per la seconda parte della seconda del sesto, ma per li duoi seratili che quelli siano equali è manifesto, per la ultima dello undecimo ma che ambiduoi li seratili tolti insieme siano maggiori della mità di tutta la piramide da questo è manifesto, che l'uno e l'altro di quelli è divisibile in dui piramide delle quale l'una è triangola equale a una delle due in le quale fu divisa la total piramide co li detti duoi seratili, etiā l'altra quadrāgola laquale è doppia alla restante, laqual cosa è manifesto che ambiduoi li seratili tolti insieme esser li tre quarti di tutta la total piramide divisa, se tu desideri saper questa propositione ricorri alla sesta di qsto duodecimo libro, ma inquāto al proposito el ti satisfa a saper quelli duoi seratili tolti insieme, eccedere le due partiale piramide, in lequale se divide la total piramide, con li detti dui seratili, tolte insieme in che quantità si voglia.

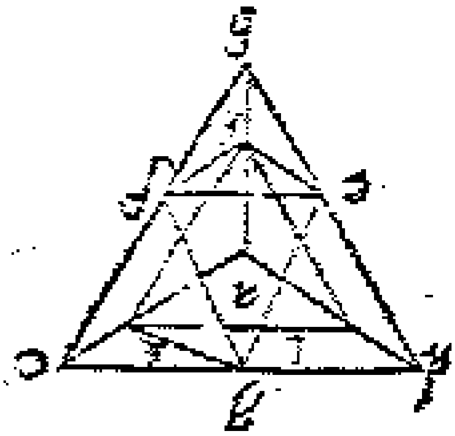


Thema.4. Propositione.4.

4/4 Se due piramide equalmente alte, le base delle quale siano triangulare, siano divise ciascaduna in due piramide equale, & simile fra loro etiam alla totale, e in duoi seratili, equali, la proportione della basa dell'una alla basa dell'altra serà si come la proportione delli suoi duoi seratili, alli duoi seratili dell'altra, & serà manifesto che tutti li seratili che seranno in qual si voglia di quelle piramide tolti insieme a tutti li seratili che seranno in l'altra piramide, havere la medesima proportione, che ha la basa di quella piramide alla basa dell'altra piramide.

Siano due le piramide, le base delle quale sia triangolare equalmēte alte, cioe l'una la.a.b.c.d.el cono dellaquale sia el pōto.a.& la basa el triāgolo.b.c.d.& le ypola ypothenuse.a.b.a.c.a.d. & l'altra la.e.f.g.h. el cono della quale è el ponto.e la base il triangolo.f.g.h.le ypothenuse.e.f.e.g.e.h. & queste due piramide siano diuise si come in la precedente cioe protratte nella prima le linee diuidente li lati di essa basa in due parti equali, lequale siano,K.l,& K.m,et nell'altra protratte similmente le linee,n.p,n.q. Dico adunque che la proportione della base.b.c.d. alla base.f.g.h. e si come di duoi seratili della piramide.a.tolti insieme alli duoi seratili della piramide.e tolti insieme, & è manifesto (per la seconda parte della decimaottaua del sesto, che la proportione del triangolo.b.c.d. al triangolo.K.m.d. è si come della linea.b.d. alla linea.K.d. duplicada & per la medesima anchora, la proportione del triangolo.f.g.h.al triangolo.n.q.h.e si come della linea.f.h.alla linea n.h.duplicata, & conciosia che la linea.b.d. alla linea.K.d.sia si come la linea.f.h.alla linea.n.h.(perche di l'una & di l'altra la proportione è doppia) lo triangolo.b.c.d.al triangolo.K.m.d.serà si come lo triangolo.f.g.h, al triangolo.n.q.h. & permutatamente lo triangolo.b.c.d.al triangolo.f.g.h.si come el triangolo.





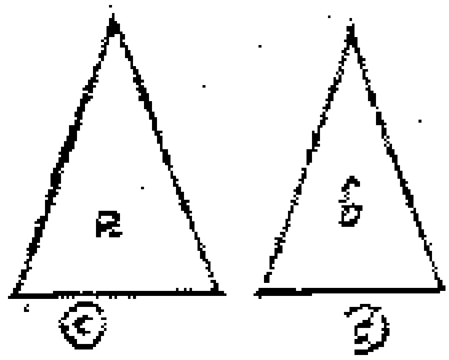
K.m.d.al triangolo.n.q.h. & lo triangolo.K.m.d.al triangolo.n.q.h.e si come lo seratile che si riposa sopra esso medemo, al seratile che si riposa sopra a quello, per la 33.del undecimo, anchora di questo seratile a quello e si come di ambidui li seratili della piramide.a.tolti insieme ad ambidui li seratili della piramide. e.tolti insieme (per la quintadecima del quinto) perche e necessario che el doppio al doppio sia si come el semplo al semplo, adonque, per la undecima del quinto seguita quello che e sta proposto, ma se tu dubitassi li seratili di una di queste piramide esser equalmente alti alli seratili dell'altra piramide tu non stai in ceruello perche conciosia che le piramide siano equalmente alte, & sia ancho all'una e l'altra de queste diuisa in due piramide equale fra loro & a tutta la piramide simile & in duoi seratili equali & siano le due partiale piramide equalmente alte, imperoche sono simile & equale la qual cosa facilmente serà manifesta, protratte le perpendicolare dalle cime delle partiale piramide alle base de quelle delle quale perpendicolari, per la trigesima settima del undecimo, e manifesto esser equale. & conciosia che le altezze di queste partiale piramide tolte insieme componeno la altezza della total piramide diuisa, ambidui li seratili siano equalmente alte a una delle partiale piramide cioe a quella laqual e reposta sopra la partiale triangolo della basa della total piramide nō e licito dubitar li seratili di una di quelle piramide esser equalmēte alti alli seratili dell'altra.e per questo e manifesto lo corelario che similmente le base delle partial piramide, cosi sono fra loro insieme si come li duoi seratili dell'una alli duoi seratili dell'altra, et perche le base partiale cosi sia fra lor si come le base delle totale, per la seconda parte della decimaottaua, del 6. & per lo medesima proportione & per la decima terza del quinto, manifesto esser el vero quello che propone il correlario.

Il Tradottore.

Lo sopradscritto correlario vuol inferire questo, che per le ragione addutte egli è manifesto che diuidendo anchora cadauna di quelle due piramide partiale secondo il medesimo modo, cioè pur in due piramidette, & duoi seratili, & da poi cadauna di queste quattro, & quattro piramidette diuidere anchora in el predetto modo, & cosi andar procedendo in queste altre otto & otto piramidette, sempre tutti li seratili di quale si voglia di queste due piramide totale (fra grandi e piccoli) tolti insieme, a tutti li seratili dell'altra (pur fra grandi e piccoli) tolti insieme hauere la medesima proportione che ha la basa di quella total piramide alla basa dell'altra total (il che per la decima ottaua del sesto) & per la decimaterza del quinto verifica.

Theorema. 5. Propositione. 5.

5 Ogni due piramide equalmente alte che habbiano le base triangulare, so-
5 no proportionale alle sue base.



Quello che propose la trigesima terza del undecimo, di solidi paralellogrammi & in fine della trigesimasesta del undecimo hauemo dimostrato il medesimo esser di seratili: questa quinta del duodecimo propone delle piramide che hanno le base triangolare: per il che siano intese le due piramide equalmente alte le base delle quale sono li dui triangoli .a. & .b. Dico che la proportione della piramide .a. alla piramide .b. e si come della basa .a. alla basa .b. laqual cosa se dimostra per lo medesimo genere de demonstratione, ouer argumentatione, con el quale demostrassemo la seconda de questo, per il che sia che della basa .a. alla basa .b. sia come della piramide .a. al corpo .c. del quale dico che quello non serà ne meno ne piu della piramide .b. perche se egli è possibile che sia meno, sia minore in lo solido .d. accioche la piramide .b. sia equale alli duoi corpi .c. & .d. tolti insieme adonque diuisa la piramide .b. come propone la terza di questo, siano detratti da quella li duoi seratili, liquali (per la medesima terza) sono maggiori della mità di essa piramide, similmente dall'una & dall'altra delle due partial & residual piramide siano detratti (al predetto modo di quelle diuise) li duoi seratili & questo sia fatto tante volte per fina a tanto che l'aduersario sia costretto (per la prima del decimo) confessare rimanere (della piramide .b.) manco del solido .d. & per commune scientia) li seratili detratti seranno maggiori del corpo c adonque della piramide .a. sia fatta la medesima detratione de seratili & intendamo esser tanti li seratili detratti dalla piramide .a. quanto quelli che detra-

hessemo

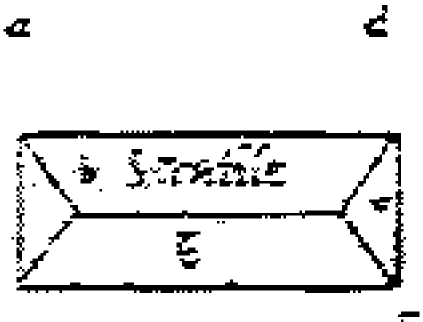
bassa della pyramide b. & (per lo corelario della precedente) si come della basa a. alla basa b. cosi sera li seratili detratti della pyramide a. alli seratili detratti dalla pyramide b. ma cosi era similmente della pyramide a. al corpo c. e per tanto li seratili della pyramide a. alli seratili della pyramide b. e si come della pyramide a. al corpo c. & permutatamente li seratili della pyramide a. alla pyramide a. sera si come li seratili della pyramide b. al corpo c. & conciosia che li seratili della pyramide b. siano maggiori del corpo c. li seratili della pyramide a. seranno maggiori della pyramide a. & perche questo e impossibile, lo corpo c. non sera minore della pyramide b. & similmente non sera maggiore, perche posto che sia maggiore, conciosia che la proportione della basa a. alla basa b. sia si come della pyramide a. al corpo c. al contrario sera della basa b. alla basa a. si come del corpo c. alla pyramide a. & (per commune scientia) la medesima sera della pyramide b. ad alcun corpo equal sia d. & seguitara (per la decimaquarta del quinto) che'l corpo d. sia minore della pyramide a. imperoche la pyramide b. e posta menore del corpo c. adonque della basa b. alla basa a. sera si come della pyramide b. al corpo minor della pyramide a. ma da questo e stato demostrato seguir lo impossibile, cioe li seratili detratti da alcuna pyramide esser maggiori de quella pyramide dalla quale sono detratti e. pero rimane il corpo c. esser equale alla pyramide b. conciosia che'l non puol esser ne minore ne maggiore & la proportione della pyramide a. alla pyramide b. esser si come della basa a. alla basa b. & questo era da demostrare.

Il Tradottore.

Consequentemente e questa sopraseritta propositione nella seconda tradottione se propone equalmente le pyramide che hanno le base moltiangole & che siano sotto a una medema altezza sono medemamente proportionale alle sue base ma perche tal propositione, se propone & dimostra medesimamente sopra alla sequente con altre particolarita hauemo posposta quella.

Theorema .6. Propositione .6.

6 / 7 Ogni corpo seratile, e diuisibile in tre pyramide equale, & che hanno le base triangolare.



Sia lo seratile a.b.c.d.e.f. dico quello esser diuisibile in tre pyramide equale che haueranno le base triangolare & per dimostrar questo siano protratte in cadauna delle sue tre superficie paralellogramme le diagonale talmente che una de quelle diagonale sia conterminale con le altre due, come seria per esempio le linee .b.d. b.f. & f.a. (legnale non bisogna protraere perche generarianno confusione) et cosi lo seratile sera diuiso in pyramide triangolare lequale facilmente (per la precedente oltradotto) volte sera manifesto esser equale.

Il Tradottore.

Chi non fusse ben chiaro di questa propositione, formarlo prisma, ouer seratile, materialmente, & tiri in quello le diagonale, come di sopra se propone ne, e conſiderare puoi bene con la mente lo andar de quelle ſe trouara (come diſo pra è detto) el detto ſeratile eſſer diuiſo in tre pyramide delle quale, due di quelle tolte per vn verſo ſe cognoſcera eſſer fra loro equale perche ſe uedera che ripo ſaranno ſopra le due baſe triangolare equale (cioe ſopra le due mità di una di quel le ſuperficie paralellogramme giacente in piano) & haueranno una medeſima al tezza perche ambedue terminaranno nel angolo b, del ſeratile la altra puoi conſi deraindola per vno altro verſo tiene che la ſua baſa ſia l'vno di duoi triangoli del ſeratile, & la ſua altezza la longhezza del ſeratile, & perche l'vna delle altre due prime pyramide poſſede l'altro capo triangular del ſeratile, & dandoli quel baſa hauera per ſua altezza per la medeſima longhezza del ſeratile, e pero ſerà equale a quella (per la precedente) onde (per commune ſcientia) ſera tutte tre equa le che è el propoſito.

Correlario.

o — 7 Etiam da queſto è manifeſto: che ogni pyramide è la terza parte d'v na priſma, che habbia la baſa, & la altezza equale a quella medema per che ſe la baſa della priſma hauera altra figura rettilinea che triangula re, ſia diuiſa la medeſima dalle due ſuperficie oppoſite, in priſme che habbiano le baſe triangulare.

Il Tradottore.

Queſto correlario ſe ritroua ſolamente in la ſeconda tradottione, vero è che que ſto commentatore interpone piu propoſitioni, lequale pare che ſiano da lui aggionte, la prima delle quale propone in parte quello che concluде il ſopraſcritto correla rio laquale dice in queſta forma videlicet.

Theorema. 12. Propoſitione. 12.

6 — 6 Se duoi ſolidi (di quali l'vno ſia ſeratile, & l'altro pyramide la baſa de laquale ſia triangola) ſeranno conſtituidi equalmente alti: ſopra vna medeſima baſa, ouer ſopra baſe equal triangulare ouer il ſeratile ſopra vna quadrangola, & la pyramide ſopra vna triangola laquale ſia la mità della baſa quadrangola del ſeratile, lo ſeratile conuien eſſer triplo alla pyramide.

Siane il propoſto ſeratile ſerà ſopra una baſa triãgulare, all'hora della pyrami de propoſita ſopra la propria baſa, ſia compido uno ſeratile equalmente alto alla propoſita pyramide, ma ſel ſeratile ſerà ſopra una baſa quadrãgola all'hora alla ba ſa della pyramide ſia gionto un triangolo dalquale etiam ſia compido alla baſa del la pyramide una ſuperficie de lati equidiſtanti ſopra alla qual da eſſa pyramide ſia compido uno ſeratile equalmente alto alla piramide, adonque perche queſto ſerati le è equalmente alto al primo ſeratile & le baſe dell'uno e di l'altro ſono equale dal preſuppoſito, ſeguita quelli eſſer fra lor equali & queſto fu dimoſtrato in la qua

trageſima

trigesima seconda del undecimo, & perche (per la sesta de questo duodecimo) lo ditto seratile è triplo alla proposta piramide perche quella è una delle tre piramide in lequale se diuide quel seratile anchora (per commune scientia) lo proposto seratile serà treppio alla proposta pyramide.

6 De sopra vna medesima basa ouer sopra base equale seranno constituide quante pyramide si voglia equalmente alte, delle quale le base siano triangole, quelle è necessario esser fra lor equale.

Perche fabricando vno seratile equalmente alto a alle pyramide proposte, sopra vna basa triangola equale a vna delle base delle proposte pyramide ouer sopra vna basa quadrangola doppia a vna delle base delle medesime, esso seratile sera treppio a ciascaduna di quelle pyramide & questo è manifesto (per la precedente aggionta ouer interposita) adonque (per commune scientia) tutte le proposte pyramide sono (come hauemo detto) fra loro equale.

6/0 Tutte le pyramide equalmente alte dellequale le base sono triangole sono proportionale alle sue base.

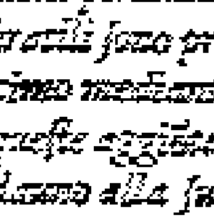
Siano fatti sopra le base delle proposte piramide, ouer sopra altre triangoli equale ouer sopra paralellogramme doppie li seratili equalmente alti a quelle piramide et per questo li seratili seranno fra lor equalmente alti, et perche li seratili sono proportionali alle sue base come è prouato in la trigesima sesta del undecimo mediante la trigesima terza del medesimo, & conciosia che (per la prima di queste aggionte) sia manifesto questi seratili esser treppi alle proposte piramide, cioe ciascuno alla sua relatiua & le base de quelli esser equale ouer doppie alle base di quelle, & (per la decima quinta del quinto) sia si come il treppio al treppio cosi è il semplice al semplice seranno anchora le proposte pyramide proportionale alle sue base.

Il Tradottore.

Questa sopra scritta propositione è simile alla quinta ma la demostratione è diuersa da quella e questo è perche in quella non era anchor noto che un seratile fusse trepio a vna pyramide de equal basa & di equal altezza con lui.

6 Se qualunque due pyramide seranno equalmente alte, & la basa de l'una sia triangola, & dell'altra quadrangola, ouer de piu lati, quelle pyramide conuien esser proportionale alle sue base.

Essempli gratia siano intese due pyramide equalmente alte sopra le due base, a, & b, et sia la basa, a, triangola & la, b, pentagona Et siano queste pyramide dette, a, et, b, Adonque dico la proportione delle due pyramide, a, & b, esser si come delle base, a, & b, & per demostrar questo, sia diuiso il pentagono, b, in li tre triangoli, c, d, e, & tutta la pyramide, b, serà diuisa in tre pyramide equalmente alte delle quale le base sono li triangoli, c, d, e, le quale siano etiam chiamade delli nomi

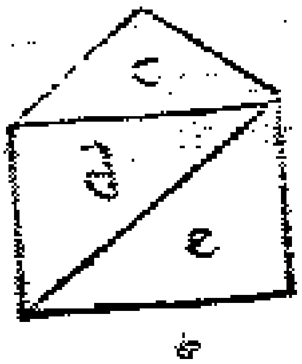


a

 delle

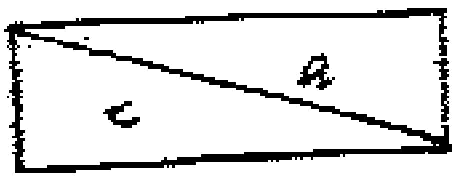
delle sue base. Adunque perche (per la precedente interposita) la proportione della pyramide c, alla pyramide a, e si come del triangolo c, al triangolo a, & della pyramide d, alla pyramide a, si come del triangolo d, al triangolo a, & similmente della pyramide e, alla pyramide a, si come del triangolo e. al triangolo a. seguita adunque (per la vigesimaquarta del quinto tolta due volte) che la proportione del aggregato de tutte le pyramide c.d.e. (& quello è la total pyramide b, alla pyramide a) si come del aggregato de tutti li triangoli c.d.e, (& quello è il pentagono b, al triangolo a adunque è manifesto el nostro intento.

6/6 Tutte le pyramide laterate equalmente alte se approvano esser proportionale alle sue base.



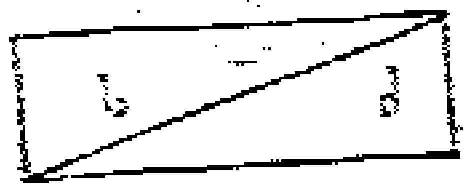
Se una di quelle sarà sopra una basa triangola, per la precedente interposita è manifesto quello che è detto: ma se le base de l'una & de l'altra sarà di molti angoli resoluta quale si voglia delle sue base in trianguli, & quella pyramide in pyramidette triangolare. Et (per la precedente interposita) la proportione di ciascuna di quelle pyramidette triangolare (in tra le quale è divisa l'una delle proposte) a l'altra e si come della basa di la basa di l'altra, e per tanto (per la vigesima quarta del quinto tolta quante volte bisogna) è manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Il Tradottore.



La soprascritta interpositione over agionta in la seconda traduttione. L'auttore ne fa una propositione laqual è la sesta come di sopra vedi notato.

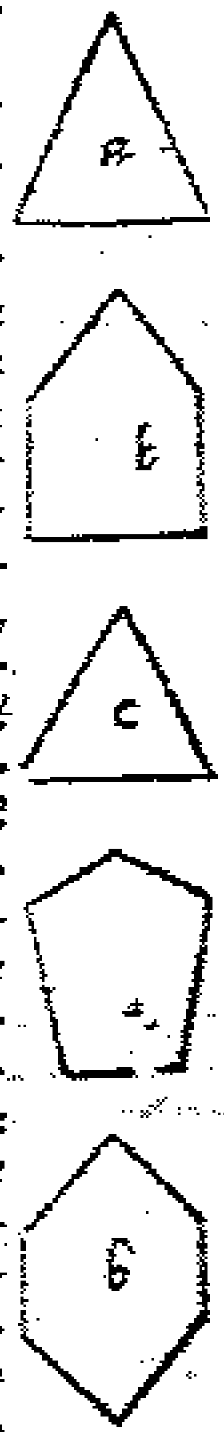
Theorema. 7. Propositione. 7.



7/9 Se due pyramide de base triangolare saranno equale, le base de quelle saranno mutue alle altezze delle medesime. Et se le base, & le altezze saranno mutue, le medeme pyramide è necessario esser fra loro equale.

Quello (che la trigesimaquarta & trigesimaquinta del undecimo propose di solidi parallelogrammi, & noi demostrassemo la trigesimasesta del medemo di serratili, questa settima del duodecimo propone delle pyramide che hanno le base triangolare. Hor siano intese due pyramide equale sopra li dui triangoli a, & b. le quale siano per dette a. & b. per tanto dico che la proportione della basa a. al la basa b. e si come la proportione della altezza della piramide b. al la altezza della pyramide a. & se questo sarà dico che la pyramide a, & b. esser fra loro equale. Et per dimostrar questo siano agionti al li dui trianguli a, & b. dui altri trianguli liquali siano c, & d, accio che cio che saranno ambidue le superficie a,c, & b,d, de equidistanti lati, & da quelle pyramide, sopra le base a,c, & b,d, siano compidi solidi paralellogrammi equalmente alti alle proposte pyramide liquali similmente siano detti a,c, & b,d, Adonque (per la sesta de questo duodecimo) è manifesto che la pyramide a, è la sesta parte del solido a,c, & la pyramide b la sesta del solido b,d. Adonque (per la trigesima quinta del undecimo) seguita il proposito, cioe la prima parte, per la prima & la seconda per la seconda.

Ma se qualunque due pyramide laterate saranno equale: le base de quelle alle altezze delle medesime saranno mutue. & se le base de quelle alle altezze delle medesime saranno mutue. le medesime pyramide bisogna esser equale.



Se le base de l'una & de l'altra saranno triangole egliè stato dimostrato esser il vero quello che havemo detto ma se solamente una sia triangolare hor sia a, & la basa de l'altra pyramide sia b, & sia fatto lo triangolo, c, equale al poligonio b, & sopra c, sia fatta una pyramide equalmente alta alla pyramide che è sopra b, & siano, a, b, c, nomi equivoci delle pyramide et delle base. Adonque perche le due pyramide a & b (dal presupposito) sono equale: & (per la settima delle interposte alla sesta di questo) le due pyramide b et c sono equale & (per commune scientia) le due pyramide a, & c, saranno equale. Adonque le base de quelle sono mutue alle altezze di quelle (per la prima parte della settima de questo) & conciosia che le base b, & c, siano equale, & anchora le altezze de le pyramide b, & c, equale (per la prima parte & seconda della settima del quinto) le base a, & b, saranno mutue alle altezze delle pyramide, a, & b. La seconda parte se approva per el contrario modo. Perche se della basa a, alla basa b, sarà come la altezza della pyramide b, alla altezza della pyramide a, (per la seconda parte, & prima della settima del quinto) della basa, a, alla basa c, serà si come la altezza della pyramide c, alla altezza della pyramide. a. Adonque (per la seconda parte de questa settima) le due pyramide, a, & c, sono equale per laqual cosa (per commune scientia) anchora le due pyramide, a, & b. sono equale. Ma se ne l'una ne l'altra delle proposte pyramide serà triangolare ma che l'una & l'altra sia poligonia verbi gratia l'una sia penthagona & l'altra essagona lequale al presente siano dette a, & b, sia similmente tolto lo triangolo, c, equale, alla essagona, b, sopra el quale sia fatta una pyramide equalmente alta alla pyramide b, & le due pyramide, b, & c, saranno equale, & però etiam le due che sono a, & c. (per la conversione) saranno equale: per laqual cosa si come della basa, a, alla basa. c.

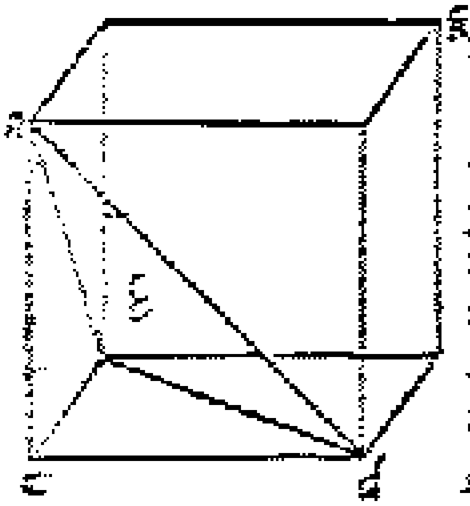
cosi

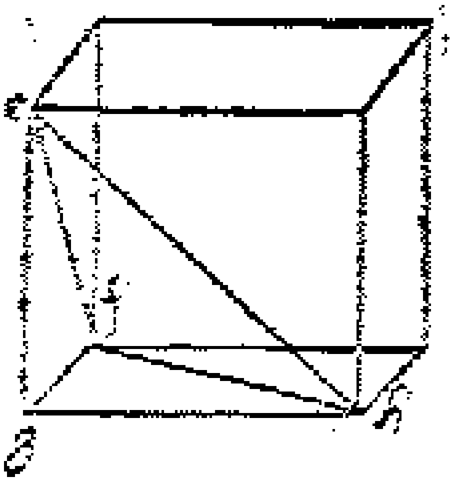
così sarà l'altezza della pyramide.c.alla altezza della pyramide.a. et questo per avanti è stato dimostrato. Adonque (per la settima del quinto) della basa.a.alla basa.b.e si come l'altezza della pyramide.b.alla altezza della pyramide.a.lo converso è manifesto per lo modo contrario, perche se della basa.a.alla basa.b.sarà si come l'altezza della pyramide.b.alla altezza della pyramide.a.sarà ancora (per la settima del quinto) della basa.a.alla basa.c.come l'altezza della pyramide.c.alla altezza della pyramide.a. E però (come è manifesto dalle prime) due pyramide.a.& c.saranno equale: per laqualcosa, etiam (per commune scientia) & le due che sono.a.& b.saranno etiam equale & questo è il proposito.

Theorema.8. Propositione.8.

8 8 De ogni due pyramide simile, che habbiano le base triangolare, la proportione di l'una a l'altra, e si come la proportione triplicata d'uno lato di l'una al lato relativo di l'altra.

Proposte due pyramide che habbiano le base triangolare simile, da quelle compise duoi solidi parallelogrammi si come è detto in la demostratione della precedente, & questi duoi solidi saranno simili impero che le pyramide sono sta poste simile fra loro, perche li duoi angoli solidi che sono communi alle pyramide & alli solidi parallelogrammi sono contenuti da angoli superficiali equali di numero e quantità. Et anchora li lati che contieneno quelli angoli superficiali sono proportionali. Per laqual cosa (per la trigesimaquarta del primo) le tre superficie di solidi parallelogrammi che constituiscono li angoli solidi communi sono equiangole, & de lati proportionali, e però sono simile (per la diffinitione delle superficie simile) per laqualcosa (per la vigesimaquarta del undecimo) tutte le sei superficie di questi duoi solidi parallelogrammi sono simili fra loro adonque (per la diffinitione di corpi simili) questi solidi saranno simili, per laqual cosa concioscia che la proportione di solidi, et delle piramide sia una medesima (per la decimaquinta del quinto) perche li solidi sono sestupli alle piramide (per la sesta di questo.) Et concioscia che la proportione di solidi sia una medesima, si come quella di suoi lati relativi triplicata (per la trigesimasesta del undecimo) & li lati di solidi siano anchora li medesimi delle pyramide. Anchora (per la undecima del quinto) la proportione delle proposte pyramide sarà si come la proportione triplicata di suoi relativi lati che è il proposito.





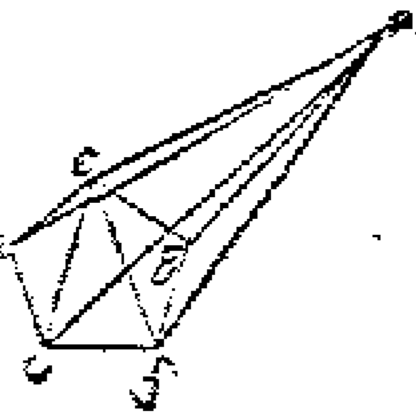
Il Tra-

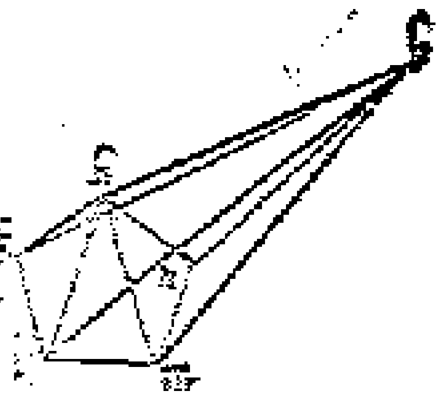
Il Tradottore.

Per essempio figurale della sopradetta propositione siano le dette due pyramide triangolare simile. a. b. c. d. & e. f. g. h. le base dellequale sono li triangoli. b. c. d. & f. g. h. & la loro cimi ouer angolo supremo. a. & e. & li loro solidi, siano. c. k. & g. l. sopra lequal figure arguendo come di sopra facilmente vien concluso il proposito.

Ma se qualunque due pyramide laterate seranno simile la proportione di l'una a l'altra, sara si come la proportione triplicata del suo lato al lato a se relatiuo di l'altra.

Siano due pyramide laterate simili li coni delle quale siano a. & h. et siano sopra base penthagonale le quale sono c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. Dico che la proportione di quelle è si come la proportione triplicata di suoi lati relatiui: perche eglie manifesto (per la diffinitione delle superficie simile e di corpi) che li penthagoni che sono base delle proposte pyramide, e tutti li altri triangoli circondanti esse pyramide sono fra loro simili, siano adonque diuise ambedue le base in triangoli simili & di numero equali, si come propone (la decimaottaua del sesto) essere possibile protratte in questa le linee. c. e. & c. f. & in quella, h. l. & h. m. Dico adonque queste pyramide esser diuise in pyramide triangole simile e di numero equale, perche paragonate fra loro le due pyramide. a. c. d. e & h. h. k. l. delle quale li coni sono, a. & h. & è manifesto dal presupposito) lo triangolo. a. c. d. esser simile al triangolo h. h. k. & lo triangolo. d. a. e al triangolo. ḳ. h. l. Et perche anchora (dal presupposito) lo angolo, d, è equale al angolo. k. & li lati. c. d. & d. e. (continēti l'angolo. d.) sono proportionali alli lati. h. k. & k. l. (cōtinenti l'angolo. k.) li duoi triangoli, c. d. e, & h. k. l. (per la sesta del sesto) seranno equiangoli, et pero per la quarta del sesto) la proportione del. c. d. al. h. k. sara si come del, c, e, al. h. l. & conciosia che (dal presupposito) la proportione del. c. a. al. h. h. & anchora del. a. e. al. h. l. sia si come del. c. d. al. h. k. (per la undecima del quinto) del. c. a. al. h. h. & del. a. e. al. h. l. sarà si come del, c, e, al. h. l. adonque (per la quinta del sesto. & per la diffinitione delle superficie simile) lo triangolo. c. a. e. sarà simile al triangolo. h. h. l. adonque (per la diffinitione di corpi simili) è manifesto che la pyramide. a. c. d. e. e simile alla pyramide. h. h. k. l. Similmente ancor è manifesto la pyramide. a. c. e. f. esser simile alla pyramide. h. h. l. m. & la pyramide. a. c. f. g. alla pyramide. h. h. m. n. adonque perche (per la ottaua) la proportione della pyramide. a. c. d. e. alla pyramide. h. h. k. l. e si come quella del lato. c. d. al lato. h. k. triplicata, & anchora della pyramide. a. c. e. f. alla





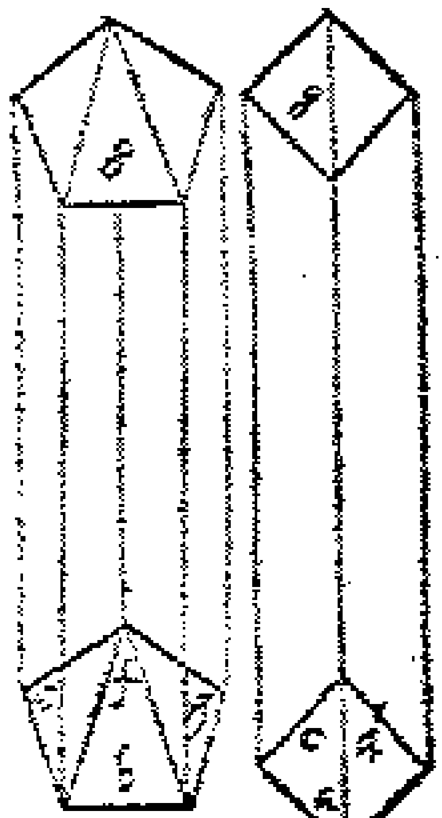
pyra-

pyramide b.h.l.m. si come del e.f. al l.m. triplicata, & ancora della pyramide a.c.d.g. alla pyramide b.h.m.n. si come del c.g. al h.n. triplicata: conciosia che (dal presupposito) la proportione del e.f. al l.m. & del c.g. al h.n. sia si come del c.d. al h.k. seguita (per la decimanona del quinto) che la proportione delle totale pyramide a. & b. sia si come una di quelle partiale ad una altra: adunque (per questa ultima & per la undecima del quinto) è manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Il Tradottore.

Di questa soprascritta propositione interposta nella seconda tradottione se ne un corellario.

Tutte le colonne laterate equalmente alte, sono proportionale, alle sue base.



Sopra qualunque specie di base de molti anguli stan le colonne se verifica quello che è detto et chiamano colonne laterate, li corpi solidi laterati di quali le base & le superficie supreme sono simile & equale, & tutte le altre superficie circonstante, sono de lati equidistanti, et la prima specie di tali corpi è il serratile, conciosia che il se intende esser stando sopra una delle sue superficie trilatere & la seconda specie è la colonna dellaquale la basa è quadrilatera: laquale è necessario esser composta da duoi serratili, & la terza è quella dellaquale la basa è penthagona, et questa se compisse da tre serratili, & similmente. Dico che ogni colonna laterata puol esser divisa in tanti serratili in quanti trianguli puol esser divisa la sua basa, et per tanto siano intese le due colonne laterate a. & b. constituite sopra le due base a. & b. equalmente alte. Dico che la proportione delle colonne a. & b. e si come quella delle sue base a, & b. perche essendo divise queste base in trianguli, et queste colonne in serratili la basa a. (laquale sia posta esser quadrangola) in li duoi trianguli c, & d, & la colonna a. in duoi serratili c. & d. et la basa b. (laqual sia penthagona) sia divisa in li tre trianguli e, f, g, & la colonna b. in tre serratili liquali similmente siano chiamati e f. g. Adonque (per quelle cose che sono state dette in la trigesima sesta del undecimo) è manifesto che la proportione dil serratile c, al serratile e, è si come della basa c, alla basa e, Et similmente del serratile d, al serratile e, si come della basa d, alla basa e, per laqual cosa (per la vigesima quarta del quinto) della colonna a. al serratile e. serà si come della basa a, alla basa e, per la medesima ragione della colonna a. al serratile f. serà si come della basa a. alla basa f. Et similmente della colonna a. al serratile g. si come della basa a. alla basa g. Adonque per la vigesima quarta del quinto l'altra quante volte sarà necessario, se considerarà facilmente il proposito.

Adonque da questo è manifesto, che tutte le colonne laterate constituide sopra una medesima base, over sopra base equale, se saranno equalmente alte saranno equale.

Perche conciosia che di sopra è stato provato, qualmente le colonne laterate siano proportionale alle sue base, & essendo posto esser le medesime base over equale è necessario, per la vigesimaquarta del quinto, che etiam le colonne siano equale.

Anchora è manifesto tutti li solidi paralellogrammi, seratili, & colonne laterate, se saranno equalmente alte e quelle anchora, se approvano esser necessariamente proportionale alle sue base.

Perche tutte queste son specie di colonne laterate, delle quale di sopra e stato universalmente provato esser il vero quello che è detto.

Ogni colonna laterata, e treppia alla sua piramide.

Sia divisa la base della colonna in triangoli, & secondo el numero di quelli triangoli, sia divisa la colonna in seratili, & la piramide della colonna, in piramide che habiano le base triangole, cioe quelle che sono base di seratili, e per tanto è manifesto ciascuno seratile esser treppio a quella piramide laquale sta sopra la medesima base con esso seratile, & questo e stato dimostrato in la sesta di questo duodecimo libro. Adonque (per la decimanona del quinto) tutti li seratili tolti insieme, a tutte le piramide tolte insieme, e necessario esser treppij & conciosia che da tutti 'l seratili tolti insieme se compisse la colonna, & da tutte le piramide tolte insieme vien compita la piramide della colonna, e manifesto esser il vero questa nostra propositione.

Se qualunque due colonne laterate saranno equale le base di quelle saranno mutue alle altezze di quelle medesime. Et se le base di quelle & le altezze saranno mutue le medesime colonne e necessario esser equale.

Perche se le colonne siano equale, le piramide di quelle saranno equale, perche ogni laterata colonna e treppia alla sua piramide. & se le piramide saranno equale le base saranno mutue alle sue altezze, si come è stato dimostrato in la settima di questo, adonque perche le base delle colonne e & delle sue piramide sono quelle medesime, & le altezze sono le medesime è manifesto la prima parte del proposito. Hor siano adonque le base & le altezze delle proposte colonne laterate mutue. Dico che le colonne saranno equale, perche conciosia che siano le medesime base & le medesime altezze delle colonne, & delle sue piramide le base & le altezze delle piramide delle proposte colonne saranno mutue. Se questo che stato posto delle colonne, sara il vero adonque le piramide saranno equale

come

come in la settima di questo è stato dimostrato, adonque etiam le colonne saranno equale, cōciosia che quelle siano el treppio alle sue piramide, per laqual cosa è manifesto la seconda parte di quello che fu proposto.

Di ogni due colonne laterate simile, la proportione di l'una a l'altra è si come del lato al suo relatiuo lato la proportione triplicata.

Se le colōne sarāno simile (per la diffinitione di corpi simili,) la basa di quelle & le altre superficie circondante quelle saranno simile: E per tanto siano diuise le base di quelle in triangoli simili & di numero equali, si come la decima ottaua del sesto propone esser possibile, & quelle colonne siano diuise in seratili stanti sopra quelli triangoli, adonque studia di prouare li seratili, di l'una esser simili alli seratili di l'altra: cadauno al suo relatiuo, laqual cosa facilmente approuerai, per el presupposito: & per la sesta, & quarta, & quinta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile: & per la diffinitione di corpi simili, & prouato questo, per la trigesimasesta del undecimo, la proportione di cadauno di seratili di vna, al suo relatiuo seratile di l'altra, sarà si come la proportione del suo lato al lato di quello, triplicata. Et perche la proportione de tutti li lati è una medesima: conciosia che tutti li seratili di vna siano simili alli suoi seratili relatiui di l'altra, Seguita, per la undecima del quinto, che sia una medesima proportione di tutti li seratili di una alli suoi seratili relatiui di l'altra: per laqual cosa, per la decima terza del quinto la proportione che è del seratile di una al suo seratile relatiuo di l'altra, quella medesima & de tutti tolti insieme alli tutti tolti insieme: & perche tutti li seratili di l'una, & di l'altra tolti insieme compongono le colonne, & li lati relatiui di seratili, sono li lati relatiui delle colonne (per la. 11. del quinto) è necessario che la proportione delle colonne sia come la proportione triplicata di suoi lati relatiui che è il proposito.

Correlario.

Da queste cose certamente è manifesto anchora che le piramide simili che hanno le base de molti angoli fra loro sono in treppia proportion della proportione di lati delle medeme perche diuise quelle in piramide che habbiano le base triangolare perche le base poligonie simile, per la decimanona del sesto, se diuidone in triangoli simili, & in equal multiplicità, & della medema proportione di tutti sarà si come vna delle piramide che ha la basa triangolare in l'una a quella a se relatiua che ha la basa triangolare in l'altra piramide, & così e tutte le piramide che hāno le basa triāgolare che stāno in l'una a tutte le piramide che hāno la basa triangolare che stanno in l'altra per la duodecima del quinto, & questo è quella medesima piramide che ha la basa poligonia, alla piramide che ha la basa poligonia, & la piramide che ha la sua basa triangolare alla piramide che ha la basa triāgolare è in treppia proportione de la proportione di lati delle

medesime

medesime per la precedente, adonque & quella che ha la base poligonia a quella che la base similmente poligonia ha treppia proportione, che e il lato al lato.

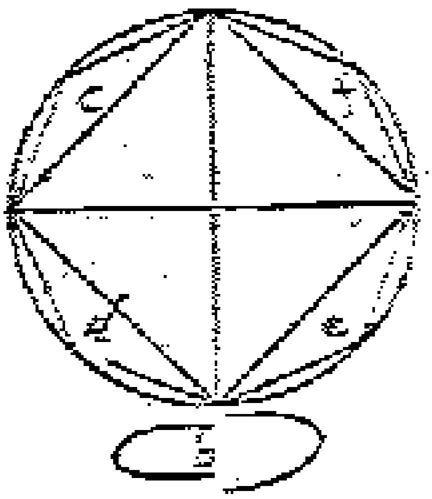
Il Tradutore.

La soprascritto correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el qual conclude quello che fu interposto in principio, ideo &c.

Theorema. 9. Propositione. 9.

Ogni colonna rotonda s'approua esser treppiata alla sua piramide.

Sopra il cerchio, a, sia inteso una colonna et una pyramide tretta, secondo una medesima sua altezza, Et siano dette, equiuoce, quella pyramide et la colonna, & il cerchio di uno medesimo nome cioe, a, Dico adonque che la colonna, a, e treppia alla piramide, a, la proportione della quale e perche la no puol esser ne maggiore ne minore che treppia. Perche primamente, si possibile e, sia maggiore che treppia in la quantità del corpo, b, talmente che se'l corpo, b, sia cauato fuora della colonna, a, el residuo di quella sarà treppio alla piramide, a. Sia adonque inscritto un quadrato in lo cerchio, a, sopra il quale siano descritti duoi seratili equalmente alti alla colonna, a, di quali duoi seratili tolti insieme e manifesto che sono piu della mità di la colonna, a, si come e manifesto esso quadrato essere piu della mità del cerchio. a. Perche se da questi seratili saranno compiuti li solidi paralellogrammi di quali essi sono la mità de essa colonna sarà parte di essi solidi tolti insieme, & da puoi sopra li lati del quadrato inscritto descriverò quattro triangoli de duoi lati equali, in le portione del cerchio delle quale portioni, li lati dello quadrato sono corde, diuisi li archi di quelle portioni in due parti equali, & siano quelli triangoli, c, d, e, f, sopra li quali etiam erigerai li seratili alla altezza della colonna, a, & e manifesto che questi seratili sono maggiore della mitade delle portioni delle colonne stante sopra le portioni del cerchio si come etiam li triangoli sono maggiori della mità delle portioni del cerchio. Et questo sia fatto tante volte per fina a tanto, che per la prima del decimo, l'aduersario sia constretto a confessare le portioni delle colonne tolte insieme essere meno del corpo. Hor ponimo adonque che sia la colonna laterata ortogona laqual compone tutti li seratili tolti insieme di quali le base sono li triangoli diuidenti lo poligonio inscritto in lo cerchio. a. maggior del trepio della piramide rotonda. a. & perche essa colonna laterata e treppia alla sua piramide si come è stato dimostrato in quelle propositioni che sono state aggionte in la precedente, seguita, per la seconda parte della decima del quinto, che la piramide rotonda, a, sia minor della la piramide laterata della colonna laterata della qual la basa e lo poligonio inscritto in la basa della piramide rotonda, a, laqual cosa e impossibile, perche la piramide



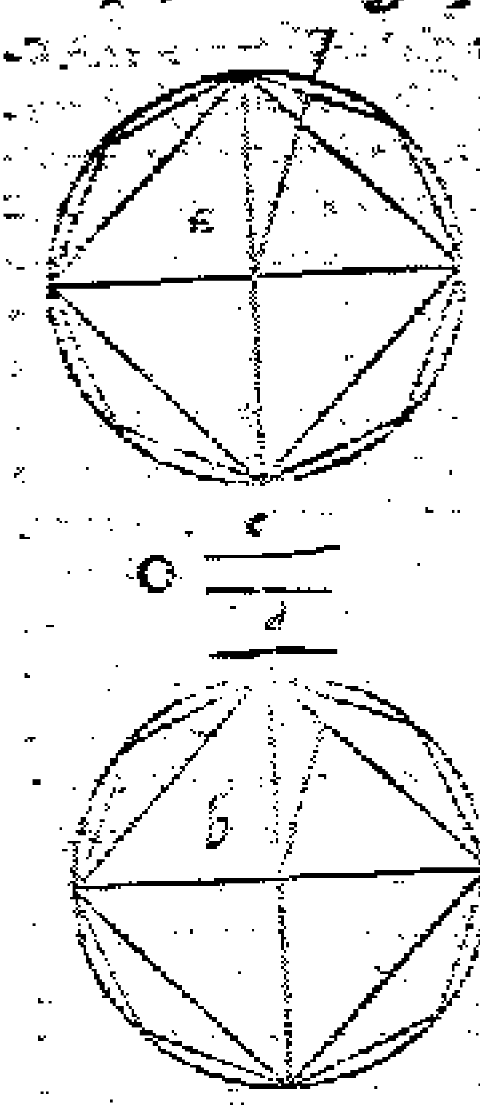
ramide laterata è parte di essa pyramide retonda. Adonque la pyramide .a. non è meno della terza parte della sua colonna, ne etiam è piu della terza parte. Perche (se egliè possibile) sia la pyramide .a. piu della terza parte della colonna .a. in la quantita del corpo .b. talmente che detratto il corpo .b. della pyramide .a. lo residuo di essa pyramide sia la terza parte della colonna .a. (Dico adonque si come prima) dalla pyramide .a. sia inteso esser detratta la piramide laterata a se equalmente alta, la basa della quale sia il quadrato inscritto in lo cerchio .a. la qual piramide laterata è manifesto esser piu della mitade della piramide retonda. Similmente del residuo della piramide .a. un'altra uolta sia intese esser detratte le piramide equalmente alte constituide sopra li triangoli .c. d. f. liquali sono in le portione della basa, & questo sia fatto tante uolte (per la prima del decimo) che dalla piramide .a. remanga meno del corpo .b. Adonque la piramide laterata (sopra stante allo inscritto poligonio) laquale compongono le pyramide laterate detratte dalla retonda piramide sarà maggiore della terza parte della colonna .a. Et perche questa piramide laterata (come è prouado in le precedente) e la terza parte della sua colonna laterata .a. finalmente seguita (per la seconda parte della decima del quinto) la colonna retonda .a. esser minore della colonna laterata della medesima altezza : la basa della quale e il poligonio inscritto in la basa della retonda piramide. Et questo è impossibile : perche questa colonna laterata è parte della colonna retonda. Conciosia adonque che la colonna retonda non possi esser meno del treppio della sua piramide ne etiam piu. sarà necessariamente treppia à quella che è quello che uolemo demostrare.

Theorema. 10. Propositione. 10.

10 La proportione di l'una a l'altra di ogni due piramide retonde simili, &
12 colonne retonde simili è si come la proportione triplicata del diametro della sua basa al diametro della basa di l'altra.

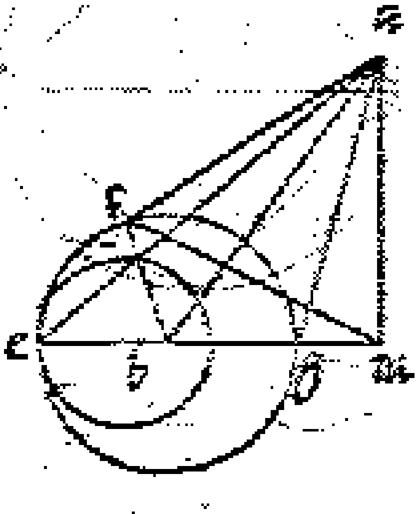
Siano li duoi cerchii .a. & .b. sopra li quali siano constituide due piramide retonde simile & due colonne retonde simile & siano detti li cerchii, & le piramide, & le colonne, & li diametri di cerchii, da questi nomi .a. & .b. equiuoce. Dico adonque che la proportione delle due piramide .a. & .b. & delle due colonne .a. b. e si come la proportione triplicata di dui diametri .a. et .b. & se questo delle piramide uien concesso, etiam quello delle colonne sarà manifesto (per la decimaquinta del quinto) iusta che ogni colonna retonda (per la precedente) sia treppia alla sua piramide. Et questo delle pyramide, sarà manifesto per la demostratione che induce a l'impossibile. perche (per quella comuna scientia posta in el principio della demostratione della seconda di questo 12. lib.) la proportion ch'è del diametro .a. al diametro .b. triplicata, la medesima è della piramide .a. ad alcun corpo. Adonque sia quel tal corpo .e. del qual dico che quello nõ puol esser minor ne magior della piramide .b. sia primamente minor (se sarà possibile) in la quantità del corpo .d. talmente che i duoi corpi .e. et .d. tolti insieme siano quanto la piramide

mide.b. Adonque (si come in la seconda parte della proposta) dalla pyramide,b, sia
detratta la pyramide laterata equalmente alta la basa della quale sia il qua-
drato inscritto in el cerchio,b,& dal residuo di quella, siano detratte le piramide
della medesima altezza sopra li triangoli delle portione del cerchio.b. e cō
que sia fatto questo tante volte per fin a tanto che se constringa l'aversario a cōfessare
(per la prima del 10.) che lo residuo della piramide.b. sia minore del corpo.d. (&
el mura scientia) la laterata piramide, che cōpone le partiale piramide detratte sa
rà maggiore del corpo,c, adonque sia inscritto in lo cerchio.a. uno poligonio simi
le a quello che è basa della piramide laterata detrata dela piramide,b,& alli ango
li di quello poligonio inscritto in lo cerchio.a. tira le linee dal cono della piramide,
a, compiendo sopra a quello poligonio, la piramide laterata equalmente alta alla pi-
ramide rotonda,a. Adonque studia di demonstrare questa esser simile alla pira-
mide laterata detratta dalla piramide rotonda.b. laqual cosa farai per questo mo
do. in l'una et l'altra piramide tu erigerai la ssis di quella laquale (per la diffinitio
ne) sarà la linea continuante le vertice over cima della piramide con il cētro di la
basa,& sarà perpendicolare alla basa,& dapoi delli cētri delle base in l'una &
l'altro cerchio trazerai semidiametri a tutti li angoli li duoi poligoni inscritti, e
manifesta che (per la diffinitione delle piramide rotonde simile) la proportione del
assis dell'una a la ssis di l'altra, sia si come del diametro della basa di l'una al dia-
metro della basa di l'altra. E però etiam (per la decimaquinta del quinto: &
per la equa proportionalità) si come della mità del diametro alla mità del diame
tro,& sono tutti li angoli (che contiene le assis) in l'una & l'altra (con li semidia
metri) equali (per la sesta propositione del sesto libro, et per la quarta del medesimo,
per la diffinitione delle superficie simile, et per la diffinitione di corpi simili) e ne
cessario che la piramide laterata,a, sia simile alla piramide laterata.b. per laqual
cosa, per la propositione aggionta alla ottava di questo, la proportione della pira
mide laterata,a, alla laterata,b, è si come la proportione triplicata del lato di l'u-
na al suo relativo lato di l'altra et però etiam si come del diametro.a. al diametro
b. triplicata. Et per tanto anchora si come della piramide rotonda.a. al corpo.c.
(per la undecima del quinto) per laqual cosa permutatamente, la proportione del
la piramide laterata.a. alla piramide rotonda.a. sarà si come della piramide la-
terata,b, al corpo,c,& perche la piramide laterata,b, è maggiore del corpo,c, la
piramide laterata.a. sarà maggiore della piramide rotonda,a, laqual cosa e im-
possibile essendo parte di quella. Adonque il corpo,c, non è minore della pirami
de rotonda.b. Resta adonque di provare che'l non puo esser maggiore. Per se lo
aversario dicesse quel esser maggiore all'hora sia arguido (per la conversa propor
tionalità) la proportione del diametro,b, al diametro,a, triplicata esser si come del
la piramide rotonda.b. ad un'altro corpo il quale sia,d, Et perche (dal presuppo
sito) el corpo,c, è maggiore della piramide rotonda.b. seguita (per la decimaquar
ta del quinto, che la piramide rotonda,a, sia maggiore del corpo.d. Adonque ar
gumentando come prima sottrahendo el corpo,d, alla piramide rotonda,a, et ri-
manga il corpo,e,& seguitar come prima. Adonque la proportione della pira-

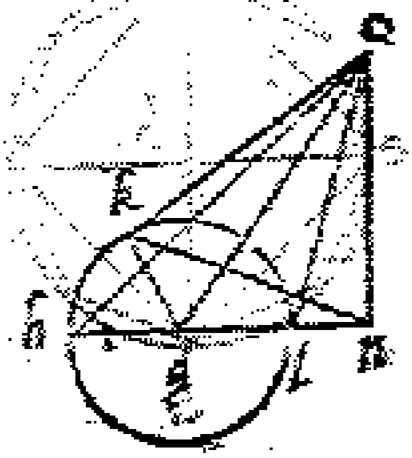


mide, b, al corpo che è minore della pyramide rotõda, a, cioe el, d,) è si come la proportione triplicata del suo diametro .b. al diametro dell'altra, & questo è impossibile. Perche hauemo dimostrato seguir che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque concluso che il corpo .c. nõ possi esser minore ne maggiore della pyramide rotõda, b, necessariamẽte sarà alei equale. E per tanto per la seconda parte della settima del quinto è manifesto il proposito. Ma il processo di questa demonstratione a mi manifesta solamente esser necessario a quelle colonne et â pyramide rotõde delle quale le assis stanno perpendiculare alle sue base. Perche tale furono diffinite in el principio del undecimo, niente dimeno concludo che la passione dimostrata in questo loco conuenga communamente a tutte le colonne rotõde simile, & alle piramide rotõde simile cosi quando le assis saranno erette orthogonalmente sopra le sue base, ouero quando sopra quelle saranno inclinate, & per causa di differentia sono chiamate queste colonne, & pyramide rotõde delle quale le assis stanno orthogonalmente sopra le base erette. Et le altre sono dette inclinate. Et perche in el principio del undecimo nõ foron state diffinite le colonne, ouer pyramide rotõde saluo solamẽte quelle che sonno erette, & queste per il mouimento del parallelogrammo rettangolo: & quelle per il mouimento del triangolo rettangolo. Et pero hauemo iudicato esser conueniente diffinire le colonne rotonde & le pyramide cõ diffinitioni (communamente vniuoce) conuenienti alle colonne rotõde, & pyramide erette & inclinate. Adonque quando fuora della superficie di vno cerchio si segnarà un ponto el quale sia continuato con vna linea retta con la circonferentia di esso cerchio se quella tal linea dal põto segnato stante fermo e fissa sia circondutta per la circonferentia del detto cerchio per fina a tanto che ritorni al loco doue incominciarà a mouersi el corpo che sarà contenuto dalla curua superficie che descriuerà questa tal linea con el suo mouimento, & dal cerchio al qual è circondutta lo chiamo pyramide rotonda, & lo cerchio al quale è circondutta questa linea lo chiamo basa di quella pyramide, & lo ponto signato fora della superficie del cerchio lo chiamo cono della pyramide & la linea retta continuante il cẽtro della basa con il cono della pyramide la chiamo assis ouer saetta della pyramide. Et quando che questa saetta sarà opposta erette alla basa. Dico la pyramide esser erettata quãdo sarà declinata dico esser la pyramide inclinata. Ma quando saranno duoi cerchi equali e disformi in due superficie equidistante, li quali vna piana superficie transeunte per li centri di quelli li segarà & le due relatiue settioni delle due circonferentie di essi cerchi serano continuate per linee rette. Se questa linea sia circondutta a le circonferentie diessi cerchij equidistantemente al loco del quale incomincioria a mouersi, o fina a tanto che la retorni al loco suo. El corpo che è contenuto dalla superficie curua (che descriue questa linea nel moto suo) & dalli dui proposti cerchij: lo chiamo colonna ritonda, lo assis, ouer sagitta della quale è la linea retta cotinuante li centri delli dui cerchij. Et quando questa sagitta sarà perpendicolare alla superficie di l'uno e l'altro di dui cerchij, dico la colonna esser retta, & quando sarà inclinata sopra la basa, dicono tal colonna esser inclinata. & quando saranno due pyramide ritonde, ouer colonne dalle base delle quale per l'assis uscissano due superficie ortogonalmente erette sopra le base di quelle & li anguli che contiene le commune settioni di quelle superficie, & delle base, con le assis, saranno fra lo ro equali, & la proportione della assis di l'una al assis dil'altra, sarà si come del la mità del diametro di la basa dil'una alla mità del diametro della basa di l'altra. All'hora quelle due pyramide fra loro, ouer quelle due colonne fra loro si dican esser simile. Poste queste diffinitioni egli è da dimostrare che de ogni due pyramide ritonde simile, ouer colonne ritonde simile, ouer se seranno rette ouer inclinate la proportione di l'una a l'altra e si come la proportiõ triplicata del diametro della basa di l'una al diametro della basa dil'altra laqual cosa delle rette sole è stato dimostrato, & questo mandamo auanti uno antecedente necessario.

10 Se seranno due piramide ritonde fra lor simile, delle quale due & due superficie piane segano l'una e l'altra di quelle sopra lo assis e che l'una de quelle due superficie in l'una e l'altra piramide sia orthogonalmente eretta sopra la basa di quella, & li archi delle base contenuti fra quelle due superficie simili, li anguli che contiene le assis & le due commune settioni delle base e di quelle superficie che sono state poste non orthogonalmente erette sopra le base seranno fra loro equali.

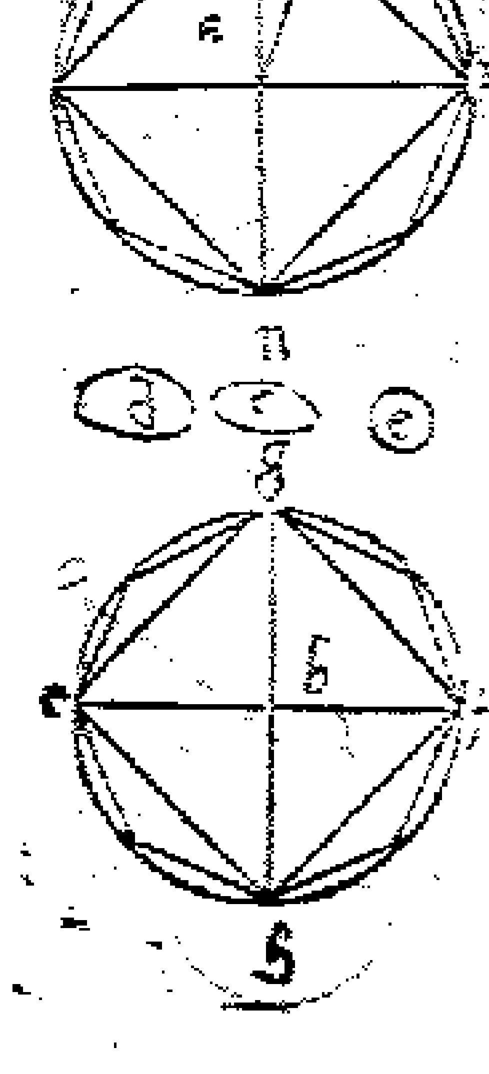


Sia le due pyramide ritonde, a, b, & c, d, delle quale le base sono li cerchij, e, f, g, et h, K, l, et le assis le due linee, a, b, & c, d, & li diametri delle base, e, g, & h, l, li centri delle base sono li dui ponti, b, & d, li coni delle pyramide, a, & c, simile fra loro, & dalli coni di quelle, siano protratte due perpendicolare, come insegna la undecima del undecimo, alla superficie delle base le quale sono, a, m, & c, n, & siano continuate li ponti, m, & n, con li centri delle base protratte le linee b, m, & d, n, & la superficie, a, b, m, laqual vien fora dello assis, a, b, per la 18. del. 11. sara eretta sopra la basa della pyramide ortogonalmente, per lo medesimo modo la superficie, c, d, n, laqual vien fora dello assis, c, d, sarà eretta orthogonalmente sopra la basa della pyramide,



 ramide,

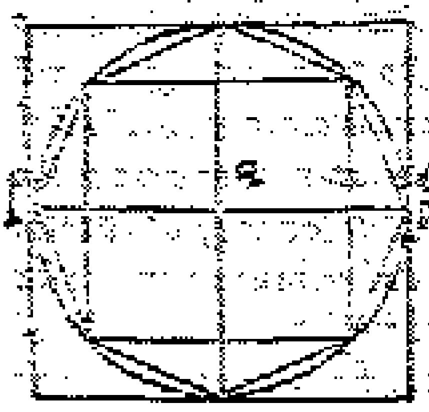
ramide, c, d, e per tanto li due archi, f, g, et, K, l, siano simili: & siano intese le due superficie, a, b, f, c, d, K, uegnir fuora da li assis, & segar le pyramide, a, b, & c, d, simile. Dico adonque li duoi angoli, a, b, f, c, d, K, esser fra loro equali, & per dimostrar questo siano protratte le due linee, f, m, & K, n, adonque perche le due pyramide, a, b, & c, d, sono simile, & le due superficie, a, b, m, c, d, n, che stanno orthogonalmente sopra le base uegnono fuora delle assis di quelle, & (per la diffinitione delle piramide simili l'angolo, a, b, m, sarà equale al angolo, c, d, n, & perche (dalla diffinitione delle linee perpendicolarmente erette sopra una superficie) l'uno & l'altro di due angoli, a, m, b, c, n, d, eretto, (per la. 32. del primo & per la. 4. del 6. li duoi primi angoli, a, b, m, & c, d, n, saranno de lati proportionali cioe che la proportione della linea, a, b, alla linea, c, d, sarà si come della, b, m, alla, d, n, et si come dalla, a, m, alla, c, n, & perche (dalla diffinitione delle pyramide simile) la proportio del assis. a. b. al assis. c. d. e si come del mezzo diametro. b. f. al mezzo diametro. d. K. per la. 11. del quinto la proportione del, b, f. al, d, K, sarà si come della, b, m, alla, d, n, & conciosia che li duoi angoli, f, b, m, & K, d, n, siano equali imperoche li duoi archi, f, g, et. K. l. sono simili, dal presupposito, la proportione della, f, m, alla, K, n, per la sesta & quarta del sesto, sarà si come della, b, m, alla, d, n, E pero et si come della, a, m, alla, c, n, et perche un'altra uolta, dalla diffinitione delle linee perpendicolarmente erette sopra una superficie, l'uno e l'altro di duoi angoli. a. m. f. c. n. K. eretto, per la 6. e. 4. del 6. la proportione della. a. f. alla. c. K. sarà

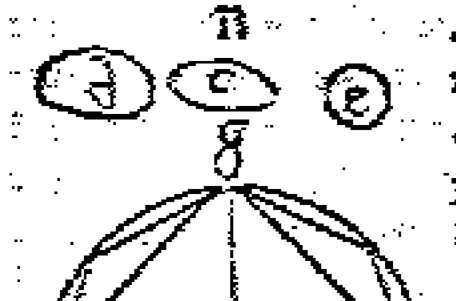


si come della. a. m. alla. c. n. e pero, per la undecima del quinto, si come dalla. a. b. alla. c. d. et si come della. b. f. alla. d. K. Adonque, per la quinta del sesto, li duoi angoli. a. b. f. et c. d. K. sono fra loro equali ch'è il proposito il medesimo facilmente prouerai delle colonne rotonde simile. adonque per questo che stato dimostrato dico che ogni due pyramide rotonde simile siano come si uoglia, ouer erette ouer inclinate. la proportione di l'una a l'altra. e si come la proportion triplicata del diametro della sua basa al diametro della basa di l'altra. Perche essendo come prima le due pyramide rotonde, a, et, b, delle quale le base sono li cerchii, a, et, b, et li diametri di quelli siano ancora, a, et, b, et sia la proportione della pyramide, a, al corpo, c, si come la proportione triplicata del diametro, a, al diametro, b, adonque il corpo, c, non sarà minore ne maggior della pyramide rotonda. b. Et per demostrar questo sia, se possibile e minor. sia la quantità del corpo, d, talmente che li duoi corpi, c, & d, tolti insieme siano quanto la pyramide rotonda, b, Adonque dalla assis della pyramide, b, sia produtta una superficie che sia eretta orthogonalmente sopra il cerchio, b, Et sia la commune settione di questa superficie & del cerchio, b, la li nea, e, f, trãsẽte per il cerchio, b, laquale sarà diametro del cerchio, b, & dẽtro del cerchio, b, sia protratto un'altro diametro segãte questo primo orthogonalmẽte elquale sia, g, h, E cosi in lo cerchio, b, sia inscritto lo quadrato, e, g, f, h, Et dal la piramide rotonda, b, sia inteso esser detratta la piramide laterata la base della quale e il quadrato inscritto in lo cerchio, b, laquale come di sopra e stato prouato sarà maggiore della mità della piramide rotonda. & dal residuo di quella sia no detratte le piramidette di quella medesima altezza state sopra li triãgoli delle portioni del cerchio, b, & sia fatto questo tãte uolte per fina a tanto che'l residuo della piramide rotonda, b, sia minore del corpo, d, per la prima del decimo, & per la concettione, la piramide laterata detratta laquale componeno le piramide laterate partide detratte sarà maggiore del corpo. c. Adonque al presente sia produtta dal assis della piramide, a, un'altra superficie che sia orthogonalmẽte eretta sopra il cerchio, a, Et la linea, k, l, sia la commune settione di questa superficie, & del cerchio, a, laquale per questo sarà diametro del cerchio, a, Et sia protratto in el cerchio, a, un'altro diametro segante questo primo orthogonalmẽte elqual sia, m, n, et cosi sia inscritto in lo cerchio, a, lo quadrato, k, m, l, n, Et diuidendo li archi delle portioni del cerchio, a, in due parti equali componendo in lo cerchio, a, un poligonio simile a quello che e inscritto in lo cerchio, b, & a cadauno angolo di questo poligonio protrahe le linee rette dal cono della piramide, a, compiendo sopra quel poligonio la piramide laterata equalmente alta alla piramide, a, e tu prouerai questa piramide laterata esser simile alla piramide detratta della piramide rotonda, b, laqual cosa farai in questo modo produrai cõ la cogitatione ouer in atto li axis di l'una e l'altra in l'una e l'altra piramide, a, & b, & dalli centri delle base protrarai le linee rette a tutti li angoli di poligoni inscritti, & per lo premesso antedecente, tutti li angoli che contiene lassis della piramide, a, con cadauna di quelle linee dutte dal centro del cerchio, a, alli angoli del poligonio inscritto in quello saranno equali alli suoi angoli relatiui che contiene lassis della piramide, b, cõ cadauna delle linee dutte dal centro del cerchio, b, alli angoli del poligonio e se inscritto e perche per la diffinitione delle piramide rotonde simile, la proportione del assis della piramide, a, al assis della piramide, b, e si come del semidiametro del cerchio, a, al semidiametro del cerchio, b, seguita, per la. 6. et 4. del sesto & per le diffinitioni delle superficie & di simili corpi, che le due piramide laterate, a, & b, siano simile tutte le altre cose argüisse si come per auanti in la decima. adonque e manifesto de tutte le piramide rotonde simile che la proportione di quelle sia si come di diametro delle sue base triplicata, e perche ogni colonna rotonda e treppia alla sua piramide perche questo è stato dimostrato sufficientemente o siano le colonne & sue piramide erette ouer inclinate seguita, per la. 15. del. 5. che etiam la proportione di qual si uoglia colonne rotonde simile sia si come quella di suoi diametri triplicata.

Theorema. 11. Propositione. 11.

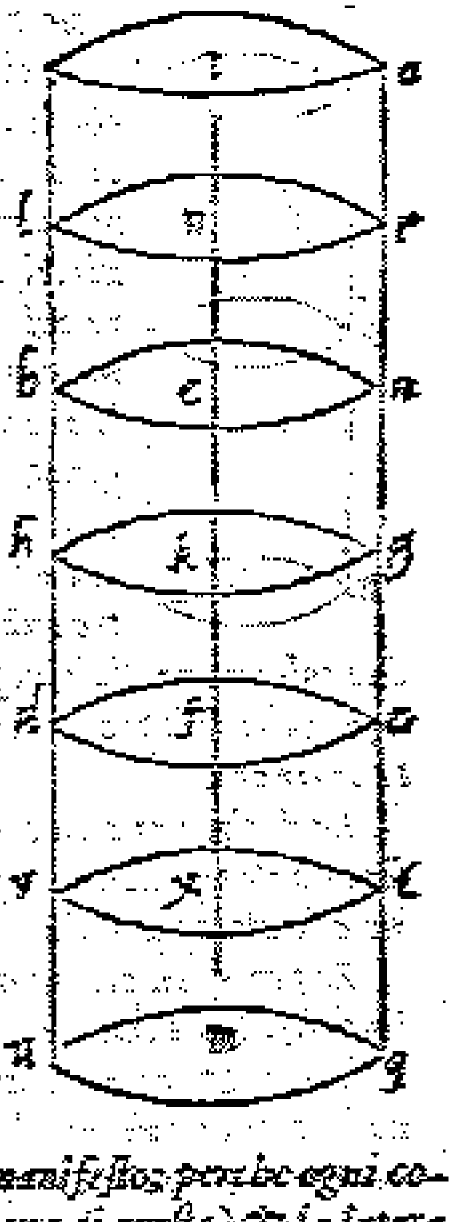
11 Ogni due piramide rotonde ouer colonne equalmẽte alte e necessario esser
11 proportionale alle sue base.





Sopra li duoi cerchi,a,& b,si imaginino esser fatte per maniera due piramide rotonde equalmente alte le quale siano dette similmente,a,& b,etiam due colonne rotonde equalmente alte assignate dalle medesime lettere,a,& b,dico adonque che la proportione delle due pyramide,a,& b, delle due colonne,a,& b, è si come di duoi circoli.a.& b se primamente, questo delle pyramide sara demostrato etiam quello delle colõne sarà manifesto,perche ogni colõna rotõda è tripla alla sua pyramide , ma questo delle pyramide sarà manifesto per dimostratione indiretta in questo modo,perche,per commune sciẽtia,la proportione della pyramide rotonda.a.ad alcun corpo c si come del cerchio.a.al cerchio.b.sia quel corpo.c. Dico adonque che'l corpo.c.non puol esser maggiore ne minore della pyramide rotonda.b. perche se possibile è sia primamente minore in la quãtità del corpo.d.adunque sia inscritto uno quadrato in lo cerchio.b.& sia detratto dalla pyramide rotonda.b.la pyramide laterata, della quale la basa sia el quadrato inscritto lo cerchio,b,e dalle portione della pyramide siano detratte le pyramide che stanno sopra li triangoli delle portioni del cerchio,e questo sia fatto tãte volte per fina a tãto che il residuo della pyramide,b, sia minor del corpo,d,& le pyramide laterata detratte che compone le pyramide partiale detratte, sarà maggiore del corpo.c.adonque in lo cerchio a.sia descritto un poligonio simile a ql poligonio che è basa della pyramide laterata,b, & sopra quello sia compida una pyramide laterata,ducte le linee dalla vertice della pyramide laterata.a.alli angoli del poligonio inscritto,& le due pyramide laterate.a.& b.seranno equalmente alte i perche questo è il proposito delle rotõde,per laqual cosa la proportione della pyramide laterata.a.alla pyramide laterata.b.e si come di la sua basa alla basa di quella che sie come del poligonio.a.al poligonio.b.& questo è stato dimostrato in la sesta di questo,& del poligonio.a.al poligonio.b.e si come del cerchio.a.al cerchio.b.laqual cosa è manifesta,per la prima & seconda di questo. Adonque della pyramide laterata.a.alla pyramide laterata.b.e si come della piramide rotonda,a, al corpo.c.per laqual cosa permutatamente della piramide laterata,a, alla pyramide rotonda,a,e si come della pyramide laterata.b.al corpo.c.& concioſia che la pyramide laterata.b.sia maggiore dil corpo.c.seguita la piramide laterata.a.esser maggiore della piramide rotõda.a.& q̃sto è impossibile pche lei è parte di q̃lla,adõque el corpo c.non sarà menore della piramide rotonda.b.Ma se l'adversario ponerà che sia maggior demostreremo un'altra volta cõseguir il medesimo impossibile perche,p la cõversa proportionalità,la proportione del corpo,c,alla piramide rotonda,a,sarà si come del cerchio,b,al cerchio,a,sia anchora la medesima della pyramide rotonda,b,ad alcun corpo el qual sia,d, Conciosia adonque che'l corpo,c,sia maggiore della pyramide rotonda,b,(per el presupposito la pyramide rotonda,a,(per la decimaquarta del quinto) sarà maggiore del corpo,d, adonque la proportione del cerchio,b,al cerchio,a,sarà si come della pyramide rotonda,b,ad alcun corpo menor della pyramide rotonda,a, Ma questo è stato dimostrato per avanti esser impossibile, perche così seguita che la parte sia maggiore del suo tutto. Adunque il corpo,c,non è ne menore ne maggiore della pyramide rotonda,b,ma solamente equale.(per la nona (della seconda parte della seconda del quinto) conclude il proposito) Ma accio che piu facilmente esser mamente sia dimonstrata la propositione che seguita egli è necessario di mandare avanti uno antecedente a quella utile el quale è questo.

11 Se una superficie segarà alcuna colonna rotonda equidistantemente alla
13 basa di quella,li duoi corpi partiali liquali terminano a quella superficie saranno proportionali alle parti de l'assis della colonna.



Questa è simile a quella che se propose in la vigesimaquinta del undecimo libro di solidi paralellogramidarij similmente questo delle colonne rotonde e li piramidi piu presto simplicemente de tutte le sorte colonne o siano laterati over rotonde, laqual cosa (tenendo fermamente la argumentatione di la prima del sesto) over della vigesimaquinta del undecimo) facilmente porrà dimostrare, perche in questo le occorra altramente che in quello egli è di argumentare il proposito per la diffinitione della medesima proportionalità laquale è posta in el principio del quinto libro.) Ma bisogna advertire che qualunque superficie sega una colonna equidistante alla basa di quella: sega etiam quella equidistantemente alla superficie opposita alla basa di quella, perche ciascune superficie, lequale siano equidistante a una medesima superficie, quelle anchora sono fra loro equidistante come intendesti da quelle cose che sono state dette sopra la decimasesta del undecimo libro. Per laqual cosa è manifesto che tutte le colonne rotonde delle quale le base sono equale sono proportionale alle sue altezze. Il medesimo anchora delle laterate & similmente anchora delle piramide rotonde etiam delle laterate, laqual cosa essendo provato prima delle colonne delle piramide sarà manifesto: perche ogni colonna è treppia alla sua piramide la rotonda (per la nona di questo) & la laterata per quelle cose che sono state dimostrate di sopra in la ottava.

Il Tradottore.

Di questa soprascritta parte, laquale pare che sia una aggionta del commentatore, nella seconda tradutione. L'Autore ne fa due propositione lequale l'una è la decimaterza & l'altra e la decimaquarta. Et per la detta decimaterza figuralmente adusse la colonna, a, d, segata dalla superficie, g, h, equidistantemente alle due base cioe alle due base, a, b, & c, d, & conclude il medesimo che se fa nella soprascritta agionta cioe che si come che e la colonna partiale, b, g, all'altra colonna partiale, g, d, cosi sarà laxis, e, K, al axis, K, f, & per dimostrar tal cosa el vole che sia alongato da l'una & l'altra parte laxis, e, f, per fina in li ponti, l, m, & di quelle vol che ne sia tolte quante parte ne pare equale alla sua conterminale poniamo le due, e, n, & n, l, equale alla parte, e, K, & cosi le due, f, x, & x, m, over piu, equale alla, f, K, & similmente el vole che per li ponti, l, n, & x, m, sia estese le superficie, p, o, s, r, t, y, q, u, equale & equidistante alle, a, b, & c, d, & vole che siano intesi le colonnette partiale, p, r, r, b, d, t, t, u, Et perche le axis, l, n, n, e, e, K, sono fra loro equal adonque le partiale colonne, p, r, r, b, b, g, per la undecima, sono equale fra loro & similmente sono di equal multiplicita alla colonna, b, g, si come laxis, K, l, al laxes, e, K, Et per le medesime ragioni se die intendere della colonna, a, g, alla colonna, g, d, esser cosi multiplice como che e laxis, m, K, al axis, K, f, et perche se laxis, K, l, sarà equale al axis, K, m, etiam la colonna, p, g, sarà equale alla colonna, g, x, & se sarà maggiore sarà maggiore & se sarà menore sarà menore, per ilche, per la diffinitione della quantita proportionale cioe per la sesta diffinitione del quinto, se conclude che le quatro quantità sono proportionale cioe le due axis, e, K, & K, f, e le due colonne partiale, b, g, & g, d, che è il proposito. Et bisogna notar che quella figura che di sopra chiamamo colonna nella predetta seconda tradutione e detta cylindro.

La decima quarta propositione propone che li coni etiam li Cylindri che siano sopra base equale che la proportione de l'uno a l'altro & si come la altezza di l'uno alla altezza di l'altro.

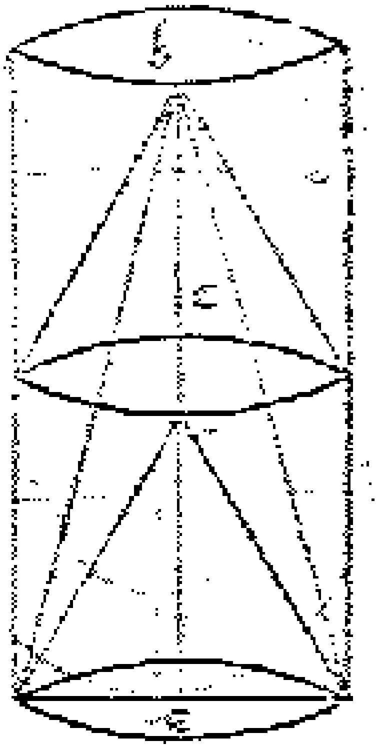
Et per essempio figuralmente sia sopra le due base, a, b, & c, d, equale. Li dui cylindri, f, d, e, b, Dice che il cylindro, e, b, al cylindro, f, d, e si come la axis, g, h, al axis, k, l, & per dimostrar tal cosa vol che sia estesa over alongata la axis, K, l, per fina in ponto, n, talmente che la, l, n, sia equale alla axis, g, h, & a torno al axis, l, n, vol che se gli intenda il cylindro, c, m, poi arguisse in questo modo. Adonque che li dui cylindri, e, b, & c, m, sono di equal altezza e sopra base equale, per la. 11. di questo, sono fra loro equali, & perche il cylindro, f, m, e segato dal piano, c, d, equidistante

tenente

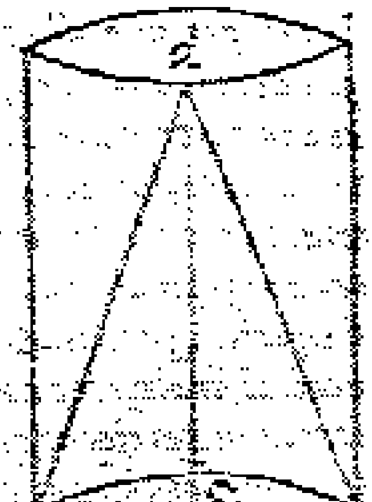
temente alle due base opposite adonque, per la precedente, si come è il cilindro, c.m. al cilindro f.d. cosi e la axis l.n. alla axis K l. Et perche el cilindro c.m. e equale al cilindro e.b. & la axis l.n. alla axis g.b. Adonque si come e il cilindro, e.b. al cilindro f.d. cosi e la axis g.b. alla axis K l. & si come il cilindro e.b. al cilindro f, d, cosi e il cono a.g.b. al cono c.K.d. perche li cilindri de quelli sono tripli di detti coni, per la nona di questo, adonque, per la undecima del quinto, si come la axis, g, b, al axis, K, l, cosi e il cono, a, b, g, al cono, c, d, K, & lo cilindro, e, b, al cilindro, f, d, che e il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 12.

12 Se due piramide rotonde over colonne seranno equale le sue base sara tra
15 mutue alle sue altezze, & se le sue base, & altezze saranno mutue quelle piramide, over colonne e necessario esser equale.



Le linee che discendeno dalla ponta alle base perpendicolarmente determinano la altezza della piramide: & delle colonne dalle superficie supreme di quelle alle base, siano adonque le due piramide rotonde, a, b, & c, d, equale, & le due colonne rotonde, a, b, & c, d, equale: & siano le commune base si delle piramide come delle colonne li duoi cerchij, a, & c, anchora le commune altezze si delle piramide come delle colõne, siano determinate per le due linee, a, b, & c, d. Dico che la proportione del cerchio, c, al cerchio, a, è si come della altezza, a, b, alla altezza, c, d, & al cõtrario, & si sarà provato questo delle colõne, delle piramide sarà certo. Perche ogni colonna rotonda e treppia alla sua piramide adonque se le due altezze, a, b, & c, d, seranno equale, per la precedente, e manifesto il proposito, ma se saranno inequale sia, a, b, maggiore & sia tolto, a, e, equale alla, c, d, & sia segata la colõna, a, b, dalla superficie, e, equidistantemẽte alla base, a, di quella: & per lo premesso antecedente, la colonna, a, b, alla colonna, a, e, sara si come la altezza, a, b, alla altezza, a, e, e pero, per la prima parte della settima del quinto, la colonna c, d, alla colonna, a, e, sara si come la altezza, a, b, alla altezza, a, e, per laqual cosa, per la seconda parte della settima del quinto, si come la altezza, a, b, alla altezza, c, d, per la precedẽte, & la colonna, c, d, alla colonna, a, e, e si come il cerchio, c, al cerchio, a. Adonque, per la undecima del quinto, la altezza, a, b, alla altezza, c, d, e si come della base, c, alla base, a, adon-



que

che è manifesta la prima parte, la seconda se manifestarà (per il modo contrario, stante la medesima dispositione. Hor sia si come della basa .e. alla basa .a. cosi l'altezza .a.b. alla altezza .c.d. Dico che le due colonne .a.b. & .c.d. sono equale, perche, per la seconda parte della settima del quinto, la altezza .a.b. alla altezza .a.e. sarà si come della basa .c. alla basa .a. et perche per la precedente, la colonna .c.d. alla colonna .a.e. e si come della basa .c. alla basa .a. & per la premessa antecedente, la colonna .a.b. alla colonna .a.e. e si come la altezza .a.b. alla altezza .a.e. seguita, per la undecima del quinto, che la colonna .c.d. alla colonna .a.e. sia si come la colonna .a.b. alla medesima .a.e. adonque (per la prima parte della nona del quinto, le due colonne .a.b. & .c.d. sono equale per laqual cosa è manifesto etiam la seconda parte.

Problema .1. Propositione .13.

13/16 *Quando seranno proposti duoi cerchij circondutti sopra uno medesimo centro, egliè possibile dentro il maggiore descrivere una superficie de molti angoli de lati pari & equali laquale non tocchi il cerchio minore.*

Siano li duoi cerchij .a.b.c.d. & .e.f. circondutti sopra uno comun centro ilqual sia .g. Dico che dentro al maggior cerchio, qual sia .a.b.c.d. egliè possibile esser descritto un poligonio che sia equilatero, che niuno de suoi lati tocchi il cerchio minore ilquale è .e.f. & per far questo siano divisi questi duoi cerchij in quatro parti equali da duoi diametri fra loro segandosi orthogonalmente sopra il centro di quegli, liquali siano .a.c. & .b.d. & sia .e.f. diametro del minore, parte del diametro .a.c. che è diametro del maggiore, & cosi adonque dal ponto .e. sia dutta da l'una e l'altra banda per fina alla circonferentia del maggiore, una linea orthogonalmente sopra del diametro .e.f. laqual se incontri con la circonferentia del maggiore di qua in ponto .h. e di la in ponto .k. & per lo corellario della decimasesta del terzo la linea .h.e.k. e contingente il cerchio minore, & dapoi divide il quadrante .a.b. del cerchio maggiore in due parti equali in ponto .l. secondo la dottrina della vigesimanona del terzo, dapoi un'altra volta divide lo arco .a.l. in due parti equali in ponto .m. & conciosia che facendo questo piu volte, di necessità in pervenirai finalmente a uno arco ilquale sarà minore dil'arco .a.h. & sia in questo loco .a.m. pertioche questo è necessario, perche essendo due quantità inequale, se della maggiore di quelli sia cavado la mità di quella, & similmente dal residuo la mità egliè possibile far questo tante volte per fina a tanto che finalmente rimanga una quantità minore della minore di quelle, si come in la prima del decimo è stato dimostrato. Quando adonque, dividendo cosi, se sarà pervenuto a

uno

vno arco (quanto si voglia) minore di, a, b, del qual modo (in questo loco) se l'arco, a, m, sia tolto lo arco, a, n, equale al l'arco, a, m, & sian tratte le due linee, a, m, & , n, m, Adonque perche l'arco, a, k, è equale al arco, a, b, el quale (per la 2 parte della 3 del 3. & per la 4 del primo, & per la 28 del 3.) è manifesto. Et perche l'arco, a, n, è equale al arco, a, m, (per commune scientia) l'arco, n, k, sarà equale al arco, m, b, adonque le due linee, m, n, & , k, b, sono equidistante. Adonque la linea, m, n, non puol tocchare il cerchio, e, f, per laqual cosa molto piu forte ne la linea, a, m, puol toccar quello. Perche adonque è manifesto il cerchio, a, b, c, d, esser divisibile per archi equali al arco, a, m, e però (per la vigesimaottava del terzo insieme) è manifesto dentro di esso cerchio poster esser coapcado continuamente cordette equale alla cordetta, a, m, cordante esso cerchio di molti angoli per il che anchora è manifesto dentro il cerchio maggiore poster esser inscritto vn poligonio equilatero del quale vno lato è la linea, a, m, & perche la linea, a, m, non tocca il cerchio minore, è manifesto (per la prima parte della decimaquarta del terzo & per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro del cerchio, che lo inscritto poligonio con niuno di suoi lati tocca il cerchio minore che è il proposito. Ma tu dubitarai questo, le due linee, m, n, & , k, b, esser equidistante essendo li duoi archi, n, k, & m, b, equali, ma questo per ferma verità è proseguido per sor. e perche due linee in vno cerchio equale non si segano fra lor sue della circonferentia equali archi da l'vna e l'altra banda sieno fra esse linee saranno equidistante & per dimostrar questo dal centro, g, conduce la linea, g, o, perpendicolare alla linea, m, n, laqual segarà la linea, b, k, in ponto, q, & tira le linee, g, m, g, n, g, k, g, b, & alli duoi archi, n, k, & m, b, tirarai sotto le due corde, lequale etiam siano dette, n, k, m, b, & (per la vigesimanona del terzo) queste corde, n, k, & , m, b, seranno equale, imperoche li archi seranno equali & (per la seconda parte della terza del medesimo terzo) la linea, n, o, sarà equale alla linea, m, o, Concosia adonque che l'vno e l'altro di duoi angoli, che sono al, o, sia retto (per la diffinitione della perpendicolare) l'angolo, n, g, o, (per la quarta del primo) sarà equale al angolo, o, g, m, & (per la ottaua del primo) l'angolo, k, g, n, è equale all'angolo, b, g, m, Adonque (per commune scientia, laquale è se a cose equale tu agiongi cose equale le summe seranno equale) l'angolo, k, g, q, sarà equale al l'angolo, q, g, b, & però (per la quarta del primo) la linea, k, q, sarà equale alla linea, q, b, per laqual cosa (per la prima parte della terza del terzo) la linea, g, q, sarà perpendicolare alla linea, k, b, Adonque (per la prima parte della vigesimanona del primo) le due linee, n, m, & , k, b, sono equidistante & questo è quello dubitavi. Questo medesimo anchora se puol dimostrare per quest'altro modo. Sia dutta la linea, n, b, & (per la vltima del sesto) l'angolo, b, n, m, serà equale al angolo, n, b, k, imperoche l'arco, b, m, è equale al arco, n, k, e però (per la vigesimasettima del primo) la linea, m, n, sarà equidistante alla linea, b, k, el conuerso anchora se vorrai tu lo approuerai per lo conuerso modo, perche se la linea, m, n, è equidistante alla linea, b, k, l'arco, n, k, sarà equale al l'arco, m, b, perche (per la prima parte

della

delle vigesima nona del primo, li duoi angoli, b, n, m, & , n, h, K, saranno equali e però, per la ultima del sesto, li duoi archi, n, k, & , m, b, saranno etiam equali.

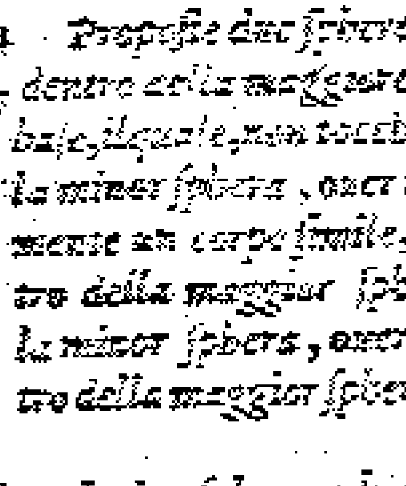
Correlario.

o Et da qui è manifesto che la perpendicolare dutta dal ponto, m, alla, a, t,
16 non tocca il cerchio.

Problema. 2. Propositione. 14.

14 Proposte due sphere che habbiano uno medesimo centro, egli possibile
17 dentro della maggiore di quelle constituire figuralmente un solido di molte
base, ilquale, non tocchi la superficie della minor sphera. Et fatto questo, se in
la minor sphera, over in qualunque altra sphera sia constituido intelligibilmente un corpo simile, la proportione del corpo de molte base constituto dentro della maggior sphera, al corpo di molte base constituto dentro della minor sphera, over altra, sarà si come la proportione treppiata del diametro della maggior sphera al diametro della minore over d'altra sphera.

Siano le due sphere, a, b, c, d, & , e, f, che habbia uno istesso cētro il quale sia, g, & sia la maggiore de quelle la sphera, a, b, c, d, & la minore la sphera, e, f, volemo dētro della maggiore di quelle cōstituire un corpo di molte base, dellequale non intendemo che quelle base siano equale over simile, ma che niuna di quelle tocchi la superficie della minor sphera. Adonque quādo volemo far questo segaremo l'una & l'altra delle due proposte sphere insieme, con una superficie piana che transisca per il commun cētro di quelle & per la diffinitione della sphera et ꝑ la diffinitione del cerchio, le cōmune settioni di q̄sta superficie segante, & delle superficie delle sphere, saranno linee contineate circoli. Adōque siano le duoi circoli, a, b, c, d, & , e, f, el cētro di quali, e il centro della sphera del quale è sta proposto che quello sia el ponto. g, Quadraremo adonque questi duoi cerchij con duoi diametri fra lor seganti orthogonalmēte sopra il comū cētro di quelli, liquali siano, a, c, & , d, b, Da poi dentro del maggior cerchio, secondo li precetti della precedente inscriuemo un poligonio equalatero, ilquale non tocchi con alcun di suoi lati il minor cerchio, & per causa di essempio, sia sufficiente hauer iscritto una figura di dodici angoli equilatera, talmēte che nel quadrante di quel maggior cerchio, el quale e, c, d, siano tre lati di q̄sta figura duodecagona, liquali siano le corde, d, h, K, h, & K, c, le quale conciosia che le sian equale. Anchora, ꝑ la prima parte della vigesimaottaua del terzo, li archi di q̄lli sarāno equali. Et da



pοi

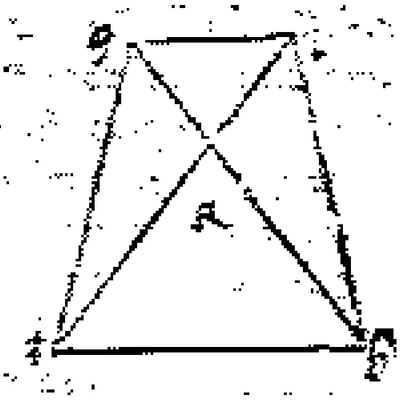
poi dalli duoi ponti .h. & .K. liquali sono le estremità delle corde di mezzo, produremo duoi diametri liquali sono .h.m. & .K.l. & sopra il cētro .g. tirando la linea .g.n. perpēdicolare alla superficie del cerchio .a.b.c.d. laqual producemo per fina a tāto che la peruenga alla superficie della maggior sphera sopra il ponto .n. & da poi intendemo quattro superficie segāti le sphere proposte, delle quale cadauna seghi quelli sopra la linea .g.n. Et la prima di quelle sopra la linea .g.n. & lo diametro .d.h. La secōda sopra la linea .g.n. & lo diametro .h.m. & la terza sopra la linea .g.n. & lo diametro .k.l. & la quarta la linea .g.n. & lo diametro .c.a. & per le diffinitioni della sphera, & del cerchio le settioni di queste superficie & della superficie della sphera maggiore saranno linee contenēti cerchi, Et le parte interiore, come fra el ponto .n. & li quattro ponti, che sono .d.h. .K.c. saranno quadranti di questi cerchij liquali quadranti sono .d.n. .h.n. & .K.n. & .c.n. e pero questo adviene imperò che tutti li angoli che contiene la linea .g.n. con cadauna linea di diametri protratti in la superficie del cerchio, a,b,c,d, sono retti (per la diffinitione) della linea perpēdicolare a una superficie, & li angoli retti in el centro se intendono sotto alla quarta parte della circonferentia laqual cosa per la ultima del sesto, evidentemente appare, & per la diffinitione di cerchij equali, è manifesto che cadauno di questi quattro cerchij è equale al cerchio, a,b,c,d, Perche il diametro di cadauno di quelli è il diametro della maggior sphera. Adonque per la decimaquinta del quinto, li quadrāti di quelli sono equali, per laqual cosa li cinque archi, liquali sono, d,n, h,n, k,n, c,n, & d,c, sono equali. Adonque in cadauno di quattro quadranti di circoli eretti siano essettade le corde ypotumisale, delle quale cadauna sia equale alla corda del cerchio prefirato, lequale sono li lati del poligonio a quel inscritto & una di quelle corde .c.d.h. & siano in el primo, d,q, q,r, & r,n, & in lo secondo, h,s, s,t, t,n, & in lo terzo, K,u, u,x, & x,n, & in el quattro siano, c,o, o,p, & p,n, & siano protratti li corausti contingenti li capi delle corde ypotumisale, lequale sono, q,s, s,u, u,o, & r,t, t,x, x,p, tu vedi adonque, alla quarta parte della mezza maggior sphera superiore, la qual quarta parte è d,n,c, esser inscritto un corpo di .9. base delle quale, le tre che se cōgiōgeno al pōto, n sono triangole & tutte le altre sono quadrangole & li lati ypothumisali di quelle quadrangole superficie sono equali ma cō equidistāti, Et li corausti, tolti fra qualūque dui cerchij, & le corde del cerchio prefirato sono fra loro equidistanti ma nō sono fra loro equale, e questo saperai se protrai perpēdicolare dalle estremità di corausti alla superficie del cerchio giacēte delle quale è manifesto chi esse cadeno sopra, li diametri di circoli, liquali corausti cōtinuano, laqual cosa facilmēte apprēderai dalle cose dimostrate in la decimaterza del undecimo, verbi gratia, siano lassade le due perpēdiculare, q,y, et, s,z, cadēte in li diametri, d,h, et, h,m, dalli duoi termini del corausto, q,s, et siano tirate le linee, y,d, s,h, et, y,z, Et li duoi triāguli, q,y,d, et s,z,h, per la quarta del sesto sarāno simili, per laqual cosa la proportion delle due perpēdicolare, q,y, & s,z, sarà si come delle due corde, q,d, & s,h, & cōciosia che le corde siano equale, etiā le perpēdicolare sarāno equale et quelle sono equidistāti per la .6. del .11.

Adon-

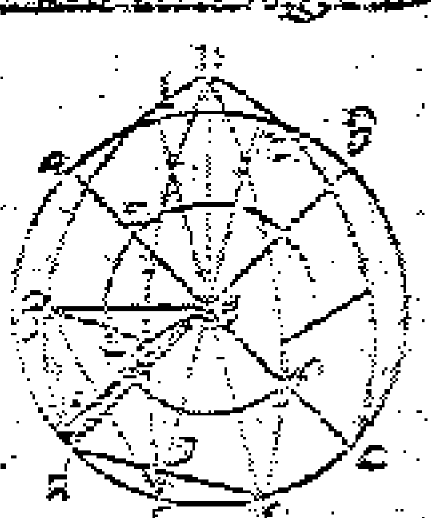
Adunque (per la .33. del primo) il corausto .q.s. è equale & equidistante alla linea .y.z. & perciò (per la seconda parte della sesta del sesto) la linea .y.z. è equidistante alla corda .d.b. & però è minore di quella, seguita, per la nona del undecimo che lo corausto .q.s. sia ancora equidistante alla corda .d.o. & minor di quella (per la concettione) adunque conciosia che le corde che sono lati del poligonio iscritto in lo cerchio giacente (& tutte quelle sono equale alla corda .d.b.) non tocca no la sphera minore è necessario che niuno lato di queste base del corpo inscritto lo siano le quadrangole over triangole, non tocchi la medesima minor sphera conciosia che tutti questi lati siano equali over minori di esse corde, & similmente, dico che etiam niuna di queste base de tutte le quale è manifesto, per la seconda parte della seconda del undecimo, che quelle sono tutte in una superficie, puo con alcun suo ponto toccare la minor sphera, imperò che ogni linea retta ducta sopra a quel si voglia ponto di cadauna di quelle equidistantemente al corausto necessariamente è minore della corda del cerchio prefirato. Se adunque la summa delle altre quarte della maggior sphera, si della mezza sphera superiore come della inferiore siano sono segate, alla similitudine di quelle, de superficie quadrilatere & trilatere, & alla maggior sphera sera inscritto un corpo di settantadoi base le quale non toccano la superficie della minor sphera si come era stato proposto. Oltra di questo dico se in qualunque altra sphera sia formato un'altro simil corpo la proportione dell'uno a l'altro, sara si come la proportione treppiata dal diametro di l'una sphera al diametro de l'altra. Perche le settantadue base di cadauno corpo saranno base di tante pyramide lequale le vertice over ponte delle quale saranno nelli centri di esse sphere, & queste pyramide compiate, si da ciascuno di angoli delli iscritti corpi liquali sono le estremità delle corde & di corausti, produrrai le linee alli centri delle sphere, E per tanto studia di provare, per la diffinitione di corpi simili, tutte le pyramide di uno esser simile alle sue relative pyramide de l'altro (il che provato, per la .8. di questo) la proportione di cadauna di quelle alla sua relativa di l'altro sarà si come la proportione treppiata delli semidiametri di esse sphere, perche li semidiametri delle sphere sono li lati di tutte le pyramide, & perche la proportione di semidiametri & di diametri è una medesima, per la decimaquinta del quinto, facilmente concluderai el proposito, per la .13. del medesimo.

Il Tradottore.

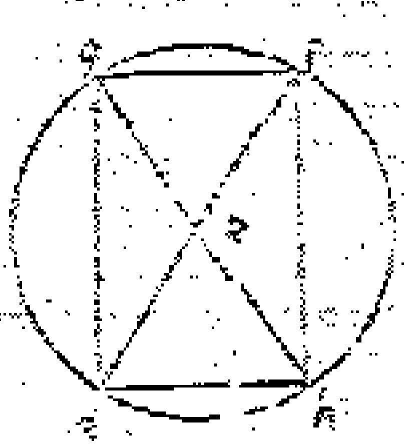
La demostratione del soprascritto primo proposito patisse oppositione, perche la non dimostra a sufficientia il detto proposito, eglie ben vero che li lati del poligonio iscritto nel cerchio che giace in piano, liquali sono tutti equali alla linea .d.b. non toccano la minor sphera, & il che è necessario anchora che niuno lato di quelle .72. base del detto corpo iscritto, o siano quadrangole over triangole, tocchi la medesima minor sphera, conciosia che tutti questi lati siano equali over minori a quelle corde, tamen se ben la minor sphera non pol toccar alcuno di detti lati, le cose demostrate, non siamo pero certi che quella non possa toccar le base quadrangole nelli lor centri, massime le maggiore, perche giaceno [illegible]



q.d.s.b. laqual è una delle quadrangole maggiori. Dico che se el vno di suoi quattro lati (cioe, d.b, d.q, b.s, s.q,) nō puo toccar la minor sphera (per esser q.s, & d.s, equali al, d.b, et q.s, minore per che le linee equale sono egualmente distante dal cētro della sphera, et le minore sono molto piu lontane dal detto centro [illegible] non siano per caui che la detta sphera minore nō possa toccare la detta basa q.d.s.b. & le altre simile, nel cētro R perche il detto centro R è molto piu propinquo al detto cētro della minor sphera che ne ī sono alcū di detti quattro lati, il che si manifesta tirādo li duoi diametri q.b. & d.s. cadauno di quelli è maggior di qual si voglia di detti quattro lati, per il che cadauno di loro e piu propinquo al cētro della sphera di alcuno di detti quattro lati, per la 14. del 3. seguita adōque che li detti diametri potriano esser toccar la detta minor sphera e cōsequētemente la basa q.d.s.b. nel suo cētro R adōque la demostratione del commentator addutta patisse contraditione ma a voler dimostrar il proposito, cioe demostrare a sufficiētia che la minor sphera nō puo toccar in cōto alcuno, alcuna di quelle piu basi, Sia tirata dal centro g, una linea (per la 11. del 11.) perpendicolare alla basa d.q.b.s. del detto corpo (come che in quest'altra secōda figura appare) laquale sia g.R. da poi dal pōto R. siano tirate quattro linee alli quattro angoli di detta basa lequal linee veranno a esser R.q. R.d. R.b. R.s. lequale tutte contenerāno angolo retto cō la perpēdicolare g.R. (per la 2. diffinitione del 11.) per il che le dette quattro linee R.q. R.d. R.b. R.s. saranno equale (per la penultima del primo & per la cōmuna sentētia) perche le sue potentie sono equale cioe le linee tirate egualmente dal cētro g a cadauno di quattro angoli q.d.b.s. Adōque se sopra il pōto R sarà descritto mentalmēte un cerchio secōdo la quantità di R.b. la circōferentia di quello transirà per li altri tre angoli d.q.s. come in la terza figura appare, & perche li tre lati d.b. d.q. b.s. sono equali, & lo q.s. è minore adonque l'arco d.b. sarà piu del quarto della circonferentia di tutto il detto cerchio, per il che l'angolo d.R.b. sarà ottuso, e però il quadrato dello lato d.b. sarà piu che doppio al quadrato della d.R. over della b.R. & questo tenirai in mente. da poi imaginaremo la detta basa secōdo il suo debito sitar nella



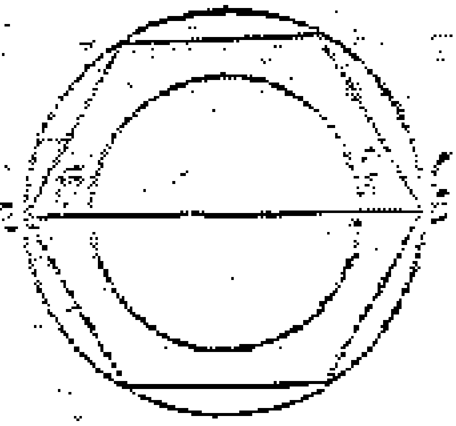
sphera maggiore della figura che gia fu in principio descritta, li circoli giacenti si della maggiore come della minore ponendo sieno li infrascritti con la detta basa quadrangola q.d.s.b. stare secōdo il suo conueniēte sito con la sua protratta perpēdiculare dal ponto g cētro di ambedue le sphere) al ponto R cētro della detta figura quadrilatera da poi dal ponto d al ponto K tiraremo la linea d.K. laquale segarà la linea g.b. orthogonalmēte in ponto g et non toccarà il cerchio f.x. della minor sphera (per lo correlario posto sopra la 13. di questo) perche quella li nea, d. K, e similmẽte posta come è la linea. n. m. in la figura della detta. 13. di q̃sto, hor dico che il põto. R. e piu remoto ouer lõtano dal ponto. g. centro de ambedue le sphere proposte chi nõ è il põto. q. cioe che la linea. g. R. è piu lõga che la linea. g. q. & se la minor sphera non tocca la detta linea. d. k. in ponto. q. mã co toccarà la basa. q. d. s. b. in ponto. R. laqual cosa se dimostrarà in questo modo. Egli e manifesto che la linea. m. q. e piu della mità di tutta la linea. m. b. per il che la linea. m. b. viẽ a esser manco del doppio di la linea. m. q. & tal proportione qual è della linea. m. b. alla linea. m. q. tale serà del rettangolo contenuto sotto della linea. m. b. & della. q. b. al rettãgolo contenuto sotto delle due linee. m. q. & . q. b. (& questo facilmẽte prouarai per la prima del 6.) adonque il rettãgolo di m. b. in q. b. sara men che'l doppio del rettãgolo di. m. q. in q. b. et perche il quadrato della linea, d, q, è equal al rettãgolo della, m, q, in, q, b, per la 35. del 3. seguita che'l rettangolo della, m, b, in, q, b, sia men del doppio del quadrato della, d, q, & se al quadrato della, d, q, (el quale e quanto il rettangolo della, m, q, in, q. b.) gli aggiongi il quadrato della, q, b, tal suma (per la penultima del primo) sera equale al quadrato della, d, b, & perche il rettangolo della, m, q, in, q, b, gionto con il quadrato della, q, b, tal summa (p la, 3, del, 2.) sarà equale al rettãgolo di tutta la, m, b, in, q, b, seguita adonque che il quadrato, de, d, b, sia men del doppio del quadrato di d, q, & se bẽ si ricordi gia fu prouato che il quadrato della medesma, d, b, era piu che doppio al quadrato di, d, R, ouer di R, b, seguita adonque che il quadrato, d, R, sia minore dal quadrato di, d, q, & perche ciaduno delli dui angoli, d, q, g, & d, R, g, e retto & la linea, g, d, e ypothumisa commune a l'uno e l'altro se del quadrato di q̃lla ne cauamo il quadrato della linea, d, q, lo residuo, (p la penultima del primo) sarà equale al quadrato della linea, g, q, & similmẽte se del quadrato della medesma linea, g, d, ne cauamo il quadrato della linea, d, R, questo secondo residuo sarà equale al quadrato della linea, g, R, & pche lo quadrato della, d, q, era maggiore del quadrato della, d, R, (p commune sententia) lo quadrato della linea, g, R, sarà maggiore del quadrato della linea, g, q, p il che la linea, g, R, e maggior della linea, g, q, seguita adonque che il ponto, R, sia piu lontano dal cẽtro, g, che non e il põto, q, et se la minor sphera non tocca il põto, q, mãco toccarà la basa, q, d, s, b, in põto, R, nõ toccãdola in ponto, R, mãco la toccarà in altro põto perche q̃llo e il piu propinquo al cẽtro, g, di qualũque altro et se la detta minor sphera non puol toccare la detta basa quadrangulare (laquale e una delle maggior del detto corpo) manco potrà toccare alcuna delle altre minore pche le minore sono piu remote, ouer lõtane dal cẽtro, g, de le maggior per le ragione addutte in la decimaquarta del terzo che e il proposito.



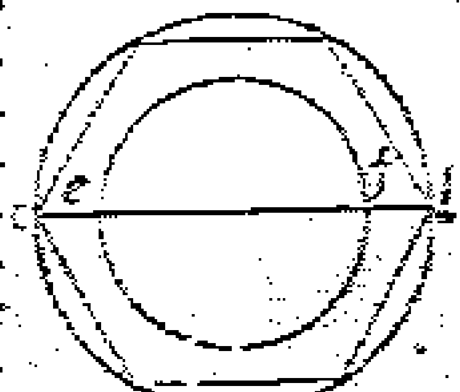
Theorema. 13. Propositione. 15.

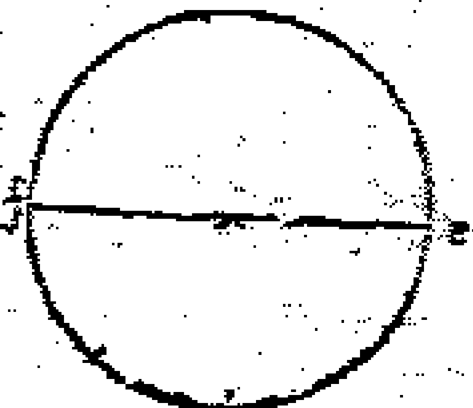
15 Di ogni due sphere la proportione di l'una a l'altra, e si come la proportione triplicata del suo diametro al diametro dell'altra.

Siano



Siano le due sphere a.b. & c.d. delle quale li diametri siano a.b, et c.d. Dico che la proportione di quelle è si come la proportione di suoi diametri treppiata la demostratione di laquale è perche se a una sphera che sia minore della sphera c.d, ne a una maggiore la proportione della sphera a.b. è si come del diametro a.b, al diametro c.d, treppiata. Hor sia la proportione della sphera a.b. alla sphera, e, f, si come del diametro. a.b. (della sphera a.b. al diametro c.d. treppiata, Demostrarò adonque che la sphera e.f, non puol esser minore ne maggiore della sphera c.d. perche affirmando l'adversario quella esser minore imaginarò quella esser inclusa nella sphera, c, d, & esser circondatta, al medesimo centro, & inscriverò (con la imaginatione) in la sphera c.d. uno corpo di molte base il quale nõ tocchi la sphera e.f, el quale sia etiam detto, c, d, & inscriverò in la sphera. a. b. un'altro corpo di molte base simile al corpo di molte base c.d, elquale sia etiam chiamado del nome della sua sphera, cioe a.b. adonque è manifesto (dalla seconda parte della precedente & dalla 11. del. 5.) che la proportione della sphera a.b. alla sphera, e, f, è si come quella del corpo di molte base a.b. al corpo di molte base c, d, perche l'una e l'altra è si come quella del diametro a.b. al diametro c.d. treppiata (l'una dal presupposito e l'altra per la 2. parte della precedente) per laqual cosa permutatamente la proportione della sphera a.b. al corpo di molte base a, b, e si come della sphera, e, f, al corpo di molte base c, d, conciosia adonque che la sphera a.b. sia maggiore del corpo di molte base. a.b, etiam la sphera, e, f, sarà maggiore del corpo di molte base c, d, & questo è impossibile, perche quella è parte di quello, adonque la sphera, e, f, non è minore della sphera c.d. Ma se l'adversario dicesse quella esser maggiore: lo confutaremo in questo altro modo, perche (per la conversa proportionalità) della sphera e.f, alla sphera a. b. sarà si come del diametro, c, d, al diametro a.b. treppiata. E pongo sia la medesima della sphera c.d. al a sphera g.h. Et per la 14. del quinto) la sphera, g, h, sarà minore della sphera a.b imperoche la sphera c, d, fu posta minore della sphera, e, f, per laqual cosa la proportione della sphera c.d. ad alcuna sphera minore della sphera a, b, e, si come del diametro c, d, al diametro a.b. treppiata, & questo è impossibile, perche da questo seguita che la parte sia maggiore del suo tutto, come avanti fu dimostrato. adonque la sphera e.f, non è maggiore ne minore che la sphera a, c.d, adonque (per la 7. del quinto) conclude la proposita conclusione laquale mette fine al duodecimo libro.





IL FINE DEL DVODECIMO LIBRO.

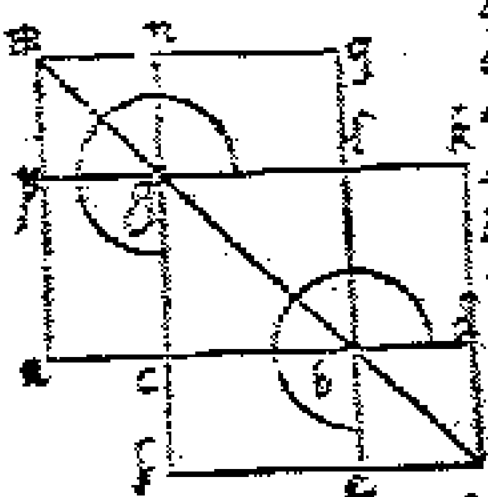
LIBRO DECIMOTERZO DI EVCLIDE.

DELLA LINEA DIVISA SECONDO LA proportione hauente il mezzo & duoi estremi & della formatione di cinque corpi regolari.

Theorema primo. Propositione prima.

Quando serà diuisa una linea secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, se alla sua maggior parte si aggionga in longo la mità di essa linea cosi proportionalmente diuisa, seguita di necessità che'l quadrato de la linea composta da queste due esser quintuplo del quadrato della mità della medesima linea diuisa.

Sia la linea a.b. diuisa in ponto c. come insegna la trigesima del sesto: & sia la sua maggior parte la linea b.c. alla quale sia aggionto direttamente la linea b.d. laqual sia equale alla mità di tutta la linea a.b. Dico che'l quadrato della linea c.d. sarà quintuplo al quadrato della linea b.d. (cioe 5 uolte tanto) & per demostrar questo quadrato la linea b.d. & sia il suo quadrato d.e. & circumponasi a questo quadrato un gnomone secondo la quantità della linea b.c. protratto il diametro f.b.g. et sia il circomposto gnomone e.g.d. & per la 23 del sesto) la superficie composta da questo laqual sia h.k. sarà si come il quadrato della linea c.d. Dico adonque el quadrato h.k. esser cinque uolte tanto del quadrato d.e. cioe quintuplo a quello. A quel quadrato c.l. (del circomposto gnomone) sia circomposto un'altro gnomone alla quantità della linea a.c. protratto el diametro f.l. per fina al m. et sia questo gnomone e.m.l. & siano protratte le linee c.n. & p.l. equidistantemente alli lati opposti segandosi sopra il diametro f.m. in ponto g. Et è manifesto (per la 23 del 6.) che il composto di questo secondo gnomone et del quadrato c.l. el quale è il quadrato a.q. & il quadrato della linea a.b. el quale è la quarta del 2 e necessario esser quadruplo al quadrato d.e. im perche la linea b.d. e la mità della linea a.b. & conciosia che la superficie a.n. (per la 17 del 6.) sia equale al quadrato c.h. & similmente la superficie m.l. (per la 43. del 1.) perche la superficie a.n. & similmente la m.l. peruiene dal a.b. in a.c. & lo quadrato c.h. peruien dalla c.b. in se medesima, & conciosia che (per la 1 del 6.) la a.l. sia doppia alla l.d. e pero sarà equale alla l.d. & c.e. tolte insieme, per la 43. del 1. Lo quadrato a.q. per questa commune sententia se

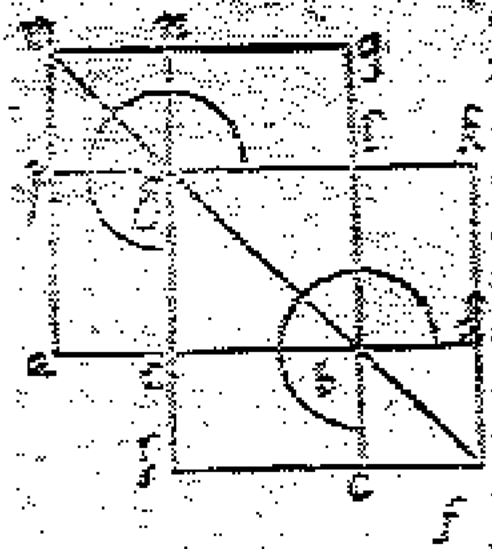


quantità equale sia aggionto quantità equale le summe seranno etiam equale) serà equal al gnomone e.g.d. adonque questo gnomone è quadruplo al quadrato l.e si come era il quadrato a.q. Adonque tutto il quadrato b.k conciosia che quello sia composito del sempio & del quadruplo (per commune sententia) sarà quincuplo al medesimo che è il proposito. A demostrare il medesimo altramente (per la quarta del 2.) è manifesto che il quadrato della linea a.b. è quadruplo al quadrato della linea b.d. Et per la 2. del medesimo) quello che vien fatto della a.b. in la b.c. & in la a.c. è equale al quadrato della a.b. & quello che vien fatto della a.b. in la b.c. è equale a quello che vien fatto dalla b.d. due volte in la b.c laqual cosa (per la 1. del 2. è manifesto) conciosia che la a.b. sia doppia alla b.d. ma quello che vien fatto dalla a.b. in a.c. (per la prima parte della decimasettima del sesto) è equale al quadrato della b.c. adonque (per commune sententia) quello che vien fatto dalla b.d. due volte in la b.c. & quello che vien fatto dalla b.c. in se medesima è equale al quadrato della a.b. E però è quadruplo al quadrato della b.d. per laqualcosa giontovi sopra lo quadrato della b.d. tutto lo aggregato sarà quincuplo al quadrato della b.d. cioe quello che vien fatto della b.d. due volte in la b.c. con el quadrato della b.c. con lo quadrato della b.d. Et perche (per la 4. del 2.) questo tutto e equale al quadrato della c.d. è manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Theorema 2. Propositione 2.

2/2 Se a qualunque linea (divisa in due parti) dellequal el quadrato sia quincuplo del quadrato de l'una delle sue parti, gli sia aggionto una linea in longo ꝑ fina a tanto che l'altra parte insieme con la linea aggionta, sia doppia alla medesima parte, la medesima linea doppia sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea media.

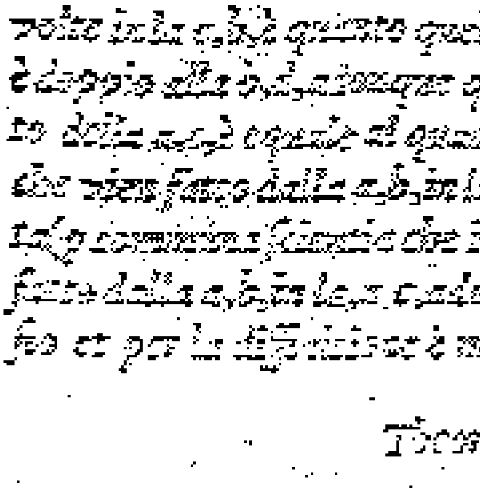
Questa è il converso della precedente, & stante in tutto la dispositione della medesima ritornando in drieto per la medesima via se dimostrarà anchora lei in duoi modi si come quella verbi gratia sia el quadrato b.k. quincuplo al quadrato d.e. et la linea a.b. doppia alla linea b.d. Dico che la linea a.b. è divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in ponto c. & la maggior parte di quella è la linea media che è la c.b. perche egli è manifesto (per la 4. del 2.) che'l quadrato a.q. è quadruplo al quadrato d.e. Adonque el gnomone e.g.d. è equale al quadrato a.q. per laqual cosa li duoi supplimenti l.d. & a.e. tolti insieme son quanto el gnomone c.m.l. Anchor li medesimi supplimenti tolti insieme (per la 1. del 6.) sono quanto a.l. E però sono etiam quanto c.q. seguita che c.q. sia equale al gnomone c.m.l. adonque levato via da l'uno e da l'altro la superficie l.n. sarà el quadrato c.l. equale alla superficie a.n. et conciosia adonque che la superficie a.n. sia fatta della a.b. in la a.c. et lo quadrato c.l. sia lo quadrato della linea c.b. (per la 2. parte della 17. del 6.) la proportione della a.b. alla b.c. sarà si come della b.c. alla c.a. adonque (per la diffinitione della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi posta nel princi



del sesto libro conclude il proposito anchora se vuol dimostrare il medesimo per questa altra via. Conciosia che il quadrato della a.d. sia quincuplo (dal presupposito) al quadrato della a.b, & lo quadrato della c.b. (per la quarta del secondo) sia quadruplo al medesimo, & lo quadrato della c.d. (per la medesima) si è equale al quadrato della c.b. & al quadrato della b.d. & a quel lo che vien fatto della b.d. due volte in la c.b, seguita che quello che vien fatto della b.d. due volte in la c.b. con el quadrato della c.b. sia equale al quadrato della a.b. ma quello che vien fatto solamente della b.d. due volte in la c.b. è quanto quello che vien fatto della a.b. in la b.c. imperoche la a.b è doppia alla b.d. adonque quello che vien fatto della a.b. in la b.c. con lo quadrato della a.c. è equale al quadrato della a.b. et perche (per la 2. del secondo) quello che vien fatto della a.b. in la b.c. et in la a.c. è equale al quadrato della a.b. seguita per commune sententia che il quadrato della linea b.c. sia equal al quello che vien fatto della a.b. in la a.c. adonque per la seconda parte della decima settima del sesto et per la diffinitione è manifesto il proposito.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3 / 3 Quando una linea serà divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi, se alla minor parte, sia aggionto direttamente la mità della maggiore serà che il quadrato della linea cosi composta sia quincuplo al quadrato che vien descritto della mità di essa maggior parte.



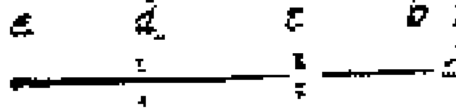
Sia la linea a.b. divisa secondo la proportione havente il mezzo è duoi estremi in ponto c. & sia la maggior parte di quella la linea a.c. b. laquale sia divisa in due parti equali in ponto d. Dico che il quadrato della linea a.d. e quincuplo al quadrato della linea c.d. perche essendo descritto el quadrato della a.b. el qual le sia a.e. in el quale sia protratto lo diametro b.f. & le linee g.c. & d.h. & similmente le k.l. & m.n. equidistantemente alli lati oppositi segandose fra loro sopra lo diametro in li duoi ponti p. & q. & fuora del diametro in li duoi altri ponti r. & s. Adonque è manifesto (per la 43. del sesto, over per el corrolario della quarta del secondo) che tutte le superficie che sono in el quadrato a.e. che il diametro divide per mezzo sono quadrate, & le quatro superficie) che sono a.r. m.p. & s.e. (per la quadragesima terza del primo, & per la prima del sesto) è manifesto esser fra loro equale, perche le due ultime p.b. & s.e. sono fra loro equale per la prima del sesto. Adonque perche (dal presente presupposito & dalla diffinitione della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi

duoi estremi: & per la prima parte della decimasettima del 6, lo quadrato, c. l. è equale alla superficie, a. g. e pero etiã al gnomone. r. f. s. per questa causa che la superficie. a. r. è equale alla superficie. g. h. Et perche, per la quarta propositione del secondo libro, lo quadrato c. l. è quadruplo al quadrato. r. s. el quale è formato il quadrato della linea, c. d. Seguita adonque, per comunna scientia, che il quadrato. m. b. sia quincuplo al quadrato, r. s. perche è composto del gnomone quadruplo et del r. s. semplo, & questo è il proposito. A demostrare il medesimo altramente, concio sia che la linea b. c. sia divisa in due parti equali in ponto, d. & a quella sia aggionta la linea, a. c. per la sesta propositione del secondo libro, quello che vien fatto della, a. b. in la. a. c. con il quadrato de la intermedia. c. d. serà equale al quadrato della. a. d. Ma perche quello che vien fatto della. a. b. in la. a. c. è equale al quadrato della. c. b. per la decima settima propositione del sesto libro, & questo è quadruplo al quadrato della. c. d. Evidentemente è manifesto la verità di quello che è detto. Pur adonca ancora tu potrai trovare in duoi modi, dal conseguente di questa, concludere il suo antecedente: dal presupposito argumentando. perche essendo la medesima dispositione, sarite il quadrato, m. b. quincuplo al quadrato, r. s. Et lo gnomone, r. f. s. serà equale al quadrato c. l. perche l'uno e l'altro è quadruplo al quadrato, r. s. ma perche la superficie. a. g. è equale al predetto gnomone è necessario, che la medesima superficie sia equale al predetto quadrato, per laqual cosa per la seconda parte della decima settima propositione del sesto libro, & per la diffinitione la linea, a. b. è divisa in ponto, c. secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la sua maggior parte è la linea, c. b. a demostrare il medesimo altramente, essendo (per el presupposito) lo quadrato della linea, a. d. quincuplo al quadrato della linea, c. d. Et (per la sesta propositione del secondo libro) el predetto quadrato si è equale a quello che vien fatto dalla, a. b. in la, a. c. con el quadrato della. c. d. Seguita che quello che vien fatto della, a. b. in la, a. c. con el quadrato della, c. d. sia quincuplo al medesimo quadrato della. c. d. e pero levato via quello, el restãte cioè, quello che vien fatto della. a. b. in la. a. c. serà quadruplo a quello medesimo, & perche etiam, per la quarta del secondo, lo quadrato della linea. c. b. è quadruplo al medesimo, è necessario che quello che vien fatto della. a. b. in la. a. c. sia equale al quadrato della, c. b. per laqual cosa un'altra volta, per la seconda parte della decima settima del sesto & per la diffinitione, la linea, a. b. è divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi in ponto, c. & la maggior parte di quella è la linea, c. b.

Theorema .4. Propositione .4.

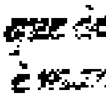
4
5 Se sia divisa qual si voglia linea secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & a quella sia aggionto direttamente in longo una linea equale alla sua maggior parte, tutta la linea cosi composta serà divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la sua maggior parte serà la prima linea.

Sia la linea .a.b. diuisa secondo la proportione che si suppone in ponto .c. & sia la maggior parte di quella la .c.b. & a tutta la .a.b. sia aggionta direttamente la linea .b.d. laquale sia equale alla .c.b. Dico che tutta la linea .a.d. è diuisa secondo la medesima proportione in põto .b. & la maggior parte di quella è la linea .a.b. (che è la prima linea) perche (per la diffinitione) della .a.b. alla .b.c. si è come della .b.c. alla .c.a. Ma perche (per la settima del quinto) della .a.b. alla .b.d. è si come alla .a.c. Adonque (per la undecima del medesimo) della .a.b. alla .b.d. è si come della .b.c. alla .c.a. per laqual cosa (per la conuersa proportionalità) della .b.d. alla .b.a. è si come della .c.a. alla .c.b. Et cõponendo della .d.a. alla .a.b. si come della .a.b. alla .b.c. Et conciosia che (per la settima del quinto) della .a.b. alla .b.c. sia si come alla .b.d. per la undecima del medesimo, della .d.a. alla .a.b. sarà si come della .a.b. alla .b.d. Adonque per la diffinitione la linea .a.d. è diuisa in ponto .b. secondo la proportione hauente il mezzo è dui estremi, & la maggior parte di quella è la linea .a.b. che è il proposito. Ancora per lo medesimo modo se dalla maggior di qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi sia detratta una parte equale alla minore essa maggiore parte sarà diuisa secondo la medesima proportione & la maggior parte di quella sarà la linea detratta verbi gratia sia la linea .a.b. diuisa si come si propone in põto .c. & la .a.c. sia la sua maggior parte dalla quale sia detratta la .c.d. equale alla .c.b. Dico che la .a.c. è diuisa secondo la medesima proportione in põto .d. & che la maggior parte di quella è la linea .d.a. perche essendo per la diffinitione, della .b.a. alla .a.c. si come della .a.c. alla .c.b. Et per la settima propositione del quinto libro, della .a.c. alla .c.b. si come alla .c.d. per la undecima propositione del medesimo, della .a.b. alla .a.c. sarà si come della .a.c. alla .c.d. & pero, per la 19. proposi-



tione del quinto libro. & si come lo residuo .c.b. al residuo .d.a. ma per la settima propositione del medesimo, della .c.b. alla .d.a. è si come della .c.d. alla .d.a. Adonque della .a.c. alla .c.d. è si come della .c.d. alla .d.a. Adonque per la diffinitione è manifesto quello che hauemo detto, adonque ne quella agiontione che propone l'auttore, ne quella detratione che hauemo proposta al contrario si discorda dalla proprietà della diuisione della primitiua linea distendasi in longo quãto ne pare quanto si voglia.

Theorema. 5. Propositione. 5



Se qualunque linea sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & dui estremi el congionto del quadrato di tutta la linea con lo quadrato della sua minor parte sarà treppio al quadrato della maggior parte.

Sia la linea .a.b. diuisa in ponto .c. secondo la proportione piu volte detta, & sia la sua maggior parte la linea .c.b. Dico che li quadrati del

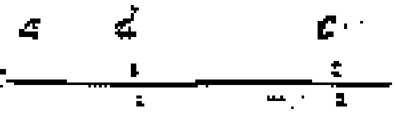
la

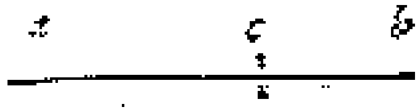
le due linee, a, b, & , c, a, tolti insieme sono treppi al quadrato della linea, c, b. Perche questi dui quadrati tolti insieme (per la settima del secondo) sono quanto el quadrato della, c, b, & il doppio di quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c. Et perche similmente quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, è equale al quadrato della, c, b, (per la diffinitione & per la prima parte della decima settima del sesto) è manifesto il proposito.

Theorema 6. Propositione 6

6
9 L'una & l'altra parte di ogni linea rationale divisa secondo la proportione havente il mezzo e dui estremi è necessario esser residuo.

Siano la linea a, b, rationale divisa secondo la nostra 

detta proportione in ponto c. Dico che l'una & l'altra parte di quella è residuo, perche essendo la, a, c, la maggior parte di quella alla quale sia aggionto la, a, d, equale alla mità di tutta la linea, a, b, etiam la, d, a, sarà rationale (per la sesta propositione del decimo Libro, et per la diffinitione) & è manifesto (per la prima di questo) che il quadrato della, li nea, d, c, è quincuplo al quadrato della linea, d, a. Adonque la linea, d, c, è communicante alla linea, d, a, in potentia (per la diffinitione) ma non in longhezza (per la ultima parte della nona propositione del decimo lib.) per laqual cosa (per la settuagesima terza propositione del decimo libro) la linea, a, c, e residuo. Cóciosia che le due linee, c, d, & d, a, siano ambedue rationale communicante solamente potentialmente. Et perche anchora se alla linea, a, b, rationale, sia aggionto una superficie equale al quadrato della linea, a, c, (che è residuo) lo secondo lato di quella sarà la linea c, b, (per la prima parte della decima settima propositione del sesto libro) è necessario (per la novagesima settima propositione del decimo libro) che la linea c, b, sia 

residuo primo, per laqual cosa è manifesto il proposito.
Ma più se della linea cosi divisa come se propone la maggior parte sarà rationale, la minore sarà un residuo, verbi gratia sia la, a, b, come prima divisa in, c, secondo la detta proportione & la maggiore parte di quella (qual è la, a, c,) sia rationale: laquale sia divisa in due parti equali in ponto, d, & (per la terza propositione di questo libro) lo quadrato della, d, b, sarà quincuplo al quadrato della, a, c. Et perche la, d, c, è rationale conciosia che essa sia la mità della, a, c, seguita che le 

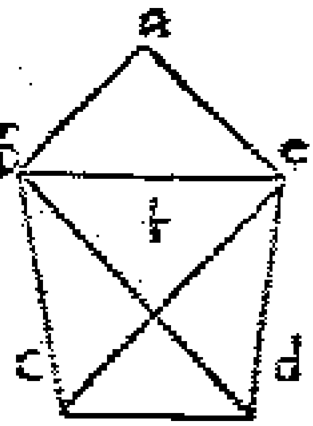
due linee, d, b, & , d, c, siano rationale communicante solamente in potentia, per laqual cosa (come prima) la linea, c, b, è residuo. Ma se una linea rationale solamente in potentia, sia divisa secondo la proportione havente il mezzo & dui estremi, anchora è necessario che l'una & l'altra parte di quella sia un residuo. Et cosi essendo la, a, b, rationale solamente in potentia divisa secondo la proportione in ponto, c, & essa 

& tolta alcuna linea rationale in longhezza laqual sia,d,e, laquale etiam sia diuisa secondo la predetta proportione,laqual cosa senza lo aggiuto di alcuna di quelle propositione che seguita non vien stabilita con ferma demostratione.pero che per la seconda del quartodecimo libro è manifesto che la proportione della,a,b,alla,d,e,è si come della,a,c,alla,d,f,& si come della,c,b,alla,f,e. Conciosia adonque che la,a,b,communichi in potentia con la,d,e,seguita, per la prima parte della decimaquarta del decimo,che la,a,c,communichi con la,d,f,& la,c,b,con la,f,e,in potentia,& perche l'una e l'altra parte della linea,d,e,è residuo come è manifesto dalle cose predette,seguita,per la.103 del decimo,che l'una e l'altra parte della linea,a,b,sia etiam residuo ma non de quella medesima specie come in quello fu dimostrato.Per laqual cosa è manifesto che ogni linea rationale in longhezza ouer solamente in potentia,diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi,l'una & l'altra parte è residuo. Et nota che la prima parte della presente demostratione per laquale se dimostra che la maggior parte della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi sia residuo,se tutta la linea sia rationale,quella medesima procede sufficientemente,o sia posta tutta la linea rationale in longhezza,ouer solamente in potentia. Ma la seconda parte con laquale se dimostra questo medesimo della minor parte,cioe che anchora quella sia residuo,se tutta la linea sarà rationale,non se estende sufficientemente se nõ quando che tutta la linea sia rationale in longhezza. Ma la terza parte per laquale se approua che la minor portione è residuo,seguita sufficientemente,o sia la maggior portione rationale in longhezza ouer solamente in potentia.adonque a concludere della maggior parte della linea diuisa al predetto modo,che quella sia residuo basta a poner tutta la linea diuisa esser rationale solamente in potentia. Ma a concludere anchora quello della minor parte per mezzo della maggiore basta similmente a poner la parte maggiore solamente rationale in potentia. Ma a concluder questo della minor parte per mezzo de tutta, è necessario poner tutta la linea esser rationale in longhezza,ouer che egli è necessario arguire per la seconda del quartodecimo libro si come è stato dimostrato.

Theorema 7. Propositione. 7.

Se alcuno pentagono,che habbia tre angoli equali,sia equilatero,anchora si approua il medesimo penthagono esser equiangolo.

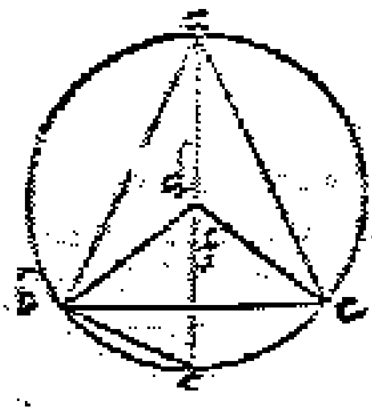
Siano el penthagono,a,b,c,d,e,equilatero,& siano quali tre angoli si voglia di quello fra loro equali,cioe o siano tolti continuamente,ouer discontinuamente. Hor poniamo che prima siano tolti discontinuamente,cioe poniamo che li tre angoli,a,c,d,siano quelli tre che vengono supposti fra loro equali.Dico tutto il pẽthagono esser equiangolo,& per dimostrar questo sian tirate le corde,b,e,b,d,et,e,c,sotto a quelli angoli,& tutto el pentagono serà diuiso in uno triangolo et in uno quadrilatero del qual e le due diagonale seranno le corde di duoi prossimi angoli equali segãdosi fra loro dentro di esso quadrilatero il ponto,f,& per la quarta del primo



la basa.b.e.sarà equale alla basa.b.d.& l'angolo.a.e.b. equale a l'angolo.c.d.b.& conciosia che (per la quinta del primo) l'angolo.b.e.d.sia equale a l'angolo.b.d.e.(imperoche li duoi lati.b.e.& b.d.sono equali)(per commune scientia) lo total angolo.e.sarà equale al total angolo.d. Similmente tu approbarai lo total angolo.b.e.esser equale allo total angolo.c.perche(per la quarta del primo) la basa.b.e.è equale alla basa.c.e.et l'angolo.a.b.e.è equale a l'angolo.d.c.e.et(per la quinta del medesimo cioe del primo) l'angolo.e.b.c.è equale al angolo.e.c.b. adonque(per la commune scientia) lo total angolo.b.e.è equale al total angolo.c. Et cosi essendo li tre angoli.b.e.d.soli continuamente equali & finalmente ancora la penthagono sarà equiangolo.perche(per la quarta del primo) la basa.b.d. sarà equale alla basa.a.c.& l'angolo.e.d.b.a l'angolo.d.e.c. adonque per commune scientia l'angolo.c.d.b.sarà equale al angolo.e.c.d.per laqual cosa.per la.6.del primo. le due linee.c.f.& f.d.saranno equale conciosia che li duoi angoli del triangolo.f.c.d.che sono alla basa.c.d.siano equali. Adonque.per questa commune sententia se da quantità equali sia tolto quantità equale &c.sarà la linea.f.b.equale alla linea.f.e.perche tutta la.b.d.era equale a tutta la.c.e.et pero.per la quinta del primo.l'angolo.f.b.e.sarà equale al angolo.f.e.b.(per la medesima) l'angolo.a.b.e. è equale al angolo.a.e.b.adonque.per commune scientia.l'angolo.b. totale è equale al total angolo.e.perche li tre angoli partiali componenti l'uno sono equali alli tre angoli partiali componenti l'altro ciascuno al suo relatiuo.adonque è manifesto che li tre angoli.e.b.c.soli discontinuamente in el proposito penthagono sono equali & conciosia che in tal modo eglie stato dimostrato tutto el penthagono esser equiangolo.adonque per l'uno e l'altro modo è manifesto il proposito.

Theorema.8. Propositione.8.

Di ogni triangolo equilatero lo quadrato che uien descritto dal suo lato è treppio al quadrato della mità del diametro del cerchio dal quale esso triangolo sarà circonscritto.



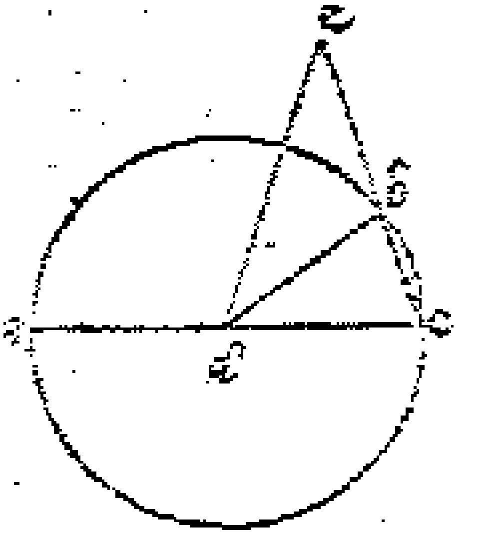
Sia il triangolo.a.b.c.equilatero alqual sia circonscritto lo cerchio.a.b.c.sopra el centro.d.si come insegna la quinta del quarto libro.& sia protratto in quello lo diametro.a.d.e. Dico adonque che il quadrato della linea.a.b.è treppio al quadrato del mezzo diametro.a.d.& per demostrar questo siano tutte le due linee.b.d.& d.c.& l'arco.b.e. sia protratto sotto la corda.b.e.& (per la ottaua del primo libro.l'angolo.b.a.d.sarà equale al l'angolo.c.a.d.per laqual cosa.per la ultima del sesto.l'arco.b.e.equale al arco.e.c.& perche.per la uigesimaottaua del terzo.li tre archi.a.b.b.c.& c.a.sono fra loro equali imperoche le corde di quegli

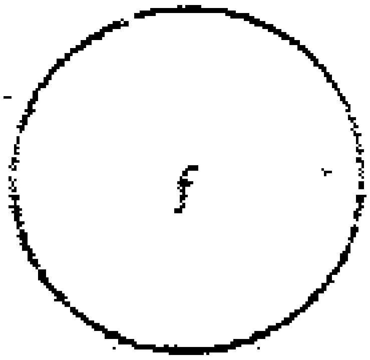
gli (liquale sono li lati del triangolo) sono equali (dal presupposito) l'arco b,e, sarà la 1/6 parte della circonferentia, e però la corda b,e sarà il lato del exagono equilatero inscritto in quel cerchio, per laqual cosa (per el correlario della decimaquinta del quarto) la linea b,e è equale al mezzo diametro a,d, Et è manifesto (per la prima parte della trigesimaprima del terzo) che l'angolo a, e, è retto & però el quadrato della linea a,e, è equale alli quadrati delle due linee a,b, & b,e, tolti insieme (per la penultima del primo) & lo quadrato della a,e, è quadruplo al quadrato della b,e, (per la quarta del secondo) conciosia che la linea a, e, sia doppia alla, b,e, resta adonque lo quadrato della a,b, esser treppio al quadrato della, b,e, e però etiam al quadrato della a,d, che è il proposito, & acciò che a noi sia chiaro che la linea b,e, (che è al lato del triangolo) divida lo semidiametro d,a in due parti equali, sia f, el ponto della divisione. Adonque è manifesto (per la quarta del primo) che la b,f,e, è equale alla f,a, e però (per la prima parte della terza del terzo) tutti li angoli che sono al f sono retti, per laqual cosa (per la penultima del primo) lo quadrato della b,d, è equal alli quadrati delle due linee d, f, & f, b, ma lo quadrato della b,e è equale alli quadrati delle due linee che sono la b,f, & la f, e. E perche la b,d, è equale alla b,e, (per commune scientia) li duoi quadrati delle due linee b,f, & f,d, tolti insieme saranno equali alli duoi quadrati delle due linee b,f, & f,e, tolti insieme, levando adonque via da l'una e l'altra banda lo quadrato della b,f, (per commune scientia) lo quadrato della,f,d, (residuo) sarà equale al quadrato della,f,e, (residuo) per laqual cosa & la linea f,d, alla linea f, e, (per questa commune sententia) quelle linee sono equale delle quale li quadrati sono equali. Adonque per questo è manifesto che la perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del triangolo equilatero a se inscritto è equale alla mità della linea dutta dal centro del medesimo cerchio alla circonferentia di quello.

· Theorema . 9. Propositione . 9 ·

9 / 9 Se il lato dello exagono equilatero, & il lato del decagono equilatero (liquali da un medesimo cerchio ambiduoi sian circonscritti) saranno insieme congionti direttamente in longo, tutta la linea da quelli composta, sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà el lato del exagono.

Sia el cerchio a b c el centro di quale sia d, & lo diametro d, c, & sia l'arco c b la quinta parte del arco del mezzo cerchio a b c, sotto alqual sia tirata la corda c b laquale è manifesto esser el lato del decagono equilatero inscritto in lo proposto cerchio & sia aggionto alla linea c b in continuo & diretto la linea b e laqual sia posta equale al lato del exagono equilatero inscritto in lo predetto cerchio. Dico tutta la linea c e esser divisa in ponto b secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella, esso esser la linea b e laquale è il lato del exagono. Et per demostrar questo sian dutte in el cerchio le due linee e d, & b d, & l'angolo e sarà equale al angolo b d e (per la quinta del primo) per questo che la linea e b è equale alla linea b d (per el correlario della decimaquinta del quarto.) Ancora l'angolo c b d è equale al angolo c (per la quinta del primo) no) per laqual cosa l'angolo e.d.b. (per la trigesima seconda del primo) sarà doppio al angolo d.b.e, & perche (per la medesima) l'angolo d.b.c. è doppio al angolo e. seguita che l'angolo. e.d.b. sia quadruplo al angolo e. per che (per commune sententia) ogni cosa che sia il doppio del doppio e quadruplo del simplo. essendo etiam il medesimo angolo a.d.b quadruplo al angolo b.d.c. (per la ultima del 6.) imperoche l'arco a.b. è quadruplo al'arco b.c. per commune sententia, è necessario che l'angolo e sia equale al angolo b.d.c. Adonque siano intesi li dui triangoli. d.e.c. totale & b.d.c. partiale & conciosia che l'angolo e. del totale sia equale al angolo b.d.c. del partiale & l'angolo. c. sia commune al uno & l'altro (per la 32. del primo) è necessario che lor siano equiangoli per laqual cosa (per la quarta del sesto) la proportione di dui lati e.c. & c.d. continenti l'angolo. c. in el total triangolo è si come li dui lati d.c. & c.b. continenti el medesimo angolo in el triangolo partiale, perche adonque la proportione della e.c. alla c.d. è si come alla c.b. (per la seconda parte della settima del quinto) & della d.c. alla c.b. è si come del a.c.b. alla medesima (per la prima parte della medesima. Seguita (per la undecima del quinto) che la proportione della e.c. alla e.b. sia si come della e.b. alla b.c. Adonque (per la diffinitione) concludé il proposito cioe la linea e.c. esser divisa secondo la proportione havente il mezzo è dui estremi & la maggior parte di quella esser il lato del exagono laqual cosa è sta necessario da dimostrare. Anchora conviene dimostrare la conversa, laqual cosa se fa facilmente per via retrograda cioe tornandoin drieto per la medesima via perche quella piglia Ptolomeo al nono capitolo della prima distintione del almagesto a demostrare la quantità delle corde delli archi d'un cerchio. Dico adonque che essendo divisa qual si voglia linea secondo la proportione havente il mezzo e dui estremi di quel cerchio che la maggior parte sarà il lato del exagono, de quel medesimo la minore sarà el lato del decagono & di quello che la minore sarà el lato del decagono, di quel medesimo la maggiore sarà il lato del exagono & per dimostrar questo sia la prima dispositione cioe sotto la linea e.c. divisa in ponto b. secondo la proportione havente il mezzo e dui estremi & la maggior parte di quella sia la e.b. Dico che di quel cerchio del quale la linea e.b. e lato del exagono di quel medesimo la linea, b.c, è il lato del decagono & di quel cerchio che la linea b.c. e lato del decagono di quel medesimo la linea, e, b e lato del exagono (& questo intendo di exagoni & decagoni equilateri) perche essendo la, e, b, el lato del exagono inscritto in lo cerchio, a, b, c, (per el corelario della decima quinta propositione del quarto) la, e, b, sia equale alla, d, c, & perche la proportione della





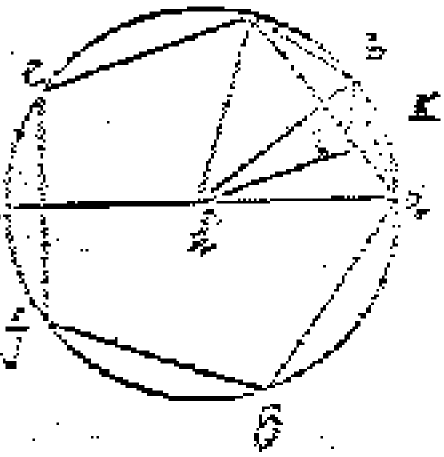
e, c, al-a, e, alla e, b, è si come della e, b, alla b, c, (dal presupposito) sarà (per la settima del quinto) della e, c, alla d, c, si come della d, c, alla c, a, adonque (per la sesta del sesto) li dui triangoli e. d. c. & d. a. b. sono equiangoli. adonque l'angolo e. è equale al angolo b, d, c, perche quelli risguardano li lati proportionali. & conciosia che l'angolo a, d, b, sia quadruplo al angolo e. (per la trigesimaseconda del primo tolta due volte & per la quinta di quel medesimo due volte.) seguita etiam che il medesimo angolo a, d, b, sia quadruplo al angolo b, d, c, E però (per la vltima del sesto) l'arco a. b. è quadruplo al arco b, c. Adonque la linea b, c, è il lato del decagono inscritto in lo cerchio a. b. c. Ma se la linea b. c. sarà il lato decagono del cerchio a. b. c. la. e. b. sarà il lato del exagono de quel medesimo & essendo altramente (per l'aduersario) sia adonque la medesima linea e. b. lato del exagono del cerchio f. onde (per le cose per auanti dette) la b, e, sarà il lato del decagono di quel medesimo. Siano adonque intesi esser inscritti in li dui cerchij a b. c. & f. li decagoni equilateri di quali tutti li lati saranno equali alla linea b, e, & perche ogni figura equilatera inscritta in un cerchio è equiangola (come fu prouato in la decimaquinta del quarto libro) seguita l'uno e l'altro di dui decagoni esser equiangoli. Et conciosia che tutti li angoli de l'uno tolti insieme siano equali a tutti li angoli de l'altro tolti insieme si come euidentemente appare (dalle cose demostrate in la trigesimaseconda del primo) e però è necessario (per questa commune scientia le parti decime di qualunche due quantità equale ouer qualunche altre parti di medesime denominationi esser equale) che l'uno di questi decagoni sia equiangolo a l'altro e però sono simili (per la diffinitione delle superficie simile.) Et perche se saranno scritte due figure simile in dui cerchij: la proportione di dui relatiui lati di quelle figure sarà si come delli dui diametri di quelli cerchij (come appare per il correlario della decimanona del sesto libro & per la prima del duodecimo) & conciosia che li lati di decagoni simili inscritti in li dui cerchij a. b. c. & f. siano equali, seguita che li diametri di quelli siano equali e però anchora li semidiametri di quegli saranno equali, & li semidiametri sono equali al lato del exagono (per lo correlario della decimaquinta del quarto) adonque la linea e, b, sarà el lato del exagono iscritto in lo cerchio a, b, c, si come che è lato del exagono del cerchio f, a quello equale & questo è quello che volevamo dimostrare, & saperai che per questa nona di questo decimoterzo libro esser di nouo venuto fuora la doctrina del quarto libro laquale propone de descriuere uno triangolo di dui lati equali del quale l'uno e l'altro di dui angoli che stanno sopra alla basa sia doppio al terzo. Perche tal e l'uno e l'altro di dui triangoli e, d, c, & d, a, b, simplicemente ogni triangolo del quale li dui lati sono equali alla maggior parte di alcuna linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & dui stremi, & il terzo (che è la basa) sia equale alla minor parte della medesima linea, ouer anchora quello del quale li dui lati siano equali al lato del exagono equilatero iscritto in alcuno cerchio & la basa sia equale al lato del decagono equilatero iscritto in el medesimo cerchio che è il proposito.

Theo-

Theorema .10. Propositione .10.

Ogni lato del pentagono equilatero è tanto piu potente del lato del exagono equilatero, quanto gli è il lato del decagono equilatero essendo tutti tre descritti in vn medesimo cerchio.

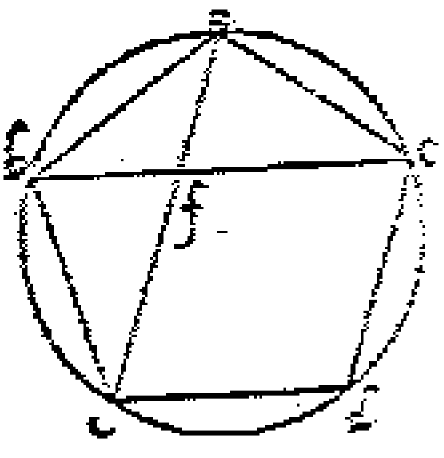
Sia il cerchio a.b.c el centro del quale sia el ponto d. & lo diametro la linea a.d.c. Hor sia scritto in quello vno pentagono equilatero qual sia a.b.e.f.g. & dal centro d. sia protratta vna perpendicolare al lato a.b. laquale sia producta per fina alla circonferentia in ponto h. & sia la d.h. & siano protratte le due corde a.h. & b.h. lequale saranno equale fra loro (per la seconda parte della terza del terzo, & della quarta del primo. E pero etiam li dui archi a.h & b.h. saranno equali fra loro (per la vigesimaottaua del terzo.) Adonque l'una & l'altra delle due corde a.h. & h.b. è lato del decagono equilatero scritto in lo proposito cerchio. Dico adonque che il quadrato della linea a.b. (che è il lato del pentagono) è equale alli dui quadrati delle due linee b.d. & a.h. tolti insieme delle quali la prima è equale al lato del exagono (per el corrolario della decimaquinta del quarto) & la seconda è lato del decagono et per dimostrar questo sia protratto dal centro d. vna perpendicolare alla linea a.h. (la



quale è lato del decagono) laquale sia producta per fina alla circonferentia, & sia la d.k. laqual seghi la linea a.b. (che è lato del pentagono) in ponto l. & sia protratta la linea h.l. Et è manifesto (per la seconda parte della terza del terzo, et per la quarta del primo & vigesima nona del terzo che la linea d.k. (che è perpendicolare alla corda a.h.) diuide in dui parti equali la corda insieme con l'arco & pero l'arco a.k. è equale al arco k.h. Per laqual cosa (per la vltima del sesto) l'angolo a.d.l. è equale a l'angolo l.d.h. E pero (per la quarta del primo) la basa a.l. è equale alla basa l.h. adonque (per la quinta del primo) l'angolo l.a.h. è equale a l'angolo l.h.a. & conciosia che (per la medesima) l'angolo h.a.b. sia equale a lo angolo h.b.a seguita che l'angolo l.h.a. sia equale al angolo h.b.a. Adonque (per la trigesima seconda del primo) li dui triangoli h.a.b. & a.h.l. sono equiangoli, perche l'angolo b. del maggiore è equale al angolo h. del minore, & l'angolo a. è commune a l'uno & l'altro adonque (per la quarta del sesto) la proportione della b.a. alla h.a. e si come della a.h. alla l.a. Per laqual cosa (per la prima parte della decima settima del sesto) quello, che puo la b.a. in la a.l. è equale al quadrato della linea a.h. laquale è il lato del decagono, & conciosia che 'l mezzo cerchio a.e.c. sia equale al mezzo cerchio a.f.c. & l'arco a.e. al arco f.c. l'arco e.c. (residuo) sarà equale al arco f.c. (residuo per laqual cosa l'arco e.c. è la mità del arco e.f. E pero è equale al arco a.h. & doppio al arco h.k. Et perche l'arco e.f. è doppio al arco h.k. (per la decimanona del quinto) l'arco e.c. sarà uale posto tutto l'arco b.h.k. E però (per la ultima del sesto) l'angolo c.d.b. è doppio al angolo b.d.l. & conciosia che il detto angolo c.d.b. (sopra il centro) sia similmente (per la vigesima del terzo) doppio al angolo b.a.c. (sopra la circonferentia) adonque (per la commune sententia) l'angolo b.d.l. sarà equale al angolo b.a.d. onde (per la trigesimaseconda propositione del primo) lo triangolo b.d.l. sarà equiangolo al triangolo b.a.d. Perche l'angolo d. del minore è equale al angolo a. del maggiore, & l'angolo b. e commune a l'uno & l'altro. Adonque (per la quarta del sesto) la proportione della a.b. alla b.d. è si come della b.d. alla l.b. per la qual cosa (per la prima parte della decimasettima del sesto) quello che preuiene dalla a.b. in la b.l. equale al quadrato della d.b. Et prima fu prouato che quello che preuiene dalla a.b. in la a.l. e equale al quadrato della a.b. Adonque quello che preuiene dalla a.b. in la a.l. & in la l.b. è equale alli duoi quadrati delle due linee a.b. & b.d. Et (perche per la seconda del secondo) quello che preuiene dalla a.b. in la l.a. & in la l.b. è equale al quadrato della linea a.b. Et la linea a.b. è il lato del penthagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio, & la linea a.b. è il lato del decagono equilatero & la linea b.d. (per el correlario della decimaquinta del quarto) è equale al lato del exagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio per laqual demostratione vien a esser verificato quello che fu detto.

Theorema. 11. Propositione. 11.

Se a duoi propinqui angoli di un penthagono equilatero descritto dentro di un cerchio, dalli termini di suoi lati sian sotto tese ouer tirate due linee rette l'una, e l'altra di quelle segharà l'altra secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di caduna di quelle sarà equale al lato di quel penthagono.



Sia lo penthagono equilatero a.b.c.d.e. inscritto in el cerchio assignado dalle medesime lettere a duoi propinqui angoli di quello (quali sono, a. & b.) siano sotto tese ouer tirate le due linee rette a.c. & b.e. segandose fra loro in ponto f. Dico adonque l'una & l'altra di quele esser diuisa in ponto f. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi: & che la maggior parte di caduna di quelle è equale al lato del penthagono: perche (per la uigesimaottaua del terzo) è manifesto che li cinque archi del cerchio che circonscriue il proposto penthagono (di quali le corde sono li lati di quel penthagono) sono fra loro equali. E però (per la ultima del sesto) li quattro angoli a.e.b. a.b.e. b.a.c. & b.c.a. sono fra loro equali. Perche li archi a.b. a.e. & b.c. sono fra loro equali. Et conciosia che l'arco a.c.d.e. sia doppio al arco b.c. Anchora (per la ultima del sesto) lo angolo c.a.e. sarà doppio a lo angolo c.a.b. & (per la prima parte della trigesima seconda del

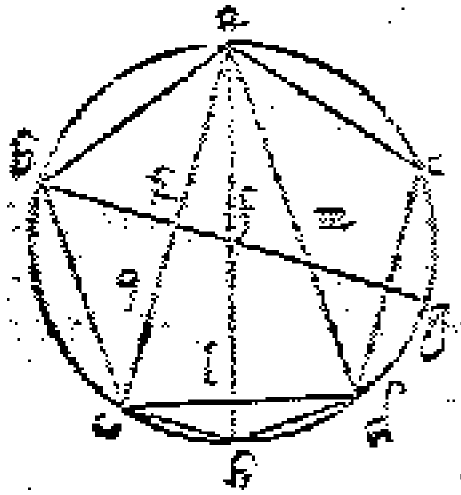
primo)

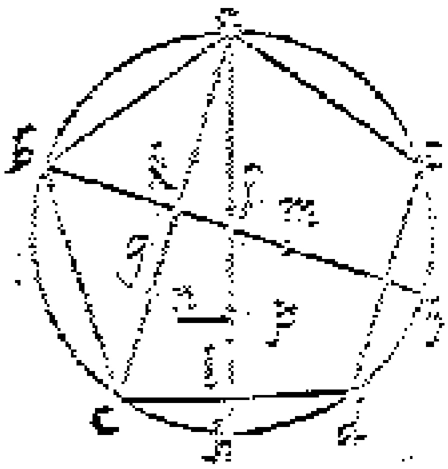
primo) l'angolo, a, f, e, è doppio al angolo, f, a, b. adonque l'angolo, a, f, e, è equale a l'angolo, f, a, e, per laqual cosa, per la sesta del primo, la linea, a, e, e equale alla linea, f, e, & li dui triangoli, a, b, e, & a, f, b, sono equiangoli, per quelle cose che sono state dette & per la trigesima seconda del 1. perche lo angolo, e del maggiore è equale al angolo, a, del minore & lo angolo, b, e, commune al uno & l'altro, adonque, per la quarta del sesto, la proportione della, e, b, alla, b, a sarà si come della, b, a, alla, f, b. Et conciosia che la, e, f, sia equale alla, a, b, imperoche quella, come fu provado, è equale alla, a, e. Seguita, per la settima del quinto, che la proportione della, b, e, alla, e, f, sia si come della, e, f, alla, f, b. Per laqual cosa, per la diffinitione la linea, e, b, è divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & se questo e uero de la linea. e. b. Anchora, per la settima del quinto, & quinta del medesimo & per la diffinitione, il medesimo sarà vero della linea, a, c, perche tutta la, b, e, e equale a tutta la, a, c, per la quarta del primo, & le parti alle parti (per la sesta del primo & per la commune scientia) perche le parti a, f, & b, f, sono equali (per la sesta del primo) & pero li residui, f, e, & f, c, saranno fra loro equali per la Concettione, o veramente (si te pare) tu poi, & piu facilmente dimostrare il proposito della linea, a, c, pareggiando circa a quello come è stato fatto circa alla linea. e. b.

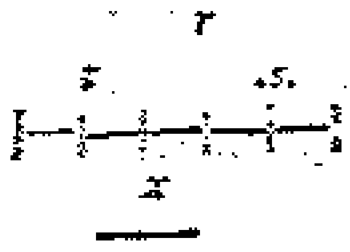
Theorema 12. Propositione 12.

12 Se il diametro d'un cerchio che circonscriua uno penthagono equilatero
11 sarà rationale lo lato di quel penthagono sarà una linea irrationale, cioe quella che è detta linea minore.

Sia il penthagono equilatero a, b, c, d, e scritto in lo cerchio delle medesime lettere notato el centro del quale sia el ponto f. & li duoi diametri b, g & a, h, & sia l'uno & l'altro di quelli diametri una linea rationale in longhezza. Hor dico che il lato del detto penthagono scritto sarà una linea irrationale, cioe quella che se dice linea minore. Perche essendo protratta over tirata la linea a. c laqual seghi il diametro b, g in ponto k. Et (per la ultima del sesto & quarta del primo) la linea a. c. sarà divisa dal diametro b, g, orthogonalmente & in due parti equali in ponto k. perche conciosia che il semicerchio b, a, g, sia equale al semicerchio b, c, g, & l'arco b, c, al arco b, a, si come è manifesto (per la vigesima ottaua del terzo) sarà l'arco a. g. (residuo) equale al arco c, g, (residuo) & pero (per la ultima del sesto) lo angolo a, b, g sara etiam equale a lo angolo c, b, g, adonque conciosia che li duoi lati a, b, & b. k. del triangolo a. b. k. siano equali alli duoi lati, c. b. & b. k. del triangolo c, b, k, & l'angolo b, de l'uno al l'angolo, b, de l'altro, (per la quarta del primo) la basa a, k, sarà equal alla basa, k, c, & tutti li angoli che sono al k, sono retti (per la prima parte della terza del terzo) & lo diametro a. h. seghi lo lato del penthagono, c, d, in ponto, l. Et similmente la linea, c, d, sarà divisa dal diametro a, h, orthogonalmente & in due parti equali in ponto l. & conciosia posta che li duoi archi a.d.h. & a.c.h. siano equali & l'arco a.c. sia equale al arco a.d. li duoi residui di semicerchij (che sono c.h. & d.h.) saranno equali alli, quali essendo fatto cosi, siano tirate le due corde, che sono c.h. & d.h. quelle anchora (per la vigesima nona del terzo) saranno equale, & perche l'arco a.c. è equale al arco. a.d. (per la ultima del sesto) l'angolo c.h.l. sarà equale al angolo d.h.l. E però (per la quarta del primo la basa c.l. è equale alla basa d.l. & tutti li angoli che sono al l. sono retti (per la prima parte della terza del terzo.) Adonque li duoi triangoli a.c.l. & a.f.k. sono equiangoli (per la 33. del primo) perche l'angolo l. del maggiore è equale al angolo. k. del minore (imperò che l'uno e l'altro è retto.) Et l'angolo a. e commune al l'uno e l'altro per laqual cosa (per la quarta del sesto) la proportione della l.c. alla a.c. è si come de la k.f. alla f.a. Sia tolto adonque del diametro b.g. la linea f.m. equale alla quarta parte del semidiametro: & (per la equa proportionalità) la proportione de la c.l. alla quarta parte della linea a.c. (laquale sia c.q.) sarà si come della k.f. alla quarta parte della linea f.a. laquale è f.m. & perche (per la decima quinta del quinto) la proportione della c.d. alla c.k. è si come della c.l. alla c.q. perche cosi è il doppio al doppio, si come il sempio al sempio (per la 11. del quinto) della c.d. alla c.k. sarà si come della k.f. alla f.m. Et congiontamente della linea composta della d.c. & della. c.k. alla c.k. si come della k.m. alla m.f. E però (per la prima parte della vigesima seconda del sesto) la proportione del quadrato della linea composta della d.c. & c.k. al quadrato della linea c.k. è si come del quadrato della linea k.m. al quadrato della linea m.f. Et (per la precedente) è manifesto che se la linea a.c. sia divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, la maggior parte di quella, sarà equale alla linea. d.c. adonque la linea che è composta della linea . d. c. & c.k. è composta della maggior parte della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & della mità di tutta la linea cosi divisa perche la c.k. è la mità della a.c. adonque per la prima di questo decimo terzo libro) lo quadrato della linea cōposta della d.c. et c.k. è anchora quincuplo al quadrato della linea c.k. e però lo quadrato della linea k.m. è anchora quincuplo al quadrato della linea m.f. conciosia che la proportione di quelli quadrati et de quelli sia una medesima. & la linea k.m. è quincupla alla linea m.f. perche la m.f. era la quarta parte del semidiametro del proposto cerchio. Adonque el quadrato della linea k.m. al quadrato della linea m.f. è si come della linea b.m. alla linea m.f. & perche (per la seconda parte della decima nona del sesto) lo quadrato della li-



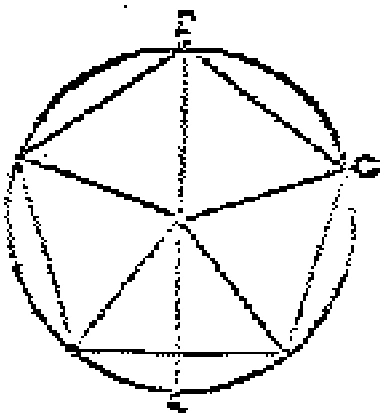


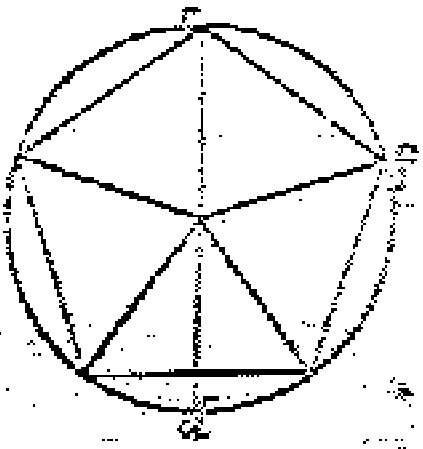


nea k.m.

ma k.m, al quadrato della linea m.f, si come della linea k.m, alla linea m.f, duplicada, & (per la undecima del quinto) la linea b.m. alla linea m.f, sarà si come la linea k.m. alla linea m.f, duplicata. Adonque la linea k.m, è media proportionale fra le due linee b.m, & m.f. laqual cosa cosi è manifesta, perche essendo la linea n.p, media proportionale fra quelle, tolta secondo la dottrina della nona del sesto, & (per la diffinitione della proportione duplicada che è posta in el principio del quinto) la proportione della b.m. alla m.f, sarà si come della b.m. alla n.p, duplicada: & perche la b.m alla n.p, è si come la n.p, alla m.f, Etiam (per la undecima del quinto) la proportione della b.m. alla m.f, sarà si come della n.p, alla m.f, duplicada adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due linee k.m. & n.p. sono equale, & però (per la prima parte della settima del quinto & per la seconda parte della medesima) la linea k.m. è media proportionale fra la b.m. & m.f. per laqual cosa (per el corrolario della decimasettima del sesto) la proportione del quadrato della linea b.m. al quadrato della linea m. k. è si come è della linea b.m. alla linea m.f. & perche la linea b.m. è quintupla alla linea m.f. el quadrato della linea b.m. sarà quintuplo al quadrato della linea m. k, & la linea, b, m, è rationale in longhezza. Adonque (per la ultima parte

della nona del decimo) la linea m. k. è rationale solamente in potentia, & perche la linea b.m. è piu potente della linea m.k in el quadrato di una linea a se commensurabile in longhezza (come di sotto se approuarà) la linea b. k. sarà residuo quarto (per la diffinitione del quarto residuo. Hor quello che di sopra promettessimo di prouare in questo modo se manifesta sia el numero r. quintuplo al numero s. & t. & s. siano quanta r. & se r. fusse cinque s. saria uno & t. quattro. E sia la linea b.m. piu potente della linea m.k in el quadrato della linea x. Conciosia adonque che il quadrato della linea b.m. al quadrato della linea m.k. sia si come el numero r. al numero. s. per la disgionta proportionalità lo quadrato de la linea b.m. al quadrato della linea x. sarà si come el numero r. al numero t. per laqual cosa (per la ultima parte della nona del decimo) la linea x. è incommensurabile a la linea b. m. in longhezza. adonque non è dubbio che la linea b.k. sia residuo quarto & è manifesto (per la trigesimaquinta del terzo) che quello che vien fatto della b.k. in la k.g. è equale a quello che vien fatto della a.k. in la k.c. E però etiam quel medesimo è equale al quadrato della k. c. impero che la a.k è equale alla k.c adonque agionto al l'uno & l'altro lo quadrato della b.k. (per la penultima del primo) quello che vien fatto della b.k. in se medesima & in la k.g. sarà equa-





le al quadrato della, b, c. Et perche (per la prima del ſecondo) quello che vien fatto della, b, k, inſe & in la, k, g, è equal a quello che vien fatto della, b, k, in la, g, h, la linea, b, c, ſarà il lato tetragonico della ſuperficie contenuta dalle due linee, g, h, & k, h, & perche la linea, g, h, è rationale, & la linea, h, k, è reſiduo quarto, E perche la linea potente in una ſuperficie contenuta da una linea rationale e da un reſiduo quarto è linea minore (come è manifeſto per la nonageſimaquarta del decimo libro) è neceſſario la linea, b, c, (che il lato del penthagono equilatero inſcritto in el propoſito cerchio) eſſer la linea minore, che in principio fu propoſto da demoſtrare. Adonque per queſto modo ſeguita che il lato del penthagono equilatero inſcritto in uno cerchio ſia una linea minore, ſel diametro del cerchio (al quale era inſcritto) ſarà rationale in longhezza. Et ſe il diametro del cerchio ſarà rationale ſolamente in potentia anchora è neceſſario che il lato del penthagono equilatero inſcritto in quello ſia la linea minore: Perche poniamo che la linea, a, b, ſia rationale ſolamente in potentia, ſopra laquale ſia deſcritto un cerchio, & a quello che ſia inſcritto uno penthagono equilatero del quale un lato ſia la b. c. & lo cerchio et lo penthagono ſian detti. a. b. Dico che la linea b. c. è linea minore, perche eſſendo tolta alcuna linea rationale in longhezza (laqual ſia. d. e. & ſopra a quella ſia lineado un cerchio, al quale ſia inſcritto uno penthagono equilatero, & ſia uno lato di quello la linea. e. f. & el cerchio & lo penthagono ſian detti. d. e. Adonque è manifeſto (per queſta duodecima) che la e. f. è linea minore: conciosia che lo diametro d. e. ſia rationale in longhezza, & perche la proportione del penthagono a. b. al penthagono d. e. è ſi come el quadrato della linea b. c. al quadrato della linea e. f. Perche l'uno & l'altro (per la ſeconda parte della decimanona del ſeſto) è ſi come quella della linea b. c. alla linea e. f. duplicata. Et del penthagono a. b. al penthagono d. e. è ſi come del quadrato del diametro a. b. al quadrato del diametro d. e. (per la prima del duodecimo) ſarà (per la undecima del quinto) lo quadrato della linea c. b. al quadrato della linea e. f. ſi come lo quadrato del diametro, a, b, al quadrato del diametro d. e. Et conciosia che li quadrati di duoi diametri. a. b. & d. e. ſiano communicanti, perche ambidui ſono rationali (dal preſuposito.) Anchora (per la prima parte della decimaquarta del decimo) li quadrati delle due linee b. c. & e. f. ſaranno communicanti, adonque la linea b, c, è communicante in potentia con la linea, e. f. & perche la linea e. f. è linea minore, ſeguita, per la centeſimaquinta del decimo, che etiam la, b. c. ſia linea minore, che è il propoſito, adonque o ſia el diametro di alcun cerchio rationale in longhezza over ſolamente in potentia è neceſſario che il lato del penthagono (inſcritto in quello) ſia la linea minore.

Il Tradottore.

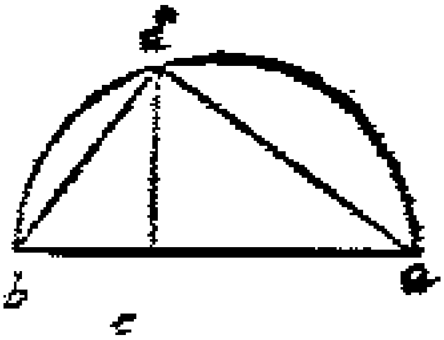
Biſogna notare che quella parte adutta et approbata in fine del commentatore ſe verifica medeſimamente nella prima argumentatione, cioè ſupponendo il diametro, largo modo, rationale, o ſia in longhezza, o ſolamente in potentia, che coſi ſe debbe intendere la propoſitione. ſe concluderà il propoſito.

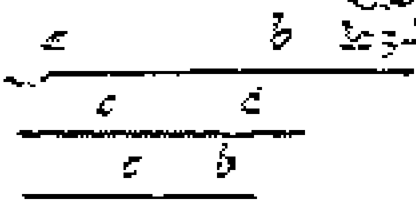
PRO

Problema .1. Propositione .13.

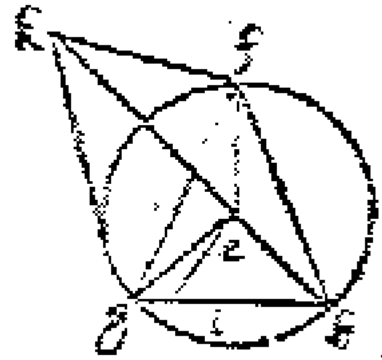
13/13 Problema fabricare una pyramide di quattro base triangolare equalatere circonscrittibile da una assignata sphera. Et dimostrare che il diametro di quella sphera hauere proportione sesquialtera potentialmente al lato di essa pyramide.

Sia la linea a.b. el diametro della assignata sphera laquale sia diuisa in ponto c. talmente che la a.c. sia doppia alla b.c. & sopra quella sia liuaddo lo semicerchio a.d.b. & sia produtta la linea c.d. orthogonalmente sopra la linea a.b. & siano produtte le linee b.d. & a.d. e dapoi sia fatto el cerchio f.g.h. sopra il centro e. el semidiametro delquale sia equale alla linea c.d. in el quale (per la seconda del quarto) sia inscritto un triangolo equilatero elquale sia f.g.h. alli angoli delquale (dal centro) siano protratte le linee e.f. e.g. e.h. e da poi sopra il centro e. secondo che insegna la duodecima del undecimo) sia erigata la linea e.k. perpendicolarmente a la superficie del cerchio f.g.h. laquale sia posta equale alla a.c. Et dal ponto k. siano tirate le hypothumese k.f. k.g. & k.h. & sarà compita la pyramide di quattro base triangolare equilatere, laqual dico esser circonscrittibile dalla assignata sphera, etiam dico el quadrato del diametro della proposta sphera esser sesquialtero al quadrato lato della detta fabricata pyramide, perche egliè manifesto (per la prima parte del correlario della ottaua del sesto) che la linea c.d. è media proportionale fra la a.c. & la c.b. per laqual cosa (per el





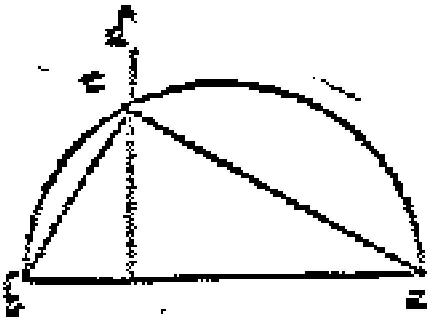
Ciascuna de le 3 linee e.f. e.g. & e.h. è egual a la c.d.

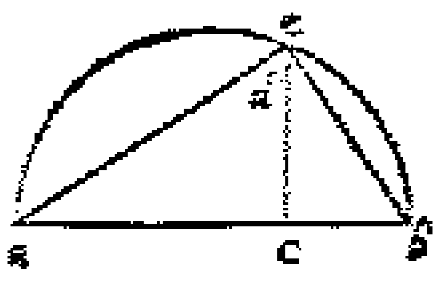


correlario della .18. del medesimo) el quadrato della linea a.c. al quadrato della linea c.d. è si come la linea c.d. alla c.b. adonque congiontamente lo quadrato della a.c. & lo quadrato della c.d. al quadrato della c.d. è si come la a.b. alla c.b. E però (per la penultima del primo) el quadrato della a.d. al quadrato della d.c. sarà si come la a.b. alla b.c. Conciosia adonque che la linea a.b. sia treppia alla b.c. (perche la a.c. era doppia a quella) anchora lo quadrato della a.d. sarà treppio al quadrato della d.c. & per la ottaua di questo) lo quadrato della f.g. è treppio al quadrato della e.f. Per la qual cosa conciosia che (dal presupposito) la linea d.c. sia equale alla e.f. (per commune sententia) la a.d. sarà equale alla f.g. Et perche (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) la linea e.k. contiene angoli retti con cadauna delle linee e.f. e.g. e.h. delle quale cadauna è equale alla linea c.d. & perche quella medesima è equale alla linea a.c. & l'angolo c. è retto (per la quarta del primo) cadauna delle tre linee k.f. k.g. k.h. sarà equale alla linea a.d. Adonque è manifesto la fabricata pyramide esser di quattro base triangolar e equilatere. Ma che quella sia circonscrittibile dalla assignata sphera tu l'hauerai in questo modo: Sia intesa alla linea.e.K. esserui aggionto (secondo la rettitudine) la linea.e.l. equale alla linea.e.b. accio che tutta la.K.l. sia equal alla.a.b. (che è il diametro della assignata sphera) Dico che questa linea.e.l. tu la imaginarai esser sotto al cerchio.f.g.h. etiam perpendicolare alla superficie di quello dalla parte di sotto si come è la.e.K. dalla parte di sopra. Et cadauna delle tre linee.e.f.e.g.e.h.(Et simplicemente qualunque semidiametro del cerchio.f.g.h.) sarà media proportionale fra la.e.K. & la.e.l. si come è la.d.c. fra la.a.c. & la.c.b. Perche queste sono equale a quelle (cadauna alla sua relatiua.) Adonque se sopra la linea.l.K. sia descritto un mezzo cerchio & quello sia circondutto per fina a tanto che'l ritorni al loco doue incomincio a mouersi, la sphera descritta da questo mezzo cerchio nel moto suo (per la diffinitione delle sphere equali) sarà equale alla sphera assignata, perche le sphere sono equale quando il diametro di quelle sono equali, si come fu detto di cerchi in el principio del terzo. Et questo semicerchio è necessario transire per li tre ponti.f.g.h. liquali sono li angoli della solida pyramide fabricata & similmente dico che questo semicerchio che sarà descritto sopra la linea.K.l. se sarà circondutto per fina che'l ritorni al loco doue quello hauerà comenciato a mouersi toccarà el cerchio.f.g.h. sopra tutti li ponti della circonferentia di quello. Laqual cosa se approua da questa antiqua verità. Se una linea retta starà perpendicolarmente sopra una linea retta laqual sia posta media proportionale fra le parti di quella alle quale si produce, cioe alle due parti che li sta intorno, & sia descritto un mezzo cerchio sopra a quella linea (sopra laquale sia la perpendicolare) la circonferentia di quello necessariamente transirà per la estremità della linea media proportionale posta perpendicularmente. Conciosia adonque che tutti li semidiametri del cerchio.f.g.h. siano perpendicolari alla linea.k.l. & medii proportionali fra le parti di quella lequal sono.k.e.& e.l. Seguita che il semicerchio descritto sopra la.k.l. essendo circondutto transisse per tutti li ponti della circonferentia.f.g.h. & per tutti li angoli solidi della fabricata pyramide. Adonque (per la diffinitione di quella che è d'una figura inscritta in una figura) la fabricata pyramide è inscrittibile a quella sphera che descriue el semicircolo (locato sopra la linea.k.l.) nel moto suo. Et perche questa sphera descritta è equale alla sphera assignata (per la diffinitione delle sphere equale) seguita (per commune sententia) che questa pyramide fabricata sia circonscrittibile dalla assignata sphera, che è il proposito. Lo correlario anchora in questo modo se manifesta. Hor conciosia che la linea.a.b. sia treppia alla.b.c. (per la quarta proportionalità) la.a.b. serà sesquialtera alla.a.c. E però (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto, & correlario della decima ottaua del medesimo) el quadrato della linea.a.b. sarà etiam sesquialtero al quadrato della linea.a.d. Et perche la linea.a.d. è equale al lato della fabricata pyramide: & la.a.b. è il diametro della sphera è manifesto esser il vero quello che per el correlario è detto.

Et acciò che non accadi in alcuno a dubitare della proposta antiqua verità, volemo quella con demostratione affermare in questo modo. Sia adonque sopra

pra alla linea, a. b. la linea, c, d. perpendicolare, laquale sia posta medi la proportiona le fra le parti della linea, a. b. lequale siano, a, c, & c. b. talmente che la proportione della, a, c. alla, c, d. sia si come della, c, d. alla, c, b. Et sopra la linea, a, b. sia descritto lo mezzo cerchio, a. e. b. Dico che la circonferentia di questo mezzo cerchio transirà per el ponto, d, che è la estremità della perpendiculare: & essendo altramente (per lo aduersario) ouer segarà la linea, c, d, ouer transirà di sopra di quella cioe trascendendo & includendo & non toccando tutta quella segli adonque e primamente quella in ponto, e, & siano dutte le linee, e, b. & e, a. Et (per la prima parte della trigesima prima del terzo) lo total angolo, a, e, b, sarà retto. Adonque (per la prima parte del correlario della. 8. del sesto) la proportione della, a, c, alla, c, e, è si come della, c, e, alla, c, b, & (per la seconda parte della ottaua del quinto) la proportione della, a, c, alla, c, e, è maggiore che della, a, c, alla, c, d, imperoche la, c, e, è minore che la, c, d, Essendo adonque della, c, e, alla, c, b, si come della, a, c, alla, c, e, & della, c, d, alla, c, b, si come della, a, c, alla, c, d, (per la duodecima del quinto) della, c, e, alla, c, b, sarà maggiore che della, c, d, alla, c, b. Et pero (per la prima parte della decima del quinto) la, c, e, saria maggiore che la, c, d, cioe la parte saria maggiore del suo tutto, laqual cosa è impossibile, adonque la circonferentia del semicerchio non segarà la linea, c, d, transisca adonque di sopra, & sia produtto la, c, d, per fin alla circonferentia, & sia tutta la, c, e, & siano protratte le linee, e, b, & e, a, & seguitarà come prima la linea, c, d, esser maggiore che la linea, c, e, che è impossibile adonque è manifesto il proposito: & similmente diremo che se 'l sarà alcun angolo retto al quale sia sottotesa (ouer tirata) una basa sopra laquale sia lineado un mezzo cerchio, la circonferentia di quello è necessario transire per l'angolo retto, & la conuersa di questa propone la trigesima prima del 3. & quello che hauemo detto se manifesta in questo modo. Sia l'angolo, a, b, c, retto al quale sia tirata sotto la basa, a, c, et sopra quella sia lineado un mezzo cerchio Dico che la circonferentia di quello transirà per il ponto, b, in el qual uenno di compagnia le linee che contengono l'angolo retto, la demostratione dellaquale è che non transirà di sopra ne di sotto & essendo possibile, per lo aduersario quella transisca primamente di sotto et sia la, a, e, c, & dal angolo, b, sia produtta la linea, b, d, perpendicolare alla basa, a, c, laquale segli la circonferentia del semicerchio in ponto, e, & siano protratte le linee, e, a, & e, c, Et l'angolo, a, e, c, sarà retto, per la prima parte della 31. del 3. & quello è maggiore del angolo, a, b, c, per la, 21. del 1. Et questo è impossibile, per la 3. petitione, conciosia che l'uno e l'altro sia retto, l'uno dal presupposito l'altro per la prima parte della 31 del terzo. Adonque la circonferentia del mezzo cerchio non transirà di sotto l'angolo, b, transisca adonque di sopra, se è possibile, & sia la, a, f, c, & sia produtta la perpendicolare, d, b, per fina che la se incontri con la circonferentia del semicerchio

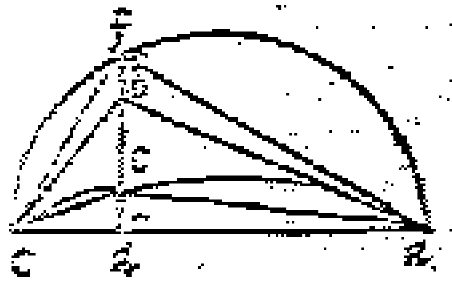


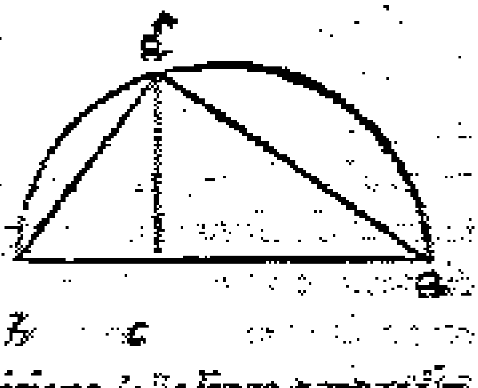


ta la pto. f, & siano produtte le linee. f. a. f. e. Et per la prima parte della trigesima prima del terzo) l'angolo, a, f, e, sarà retto, & conciosia che etiam l'angolo a. b. e (dal presupposito) sia retto, seguira lo impossibile (per la nigesima prima del primo) si come in el principio. Rimane adonque il proposito, & questo è necessaria alla cognitione delle cose che seguitano.

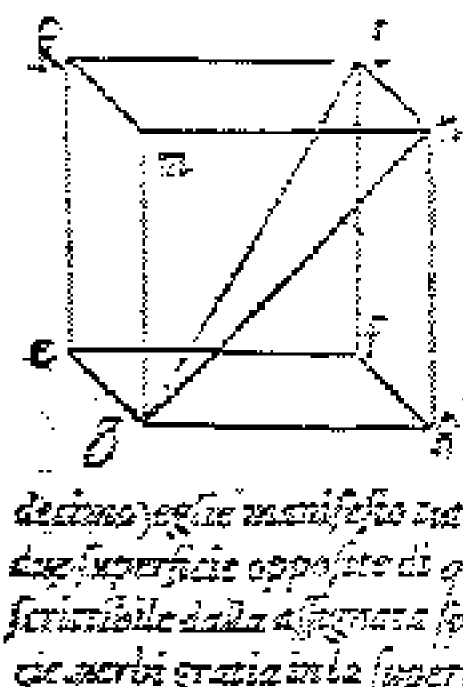
Problema. 2. Propositione. 14.

14 / 15 Egli è possibile a constituire un cubo circonscrittibile da una assignata sphera, & dimostrare il diametro della medesima sphera esser potentialmente treppio al lato di quello cubo.





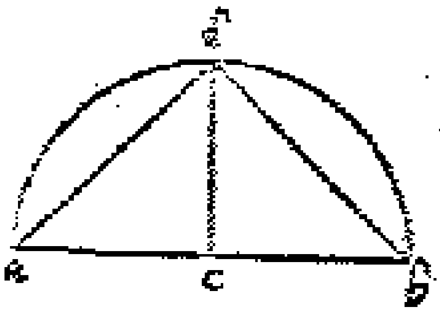
Sia la. a. b. el diametro della assignata sphera sopra laquale sia lineato lo semicircolo. a. d. b, & sia diviso il diametro in ponto. c. secondo la conditione della precedente, cioe che la linea. a. c. sia doppia alla linea. c. b. et sia produtta la. c. d. perpendicolarmente alla, a, b, & siano protratte la, d, b, &, d, a, è da poi sia fatto uno quadrato del quale tutti li lati siano equali alla linea. b. d. & sia. e. f. g. h. sopra li 4 angoli del quale siano erigati (come insegna la duodecima del undecimo) quattro linee perpendicolare alla superficie di esso quadrato, delle quale caduna sia etiam posta equale alla linea. b. d. & siano. e. k. f. l. g. m. h. n. & queste quattro perpendicolare (caduna a caduna saranno equidistante (per la sesta del undecimo) li angoli che contengono con li lati del quadrato saranno retti (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) & dapoi siano congionte le estremità de queste perpendicolare dalle protratte linee. k. l. l. n. m. n. m. k. & sarà compito il cubo contenuto da sei superficie quadrate. Perche egli è manifesto (per la trigesima terza & trigesima quarta del primo) che le quattro superficie che circondano quello (& quelle sono delle quali li lati oppositi sono le quattro perpendicolare) siano tutte quadrate, questo medesimo sia posto della basa. Ma della superficie di sopra (che è la. k. l. m. n.) che quella sia quadrato è manifesto (per la trigesima terza del primo et decima del undecimo) & però (per la quarta del undecimo) egli è manifesto tutti li lati del medesimo cubo stare orthogonalmente in le due superficie opposite di quello. Ma accio che demostremo questo cubo esser circonscrittibile dalla assignata sphera, sia protratto la diagonale in una delle sue superficie verbi gratia in la superficie. g. h. m. n. & sia la. g. n. & da una delle estremità di questa diagonale sia protratto il diametro del cubo. l. g. & (per la penultima del primo)



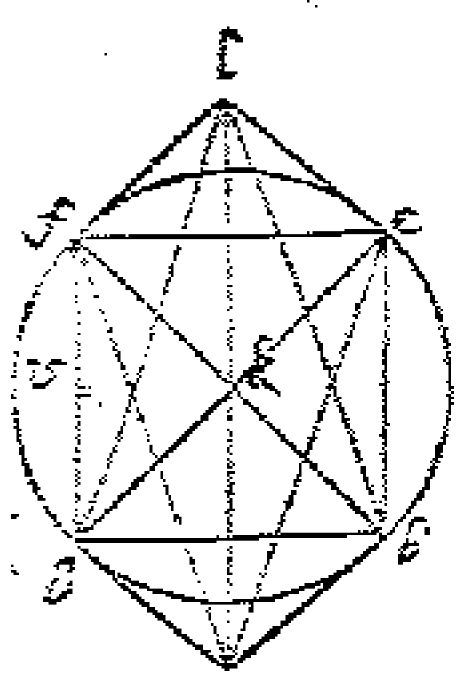
primo) lo quadrato della n, g, sarà doppio al quadrato della n, h. E però ancora il quadrato della l, n, imperoche la n, h, è equale alla n, l, (perche tutti li lati del cubo sono fra loro equali) et perche (un'altra volta per la penultima del primo) lo quadrato della l, g, è equale alli quadrati delle due linee l, n, & n, g, per questa ragione che l'angolo g, n, l, è retto (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) lo quadrato della l, g, sarà treppio al quadrato della l, n, perche è composto del doppio & del simplo. Et conciosia che (per la seconda parte del corrolario della ottava del sesto libro, et per el corrolario della decima ottava del medesimo) ancora lo quadrato della a, b, sia treppio al quadrato della b, d, imperoche la linea a, b, è treppia alla linea b, c, & la linea b, d, sia equale alla linea l, n, (dal presupposito) seguita (per commune scientia) che la l, g, (che è el diametro del cubo) sia equale alla a, b, (che è il diametro della sphera.) Adunque se sopra la l, g, sia tirado un mezzo cerchio, et sia circondutto per fina che ritorni al loco dove fu il principio del moto la sphera descritta (per la diffinitione delle sphere equali) serà equale alla sphera assignata. Ma perche questo mezzo cerchio fa el transito per el ponto n, imperoche l'angolo g, n, l, è retto, & per la medesima ragione lo farà etiam per tutti li altri angoli retti del cubo laqual cosa (per la antecedente posto immediate avanti questa decimaquarta) è manifesta. Adonque egli è manifesto esser constituido el cubo circonscrittibile dalla assignata sphera, imperoche egli è circonscrittibile della sua equale) laqual cosa bisognava dimostrare. & la demostratione del corrolario è manifesto (per il processo di queste demostrationi.

Problema 3. Propositione 15.

15 / 14 Possemo componere un corpo di otto base triangolare equilatere circonscrittibile da una proposita sphera. Et sarà manifesto el diametro della detta sphera esser potentialmente doppio al lato di qual corpo.



Sia el diametro della sphera proposta la linea, a, b, laqual sia divisa in due parti equali in ponto, c, & sopra a quella sia tirado lo mezzo cerchio, a, d, b, et sia produtta la, c, d, perpendicolare alla, a, b, & sia congionto el ponto, d, con, a, & con, b, & sia descritto un quadrato del quale cadauno suo lato sia equale alla linea, b, d, & questo sia lo quadrato, e, f, g, h, in el quale siano protratti li dui diametri, g, e, & f, h, liquali si segano insieme in ponto, k, adonque è manifesto (per la quarta del primo) che l'uno e l'altro di questi dui diametri sia equale alla linea a, b, che e el diametro della sphera, conciosia che l'angolo d, sia retto (per la prima della trigesima prima del terzo) & ancora tutti li suoi angoli e, f, g, h, sono retti (per la diffinitione del quadrato.) Ancora è manifesto che li medesimi dui diametri e, g, & f, h, se dividono fra loro in due parti equali in ponto k. Et questo facilmente se manifesta (dalla quinta del primo & dalla trigesima seconda & sesta del medesimo.) Adonque sopra el ponto k, sia erigata la

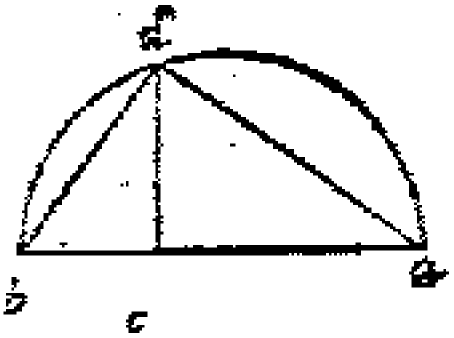


linea K l perpendiculare alla superficie del quadrato laquale sia posta equale alla mità del diametro e, g, ouer f b, & siano leuade ouer tirate le ypotenusse l e, l f, l g, & l b, & (per le cose che sono sta poste, & per la penultima del primo repetita quante volte bisognarà) ciascuna di queste ypothenusse saranno equale fra loro, etiam equale alli lati del quadrato, tu hai adonque vna pyramide di quattro base triangolare equilatere constituida sopra un quadrato. Et per tanto sotto a quel quadrato metterai vna simile pyramide in questo modo producerai la linea l, k, (preforando el quadrato) per fina al m, talmente che la k m. che sia sotto el quadrato: sia equale al l. k. che sta di sopra, & congiongi il ponto, m, con ciascuno di quattro angoli del quadrato, producendo quattro altre ypothenusse lequale siano m e, m f, m g, m b, delle quale anchora è manifesto (per la penultima del primo si come delle altre che sono in la parte di sopra) che quelle siano equale fra loro & alli lati del quadrato, adonque hauemo compido el corpo di otto base triangolare & equilatere che questo sia circonscrittibile della assignata sphera tu l'hauerai in questo modo, perche eglie manifesto che la linea l, m, è equale al diametro della assignata sphera: perche l'una & l'altra di quelle è equale al diametro del quadrato. Adonque se sopra alla linea l, m, sarà linea to vn mezzo cerchio, el quale sia circonducto per fina a tanto che ritorni al loco suo la sphera che quel descriuere con el suo moto sarà equale alla sphera assignata (come se manifesta per la diffinitione delle sphere equale) & questo mezzo cerchio transirà per li quattro angoli del quadrato, & simplicemente per tutti li ponti della circonferentia del cerchio che circonscriue il quadrato: impero che, el mezzo diametro del quadrato, che è la linea f k, & le parti della linea l m. lequale sono l k. & k m. sono fra loro equale: per laqual cosa (per la diffinitione di quello che è una figura esser scritta in una figura) lo fabricato corpo è inscrittibile in la sphera descritta dal moto di questo mezzo cerchio, adonque (per la concessione) è inscrittibile in la assignata sphera, conciosia che quelle siano fra loro equale (per la diffinitione) etiam lo correlario è manifesto, perche le due linee e, b, & d, e, sono equale (per la quarta del primo) e pero lo quadrato della e, b, è doppio al quadrato della b, d, (per la penultima del primo) & lo lato del fabricato corpo è equale alla linea b, d, adonque el correlario è vero.

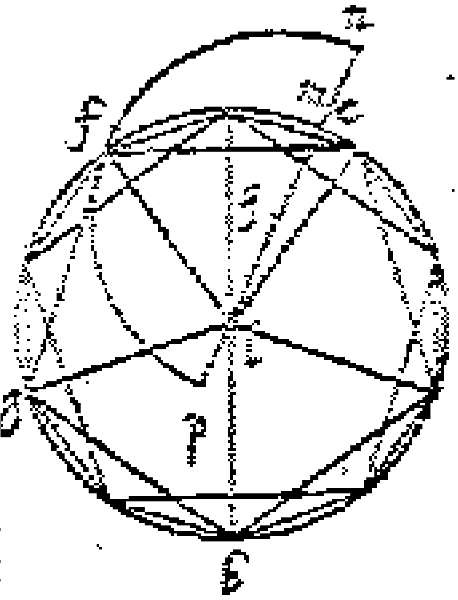
Problema. 4. Propositione. 16.

36 / 16 Puotemo fabricare el corpo de vinti base triangolare, equilatere, circonscrittibile da vna data sphera, che habbia el diametro rationale, & sarà manifesto el lato del medesimo corpo essere una linea irrationale cioe quella che se dice linea minore.

Sia



Sia anchora in questo loco el diametro della assegnata sphera la linea a,b, laquale sia posta esser rationale, over in longhezza o ver solamente in potentia, & sia divisa in ponto c, talmente che la a,c, sia quadrupla alla c,b, & sopra di quella sia linendo lo mezzo cerchio a,d,b, & sia produtta la c,d, perpendicolare alla a,b, & sia protratta la linea d,b, dapoi secondo la quantità della linea d,b, sia linendo lo cerchio e,f, g,h,K, sopra il centro l, alquale sia inscritto uno penthagono equilatero annotado dalle medesime lettere, alli angoli del quale dal centro l, siano dutte le linee l,e, l,f, l,g, l,h, l,k. Sia anchora inscritto in el medesimo cerchio uno decagono equilatero, & questo se farà in questo modo, siano divisi tutti li archi (di quali li lati del penthagono sono corde) in due parti equali, & dalli ponti di mezzo & siano tirate linee rette alle estremità di tutti li lati del penthagono inscritto. Anchora sopra a cadauno delli cinque angoli del penthagono sia erigato un catheto secondo che insegna la 12. del



11. liquali cadauno sia etiam equale alla linea b,d, Et siano continuate le estremità di questi 5 catheti con cinque coraustri et li 5. catheti eretti (per la 6. del 11. serano fra loro equidistanti, conciosia che quelli siano equali. Anchora li coraustri (per la 33. del 1,) che congiono le estremità di quelli saranno equali alli lati del penthagono. adonque dalla summità di cadauno di detti catheti tirarai due ypothemisse alli doi circonstanti angoli del inscritto decagono, et le estremità di queste diece ypotemisse che terminano alli cinque ponti che sono a cadauno delli angoli di mezzo dello inscritto decagono siano continuate con linee rette inscrivendo un'altra volta un'altro penthagono in esso cerchio. Elquale sarà anchora equilatero, per la 34. del 3. adonque quando che tu haverai fatto questo tu vederai haver compido diece triangoli di quali li lati sono 10. ypothemisse, & li cinque coraustri, & li cinq. lati di questo secondo penthagono inscritto. Adonq. questi diece triangoli in questo modo se apprende esser equilateri, perche conciosia cosa che si el mezzo diametro descritto cerchio con cadauno di cathetti eretti sia equale alla linea b,d, del presupposito, per el corelario della 15. del quarto, cadauno di detti catheti sarà equale al lato del exagono equilatero inscritto in lo cerchio del quale il mezzo diametro e equale alla linea b,d, E però (per la penultima del primo) cadauna delle diece ypothemisse è tanto piu potente del catheto quanto puol el lato del decagono, & per la 10. di questo, ancora lo lato del penthagono e tanto piu potente del medesimo quanto puol il medesimo lato del decagono, per communa scientia, cadauna di queste ypothemisse sarà equale al lato del penthagono. Di coraustri anchora è manifesto che quelli sono equali alli lati del penthagono. Adonque tutti li lati di questi diece triangoli over che

sono li lati del pentagono equilatero (descritto la seconda volta nel cerchio) over o che sono a quelli equali, adonque li triangoli sono equilateri, ma piu sopra il centro del cerchio (che è il ponto l.) tira un'altro catheto equale alli primi el quale sia l. m. & la superiore estremità di quello (che è il ponto m.) giongi con cadauna estremità di primi con cinque corausti (& per la sesta del medesimo) questo centro al catheto sarà equidistante a ciascuno di cathetti angolari. E però (per la trigesimaterza del primo) questi cinque corausti saranno equali al mezzo diametro del cerchio, et (per el corelario della 15 del quarto) ciascun de quelli è si come el lato del exagono, adonque sia aggionto al catheto centrale da l'una & l'altra parte, una linea equale al lato del decagono: de sopra a quello sia aggionto m.n. & di sotto cioe sotto el cerchio sia aggionto a quello la l.p. dal centro del cerchio, e dapoi dal ponto n. siano tirate cinque ypotenuse alli cinque superiori angoli di dieci triangoli che sono in el circuito & dal ponto p. ne siano tirate altre cinque alli altri cinque angoli di sotto, & queste dieci ypothenuse saranno equale fra loro, & alli lati dello inscritto pentagono (per la penultima del primo, & decima di questo) si come delle altre dieci prime fu dimostrato. Tu hai adonque un corpo di venti base triangolare equilatere del quale tutti li lati sono equali alli lati del pentagono, & lo diametro di quello è la linea n, p, Et di questi venti triangoli dieci ne siano in circuito sopra il cerchio & cinque el elevano di sopra li quali concorrano al ponto n, & li altri cinque restanti si sommergono de sotto & vanno insieme a terminare al ponto p. Ma che questo corpo de venti base sia circonscrittibile dalla data sphera in questo modo sarà manifesto. Conciosia che la linea l.m. sia equale al lato del exagono & la. m. n. lato del decagono equilateri che circonscrive il cerchio e, f, tutta la linea l, n. (per la nona del presente libro) sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in ponto m. & la maggior parte di quella sarà la linea l.m. Adonque sia divisa la l.m. in due parti equali in ponto q. & la, q, n, (per commune scientia) sarà equale alla q.p. Perche la p.l. fu posta equale al lato del decagono, si come la m.n. per laqual cosa la q.n. e la mità della n.p. si come la q. m. e la mità della. m.l. Conciosia adonque che il quadrato della n.q. sia quincuplo (per la terza di questo) al quadrato della q.m. Ancora lo quadrato della p.n. (per la decimaquinta del quinto) sarà quincuplo al quadrato della l.m. perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della p.n. è quadruplo al quadrato della q.n. Ancora lo quadrato della l.m. è quadruplo al quadrato della q.m. (per la medesima) & lo quadruplo al quadruplo è come el semplio al semplio (come testifica la decimaquinta del quinto) Ma lo quadrato della a.b. è quincuplo al quadrato della b.d. (per la seconda parte del corelario della ottava del sesto: & per lo corelario della decima ottava del medesimo,) perche essendo la a, b, è quincupla alla b.c. imperò che la a, c, fu posta quadrupla a quella medesima. Adonque perche la l.m. (dal presupposito) è equale alla b.d. (per commune scientia) la a.b. sarà equale alla n.p. Adonque se sopra la linea, n.p. sia descritto un mezzo cerchio el quale sia circonvoluto per fina a tanto che quel ritorni al suo primo loco la sphera dal suo moto descritta, (per la diffinitione delle sphere) quale sarà equale alla sphera proposta, & perche

la linea.

la linea l.n. è media proportionale fra la l.n. & n.m. e pero etiam fra la l.n. et p.l. Adonque qual si voglia altro mezzo diametro del cerchio sarà medio proportionale fra la l.n. & l.p. Et conciosia che la l.m. sia equale al mezzo diametro del cerchio adonque el mezzo cerchio descritto sopra la p.n. transirà per tutti li ponti della circonferentia del cerchio, e.f.g. E pero transirà etiam per tutti li angoli del solido fabricato che stanno in quella circonferentia, E perche (per la medesima ragione) tutti li cathethi, che continuano, over colligano le estremità di catheti angolari con la estremità del catheto centrale sono medij proportionali fra la p.m. & m.n. imperoche ciascun di quelli è equale alla m.l. Seguita che il medesimo cerchio transisca etiam per li altri angoli della stantia figura de vinti base. Adonque questo corpo è inscrittibile alla sphera della quale la p.n. è diametro. E pero è etiam inscrittibile alla sphera de laquale la a.b. è diametro. Et lo lato di questa solida figura dico esser la linea minore. Perche egliè manifesto che la linea, b.d. è rationale in potentia conciosia che il quadrato di quella sia subquincuplo al quadrato della linea a.b. laqual sia posta rationale over in longhezza, over solamente in potentia. Adonque lo semidiametro del cerchio e.f.g. e etiam rationale in potentia. Perche lo semidiametro di quello è equale alla linea b.d. Adonque (per la duodecima di questo) lo lato del penthagono equilatero inscritto a questo cerchio è la linea minore, et lo lato di questa figura (come è sta manifestado in el processo di questa dimostratione) è quanto el lato del penthagono. Adonque lo lato di questa figura de vinti base è la linea minore si come se propone.

Corelario.

D Da questo è manifesto che il diametro della sphera è quincuplo in poten-
16 tia al mezzo diametro del cerchio che circonscrive il corpo di vinti base, et che il diametro della sphera è composto del lato del exagono & da duoi lati del decagono descritti nel medesimo cerchio.

Il Tradottore.

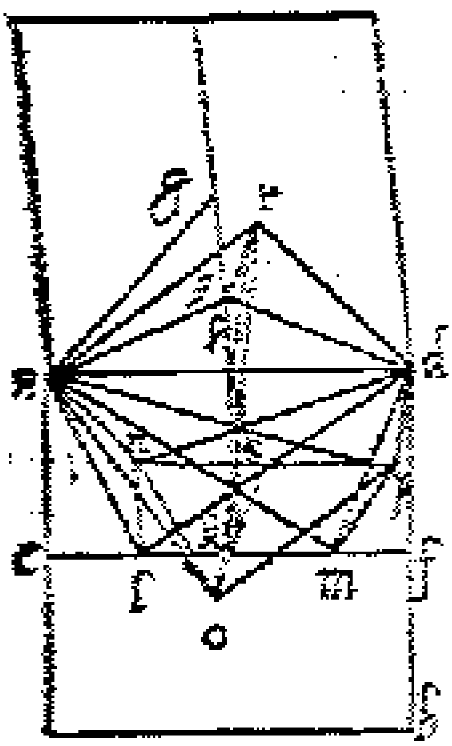
Per il cerchio che circonscrive il detto corpo de vinti base se piglia per il cerchio, e.g.h.k. della figura antiposta el mezzo diametro del quale viene a esser equale alla linea, a.b. della prima figura & alla, l.m. della seconda figura.

Problema 5. Propositione 17.

17 Potemo constituire el corpo di dodeci base penthagonale equilatere
17 & equiangole, circonscrittibile da una assignata sphera che habbia el diametro rationale. Et sarà palese el lato del medesimo corpo essere quella linea irrationale, che è detta residuo.

Sia fatto el cubo (secondo che insegna la 14. di questo) circonscrittibile dalla assignata sphera: & siano due superficie di questo cubo le, a.b. & a.c. Et imaginiamo al presente che la a.c. sia la superficie di sopra del cubo & la a. b. sia una di quelle

quelle di lati sia la linea.a.d.commune a queste due superficie. Adonque siano divisi li duoi lati oppositi (in la superficie.a.b.) in due parti equali cioe el lato.d.b.in ponto.f.& lo lato a quello opposito in ponto.e. & li ponti delle divisione sia continuati con la linea.e.f. Ancora sia diviso lo lato.a.d. & quello che gli e a l'incontro in la superficie.a.c.in due parti equali,& li ponti delle divisione siano continuati con una linea retta la mità della quale sia.g.h. & sia el ponto.h.al ponto medio della linea.a.d. Similmente sia divisa la linea.e.f.in due parti equali in ponto.K.& sia protratta la.h.K.adonque divide cadauna delle tre linee.a.K.K.f.& g.h.secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in li tre ponti.l.m.q.& siano le maggiore parti di quelle.l.K.K.m.& g.q.lequale è manifesto esser equale fra loro conciosia che tutte le linee divise sono equale cioe cadauna di quelle e la mità del lato del cubo. Dapoi delli duoi ponti.l.& m.elleuarai le perpendiculare (come insegna la duodecima del undecimo) alla superficie.a.b.delle quale l'una e l'altra ponerai equale alla linea.k.l.& siano.l.n.& m.p.& similmente dal ponto.q.tira la.q.r.perpendicularmente alla superficie.a.c.laquale pone equale alla.g.q. Tira adonque le linee.a.l.a.n.a.m.a.p.d.n.d.p.d.l.d.n.e.r.a.r.q.d.r.d.q. Adonque (per la quinta di questo) è manifesto che le due linee.K.e.& e.l.sono potentialmente triple alla linea.K.l.E però etiam alla linea.l.n.conciosia che la.k.l.& l.n.sono equale. Et la.K.e.è equal alla.e.a. Adonque le due linee.a.e.& e.l.sono in potentia treppie alla linea.l.n.per laqual cosa (per la penultima del primo) la.a.l.e in potentia treppia alla.l.n. E però (per la medesima) la.a.n.e in potentia quadrupla alla.l.n.Et conciosia che ogni linea sia in potentia quadrupla alla sua mità, seguita (per commune scientia) che la.a.n.sia doppia in longhezza alla.l.n. & perche la.l.m.è doppia alla.l.K.& la.K.l.& l.n.sono equale la.a.n.sarà equale alla.l.m.perche le mità di quelle sono equale.& perche (per la trigesimaquarta del primo) la.l.m.è equale alla.n.p.la.a.n.sarà equale alla.n.p.& per lo medesimo modo tu approuerai le tre linee.p.d.d.r.& r.a.esser fra loro equale etiam alle due precedente, adonque havemo da queste cinque linee uno penthagono equilatero ilquale è.a.n.p.d.r. Ma per avventura tu dirai quello non esser penthagono: perche forsi quello non è tutto in una superficie laqual cosa è necessario in questo acciochè sia penthagono. Adonque che quello sia tutto in una superficie,tu l'hauerai in questo modo. Dal ponto.k.sia produtta la linea.K.s.perpendicolare alla superficie.a.b.che sia equale alla.l.K.& per questo la sarà equale a l'una e l'altra delle due linee.l.n.& m.p.& conciosia che quella sia equale,& equidistante a l'una e l'altra di quelle (per la sesta del undecimo.) E però conciosia che quella sia in la medesima superficie cō ambedue quelle (per la diffinitione delle linee equidistante) è necessario che'l ponto.s.



sia

sia in linea r,p, & che diuida quella in due parti equale. Siano adonque protratte
le due linee r,h, & h,s, adonque li duoi triangoli k s h, & q r h, sono constituti so
pra uno angolo, cioe sopra l'angolo k,h,q, Et la proportione della k,h, alla q,r, e si
come la k,s, alla q,h, perche come la g,h, alla q,r, cosi è la k,h, alla q,r, (per la setti
ma del quinto) & come la r,q, alla q,h, cosi è la h,s, alla q,h, (per la medesima)
ma la g,h, alla q,r, e come la q,r, alla q,h, imperoche la q,r, è equale alla g,q, adõ
que (per la 31 del sesto) la linea r,h,s, e una sol linea, per laqual cosa, (per la secon
da del 11.) tutto lo penthagono del qual disputiamo è in una superficie. Anchora
dico quel esser equiangolo, perche conciosia che la e,k, sia diuisa secondo la propor
tione hauente il mezzo e duoi estremi, & che la k,m, sia equale alla maggior par
te di quella, anchora, per la quarta del presente, tutta la e,m, e diuisa secondo la
proportione hauẽte il mezzo e duoi estremi, & anchora la maggior parte di quel
la è la linea e,k, E pero, per la 5, le due linee, e,m, & m,k, & anchora le due, e, m,
& m,p, perche la m,p, è equale alla m,k, sono in potentia treppie alla linea, e, k,
e pero etiam alla linea a,e, (perche la a,e, è equale alla e,k, Adonque le tre linee
a,e, e,m, & m,p, sono in potentia quadruple alla linea, a,e, & per la penultima
del primo tolta due uolte, è manifesto che la linea, a,p, e in potentia equale alle tre
linee, a,e, & e,m, & m,p, adonque la, a, p, è in potentia quadrupla alla linea, a, e,
& conciosia che'l lato del cubo sia doppio alla linea a,e, e in potẽtia anchor quadru
plo a quella, per la quarta del secondo. Adonque, per commune scientia, la, a, p,
è equale al lato del cubo, & conciosia che la a,d, sia uno di lati del cubo, la, a, p, sa-
rà equale alla a,d, e pero, per la 8 del primo, l'angolo, a, r, d, è equale al angolo,
a, e, p, per lo medesimo modo tu approuerai l'angolo, d, p, n, esser equale a l'angolo
d,r,a, perche tu approuerai la linea, d,n, esser potentialmente quadrupla alla mità
del lato del cubo. Conciosia adonque che per queste cose lo penthagono sia equilate
ro & habbia tre angoli equali, per la 7 del presente, quel sarà equiangolo, adonq;
se per questa uia è consimile ragione fabricaremo sopra a ciascuno delli altri lati
del cubo, uno penthagono equilatero & equiangolo, sarà compito un solido contenu
to da dodeci superficie penthagone equilatere, & equiangole, perche el cubo ha do
deci lati, hor ci resta a dimostrare questo solido esser circonscrittibile dalla data sphe
ra, adonque dalla linea s,k, siano protratte due superficie seganti el cubo delle qua
le una lo seghi sopra la linea b,k, & l'altra sopra la linea c,f, Et per la quarantage
sima prima del 11. serà che la commune settione di queste due superficie seghi lo
diametro del cubo, & quella similmente serà segata dal detto diametro in due par
ti equali. Sia adonque la commune settione di quelle per fino al diametro del cubo
la linea k,o, talmente che o sia il centro del cubo, et sia dutte le linee o,a, o,n, o,p,
o,d, o,r, Et è manifesto che l'una e l'altra delle due linee o,a, et o,d, e mezzo diame
tro del cubo e pero sono equale, & della linea o,k, è manifesto (per la quadragesi
ma prima del undecimo) che quella è equale alla e, k, cioe alla mità del lato del
cubo, & perche la k,s è equale alla k,m, la o, s, sarà diuisa in ponto. k. secondo
la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sa-
rà la linea o,k, che è equale alla e, k. Adonque, per la quinta di questo li qua-

drati

drati delle due linee o,s, & s,k, tolti insieme sono treppii al quadrato della linea o,K, et similmente li quadrati delle due o,s, & s,p, tolti insieme sono treppii al quadrato della medesima o,K, (imperoche la s,p, è equale alla K,r,) et pero sono etiam treppii al quadrato della mità del lato del cubo. Per laqual cosa (per la penultima del primo) la linea o,p, è treppia in potentia alla mità del lato del cubo. Et per el correlario della decimaquarta di questo, è manifesto che el mezzo diametro della sphera è treppio in potentia alla mità del lato del cubo che circonscrive la medesima sphera adonque la o,p, è quanto lo mezzo diametro della sphera che circonscrive el proposto cubo. Per la medesima ragione tutte le linee dutte dal ponto o, a tutti li angoli di tutti li penthagoni descritti sopra li lati del cubo. Dico a tutti li angoli che sono proprii ai penthagoni & non communi a quelli & alle superficie del cubo cioe li proprii, liquali in el penthagono figurado sono li tre angoli n,q,r Ma di quelle linee che vengono dal ponto o, a tutti li angoli di penthagoni che sono communi alli penthagoni & alle superficie del cubo, liquali in el presente penthagono sono li dui angoli a, & d, è manifesto che esse sono equale al mezzo diametro della sphera, che circonscrive il cubo. perche quelli sono mezzi diametri del cubo (per la quadragesima prima del undecimo.) Ma el mezzo diametro del cubo è si come il mezzo diametro della sphera che el circonscrive si come appare (per la ratiocinatione della decima quarta.) Adonque tutte le linee dutte dal ponto o, a tutti li angoli del dodeci base sono equale fra loro & al mezzo diametro della sphera. Adonque el mezzo cerchio lineato sopra tutto el diametro della sphera over del cubo, essendo circondutto transira per tutti li angoli di quello, per laqual cosa (per la diffinitione) quello è circonscrittibile dalla assignata sphera, anchora dico che il lato di questa figura è una linea irrationale, cioe quella che è detta residuo se il diametro della sphera che el circonscrive sarà rationale in longhezza over in potentia perche cōciosia che il diametro della sphera sia (per la decimaquarta di questo) treppio in potentia al lato del cubo, onde sel diametro della sphera sarà rationale in longhezza over in potentia, el lato del cubo sarà etiam rationale in potentia. Et è manifesto (per la undecima che la linea r,p, divide la linea a,d, che è il lato del cubo secondo la proportione havente il mezzo & dui estremi, & che la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & perche la detta maggior parte di quella è un residuo (per la sesta di questo) è manifesto el lato di questa figura di dodeci base esser residuo come volemo dimostrare. Adonque (per la decima terza e per le quatro che seguitano quella) sono fabricadi cinque corpi equilateri & equiangoli di quali cadauno è circonscrittibile da una assignata sphera. Et questi solidi sono questi, cioe el primo è di quatro base triangolare, equilatere (e chiamasi Tetracedron) el secondo è di sei base quadrate (& è detto cubo over exacedrō) il terzo è di otto base triangolare (& è ottocedron) & lo quadrato solido è detto ycocedron (& è de venti base triangolare.) Et lo quinto è di dodeci base penthagone (& è detto duodecedron) & questi cinque solidi sono detti regolari, perche quegli sono equiangoli, & equilateri, & circonscrittibili dalla sphera etiam fra loro, Et è impossibile esserne piu di questi cinque, che siano equilateri & equiangoli, per

che

che alla constitutione di qual si voglia angolo solido, e necessario concorrere al manco tre angoli superficiali, perche di duoi soli angoli superficiali, non puol esser compido vn angolo solido, Adonque perche li tre angoli di qualunque exagono equilatero, & equiangolo sono equali a quattro angoli retti, ma li tre angoli del pentagono, & di qualunque figura equilatera & equiangola de piu lati sono maggiori di quatro angoli retti, si come euidentemente si puol cauar fuora della trigesima seconda del primo. Et ogni angolo solido è minore di quatro angoli retti, come testifica la vigesima prima del vndecimo, è impossibile con li tre angoli del exagono, & del pentagono, & simplicemente d'ogni figura equilatera & equiangola de piu lati, constituire vn angolo solido, & pero niuna figura solida equilatera & equiangola puol esser constituida da superficie exagonale, ouer de piu lati, perche se li tre angoli d'un exagono equilatero, & equiangolo, eccedeno ciascuno angolo solido, molto piu fortemente li quattro & li piu di quattro, eccederanno il medesimo, ma li tre angoli di vn penthagono equilatero & equiangolo è manifesto esser minori di quatro angoli retti, & li quatro esser maggiori. Per laqual cosa, eglie possibile esser constituito vno angolo solido da li tre angoli d'vn penthagono equilatero & equiangolo, ma de quatro ouer de piu eglie impossibile, E pero solamente vno solido da penthagoni equilateri & equiangoli è stato constituido, cioe quello che è detto duodecedron nel qual li angoli di penthagoni a tre a tre constituiscono li angoli solidi, anchora la medesima ragione è in le figure quadrilatere equilatere & equiangole, che in le penthagone, perche ogni figura quadrilatera, se la sarà equilatera & equiangola, & (per la diffinitione) quella sarà quadrata, perche tutti li suoi angoli saranno retti, per la trigesima seconda del primo, Adonque da tre angoli di tal superficial figura, eglie possibile esser constituido vn angolo solido, ma da quatro ouer da piu eglie impossibile, per le qual cosa da tal figure superficiali, lequal sono quadrilatere equilatere & equiangole, e sta fabricado vno vnico solido, elqual noi chiamassimo cubo. Ma di triangoli equilateri li sei angoli sono equali a quatro angoli retti (per la trigesima seconda del primo). Adonque li manco de sei sono minori di quatro angoli retti & li piu di sei sono maggiori. Adonque delli sei angoli de tal triangoli ouer da piu eglie impossibile esser fatto vn angolo solido. ma da cinque, da quatro, & da tre eglie possibile a constituire vn angolo solido. Adonque quando li tre angoli d'vn triangolo equilatero, fanno vn angolo solido vien fatto de triangoli equilateri el corpo di quattro base triangolare & equilatere: ma quando li quattro angoli de triangoli equilateri constituiscono vn angolo solido quelli ne danno il corpo di otto base, el quale chiamassimo ottocedron. Ma se li cinque angoli de triangoli equilateri contengano vn angolo solido, vien fatto lo corpo ycocedron de vinti base triangolare, et equilatere, per laqual cosa adonque tanti & tali sono li solidi regolari, perche non siano piu di quelli è detto di sopra.

Problema. 6. Propositione. 18.

13 Puotemo trouare li lati di predetti cinque corpi da vna medesima sphera
18 circonscrittibile & comparargli fra loro della qual sphera solo il diametro a noi sia proposto, & per esse diametro possiamo trouarli.

Sia la a,b, il diametro di alcuna sphera a noi proposta, delle qual desideramo di trovare li lati di premessi cinque corpi. Dividemo adonque questo diametro in ponto. c. talmente che la parte a.c. sia doppia alla, c,b, anchora dividemo, b, in due parti equali in ponto d. & linearemo sopra di quello lo mezzo cerchio, a, f, b, alla circonferentia del quale siano tirate due linee perpendicolari alla linea. a. b. lequali siano, c, e, & , d, f, & congiungemo e, con a, & con b, et f, con b, Adonque è manifesto (per la demostratione della decima terza) che la a, e, e il lato della figura di quatro base triangolare & equilatere. & per la demonstratione della decima quarta) e pur manifesto che la e. b. e il lato del cubo, & per demonstratione della decima quinta) che la f, b, e il lato della figura di otto base triangolare & equilatere. Adonque dal ponto a sia tirata la linea a.g. perpendicolare al la a. b. etiam equale alla medesima a. b. Et congionto g. con d. & sia h. el ponto in el quale la linea g. d. sega la circonferentia del mezzo cerchio, & sia condutta

la linea h k. perpendicolare alla a, b, & perche la, g, a, e doppia alla a, d, (per la quarta del sesto) la h, k, sarà doppia alla k, d, perche li dui triangoli g, a, d, & h, k, d, sono equiangoli (per la trigesima seconda del primo) impero che l'angolo a, del maggiore equale al angolo. k. del minore (perche l'uno e l'altro e retto) et l'angolo, d, e commune al uno e l'altro. Adonque (per la quarta del secondo la h, k, e quadrupla in potentia alla, k, d, Adonque (per la penultima del primo) la h. d. e quincuplo in potentia alla k, d, Et conciosia che la d, b sia equale alla h, d, (perche il ponto d, e il centro del mezzo cerchio) Anchora la d, b, sera quincupla in potentia alla k, d, Et conciosia che tutta la a, b, sia doppia a tutta la, b, d, si come la a, c, (detratta della prima a. b.) e doppia alla c, b, detratta della seconda b, d,) & (per la decimanona del quinto) la b. c. (residuo della prima) sarà doppia alla c, d, (residuo della seconda.) E pero tutta la b, d, e treppia alla d, c, Adonque el quadrato della b, d, e nonuplo al quadrato della d, c. & perche quello era quincuplo solamente al quadrato della k, d, per la seconda parte della decima del quinto) lo quadrato della d, c, e manco del quadrato della k, d, E pero la, d, c, e minore della k, d, Sia adonque la d m, equale alla k, d, & sia tirata la m. n. per fina alla circonferentia, la quale sia perpendicolare alla a, b, & sia congionto il ponto n, con il ponto b, tirata la linea n, b, Conciosia adonque che, d, k, & d, m, siano equali (per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro) le due linee, h k. & m. n. seranno equalmente distante dal centro. E pero saranno equale fra loro (per la seconda parte della 14. del terzo, & per la seconda parte della terza del medesimo. Adonque la m. n. è equale alla m. k. perche la h, k, era equale a quella. Ma perche la a, b, è doppia alla b, d & la k, m, è doppia alla d, k, & lo quadrato della b, d, è quincuplo al quadrato della d, k, (per la decima quinta del quinto) lo quadrato della a, b, sarà similmente quincuplo al quadrato della k. m. (Perche el quadrato del doppio al quadrato del doppio è si come el quadrato del sesto al quadrato del semplo.) Et per la demostratione della decima sesta è manifesto che il diametro della sphera è potentialmente quincuplo si al lato del exagono del cerchio della figura de vinti base come alla .k.m. adonque la .k.m. è equale al lato del exagono del cerchio della figura de vinti base. perche lo diametro della sphera che è la .a.b. è potentialmente quincuplo sia al lato del exagono del cerchio di quella figura come alla .k.m. un'altra volta (per la demostratione della medesima) è manifesto che il diametro della sphera è composto de lato del exagono & del doppio del lato del decagono del cerchio della figura de vinti base. Conciosia adonque che la .k.m. sia si come el lato del exagono: & la .a.k. sia equale a la .m.b. (perche quelle sono li residui della quantità equale tolte via delle equale) la .m.b. sarà si come el lato del decagono. Adonque perche la .m.n. è si come el lato del exagono, perche quella è equale alla .k.m. (per la penultima del primo & per la decima di questo) la .n.b. sarà si come el lato del penthagono del cerchio della figura de vinti base. Et perche (per la demostratione della decima sesta) appare, che el lato del penthagono del cerchio della figura de vinti base è il lato della medesima figura de vinti base è manifesto la linea .n.b. esser il lato di questa figura: sia adonque divisa la .e.b. (che è lato del cubo circonscrittibile della assignata sphera) secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in ponto .p. & sia .p.b. la maggior parte di quella. adonque è manifesto (per la demostratione della precedente) che la .p.b. è il lato della figura del 12 base. Adonque sono trovati li lati di .5. precedenti corpi dal diametro della sphera a noi proposta. Perche la .a.e. è il lato della pyramide di quattro base la .e.b. el lato del cubo la .f.b. lo lato del ottocedron & la .n.b. el lato del ycocedron, & la linea .p.b. el lato del duodecedron equali de questi lati siano maggiori de li altri, se haverà in questo modo. Perche egli è manifesto che la .a.e. è maggiore della .f.b. perche l'arco .a.e. è maggiore del arco .f.b.) Et similmente la .f.b. è maggiore della .e.b. & la .e.b. è maggiore che la .n.b. Dico anchora la .n.b. esser maggiore che la .p.b. Perche conciosia che la .a.c. sia doppia alla .c.b. (per la quarta del secondo) lo quadrato della .a.c. è quadruplo al quadrato della .c.b. Et, per la seconda parte del corrolario della nona del sesto, et per el corrolario della decimaottava del medesimo, è manifesto che il quadrato della .a.b. è triplo al quadrato della .b.c. Ma, per la vigesimaseconda del sesto, lo quadrato della .a.b. al quadrato della .b.e. è si come el quadrato della .b.e. al quadrato della .c.b. per questo che la proportione della .a.b. alla .b.e. è si come della .b.e. alla .b.c. (per la seconda parte del corrolario della 8. del sesto) adonque (per la undecima del quinto) lo quadrato della .b.e. è triplo al quadrato della .c.b. Et perche lo quadrato della .a.c. è quadruplo al medesimo quadrato (come è sta dimostrado) lo quadrato della .a.c. (per la prima parte della decima del quinto) sarà maggiore del quadrato della .b.e. E però la linea .a.c. è maggiore della linea .b.e. E però la .a.m. è molto più maggiore della .b.e. Et è manifesto (per la nona di questo) che se la linea .a.m. sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, la maggior parte di quella sarà la linea .k.m. laquale è equale alla .m.n. Et quando che la .b.e. sia secondo la me-la [illegible] una proportione che hauente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quella è la linea p.b. Conosciesi adonque che tutta la a.m. sia maggiore di tutta la .b.e. sera la m.r. (che è equale alla maggior parte della a.m.) maggiore de la .p.b. (che è la maggior parte della b.e.) e questo è manifesto (per la seconda propositione del decimo quarto libro) laqual cosa senza aiuto di alcuna di quelle propositioni che seguitano non se stabilisse senza demostratione adonque (per la decimanona del primo) per forza la a.b. è maggiore che la p.b. per laqual cosa è manifesto li lati di questi cinque precedenti corpi eccedersi fra loro quasi in quello ordine che fra loro se seguitano perche solamente il cubo & lo ottocedro preter l'ordine [illegible] a quello e perche il lato del ottocedron eccede il lato del cubo e benche il cubo antecede lo ottocedron. Ma metemo el cubo auanti al ottocedro perche per la medesima divisione del diametro della assignata sphera se ritroua el lato della pyramide (che ha le quattro base triangole) e il lato del cubo. Adonque la a.e. (lato della pyramide) e maggiore delli lati de caduno delli altri corpi. Et dapoi quello la f.b. lato del ottocedron è maggiore di lati di sequenti corpi. In lo medesimo ordine in grandezza seguita la c.b. (lato del cubo) & in lo quadrato loco è la n.b. (lato de ycocedron) e lo minimo de tutti la p.b. (lato del duodecedron.

Il Tradottore.

In la seconda traduttione la constitutione del ottocedron è anciana a quella del cubo, per il che li lati di detti corpi se veneriano a eccedersi secondo il medesimo ordine delle loro constructioni.

Il Tradottore.

A voler dimostrare che la linea n.b. (lato de vinti base) sia maggior della linea b.p. (lato del duodecima base) senza aiutario della seconda del decimoquarto libro ne da altra propositione che seguita (come vuol el debito.) Arguiremo in questo modo. Perche la linea a.e. (dal presupposito) è doppia alla b.e. adonque tutta la a.b. sera treppia alla medesima b.e. Et (per la seconda parte del correlario della nona del sesto & per il corelario della decimaottaua del medesimo) el quadrato della detta linea a.b. sera treppio al quadrato della b.e. & perche (per il correlario della decima sesta di questo) il quadrato della medesima a.b. e quintuplo al quadrato della b.m. & similmente al quadrato della m.n. (per esser la m.n. equale alla m.k.) seguita adonque che cinque quadrati della m.n. (tolti insieme) siano equali a tre quadrati della b.e. tolti insieme) perche l'una & l'altra somma è equale al quadrato della a.b. Hor perche il rettangolo di tutta la e.b. nella parte e.p. giunto con il rettangolo della medesima b.e. ne l'altra parte b.p. la detta somma (per la seconda del secondo) è equale al quadrato della medesima linea b.e. Et perche il rettangolo della b.e. nella p.e. è minore di quello della b.e. nella altra parte b.p. (per esser la parte b.p. maggiore della parte p.e.) E però duoi rettangoli della b.e. nella p.e. saranno minori delli duoi rettangoli della b.e. nelle due parti b.p. & p.e. onde (per commune sententia) li detti duoi rettangoli fatti dalla b.e.

e. nella

e, nella minor parte, p, e saranno minori del quadrato della, b, e, et perche il rettangolo della, b, e, e nella detta minor parte, e, p, è equale al quadrato dell'altra maggior parte, b, p, (per la diffinitione della linea cosi divisa) adonque duoi quadrati della, b, p, saranno minori del quadrato della, b, e, per il che il treppio delli duoi quadrati della, p, b, saranno ancora minori del treppio del quadrato della, b, e, cioe che tre quadrati della, b, e saranno maggiori de sei quadrati della, b, p, Et perche cinque quadrati della, m, n, (come di sopra fu dimostrato) sono equali alli tre quadrati della, b, e, seguita (per communa sententia) che li cinque quadrati della, m, n, siano maggiori delli sei quadrati della, b, p, & se li cinque sono maggiori delli sei molto piu un quadrato solo della, m, n, sara maggiore d'un quadrato solo della, b, p, & se il quadrato della, m, n, è maggiore del quadrato della, b, p, etiam la linea m, n, (per communa sententia) sara maggiore della linea, b, p. Et se la linea, m, n, è maggior della, b, p, molto piu la linea, n, b, sarà maggiore della medesima, b, p, per che la detta, n, b, (per la penultima del primo over per la decima ottava del medesimo) è la maggiore della maggiore, cioe della, n, m, è pero sarà molto piu maggiore della, b, p, che è il proposito senza auxilio di alcuna delle propositioni che seguano come è il dovere. Nella seconda tradottione credo che voglia arguire per questa medesima via, ma tal argumentatione è tutta corrotta.

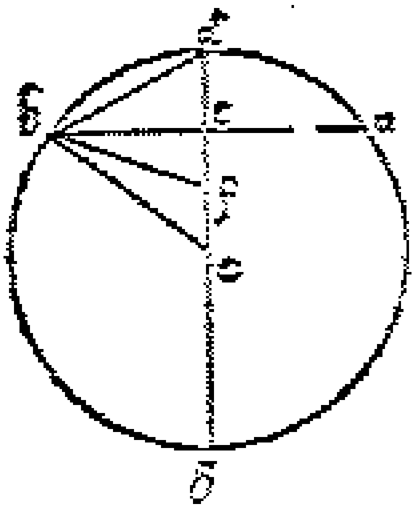
IL FINE DEL DECIMOTERZO LIBRO.

LIBRO DECIMOQVARTO DI EVCLIDE.

DELLE CONVENIENTIE CHE HANNO LI triangoli, penthagoni, exagoni, & decagoni, fra lor in rispetto della linea divisa secondo la proportione have te il mezzo de duoi estremi, e della proportione che hanno li corpi regolari fra loro.

Theorema primo. Propositione prima.

1 OGNI perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del penthagono, descritto dentro di quel cerchio, se apparira esser equale alla mità del lato del decagono, & alla mità del lato del exagono (descritti dentro al medesimo cerchio) congionte le dette mità ambedue direttamente in longo. Adonque è manifesto che la perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del penthagono è equale alla perpendicolare dutta dal centro al lato del triangolo, & alla mità del lato del decagono (descritti in quel medesimo cerchio) congionti direttamente.



Sia la linea a.b. lato del penthagono inscritto in el cerchio del centro qual sia el ponto, e. & sia dutto dal centro e, vna perpendicolare alla linea a, b, laquale (per la seconda parte della terza del terzo) diuiderà quella in due parti equali & etiam l'arco di quella in due parti equali (per la quarta del primo, & vigesima ottaua del terzo) & sia quella perpendicolare la linea c, d, segante la linea a.b. in ponto e, & lo arco di quella in ponto d, Adonque la linea c, e, (come hauemo detto) è equale alla linea e, b, & l'arco a, d, al arco d, b, sia protratta la linea d, b, dellaquale è manifesto che quella è il lato del decagono equilatero descritto in el proposito cerchio: conciosia che quella sotto tende alla mità della quinta parte di tutta la circonferentia. Dico adonque che la linea c, e, è equale alla mità della linea c, d, & alla mità della linea d, b, congionte di rettamente in longo sia compido il diametro d, c, & sia d, c, g, & sia fatta la c, f, equale alla e d. & sia protratta la b, f. E (per la 4. del 1.) la b, f, serà equale alla b. d. & però (per la quinta del primo) l'angolo b.d.f. serà equale al angolo b, f, d, E (per la ultima del sesto) è manifesto che l'angolo g, c, b, e quadruplo al angolo b, c, d, imperoche l'arco g, b, e quadruplo al arco b, d, & l'angolo g.c.b (perche la 32. del primo) e doppio al angolo, b, d, c, Perche quello extrinseco e equale alli duoi che sono b.d.c. & d.b.c. Et quelli sono equali (per la quinta del primo.) adonque l'angolo b.d. c. e doppio al angolo b. c. d. per laqual cosa anchora lo angolo b. f. d. e doppio al angolo b.c. f. Ma lo angolo b f.d. e equale alli duoi intrinseci, liquali sono b.c f, & c.b.f. (per la trigesima seconda del primo.) Adonque li duoi angoli b, c, f, & c, b, f, sono equale, e però (per la sesta del primo) la c, f, e equal alla b. f. E però etiam la c, f, e equal alla b.d. perche la b, d, et la b, f, sono equale fra loro per laqual cosa la mità della c, d, con la mità della b, d, e quanto la mità della c, d, con la mità della c. f. & la mità della c. d. con la mità della c, f, e quanto la mità della c, f, due volte con la mità della f, d, E la mità della c, f, tolta due volte è quanto la c, f, & la mità della f, d, è quanto la e, f, Adonque la c, e, è quanto la mità della c. d. con la mità della c, b, che e il proposito e così el correlario è manifesto, perche (per la ottaua del decimoterzo libro) e manifesto che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo a quello inscritto e equale alla mità della linea dutta dal centro alla circonferentia: & questo è dimostrato di sopra, così e concluso el correlario. Conciosia adonque che (per quella prima di questo libro) sia manifesto che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla mità della linea dutta dal centro alla circonferentia, & alla mità del lato del decagono. Seguita che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla perpendicolare dutta dal centro al lato del triangolo, & alla mità del lato del decagono, descritti dentro al medesimo cerchio. & questo è quello che propone el correlario, adonque le da esser esplicando al presente quello che dice Aristeo in el libro, intitolado, La esposition della

& a scientia di cinque corpi. E similmente Apollonio in el secondo dono, in la proportionalità della figura del 12 base alla figura del venti base el qual dice, che la proportione delle superficie della figura che ha dodeci base alle superficie della figura che ha xx base e così come la proportione del corpo de dodeci base al corpo de venti base, perche anchora la linea ducta dal centro del cerchio del penthagono di la figura delle dodeci base del duodecedron, alla circonferentia di quello, e come la linea che e produtta dal centro del cerchio del triangolo della figura delle venti base del yocoedron alla circonferentia di quello: e queste sono le parole del grande Apollonio, & sono da essere intese della figura del dodeci base & della figura del venti base circonscriptibile da una medesima sphera. Perche la proportione del corpo duodecedron al corpo ycocedron, quando una medesima sphera li circonscriue, e si come la proportione de tutte le superficie del duodecedron tolte insieme, a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme: come commemora Apollonio per la prima parte delle precedente parole, laqual cosa etiam per la 10 di questo decimoquarto libro non stabelida con ferma demonstratione. Et lo cerchio che circonscriue un penthagono del duodecedron, e equale al cerchio che circonscriue un triangolo del ycocedron, quando che una medesima sphera circonscriue il duodecedron & lo ycocedron, si come esso Apollonio commemora per la seconda parte delle precedenti parole, laqual cosa etiam si afferma con demonstratione in la quinta di questo libro, adonque li ditti de tanti greci huomini sono da esser mandati auanti per un accedenti a fortificatione della stabile verità.

Il Tradottore.

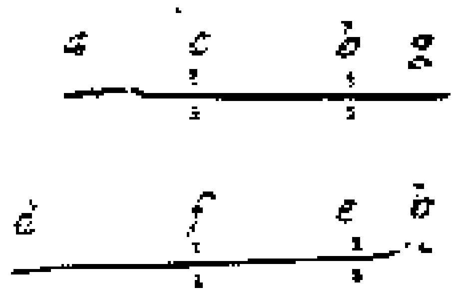
La demonstratione della soprascritta propositione è alquanto oscura & tal argumentatione haueua de bisogno di un altra propositione laqual è questa.

De ogni due quantità inequale la mità della maggiore gionta con la mità della minore, e quanto la mità della minore tolta due volte gionta li poi la mità della differentia nella quale la maggiore auanza la minore verbi gratia la mità della, e, d, (maggior) gionta con la mità della, e, f, (minore) è quanto due volte la mità della e, f, (minore) giontoui poi la mità della, f, d, (cioe della differentia nella quale la, e, d, (maggiore) auanza che la, e, f, (minore) ma per non abondar in tante propositioni ne demonstrationi. Demostraremo la medesima con consideratione piu euidente senza la presente propositione. Perche la, e, f, è equal alla b, d, (come nel principio fu approuato) giungendo alla e, f, la, f, e, & alla b, d, la e, d, (piana commune) seranno le due somme saranno anchora equale cioe le due linee e, f, & e, f, seranno equale alle due e, f, & f, e, e perche le dette due linee e, f, & f, e, sono equale a tutta la linea e e, seguita adonque che la detta perpendicular e, e, sia equale alle due linee d, b, et d, e, adonque se a queste due linee d, b, et d, e, si giongeno la linea e, e, (che è equal a lor due) tutta la somma di queste tre linee sarà doppia alle dette due, et a essa medesima e, e, et perche la somma delle dette tre linee d, b, d, e et e, e, sono quanto le due e, d, & d, b, (perche la e, d, e composta delle due e, e, & e, d,) Seguita adonque che le due linee,c,d,& d,h,gionte insieme ad somma sia doppia alla linea,c,e, adunque la perpendicolare,c,e,vien a esser la mità della somma delle due linee,c,d,& d,h, & perche la,d,c,è equale al lato del exagono,& la d,h, al lato del decagono,se guita il proposito.

Theorema.2. Propositione.2.

Ciascuna cosa laquale intervenghi a una linea divisa secondo la proportione havente il mezzo,& duoi estremi,el si approua intervenire il medesimo a ogni linea similmente divisa.

Sia l'una e l'altra delle due linee,a,b,& d,e,divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi,la,a,b,in ponto,c, & la,e,d,in ponto,f,& la maggior parte della,a,b,sia la,a,c,& di l'altra la,d,f. Dico adunque che de ambedue alle sue maggiori parti e una medesima proportione. Et similmente de ambedue alle sue parti minori e una medesima proportione: Et anchora delle maggior parti alle minori una medesima,& al contrario,& permutatamente,& congiontamente,& disgiontamente,& euersamente,& questo non è altro che ciascuna cosa laquale accade a una di quelle,il medesimo anchora accadere a l'altra perche (per la diffinitione della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi,& per la prima parte della decimasettima del sesto) è manifesto che quello che vien fatto della,a,b,in,b,c,è equale al quadrato della,a,c, Et per lo medesimo modo quello che vien fatto dalla,d,e,in la,e,f,è equale al quadrato della,d,f,E però la proportione di quello che vien fatto dalla,a,b,in la,b,c,al quadrato della,a,c,è si come di quello che vien fatto dalla,d,e,in la,e,f,al quadrato della,d,f,(perche l'una e l'altra e proportione di equalità) adonque el quadruplo di quello che vien fatto dalla,a,b,in la,b,c,al quadrato della,a,c,è si come el quadruplo di quello che vien fatto della,d,e,in la,e,f,al quadrato della,d,f,laqual cosa (per la decimaquinta del quinto,e per la permutata,& equa proportionalità) è manifesto,per laqual cosa congiontamente el quadruplo di quello che vien fatto dalla,a,b,in,la,b,c,con el quadrato della,a,c,al quadrato della,a,c,è si come al quadruplo di quello che vien fatto dalla d,e,in la,e,f,con el quadrato della,d,f,al quadrato della,d,f. Et sia aggionto (secondo la retitudine) alla linea,a,b,una linea che sia equale alla,b,c,laqual sia detta b,g,& alla, d, e,sia agionto un altra equale alla,e,f,laquale sia detta,e,h, Adonque è manifesto (per la ottaua del secondo) che el quadruplo di quello che vien fatto dalla,a,b,in,b,g,con el quadrato della,a,c,è equale al quadrato della linea,a,g, Et similmente el quadruplo di quello che vien fatto dalla,d,e,in la,e,h, con el quadrato della,d,f,è equale al quadrato della,d,h, Et (per commune sententia) el quadruplo di quello che vien fatto dalla,a,b,in,b,c,è equale al quadruplo di quello che vien fatto dalla,a,b,in,b,g,imperò che la,b,c,& b,g,sono equale, Similmente anchora

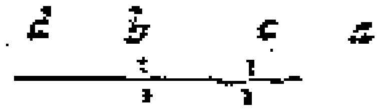


che el quadruplo di quello che vien fatto della a.e. in la e.f. è equale al quadruplo di quello che vien fatto della b.e. in la e.h. impero che la e.f. & e.h. sono etiam equale. Adonque (per la prima parte della settima del quinto, & per la undecima del medesimo) lo quadrato della a.g. al quadrato della a.c. è si come el quadrato della d.h. al quadrato della d.f. Per laqual cosa (per la seconda parte della vigesima seconda del sesto) la proportione della a.g. alla linea a.c. e si come della linea d.h. alla linea d.f. congiontamente della a.g. & a.c. alla a.c. e si come della d.h. & d.f. alla d.f. Et la a.g. con la a.c. sono si come il doppio della a.b. & la d.h. con la d.f. sono si come il doppio della d.e. Per laqual cosa el doppio della a.b. alla a.c. e si come el doppio della d.e. alla d.f. Et premutatamente el doppio della a.b. al doppio della d.e. e si come la a.c. alla d.f. Ma el doppio della a.b. al doppio della d.e. e si come la a.b. alla d.e. (per la decima quinta del quinto) Adonque della a.b. alla d.e. e si come della a.c. alla d.f. adonque premutatamente & euersimamente, & conuersamente, & disgiontamente & congiontamente, il qual bisogna dimostrare.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3 Diuiso uno lato d'uno exagono secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quello, sarà el lato del decagono circonscritto, da quel cerchio, che circonscriue lo exagono.

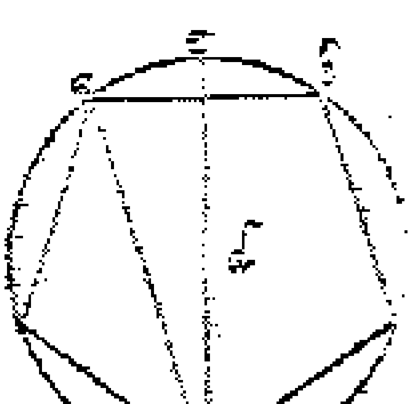
Sia la linea a.b. el lato del exagono di alcun cerchio & sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi in ponto c. & sia la maggior parte di quella b.c. dico che di qualunque cerchio la a.b. e lato del exagono, di quel medesimo la b.c. sarà il lato del decagono, perche essendo agionto alla linea a.b. la linea b.d. laquale sia el lato del decagono di quel cerchio del quale la a.b. e lato del exagono, (per la nona del decimoterzio) la linea a.d. sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sara la linea a.b. Conciosia adonque che luna e l'altra delle due linee a.b. & a.d. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi. Adonque (per la precedente) de ambedue quelle alle sue maggior parti sara una medesima proportione, adonque della d.a. alla a.b. (cioe è la sua maggior parte) e si come



della a.b. alla b.c. (che etiam la sua maggior parte) ma della d.a. alla a.b. (sua maggior parte) e si come della a.b. alla b.d. per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi. Adonque per la undecima del quinto della a.b. alla b.d. e si come della a.b. alla b.c. per laqual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) le due linee b.d. & b.c. sono equale. Conciosia adonque che la b.d. sia el lato del decagono, anchora la b.c. per commune sententia, sarà el lato del decagono, e dimostrare il medesimo altramente, alla linea a.b. sia agionta la b.d. equale alla b.c. & per la quarta del decimoterzio tutta la a.d. sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & la gior parte di quella è la linea a.b. Adonque (per la conuersa della nona del decimo terzo laquale dimostrassimo continuamente da poi questa) di quel cerchio che la linea a.b. e lato del exagono di quel medesimo la linea b.d. e perche etiam la linea ca se equale al lato del decagono. Anchor parendome possiamo dimostrare il medesimo per un altra uia. Hor sia la e.f. equale alla a.b. laquale anchora sia diuisa in ponto g. secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi: & sia la maggior parte di quella la linea f.g. Adonque (per la precedente) è manifesto che si come la a.b. è equale alla e.f. cosi la a.c. è equale alla e.g. & la c.b. è equale alla g.f. Et quando che alla a.b. sarà aggionta la b.d. (lato del decagono di quel medesimo cerchio delquale la a.b. è lato del exagono) sarà (si come per noi fu detto per la nona del decimoterzo) tutta la a.d. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi: & la maggior parte di quella sarà la linea a.b. Adonque (per la precedente) della a.b. alla b.d. è si come della f.g. alla g.e. per la qual cosa (per la seconda parte della decimasesta del sesto) quello che vien fatto dalla a.b. in la g.e. è equale a quello che vien fatto dalla b.d. in la f.g. Et conciosia che la a.b. sia equale alla e.f. etiam quello che vien fatto dalla e.f. in la e.g. sarà equale a quello che è fatto della b.d. in la f.g. Ma quello che vien fatto dalla e.f. in la g.e. è equale al quadrato della f.g. (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, et per la prima parte della decimasettima del sesto.) Adonque quello che vien fatto dalla b.d. in la f.g. è equale al quadrato della f.g. e per (per la prima del sesto) la linea d.b. e equale alla f.g. & perche la f.g. è equale alla c.b. Adonque la c.b. sarà equale alla b.d. (lato del decagono) laqual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema. 4. Propositione. 4.

4
c El quadrato d'un lato d'un penthagono descritto dentro d'un cerchio, & lo quadrato della linea che sotto tende al angolo di quel penthagono, Ambidui questi quadrati tolti insieme, prouaremo esser quincupli al quadrato della mità del diametro di quel medesimo cerchio.



Sia descritto in el cerchio a.b.c. (el centro delquale sia el ponto d.) uno penthagono equilatero delquale la a.b. sia un lato, & sia protratto el diametro c.d.e. diuidente la linea a.b. etiam l'arco di quella in due parti equali. Adonque l'arco a.e. è la mità della quinta parte della circonferentia di quel cerchio. Per laqual cosa l'arco a.c. e li duoi quinti di tutta la circonferentia. Adonque siano protratte le due linee a.e. & a.c. & la a.e. sarà el lato del decagono equilatero, imperoche l'arco di quella è la mità della quinta parte della circonferentia, & la linea a.c. sarà quella che sotto tende a uno delli angoli del predetto penthagono imperoche l'arco a.c. è le due quinte parte della circonferen-

tia.

tà del cerchio. Dico adonque che li quadrati delle due linee a.b. & a.e. tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea d.e. Perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea c.e. è quadruplo al quadrato della linea d.e. & conciosia che l'angolo c.a.e. sia retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo.) & li quadrati delle due linee c.a. & a.e. (per la penultima del primo) saranno quadrupli al quadrato della linea d.e. Adonque li quadrati delle tre linee c.a. & a.e. & d.e. tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea d.e. Et perche per la decima del terzodecimo libro) lo quadrato della a.b. è equale alli quadrati delle due linee c.a. & d.e. seguita che li quadrati delle due linee a.b. & a.e. sono quincupli al quadrato d.e. che è il proposito.

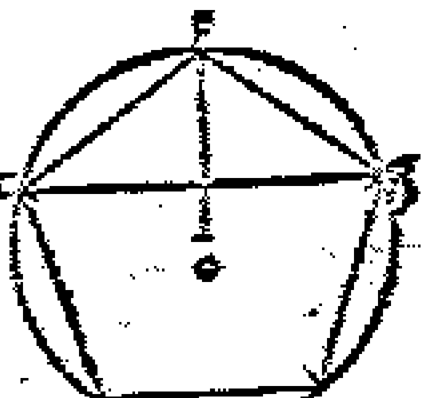
Correlario.

4
a
Adonque è manifesto che el quadrato del lato del cubo, & el quadrato del lato della figura del dodeci base, (quando che vna medesima sphera circonscriue quel cubo e quella figura de dodeci base) ambidui li detti quadrati tolti insieme sono quincupli al quadrato della mità del diametro del cerchio che circonscriue lo penthagono di quella medesima figura de dodeci base.

Questo correlario veramente è manifesto, perche (per la demostratione della decima settima del terzodecimo libro) è manifesto che 'l lato del cubo sottotende al angolo del penthagono del duodecedron quando che vna medesima sphera circonscriue il cubo & lo duodecedron, Adonque per questa quarta senza oppositione è manifesto il correlario.

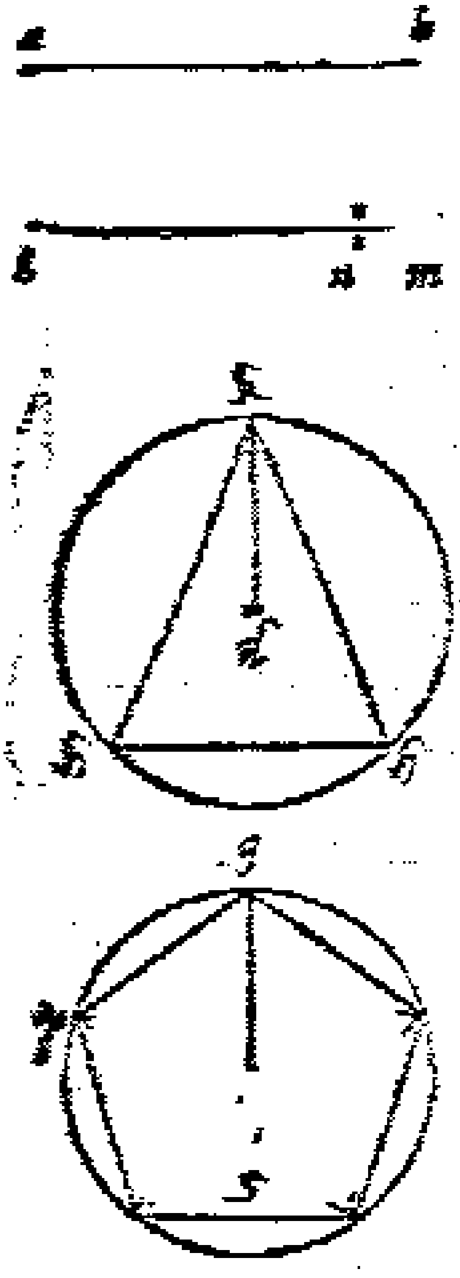
Theorema. 5. Propositione. 5.

5
2
El penthagono della figura de dodici base, & lo triangolo della figura de vinti base (che vna medesima sphera li circonscriue) sono circonscritti da vno medesimo cerchio.



Sia vna sphera (el diametro della quale sia la a.b.) laquale circonscriue due figure solide, cioe el duodecedron (del quale c. sia vno di suoi dodeci penthagoni) & lo ycocedro (del quale d. sia vno di suoi venti triangoli) & al penthagono c. & al triangolo d. sopra li suoi centri d. & e. siano circonscritti duoi cerchij l'uno sia c.f. (per la decima quarta del quarto) & l'altro k.d. (per la quinta del medesimo.) Dico adonque che questi duoi cerchij della predetta sphere (di quali l'vno circonscriue el penthagono c. & l'altro lo triangolo d.) sono equali, siano signati li duoi lati del penthagono continenti vno de suoi angoli per le lettere.

lo lettere f. & g. sia protratta la linea e. g. laquale sotto tendi al angolo f. & lo semidiametro del cerchio eleuato sia e. f. & ciascuno di lati del triangolo d. sia segnato con le lettere k. h. & sia protratto il semidiametro del suo cerchio el quale sia d. k. & da poi sia tolta la linea l. m. alla quale la linea a. b (che è il diametro della segnata sphera) sia quincupla in potentia, laqual linea. l. m. sia diuisa in ponto. n. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & la sua maggior parte sia la linea l. n. & secondo la quantità di tutta la l. m. sia lineato il cerchio p. q. Adonque el semidiametro del cerchio p. q. sia equale alla linea l. m. Et (per el correlario della decima quinta del quarto) la linea l. m. è si come el lato del exagono equilatero, inscritto in lo cerchio p. q. adonque (per la terza di questo) la linea l. n. sarà si come il lato del decagono equilatero inscritto in lo medesimo cerchio. Adonque (per la undecima del quarto) sia inscritto uno penthagono equilatero in el cerchio p. q. del quale uno lato sia la p. q. Et (per la decima del decimoterzio libro) lo quadrato della p. q. sarà equale alli quadrati delle due linee l. m. & l. n. tolti insieme. Et (per la demostratione della decima sesta del terzodecimo) è manifesto che la h. k. è equale alla p. q. Adonque el quadrato della h. k. è equale alli quadrati delle due linee l. m. & l. n. tolti insieme, Et (per la demostratione de la decima settima del decimoterzio) è manifesto che la e. g. è il lato del cubo circonscrittibile dalla medesima sphera. Per lequal cose (per el correlario della decimaquarta del terzodecimo) la a. b. (che è il diametro della sphera) potentialmente è tripla alla e. g. che è il lato del cubo, & se la e. g. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi (per la demostratione della decima settima del 13.) è manifesto che la e. f. è si come la maggior parte di quella. Adonque (per la seconda di questo) alla e. g. alla l. m. è si come della e. f. alla l. n. perche si come è la tutta alla tutta cosi la maggior parte alla maggior parte. Adonque (per la uigesima seconda del sesto) el quadrato della e. g. al quadrato della l. m. è si come el quadrato della e. f. al quadrato della l. n. per laqual cosa (per la decimaterza del quinto) li quadrati delle due linee e. g. & e. f. tolti insieme alli quadrati delle due linee l. m. & l. n. tolti insieme sono si come el quadrato della e. g. al quadrato della l. m. adonque (per la decima quinta del quinto & per la premutata & equa proportionalità) el treppio delli duoi quadrati delle due linee e. g. & e. f. tolti insieme alli quadrati delle due linee l. m. & l. n. tolti insieme è si come el treppio del quadrato della e. g. al quadrato della l. m. Ma el treppio del quadrato della



la

la.e.g.è tanto quanto el quadrato della.a.b.(per el correlario della decimaquarta del terzodecimo) & lo quadrato della.a.i.(per el suo supposito) è quintuplo al quadrato della.l.m. adonque el treppio del quadrato della.e.g.è ancora quintuplo al quadrato della.l.m. per laqual cosa etiam el treppio di quadrati delle due linee.e.g.& e.f.tolti insieme è quincuplo alli quadrati delle due linee.l.m.& l.n.tolti insieme. Et perche egli fu approuato che el quadrato della.h.k.è equale alli quadrati delle due linee.l.m.& l.n.tolti insieme. Seguita (per commune sententia) che el treppio delli quadrati delle.e.g.& e.f.sia quincuplo al quadrato della.h.k.Et per la ottaua del terzodecimo) è manifesto che el quincuplo del quadrato della.d.h.è quindecuplo del quadrato della.d.k.(cioè quindeci volte tanto) per el sempio è treppio. Et (per la quarta di questo) è manifesto che'l treppio di quadrati delle.e.g.& e.f.è quincuplo del quadrato della.e.f.perche el sempio è quincuplo adonque el quincuplo del quadrato della.e.f.è equale al quincuplo del quadrato della.d.k.& però (per la nona del quinto) el quadrato della.e.f.è equale al quadrato della.d.k.per laqual cosa etiam la linea.e.f.è equale alla linea.d.k. adonque (per la diffinitione di cerchij equali) lo cerchio che circonscriue el penthagono.c.è equale al cerchio che circonscriue el triangolo.d.laqual cosa dal principio era da dimostrare.perche li semidiametri di questi cerchij sono equali cioè la.e.f.& la.d.k.

Il Tradottore.

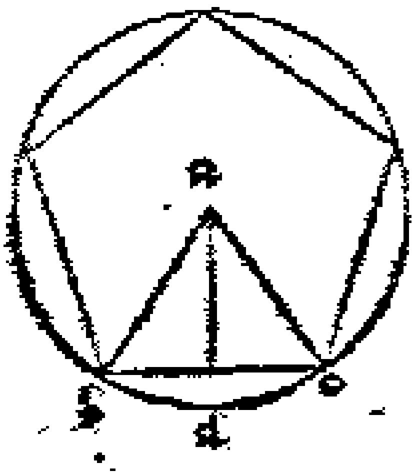
Doue che di sopra dice che la linea.h.k.(per la dimostratione della decimasesta del terzodecimo) sarà equale alla.p.q.questo se uerifica perche in quella fu dimostrato che il diametro della sphera era quincuplo al mezzo diametro del cerchio de uenti base & che il lato del penthagono descritto nel detto cerchio era equale al lato del uenti base e però in questo luoco il cerchio.p.q.uien a esser il cerchio del uenti base & il lato del penthagono di quello uien a esser il lato del uenti base, e per questo la linea.p.q.uien a esser equale al.k.h.(lato del uinti base.)

Theorema.6. Propositione.6.

6/3 Anchora il quadrato che è trentuplo del rettangolo che se contiene sotto della perpendicolare dutta dal centro del cerchio, che circonscriue un penthagono della figura de dodici base, al lato del penthagono e sotto del lato di esso penthagono.el se conuiene di necessità esser equale a tutte le superficie del corpo di dodeci base tolte insieme.

Sia el penthagono.a.una delle dodeci base della figura del duodecedron, et uno di suoi lati sia la.b.c.& a quello (per la decimaquarta del quarto) sia circonscritto un cerchio sopra il centro.a.& siano protratte le linee.a.b.& a.c.et la.a.d.perpendiculare alla.b.c.Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla.a.d.in la.b.c.è equale a tutte le superficie del duodecedron tolte insieme, perche egli è manifesto il penthagono.a.esser diuisibile in.5.triangoli equali al triangolo.a.b.

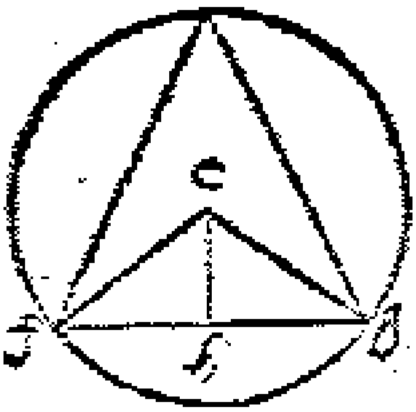
x, per la ottaua del primo. Conciosia adonque che tutti li dodeci penthagoni del duodecedron siano equali e simili al penthagono .a. so no diuisibili in sessanta triangoli di quali, ciascuno (per la ottaua del primo) è equale al triangolo .a.b.c. & quello che vien fatto dalla .a.d. in la .b.c. (per la quadragesima prima del primo) e doppio al triangolo .a.b. c. Adonque el trentuplo di quello che vien fatto dalla .a.d. in la .b.c. è sessantuplo al triangolo .a.b.c. (cioe ses santa uolte tanto quanto è il triangolo .a.b.c.) perche si come el semplo al semplo cosi è il doppio al doppio. Conciosia adonque che tutte le superficie del duodece dron tolte insieme siano etiam sessantuple al triangolo .a.b.c. (cioe sessanta uolte tanto quanto è il detto triangolo .a.b.c.) Seguita che el trentuplo di quello che uien fatto dalla .a.d. in la .b.c. sia equale a tutte le superficie del duodecedron tolte insieme, che è il proposito.



Theorema .7. Propositione .7.

7 Anchora el quadrato che è trentuplo del rettangolo che è contenuto sotto della perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo della figura del vinti base a quello inscritto, & sotto del lato di quel triangolo, e equale a tutte le superficie della figura del vinti base tolte insieme.

Sia anchora in questo loco el triangolo .e. una delle vinti base della figura del ycocedron, & uno de suoi lati sia la .f.g. Et a quello (per la quinta del .4.) sia circonscritto un cerchio sopra el centro .e. & siano protratte le linee .e.f. e .g. & la .e.h. perpendiculare alla .f.g. Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla .e.h. in la .f.g. è equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme cioe che tutte le superficie del ycocedron tolte insieme sono trenta uolte tanto quanto è lo rettangolo contenuto sotto della .e.h. & della .f.g. perche è manifesto el triangolo .e. esser diuisibile in tre triangoli ciascuno di quali (per la ottaua & quarta del .1.) è equale al triangolo .e.f.g. Adonque tutti li uinti triangoli del ycocedron tolti insieme (conciosia che tutti siano equali & simili al triangolo .e.) sono si come del sessantuplo del triangolo .e.f.g. Et perche (per la quadragesima prima del .1.) quello che uien fatto dalla .e.h. in la .f.g. è doppio al triangolo .e.f.g. E pero el trentuplo di quello è equale al sessantuplo di quello. Seguita che il trentuplo di quello che uien fatto della .e.h. in la .f.g. sia equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme laqual cosa era da dimostrare.



Correlario.

Adonque è manifesto che la proportione delle superficie della figu ra de dodeci base (contenute in qualche sphera) alle superficie della figura de vinti base conclusa in la medesima sphera, è si come quella del rettangolo contenuto sotto del lato d'un penthagono di essa figura de dodeci base & sotto della perpendicolare dutta dal centro del suo cerchio al lato di esso penthagono. Al rettangolo contenuto sotto del lato d'un triangolo di essa figura di vinti base, & della perpendicolare dutta dal centro del suo cerchio al lato di quel triangolo del corpo di vinti base.

Egli è manifesto esser il vero quello che se conclude per el corellario, siano le figure del 12 base & la figura del 20 base circonscrittibile da una medesima sphera come se propone over si saranno etiam circonscrittibile da diverse sphere. Ma ei se propone come queste figure siano circonscrittibile da una medesima sphera perche questo modo vale & è sufficiente al proposito adonque la commune verità di quello cosi se manifesta perche (per la 6. di questo) è manifesto che el trentuplo di quello che vien fatto dalla a.d. in la b.c. è equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, del quale el penthagono a, è una de le sue 12 superficie, & (per questa 7.) similmente è manifesto che il trentuplo di quello che vien fatto dalla e,h, in la f,g, è equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme del quale el triangolo e, è una delle sue 20 base o sia che quel dodecedron & questo ycocedron una medesima sphera li circonscriva, over diverse. Adonque la proportione del trentuplo della a,d, in la b,c, a tutte le superficie di quel dodecedron tolte insieme e si come quella del trentuplo della e,h, in la f,g, a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme per che l'una & l'altra proportione de equalità per laqual cosa premutatamente el trentuplo della a.d. in la b.c. al trentuplo della e,h, in la f,g, e si come tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedron (per la 15 del 5.) del trentuplo al trentuplo, e si come del semplo al semplo adonq; e manifesto (per la 11 del 5.) che la proportion di tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedrō e come quella di quello che vien fatto dalla a,d, in la b,c a quello che vien fatto dalla e,h, in la f,g. Et questo e quello che propone el corelario.

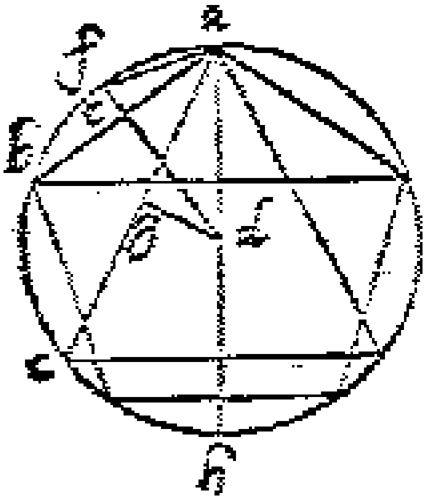
Theorema. 8. Propositione. 8.

$\frac{8}{0}$ La proportione de tutte le superficie del corpo de dodeci base tolte insieme, a tutte le superficie del corpo de vinti base tolte insieme (che sieno da una medesima sphera circonscritti) e si come la proportione del lato del cubo, che circonscrive la medesima sphera, al lato del triangolo di quel medesimo corpo di vinti base.

Aciochè ogni dubitatione si parta dal processo della demonstratione di questa 8. del 14 bisogna primamēte saper q̄sto. Che se alcuna linea sarà divisa secōdo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, e della mità di quella sia descritta tāto quanto è la mità della sua maggior parte ancora q̄lla medesima mità sarà di

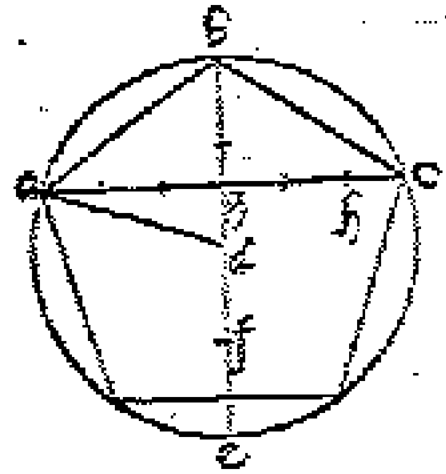
visa

uisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi, & la sua maggior parte e si come la mita della parte maggiore della sua doppia, verbi gratia. Sia la. a.b. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & dui estremi in ponto. c. & la maggior parte di quella sia la. c.b. & sia la d.e, si come la mita della. a.b. & la d. f. si come la mita della. c.b. Dico adonque che la. d,e, è diuisa in ponto, f. secondo la proportione hauente il mezzo & dui estremi & la maggior parte di quella è la, d, f. Perche (per la. 15. del 5.) è manifesto che la proportione della. a.b. alla. c.b. è si come della. d.e. alla. d.f. (cioe el doppio al doppio) e si come el sempio al sempio. Per laqual cosa permutatamente della. a.b. alla. d.e. e si come della. c.b. alla. d.f. adonque (per la 19. del quinto) della. a.c. alla. f.e. è si come della. a,b, alla. d.e. adonque la. a.c. è doppia alla. f.e, perche cosi è la, a,b, alla. d.e. Conciosia adonq; che tutta la. a.b. sia doppia a tutta la. d,e, e cosi ciascuna delle parti della. a.b. a ciascuna delle parti della. d,e, ca dauna alla sua relatiua. Per la qual cosa (per la 15. del quinto: & per la 11 del medesimo, & per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi.) La linea. d,e, sarà diuisa in ponto f. si come se propone. Adonque al presente solicitemo alla demostratione di quello che fu proposto allo essempio del quale sia lo cerchio. a.b.c. (el centro del quale sia. d.) circonscribente un penthagono de. dodecedron & un triangolo de ycocedron. li quali una medesima sphera li circonscriua & conchuda equalmente contenuti. Perche (per la 5. di questo) è manifesto che il medesimo cerchio circonscriue questo penthagono: & quel triangolo, & sia la linea. a.b. lato del penthagono & la linea. a.c. del triangolo, & sia la linea, h, si come el lato del cubo circonscritto dalla medesima sphera. Dico adonque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme è si come la linea. h. alla linea, a, c. perche essendo produtta dal centro. d. una perpendicolare al la, a.b. laqual transisca per fina alla circonferentia segando la, a.b, in ponto. e, & l'arco di quella in ponto. f. Et è manifesto questa perpendicolare diuidere in due parti equale sia la linea. a.b. come l'arco di quella, la corda. a.b. (per la 2. parte della terza del terzo) & l'arco di quella (per la quarta del primo, & per la 27. del terzo.) adonq; l'arco. f.a, e la decima parte della circonferentia. Sia adonque fatto a quello tirata la corda. a. f. laquale sarà el lato decagono equilatero di quel medesimo cerchio, adonq; (per la 9. del 13.) è manifesto che la linea composta dalla, d.f. & f.e. sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & dui estremi & la maggior parte di quella sarà la linea. d.f. (Et per la prima di questo) la. d.e. è equale alla mità della. d.f. & alla mità della. f.a. congionte direttamente in longo. Sia adonq; la, d.g. perpendicolare alla. a.c. (& per el correlario della ottaua del 13.)

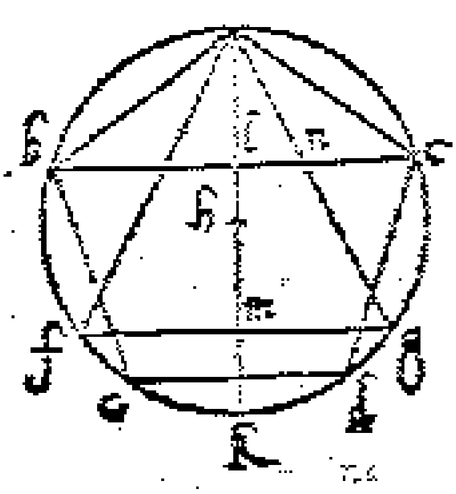


a.g.d.

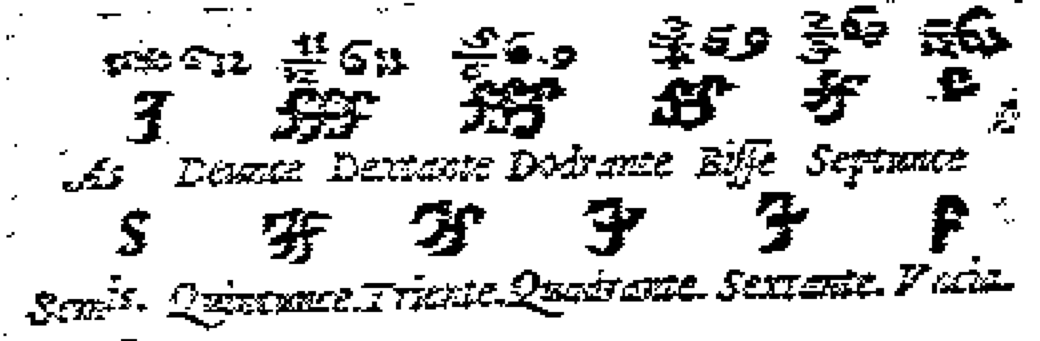
la g,d, sarà si come la mità della d,f. Adonque se della linea d,e, (laquale e si come la mità della d,f, quando che la d,f, & f,e sia vna linea.) Sia detratto vna equale alla d,g. (laquale è si come la mità della d,f,) la linea d,e, (per quello che fu assonato auanti questa) sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi & la maggior parte sarà si come la g,d, Et (per la demostratione della 17 del terzodecimo) è manifesto che se la linea b, (che e lato de cubo) sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi la maggior parte di quella sarà si come la a, b, che e lo lato del penthagono della figura de dodeci base. Adonque (per la seconda di questo) la proportione della b, alla a b è si come e della d,e, alla g,d, per laqual cosa (per la prima parte della decimasesta del sesto) quello che preuiene della b, in la g,d, e equale a quello che vien fatto della a b. in la d,e. Et (per el corrolario della precedente) e manifesto che la proportione de tutte le superficie del dodecedro, del quale el lato e la a, b, tolte insieme, a tutte le superficie del ycocedro, del quale el lato e la a, c, tolte insieme e si come di quello che vien fatto della a b in la d,e, a quello che vien fatto della a,c, in la g,d, Adonque, per la prima parte della settima del quinto, & vndecima del medesimo, la proportione di quello che preuiene dalla b, in g,d, a quello che preuiene dalla a, c, in la, g, d, e si come de tutte le superficie di quel dodecedron a tutte quelle di questo ycocedro. Ma di quello che preuiene dalla b, in la g,d, a quello che preuiene dal a c, in la g, d, per la prima del sesto, e si come della b alla a c. Adonque, per a 11 del 5, la proportione di tutte le superficie di quel dodecedro a tutte quelle di questo ycocedron e si come della b, alla, a, c, che è il proposito. Questo medesimo poteremo prouar altramente se auanti quello ponessemo vn antecedente necessario elquale è questo.



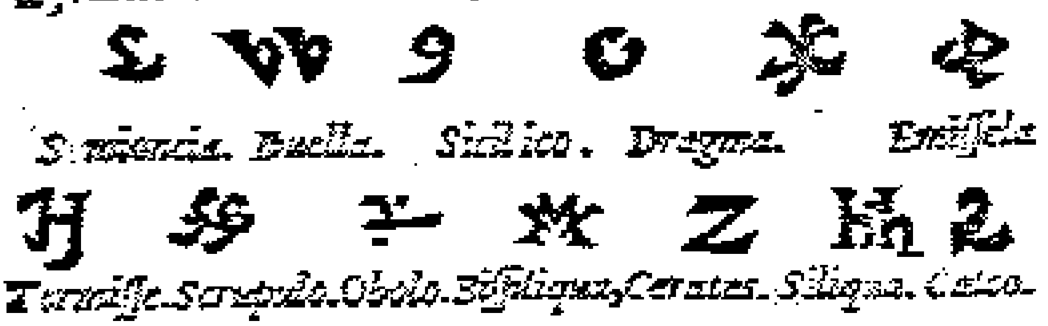
Se in qualunque cerchio sarà inscritto vn penthagono equilatero lo rettangolo che è contenuto sotto il dodrante del diametro di quel cerchio & sotto dextante di quella linea che tende sotto el angolo di quel penthagono de necessità el bisogna essere equale al medesimo penthagono.



Li nostri maggiori con lo intelletto & con la ragione diuiderono cadauno integro in dodeci parti equali e tutte quelle parti insieme (cioe quel tuto) lo chiamorno, Asse & le vndice di quelle parti gli dissero deunce, Et le diece, dextante e le noue dodrante e le otto bisse & le sette, septunce over septante over quincunce & le sei, semis, & le cinque quincunce & le quattro triente & le tre, quadrante & le due sextante, & la vna, adimandorno oncia, Et quelle piu volte sono state trouate in li antiqui libri designate per ordine nel presente



Anchora la onza laqual hauemo detto douer esser la 12. parte del As la diuidero in altre 12. frattioni, ma per uia di 1/2 onza perche la mita della onza gli dissono. Semiōcia la terza parte del duella. La quarta sicilico, la sesta sextula, la ottaua dragma, la duodecima emissela, la 18. tremisse, la 24. scrupolo, la 48. obolo, la 72 bissiliqua, la 96 cerates, la ultima cioè la 144. parte di essa oncia chiamorno siliqua, Et a queste 12. frattioni della oncia li posteriori, gli hanno aggionto el calco & lo carro e la 292. parte della oncia, del qual aggiongimento ne fu causa accio che el diatesseron & el diapente delle symphonie di toni & semitoni distinti per interualli di queste frattioni, la denominatione ascendesse ouer se estendesse per fina al minimo estremo. & tutte quelle frattioni li annotauano secondo l'ordine di tal figure.



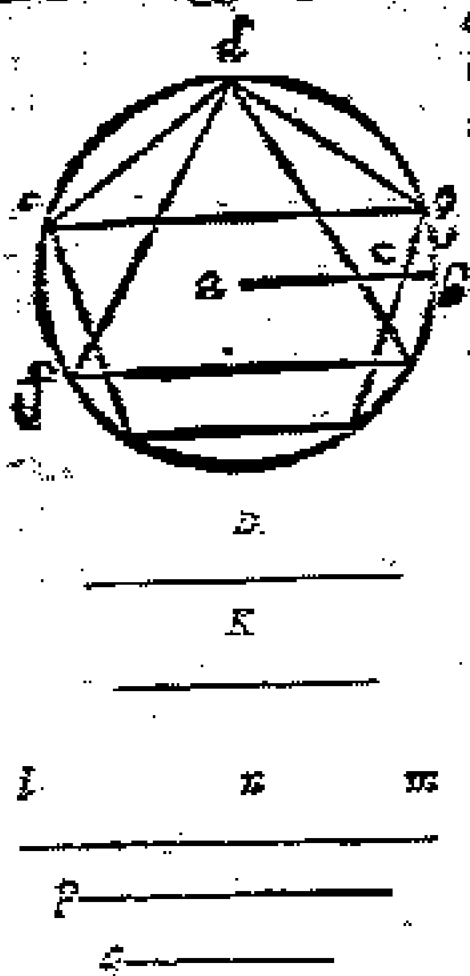
Adonque el fosse di quello che è detto è quello che se in alcun cerchio sia inscritto un pentagono equilatero, quello che uien fatto delli tre quarti del diametro del cerchio in li cinque sesti della linea che sotto tende a uno delli angoli del penthagono inscritto è equale al penthagono uerbi gratia sia el cerchio, a, b, c, sopra el centro, d, & in quello (per la 11. del 4.) sia inscritto un penthagono equilatero del quale li dui lati continenti uno di soi angoli sia la, a, b, & , a, c, & a l'angolo, b, sia sotto tesa la linea, a, c, & sia tirato lo diametro b, d, e, el qual segarà la linea, a, c, in due parti equali in ponto, g, & sia la, d, f, la mità della, d, e, & la, g, h, doppia alla, h, c, & la, b, f, serà el dodrante del diametro perche è li tre quarti di quello, & la, a, h, serà el dextante della, a, c, perche quella e li cinque sesti di quella & sia tirata la linea, a, d. Dico che quello che perviene dal la, b, f, in la, a, h, è equale al penthagono inscritto in el cerchio (perche essendo chiaro che la, a, g, sia perpendicolare alla, b, d. (per la quadragesima prima del primo) quello che perviene della, b, d, in la, a, g, serà doppio al triangolo, a, b, d, E pero quello che perviene della, b, f, in la, a, g, serà treplo al medesimo triangolo, & quello che perviene della, b, f, in la, h, g, serà doppio, & della, b, f, in tutta la, a, h, serà quintuplo. Conciosia adonque, che tutto el penthagono sia quintuplo al medesimo triangolo. Egli è manifesto che quello che uien fatto della, b, f, in la, a, h, è equale al penthagono. Et questo era da dimostrare. Hor demostraremo quello che fu proposto dal principio per un'altra uia si come fu promesso. Sia adonque in el cerchio, del qual el centro sia, b, inscritto un penthagono della figura dodedecibasis & un triãgolo della figura de vinti base liquali una medesima sphera li circõscriue. Et (per la 5. di questo) è manifesto che el penthagono di questo dodecedron et lo triã golo di questo ycocedron, sono circondutti dal medesimo cerchio, & sia lo pẽtha gono, a, b, c, d, e, & lo triangolo, a, f, g, & lo angolo, e, del penthagono sia sotto te sa la linea, b, e, laquale (per la demonstratione della decima settima del terzo deci mo) sarà el lato del cubo che circõclude la medesima sphera. Adonque sia tirato lo diametro, a, h, K, el qual sega orthogonalmente, & in due parti equali l'una et l'altra delle due linee, b, e, & f, g, l'una in ponto, l, & l'altra in põto, m, Dico adõ que che la proportione de tutte le superficie del dodecedrõ a tutte quelle del yco cedrõ (delli quali el pẽthagono, et triãgolo sian descritti in el medesimo cerchio) è si come della linea, b, e, (che è lato del cubo circõscritto dalla medesima sphera, alla linea, f, g, che è lato del triãgolo del ycocedro.) Perche (per lo correlario della 8. del 13.) è manifesto, che la linea, h, m, è la mità della linea, a, h, E pero la li nea, a, m, sarà el dodrante del diametro, a, K, (perche la è li tre quarti di q̃llo.) Sia adõque la, l, n, doppia alla, n, e, & la, b, n, sarà lo dextãte della, b, e, perche la è li cinque sesti di quella. Adõque (per lo premesso antecedente) quello che perviene dalla, a, m, in la, b, n, sarà equale al penthagono, a, b, c, d, e, & quello che perviene dalla, a, m, in la, m, f, è equale al triangolo, a, f, g, Adõque (per la 1. del 6.) la pro portione del pẽthagono al triãgolo, e si come la, b, n, alla, m, f, per laqual cosa el quincuplo di quel pẽthagono al vigintuplo di questo triãgolo è si come el dodecu plo della linea, b, n, al vigintuplo della linea, m, f, laqual cosa è manifesta (per la 15. propositione del 5. lib.) & per la equa proportionalità, & lo dodecuplo del la, b, n, è si come el decuplo della, b, e, perche dodeci dextanti se equalizano a die ci assi, cioè diece integri, & lo vigintuplo della, m, f, è si come al decuplo della, f, g, perche la, f, g, è doppia alla, m, f, Adõque el dodecuplo de questo penthagono, al vigintuplo di questo triangolo: e si come el decuplo della, b, e, al decuplo della, f, g, Et perche el dodecuplo di quel pẽthagono, e tutte le superficie del dodecedrõ Et lo vigintuplo di questo triãgolo e tutte le superficie del ycocedron. Et perche per la 15. propositione del 5. el decuplo della, b, e, al decuplo della, f, g, e si come la, b, e, simplice alla, f, g, simplice, per la undecima propositione del quinto libro, la proportione de tutte le superficie del dodecedron, tolte insieme, a tutte le super ficie del ycocedron, tolte insieme, sarà si come della, b, e, alla, f, g, & questo e quel lo che bisognava dimostrare.

Theorema. 9. Propositione. 9.

9 / 10 Qualunque linea divisa secondo la proportione havente el mezzo e duoi estremi, La proportione della linea potente sopra a tutta la linea & alla mag gior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quel la, sarà si come la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo de vinti base contenuto in la medesima sphera con quello.

Sia la linea, a, b, divisa secondo la proportione havente el mezzo et duoi estre

 mi



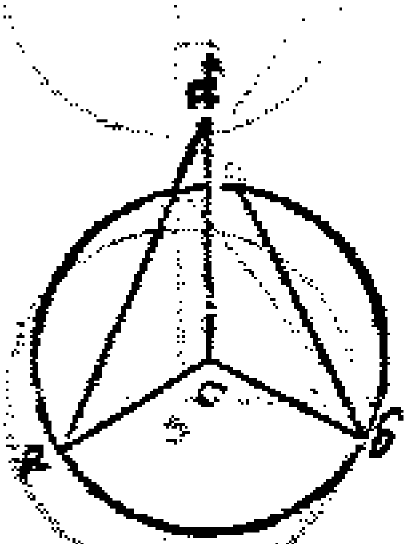
tal & la maggior parte di quella sia la linea, a, c, & sopra il centro, a, secondo la quantità della linea, a, b, sia descritto il cerchio, d, b, e, & à quello sia inscritto, per la undecima del quarto, uno penthagono equilatero del quale, la, d, e, sia un lato et per la seconda del medesimo, gli sia anchora inscritto uno triangolo equilatero del quale la, d, f, sia uno lato, & a uno delli angoli del penthagono, qual sia, d, sia sotto tesa la linea, e, g, Adonque, per la quinta di questo, è manifesto che la sphera che circonscrive el dodecedron de quel penthagono, del quale un lato e la, d, e, circonscrive insieme lo ycocedron de quel triangolo del quale un lato e la, d, f, Et per la demonstratione della decima settima del terzo decimo, e manifesto che la medesima sphera circonscrive el cubo del quale la, e, g, è el suo lato, adonque sia tolta la linea, b, potente sopra tutta la, a, b, & la sua maggior parte, a, c, & finalmente la, K, potente sopra tutta la, a, b, & la minor parte, b, c, di quella. Dico adonque, che la proportione della, e, g, alla, d, f, cioe come del lato del cubo, al lato del triangolo del ycocedron contenuto insieme cō esso cubo dalla medesima sphera, è si come della, b, alla, K. Perche egliè manifesto, per el correlario della. 15. del quarto, che la, a, b, è si come el lato del exagono equilatero inscritto in lo cerchio, d, e, Adonque, per la nona di questo, la, a, c, è si come el lato del decagono del medesimo cerchio. Adonque, per la decima del terzodecimo, la, d, e, e potente sopra tutta la, a, b, & alla maggior parte, a, c, di quella, per la qual cosa, la, d, e, e equal alla, b, perche el quadrato di caduna di quelle e tanto quanto li quadrati delle due linee, a, b, & a, c, tolti insieme, & e manifesto per la ottava, del. 13. che la, d, f, e treppia potentialmente alla, a, b, & per la. 5. del medesimo, e manifesto che la, K, e anchor treppia potentialmente alla, c, Adonque (per la 2. parte della 22. del sesto) la proportione della, d, f, alla, a, b, e si come quella della, K, al la, a, c, per laqual cosa permutatamente della, d, f, alla, K, e si come della, a, b, al la, a, c, & perche (per la demonstratione della, 17. del 13.) e manifesto che si la, e, g, sia divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quella sarà si come la, d, e, (per la, 2. parte di questo) la proportione della, e, g, alla, d, e, sarà si come della, a, b, alla, a, c, Per laqual cosa (per la 11. del 5.) sarà anchora della, e, g, alla, d, e, si come della, d, f, alla, K, & permutatamente della, e, g, alla, d, f, si come della, d, e, alla, K, & perche (per la 2. parte della 7. del 5.) della, d, e, alla, K, sarà si come della, b, alla, K. (imperoche la, d, e, et la, b, sono equale (per la, 11. del. 5.) della, e, g, alla, d, f, sarà si come della, b, alla, K, che e il proposito. & nō solamente la proportione, della, e, g, (lato del cubo) alla, d, f, lato del triangolo del ycocedron, e si come della, b, alla, K, ma anche simplicemente si

come

tione di qualūque due linee (de l'una a l'altra) de lequale l'una possi sopra tutta qualunque linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & sopra la maggior parte di quella, & l'altra sopra la tutta, & la minor parte di quella. Perche de tal linee a una per una e una medesima proportione. verbi gratia stante li medesimi presuppositi circa alle linee, a, b, h, & k, & sia tolta anchora qualunque altra linea (laqual sia, l, m,) divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in ponto, n, & la maggior parte sia la, l, n. Et sia la, p, potente sopra tutta la, l, m, & sopra la, l, n, maggior parte di quella e la linea, q, sia potente sopra tutta la, l, m, & sopra la, m, n, minor parte di quella. Dico adonque che la proportione della, p, alla, q, è si come della, h, alla, k, perche (per la seconda di questo libro) è manifesto che della, b, e, alla, e, c, è si come della, l, m, alla, l, n, adōque (per la prima parte della vigesima secōda del sesto) del quadrato della, b, e, al quadrato della, e, c, è si come del quadrato della, m, l, al quadrato della, n, l, per laqual cosa congiontamente del quadrato della, b, al quadrato della, e, c, e si come del quadrato della, p, al quadrato della, l, n, Et permutatamente del quadrato della, b, al quadrato della, p, è si come del quadrato, e, c, al quadrato della, l, n, (per lo medesimo genere de argumentatione) seguita che la proportione del quadrato della k, al quadrato della, q, è si come del quadrato della, c, b, al quadrato della, n, m, & perche (per la seconda di questo, & per la prima parte della vigesima seconda del sesto) lo quadrato della, e, c, al quadrato della, l, n, è si come lo quadrato della, c, b, al quadrato della, m, n, (per la 11. del 5.) lo quadrato della b, al quadrato della, p, è si come el quadrato della, k, al quadrato della, q, per laqual cosa (per la seconda parte della 22. del sesto della b, alla, p, è si come della, k, alla, q. Et permutatamente della, b, alla, k, si come della, p, alla, q, laqual cosa era da dimostrare.

Hora, accioche alcū loco de dubitatione nō ci offuschi in quelle cose che restano da dimostrare, havemo imaginato di metter avanti al presente, alcune propositioni, per lequale le cose seguente rimanerāno ferme & stabile per dimostrationi.

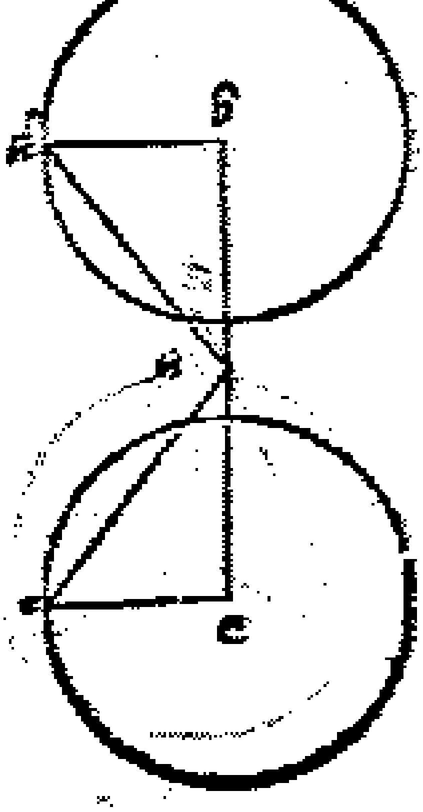
Se alcuna superficie piana, segharà qual si voglia sphera, la commune settione della superficie piana che sega, & della superficie curva della sphera sarà una circonferentia laquale contenerà un cerchio.



Sia adōque alcuna supficie piana che seghi una sphera, et sia la linea curva, a, b, la commune settione della superficie segante, & della superficie della sphera. Dico che la linea, a, b, è circonferentia d'un cerchio, perche over che il cētro della sphera è in la supficie piana che sega over che egliè fora di detta superficie. Ma s'el sarà in quella, sia posto dove si voglia, & sia el ponto, c, perche adunque tutta la linea, a, b, è in la superficie della sphera et perche tutte le linee dutte dal centro della sphera alla circonferentia di quella, sono equale (si come è manifesto per la diffinitione della sphera) seguita che tutte le linee dutte dal ponto, c, alla linea a, b, siano equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea, a, b, è un cerchio, & il centro di quello è il ponto, c, cioè quel medesimo che è centro della spera. Ma sel centro della sphera sarà fuora della superficie segante, adonque sia posto che sia el ponto, d, (sia dove si voglia) dal quale (secondo la dottrina della undecima del 11.) sia dutta la linea, d, c, perpendicolare alla superficie segante, & dal medesimo centro, d, siano protratte due linee rette (cadauno come si voglia) alla linea, a, b, le quai siano, d, a, & d, b, & sia congionto, c, con, a, & con, b, & le due linee, d, a, & d, b, saranno equale, impero che quelle vengono dal centro della sphera alla superficie di quella. Et (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) è manifesto che li angoli, d, c, a, & d, c, b, sono retti, E però (per la penultima del primo & (per questa commune scientia, quelle cose che sono equale a cose equale fra loro sono equali.) Li quadrati delle due linee, c, d, & c, a, tolti insieme saranno equali alli quadrati delle due linee, d, c, & c, b, tolti insieme, adonque levando via da l'una banda & da l'altra lo quadrato della, d, c, lo quadrato della, c, a, sarà equale al quadrato de la, c, b. Per laqual cosa etiam la linea, c, a, sarà equal alla linea, c, b, per lo medesimo genere de argumentatione è necessario che tutte le linee dutte dal ponto, c, alla linea, a, b, esser equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea, a, b, è, un cerchio & il centro di quello è il ponto, c, che è il proposito.

Correlario.

Adonque da questo è manifesto che quando una superficie sega una sphera sopra il centro di quella. La settione che perviene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio, el centro della quale è centro della sphera. Et quando una superficie sega una sphera non sopra il centro di quella anchora la settione che perviene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio el centro del quale, e quel ponto in el quale taglia la perpendicolare dutta dal centro della sphera alla superficie segante, & piu dico che se in alcuna sphera saranno cerchij equali le perpendicolare dutte dal centro della sphera alla superficie di quelli cerchij saranno fra loro equale.



Sia in la sphera (della quale el centro, e, a. Signati doi cerchij, b, & c, equali alla superficie di quali siano protratte le perpendicolar dal centro della sphera cioè dal ponto, a, (si come insegna la 11. del 11.) a l'uno sia la linea, a, b, a l'altro la linea, a, c. Dico che le due linee, a, b, & a, c, sono equale perche se siano protratte dalli ponti. b, & c, alla circonferentia de quelli due linee rette delle quale l'una sia, b, d, & l'altra, c, e, & sia gionto, a, con, d, & con, e, E (per la diffi-

diffinitione della linea che stia perpendicolarmente sopra una superficie, l'uno & l'altro di duoi angoli, a, b, e, & a, c, e, e retto, & per la seconda parte del precedente correlario, e manifesto che li duoi ponti, b, & c, son centri di duoi cerchij, b, et c. E per le due linee, b, d, & c, e, sono li semidiametri di quegli, i quali cerchij quando che sian posti equali. Seguita, per la diffinitione di cerchij equali, questi semidiametri esser equali, & perche le due linee, a, d, & a, e, sono equale, perche sono dutte dal centro della sphera alla superficie di quella, le due perpendicolare, a, b, & a, c, saranno equale, per la penultima del primo, laqual cosa bisognava dimostrare adonque al presente ritornamo al proposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del icocedron, liquali ambidui fusseno inclusi in una medesima sphera, e si come de tutte le superficie di quello tolte insieme a tutte le superficie di quello tolte insieme.

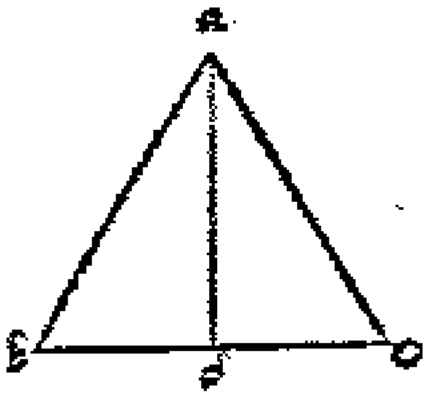
Questo è quello che di sopra commemorassemo dapoi la demostratione della prima di questo, per autorità di Aristeo, & de Apollonio la demostratione della quale se cava evidentemente dalle cose che sono poste di sopra. Perche per la 5. di questo, e manifesto che li cerchij di quali l'uno circonscrive un penthagono del dodecedron, & l'altro lo triangolo del ycocedron, che una medesima sphera circonscriva ambidui li detti corpi, sono fra loro equali. Adonque le perpendicolare dutte dal centro della sphera alle superficie de tutti li cerchij che circonscriveno li penthagoni di questo dodecedron. & li triangoli di questo ycocedron cadente in li centri di quelli saranno fra loro equale, si come dalle cose premesse è manifesto. Perche tutti questi cerchij, come testifica la quinta propositione di questo, come e detto, sono fra loro equali. Adonque le pyramide delle quale le base sono li penthagoni del dodecedron: & li coni di quelle sono el centro della sphera. & le pyramide, delle quale le base sono li triangoli del ycocedron: & li coni di quelle sono similmente el centro della sphera, sono equalmente alte: perche le perpendicolari che cascano dalli coni alle base misurano over determinano la altezza de tutte le pyramide. & le pyramide equalmente alte e necessario esser proportionale alle sue base, si come in la sesta del duodecimo e stato provado. Adonque la proportione della pyramide della quale la base e un penthagono del dodecedron, alla pyramide della quale la base e uno di triangoli del ycocedron, e si come del penthagono al triangolo. E pero per la vigesimaquinta propositione del quinto libro, la proportione del duodecuplo di quella pyramide, della quale la base e uno di penthagoni del dodecedron, alla pyramide della quale la base e uno di triangoli del ycocedro, e si come del duodecuplo di quel penthagono a questo triangolo. & queste dodeci pyramide delle quale le base sono li dodeci penthagoni del dodecedron sono tanto quanto tutto el corpo di esso dodecedron. Et li dodeci penthagoni tanto quanto tutte le superficie di quello. Adonque la proportione del corpo del dodecedron alla pyramide della quale la basa è un triangolo del ycocedron: e si come la proportione di tutte le superficie del dodecedron al triangolo del ycocedron. Per la qual cosa (un'altra volta per la vigesimaquarta propositione del quinto libro) la proportione del corpo del dodecedron al vintuplo di quella pyramide della quale la basa è un triangolo del ycocedron, e si come de tutte le superficie del dodecedron al vintuplo del triangolo del ycocedron. Conciosia adonque che el vintuplo di questa pyramide, sia tanto quanto tutto el corpo del ycocedron, & il vintuplo di questo triangolo si come tutte le superficie di quel ycocedron: La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del ycocedron, liquali circonclude una medesima sphera) sarà si come la proportione di tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del corpo del ycocedron tolte insieme, Et questo è la sua sententia & la forma e solida demostratione di predetti philosophi della proportione di questi duoi corpi. Alla quale anchora eglie da esser aggionto questo. Et conciosia che la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo del ycocedron (quando che insieme siano circonclusi da una medesima sphera) sia si come la proportione de tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie di quel ycocedron inclusi in la medesima sphera (si come fu dimostrato in la ottava propositione di questo) la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedro (che una medesima sphera circonvolue) sarà (per la undecima propositione del quinto libro) si come la proportione del lato del cubo (inscrittibile a quella medesima sphera) al lato del triangolo di quel ycocedron. Ma piu, perche la divisa (qual si voglia linea) secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi. La proportione della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra tutta & la minor parte di quella, e si come del lato del cubo inscrittibile alcuna sphera: al lato del triangolo del corpo del ycocedron circonscritto dalla medesima sphera, (si come fu dimostrado dalla nona propositione di questo.) Etiam (per la undecima propositione del quinto) sarà che divisa qualunque linea secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, la proportione della linea potente sopra la tutta et la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, sia si come la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron, liquali una medesima sphera li circonscrive ambidui. Adonque dalle cose dette è manifesto, che la proportione del lato del cubo inscritto in alcuna sphera, al lato del triangolo del ycocedron dalla medesima sphera circonscritto. Similmēte la proportione de tutte le superficie del dodecedron, a tutte le superficie del ycocedron (liquali sono ambidui circonscritti da una medesima sphera.) Anchora la proportione della linea potente sopra qual si voglia linea divisa secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi: & sopra la maggior parte di quella: alla linea potente sopra la medesima, & sopra la minor parte di quella, & similmente anchora la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron (liquali circonscrive una medesima sphera) e una medesima proportione. Adonque e mirabile la possanza della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, alla quale concio sia che tutta la moltitudine de philosophanti conuengono in questo principio degno di admiratione, ouer el principio procede dalla natura inuariabile delli principij superiori, che si diuersi solidi si de grandezza come de numero di base, si etiã de figura, concordi rationabilmente una irrational concordiantemente egli sia stato dimostrado, che la proportione del corpo del dodecedron al corpo ycocedron, che circonscriua una medesima sphera, è si come la proportione della linea potente sopra qualunque linea diuisa secondo la proportione hauẽte il mezzo e duoi estremi, & sopra la maggior parte di quella, a qualunque linea potente sopra la medesima: & la minor parte di quella. Et perche de li altri tre corpi regolari non hauemo detto cosa alcuna. Studiamo di dire qualche cosa di quelli.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11
o

In ogni triangolo equilatero, se da uno di suoi angoli sia condutta una perpendicolare alla basa, el lato del medesimo triangolo conuien esser sesquitertio in potentia a essa perpendicolare.

Sia el triangolo, a, b, c, equilatero, et del angolo, a, sia condutta la linea, a, d, perpendicolare alla basa, b, c, Dico che lo lato, a, b, è potentialmente sesquitertio alla, a, d, perche, per la quinta del primo, li duoi angoli, b, & c, sono equali, & perche li angoli che sono al, d, sono retti, per la uigesima sesta del primo, la linea, b, c, e diuisa in due parti equali in ponto, d, Adonque per la quarta del secõdo, lo quadrato de lla, b, c, e quadruplo al quadrato della, b, d, E pero etiã lo quadrato della, a, b, e quadruplo al quadrato della, b, d, perche el triãgolo e equilatero, per laqual cosa, per la penultima propositione del primo, li quadrati delle due linee, a, d, & b, d, tolti insieme, sono quadrupli al quadrato della, b, d, Adonque e manifesto il lo quadrato della, a, d, e treppio al quadrato della, b, d, Adonque e manifesto il proposito.



Theorema. 12. Propositione. 12.

12
o

La superficie de ogni triangolo equilatero, del quale el lato e rationale se approua esser mediale.

Sia come prima el triãgolo, a, b, c, equilatero: et lo lato, a, b, di quello sia rationale ouer in longhezza ouer solamente in potentia. Dico adonque che esso triangolo e superficie mediale, perche se sia dutta dal angolo, a, la perpẽdicolare a, d, alla basa, per la precedente, & per la sesta del decimo: & per la diffinitione della superficie rationale, lo quadrato della linea, a, d, sarà rationale & la linea, a, d, sarà rationale in potẽtia, et quella, per la ultima parte della nona del 10. mediante la precedente, sarà incommensurabile alla linea, a, b, E pero etiam alla

 linea.

linea, b, d, laquale e si come la mità di quella. Adonque le due linee, a, d, & b, d, sono rationale communicante solamente potentialmente. Adõque, per la uigesimaterza del decimo, la superficie di l'una di quelle in l'altra e mediale, Et conciosia che la superficie di l'una di quelle in l'altra sia equale al triangolo, a, b, c, eglie manifesto esser il uero quello che hauemo detto.

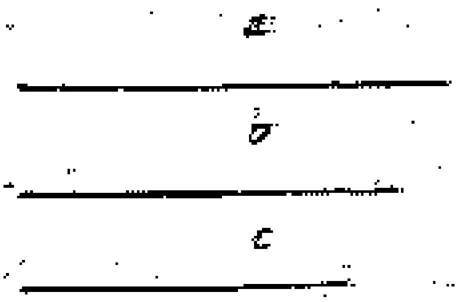
Theorema. 13. Propositione. 13.

13 Tutte le superficie de qual si uoglia di duoi solidi, di quali l'uno e la pira-
o mide di quattro base triangolare & equilatere, & l'altro e il corpo ditto base triangolare, & equilatere: tolte insieme, se il diametro de la sphera che li circonscriue sera rationale, componeno superficie mediale.

Perche se il diametro della sphera, che circonscriue l'uno di questi duoi corpi proposti, sarà rationale, o in longhezza, o solamente in potentia, per el correlario della decimaterza propositione del terzodecimo lib. el lato della pyramide sarà rationale in potentia: et per el correlario della decimaquinta del medesimo, el lato del medesimo corpo de otto base sarà anchora rationale in potentia. Per laqual cosa, per la precedente, li triangoli che sono base del qual corpo si uoglia de questi duoi, saranno superficie mediale, & perche li triangoli di qual si uoglia de quelli, sono fra loro equali, tutte le superficie tolte insieme, de qual si uoglia de quelli, per la uigesima quinta del decimo, saranno componente superficie mediale si come si propone.

Theorema. 14. Propositione. 14.

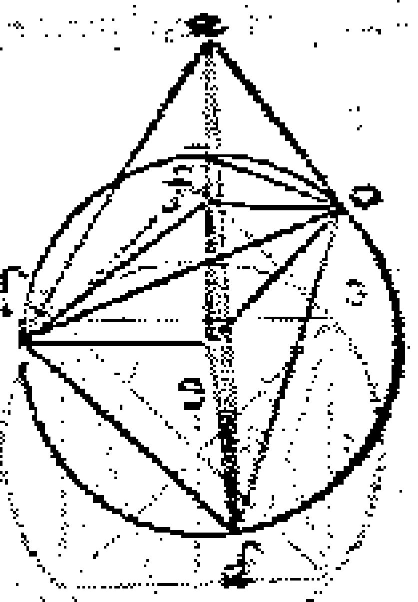
14 Se una medesima spera circonscriue, il tetracedron & lo ottocedron, una
o delle base del tetracedron sarà sesquitertia a una delle base del ottocedron. Et tutte le base del ottocedron, tolte insieme, a tutte le base del tetracedron, tolte insieme è necessario hauere proportione sesquialtera.



Sia, a, el diametro de alcuna sphera circonscribente la pyramide della quale el lato sia b, & lo tetracedron del quale el lato sia, c, Dico adonque che el triangolo equilatero del quale el lato sia, b, e sesquitertio al triangolo equilatero del quale el lato sia, c, Et che la superficie che componeno li otto triangoli de cadauno di quali la, c, e lato e sesquialtera alla superficie che cõponeno li quattro triãgoli equilateri de cadauno di quali la, b, e lato, perche, per el correlario della 13. propositione del terzodecimo, e manifesto che el quadrato della, a, al quadrato della, b, e si come, 6. a. 4. Adonque al contrario el quadrato della, b, al quadrato della, a, e si come, 4. a, 6. Et per el correlario della decimaquinta del medesimo, e manifesto che el quadrato della, a, al quadrato della, c, è si co-è si come,6,a,3. Adonque (per la equa proportionalità) el quadrato della,b, al quadrato della,c, è si come,4,a,3. & lo quadrato della,b, al quadrato della,c, è si come el triangolo equilatero (del quale el lato,e,b,) al triangolo equilatero del quale el lato è,c, Perche da l'uno a l'altro è si come la proportione della,b, alla,c, duplicata (per la seconda parte della decima terza del sesto.) Adonque lo triangolo equilatero del quale el lato è la,b, al triangolo equilatero del quale el lato e la, c, e si come 4,a,3. Per la qual cosa è manifesta la prima parte del proposito, dalla quale si caua euidentemente la seconda. Perche, per la conuersa proportionalità, lo triangolo equilatero del quale el lato e la,c, al triangolo equilatero del quale el lato e la,b, sarà si come tre a quatro. E pero lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato la,c, al quadruplo del triangolo equilatero del quale el lato e la,b, è si come lo ottuplo del ternario al quadruplo del quaternario cioe si come de,24,a,16. Et perche lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato e la, c, è tutte le base del ottocedron del quale la,c, è lato, & lo quadruplo del triangolo equilatero del quale la,b, è lato e tutte le base della pyramide della quale la,b, è lato, & perche la proportione de uentiquatro a sedeci e sesquialtera, seguita, che la superficie che componeno tutte le base del ottocedron del quale la,c, è lato alla superficie che componeno tutte le base della pyramide della quale la,b, e lato e sesquialtera si come fu detto in la proposition.

Theorema.15. Propositione.15.

15 Della piramide di quatro base triangolare & equilatere, collocata dentro di una sphera, se da uno di suoi angoli sia condutta una linea retta, per el centro della sphera, alla basa, quella e necessario cascare in el centro del cerchio che circonscriue la basa, & stare perpendicolarmente dentro alla medesima basa.

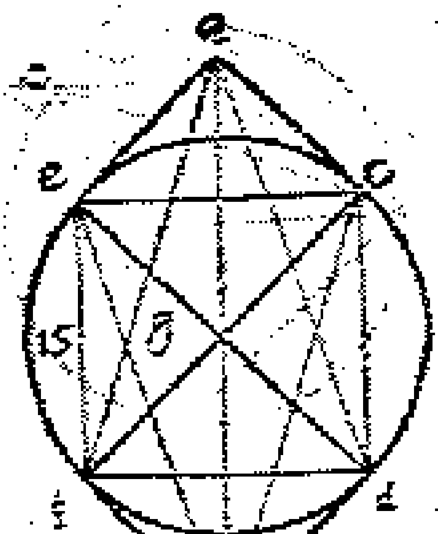


Sia la pyramide,a,b,c,d, di quatro base triangolare & equilatere collocata dentro di una sphera, el centro della quale sia,f, Et conciosia che cadauno di quatro angoli di questa pyramide pol esser cono di quella, & cadauno di quatro triangoli pol esser basa. Al presente imaginemo lo angolo,a, solido di quella esser el cono, & lo triangolo,b,c,d, imaginiamo esser la basa. Anchora a questa basa intendamo esserli circonscritto il cerchio,b,c,d, Et dal ponto,a, (el quale hauemo imaginato cono della pyramide) produremo alla basa,b,c,d, una linea retta, che transisca per el ponto,f, (che e centro della sphera che circonscriue la pyramide della qual disputamo) se questa linea occorre alla superficie,b,c,d, (laqual hauemo imaginato basa della pyramide) sopra el ponto,e, Dico adonque che el ponto,e, e centro del cerchio,b,c,d, e che la linea,a,f,e, e perpendicolare alla superficie,b,c,d. E per dimostrar questo produro le linee,f,b,f,c,f,d, Et

Et perche li quattro ponti, a, b, c, d, sono in la superficie della sphera (el cētro della quale è il pōto, f,) (Per questo che egli è stato posto quella sphera circonscriue questa pyramide) tutte le quattro linee, f, a. f, b, f, c, f, d, sarāno fra loro equale, p che sono dutte dal cētro della sphera, alla superficie di quella. Adōque perche li duoi lati, a, f, et f, b, del triāgolo, a, f, b, son equali alli duoi lati, a, f, et f, c, del triāgolo, a, f, c, et la basa, a, b, alla, a, c, (perche la pyramide fu posta equilatera) lo angolo, a, f, b, per la ottaua del primo, sarà equale a l'angolo, a, f, c, E però, per la decimaterza del primo, anchora lo angolo, b, f, e, sarà equale a l'angolo, c, f, e. E per lo medesimo modo tu approuarai l'angolo, d, f, e, esser equale al angolo, c, f, e, per che egli è necessario, per la ottaua del primo, che lo angolo, a, f, c, sia equale al angolo, a, f, d, per laqual cosa, per la .13. del .1. anchora l'angolo, c, f, e, sarà equale a lo angolo, d, f, e. Adonque li tre angoli, b, f, e, c, f, e, d, f, e, sono fra loro equali, attamente adōque le linee, e, b, e, c, & e, d, seguita, per la .4. del primo tolta due uolte, quelle esser fra loro equale. E però, per la .9. del terzo, el ponto, e, è centro del cerchio, b, c, d, E perche la perpendicolar dutta dal centro della sphera alla superficie di qualunque cerchio che seghi quella, cade sopra el centro del medesimo cerchio, si come per le cose che sono sta poste di sopra: cioe come intendesti da quelli antecedenti li quali precedeno immediate la decima di questo, se conuence la linea, a, f, e, esser perpendicolare alla superficie del cerchio, a, b, c, si come se propose, Essendo altramente (per lo auersario) saranno duoi centri del medesimo cerchio laqual cosa la natura si come impossibile nol patisse.

Theorema .16. Propositione .16.

16 El solido de otto base triangolare, & equilatere, el quale, sia circonscritto di alcuna sphera, e diuisibile in due piramide equalmente alte la altezza delle quale è equale al mezzo diametro della sphera. et la basa di l'una e de l'altra è un quadrato, el quale è subduplo al quadrato del diametro della sphera.



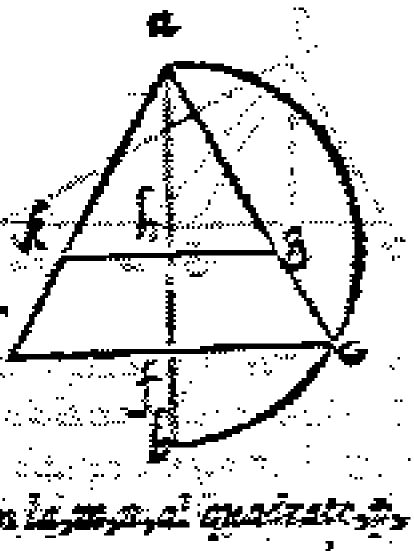
Sia un corpo de otto base triāgolare, & equilatere li sei angoli del quale siano, a, b, c, d, e, f, circonscritto da una sphera el centro della quale sia el pōto, g, adōque è manifesto che li sei ponti, a, b, c, d, e, f, sono in la superficie della sphera el centro della quale è il pōto, g. Adonque congiongendo el ponto, g, con cadauno di questi sei ponti, le linee congiongente quello saranno fra loro equale, conciosia che quelle siano dutte dal centro della sphera alla superficie: & conciosia che, per el correlario della decimaquinta del terzodecimo, el diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato di questo corpo, per la quarta del secōdo, el lato di questo corpo sarà potentialmente doppio al se-

midi

midiametro della sphera. Adunque el quadrato della, c,f, e doppio al quadrato della, c,g, E però e equale alli duoi quadrati delle due linee, c,g, & g,f. Adonq; per la ultima del primo, lo angolo, c,g,f, e retto per la medesima ragione caduno delli tre angoli, f,g,d, d,g,e, et e,g,c, e retto, per laqual cosa, per la decima quarta del primo) la, c,g,d, & la, f,g,e, e una linea. Adunque, per la seconda del undecimo, li cinque ponti, c,f,d,e,g, sono in una superficie. &, per la quinta del primo, & trigesima seconda del medesimo, e manifesto che caduno delli quattro angoli, c,e,d,f, esser retto, adunque, per la diffinitione del quadrato, la superficie, c,e,d,f, e quadrata. Et perche el lato di quella e il lato del proposito corpo, per el corelario della .15. del decimoterzo, questo quadrato e manifesto esser subduplo al quadrato del diametro della sphera, anchora con simil argumentatione, e manifesto l'una & l'altra delle due linee, a,g, & g,b, contenere angolo retto con caduna delle quattro linee, c,g, f,g, d,g, e,g, E però, per la quarta del undecimo, l'una e l'altra de quelle e manifesto esser perpendicolare alla superficie, c,e,d,f, & ambedue, cioe la, a,g, & la, g,b, per la decimaquarta del primo, compo nere una linea. Adunque el proposito corpo e diviso in la pyramide, a,c,f,d,e, la basa della quale e il quadrato, c,e,d,f, el quale e subduplo al quadrato del diametro della sphera & anchora la altezza e la linea, a,g, laquale e el semidiametro della sphera. et in la pyramide, b,c,f,d,e, la basa della quale e il predetto quadrato, & la altezza di quella e la linea, g,b, laqual e il semidiametro della sphera. e questo e quello che bisognava dimostrare.

Theorema 17. Propositione 17.

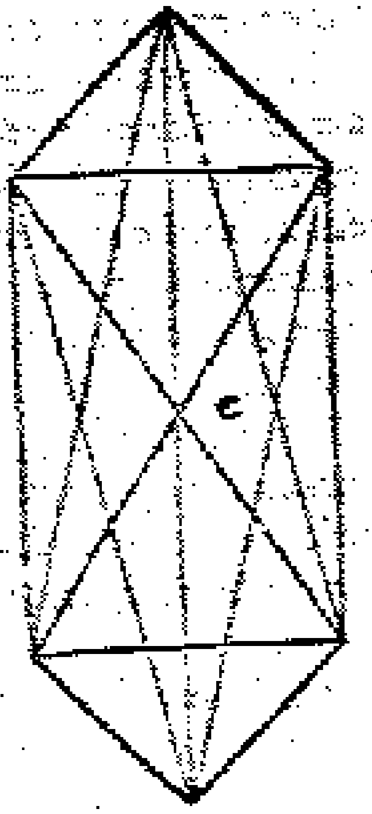
17 La pyramide di quattro base triangolare, & equilatere circonscritta da alcuna sphera. La proportione del rettangolo contenuto sotto la linea potentialmente subsesquiterzia al dodrante del lato di essa pyramide, & sotto a quella linea contenente il medesimo dodrante &, delle nove sette parte le cinque del medesimo dodrante al quadrato del diametro della sphera, sarà si come del corpo di quella piramide, al corpo de otto base triangolare, & equilatere, li quali siano circonscritti dalla medesima sphera.



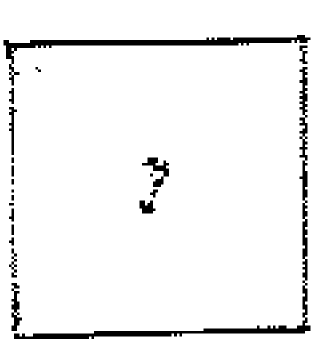
Sia una sphera el diametro della quale sia la, a,b, e el cetro, h, laquale circonscriva la pyramide di quatro base triangolare & equilatere, a,c,d, Et lo corpo de otto base triangolare equilatere el qual sia, e, & sia la linea, l,m, potentialmente subsesquiterzia al dodrāte della linea, a,c, ch'e lato della pyramide, e la linea m,n, contenga il medesimo dodrante & li 5. [illegible] simil di quello, & sia, o, el quadrato del diametro, a,b, Dico adunque che la proportione della piramide, a,c,d, al ottocedro, e, e si come della superficie della, m,l, in la, m,n, al quadrato, o,

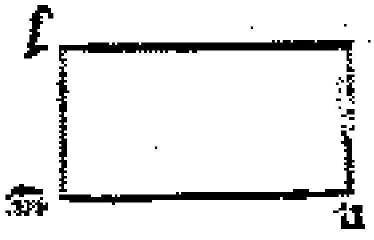
perche

perche se imaginemo l'angolo solido, a, esser cono della pyramide. Et la basa della pyramide (della quale el lato è la, d, c,) segarà el diametro della sphera in ponto



f. Et (per la argumentatione della decimaterza del terzodecimo, sarà manifesto si come la, a, f, è doppia alla, f, b, & coniunta che anchor la, a, b, sia doppia alla, b, h, per la 19 del 5. la, b, sarà doppia alla, b, f, Et però la, a, f, sarà quadrupla alla, f, h, Adonque imaginemo una superficie segante la pyramide, a, c, d, sopra il centro della sphera equidistantemente alla basa di quella et sia la linea, g, K, la commune settione di questa superficie, & del triangolo, a, c, d, Et per la 17 del undecimo, la proportione della, c, a, alla, a, g, sarà si come della, f, a, alla, a, h, Adonque della, c, a, alla, a, g, sarà si come da quattro a tre. Perche per la eversa proportionalità, così è della, f, a, alla, a, h, Anchora e manifesto, per la seconda parte della vigesima nona propositione del primo libro, & per la decima sesta propositione del undecimo, & per la decima propositione del medesimo, & per la prima parte della seconda del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile & di corpi simili, che la pyramide, a, g, K, e simile alla pyramide, a, c, d, E però, per la ottava propositione del duodecimo, la proportione della pyramide, a, c, d, alla pyramide, a, g, K, e si come della, c, a, alla, a, g, treplicada per laqual cosa e si come quella de quattro a tre treplicada: et e manifesto, per la seconda propositione del ottavo, che la proportione de quattro a tre treplicada e si come de sessantaquattro a vintisette. Adonque la proportione della pyramide, a, c, d, alla pyramide, a, g, K, e si come de sessantaquattro a vintisette: Sia adonque





fatto el triangolo, q, r, s, equilatero, de una linea equale alla, a, g, laqual e manifesto esser el dodrante della linea, a, c, & sia produtta la linea, q, t, perpendicolare alla, r, s, Et per la 12 propositione di questo libro, la linea, q, t, sarà potentialmente subsesquitertia alla linea, q, r, E però sarà equale alla, l, m, Ancora sia agionto alla linea, r, s, la linea, s, x, talmente che la proportione della, r, x, alla, r, s, si come de sessantaquattro

a vintisette et sia divisa la, r, x, in due parti equali in ponto, u, accioche la, r, u, sia trentadoi di quelle parti delle quale la, r, s, e 27. onde che la, r, x, ne e sessantaquatro, & la, r, u, sarà equale alla, m, n, & siano dutte le linee, q, u, & q, x, & per la prima propositione del sesto, la proportione del triangolo, q, r, x, al triangolo, q, r, s, sarà r,s,sarà si come de sessanta quattro e vintisette. Et conciosia che (per la medesima) lo triangolo,q,r,x,sia doppio al triangolo,q,r,u,& (per la 41. propositione del 1.) quello che vien fatto dalla,q,r,in la,r,u,si è anchora doppio al triangolo, q,r,u,quello che vien fatto dalla,q,t,in la,r,u,(& quello è equale alla superficie,l,n,) sarà equale al triangolo,q,t,x, Per laqual cosa la proportion della superficie,l,n, al triangolo,q,r, s, è si come sessanta quattro a vinti sette e però si come della pyramide,a,c,d,alla pyramide,a,g,k, & è manifesto (per la 15.propositione di questo) che la linea,a,f,e perpendicolare alla basa della pyramide,a,c,d,e però (per la 19.propositione del 11.) la linea,a,f, è etiam perpendicolare alla basa della pyramide,a,g,k, adonque la altezza della pyramide, a,g,k, è el semidiametro della sphera. Adonque fu diviso lo ottocedron,e,si come propone la precedente. Adonque l'una e l'altra delle due pyramide in lequal vien diviso esso corpo,e,sarà equalmente alta alla pyramide, a,g,k, perche la altezza di cadauna è el semidiametro della sphera. Adonque perche tutte le pyramide laterate equalmente alte sono proportionale alle sue base (come in la sesta propositione del 12. fu dimostrado) la proportione della pyramide,a,g,k,a l'una e l'altra de quelle in lequale è diviso lo ottocedron,e,si come della basa di quella alle base di quelle. Per laqual cosa (per la 24.del 5.) la proportione della pyramide,a,g,k,a tutto lo ottocedro,e,si come della sua basa (laquale è manifesto esser equale al triangolo, q,r,s,) alle base de ambedue la pyramide in lequale e diviso lo corpo, e,tolte insieme, laquale e manifesto esser equale al quadrato del diametro della sphera (per la precedente) cioe al quadrato,p, Adonque perche la proportione della pyramide,a,c,d,alla pyramide, a,g,k, e si come del triangolo over del terragono,l,n, al triangolo, q,r,s, cioe come de sessanta quattro a vinti sette & della pyramide,a,g,k, al ottocedro e si come del triangolo,q,r,s, al quadrato,p, (per la equa proportionalità) la proportione della pyramide,a,c,d,al ottocedro,e,e si come del terragono,l,n, al quadrato,p, & questo era da dimostrare.

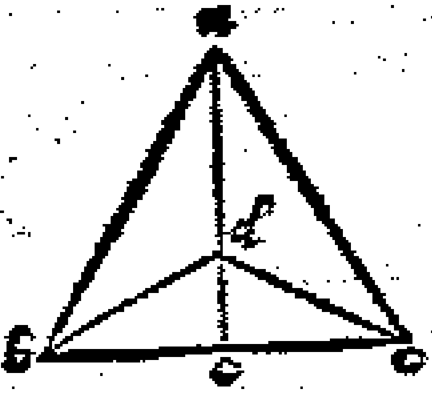
Correlario.

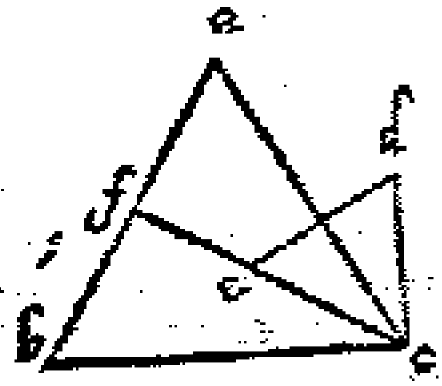
Adonque per le cose poste di sopra e manifesto che la perpendicolare che vien dal centro della sphera, che circonscriue la pyramide di quattro base triangolare,e equilatere,a cadauna delle base di essa pyramide e equale alla sesta parte del diametro della sphera.

Perche conciosia che tutti li triangoli che circondano la pyramide sono fra loro equali. E però li,& equali. Anchora li cerchii che circonscriueno quelli saranno equali. E però le perpendicolar cadente dal centro della sphera a quelli medesimi cerchii (in li centri di quelli) saranno etiam equale. Et le perpendicolar cadente alli detti cerchii sono perpendicolare alle base della piramide. Adonque le perpendicolare alle base sono fra loro equale. Ma la linea,b,f,e perpendicolare alla basa della piramide,a,c,d,laqual,b,f,perche (dalle cose predette) e manifesto esser la sesta parte del diametro,a,b, Adonque rimane esser il vero quello che se conclude per el correlario.

IL medesimo se conuiene dimostrare, altramente douendo esser questo anteccedente ben fermato & stabile di ragione.

In ogni triangolo equilatero, la linea che descende da uno delli angoli di quello orthogonalmente sopra la basa, è treppia alla perpendicolare che vien dal centro del cerchio che circonscriue esso triangolo, a cadaun lato di quello.





Hor sia el triangolo, a, b, c, equilatero, & sia, d, el centro del cerchio che'l circonscriue, dal qual siano condutte le linee a cadauno de suoi angoli, lequale è manifesto esser equale, conciosia che quelle siano dal centro alla circonferentia del cerchio, perche li tre ponti, a, b, c, sono in la circonferentia del cerchio che circonscriue esso triangolo. Et sia protratta la, a, d, in continuo e direttamente per fina che la peruenga al lato, b, c, sopra el ponto, e, Adonque (per la ottaua propositione del primo) è manifesto che l'angolo, a, d, b, è equale al angolo, a, d, c, e pero (per la decimatertia propositione del primo) l'angolo, b, d, e, è equale al angolo, c, d, e, per laqual cosa (per la quarta propositione del primo) la, b, e, è equale alla, e, c, & li angoli che sono al, e, sono retti, E però la, d, e, (laquale vien dal centro del cerchio che circonscriue lo triangolo, a, b, c,) e perpendicolare alla, b, c, & la, a, e, (laqual vien da uno delli angoli del predetto triangolo) e etiam perpendicolare alla detta, b, c, Dico adunque che la, a, e, è treppia alla, e, d, Perche eglie manifesto che el tetragono che vien fatto dalla, d, e, in la, e, b, è equale al triangolo, b, d, c, Lo tetragono anchora che vien fatto dalla, a, e, in la, e, b, e equale al triangolo, a, b, c, & perche el triangolo, a, b, c, e treppio al triangolo, d, b, c, & lo tetragono che vien fatto dalla, a, e, in la, e, b, e treppio a quello che vien fatto dalla, d, e, in la, e, b. Conciosia adonque che (per la prima propositione del sesto) la proportione del tetragono della, a, e, in la, e, b, al tetragono della, d, e, in la, e, b, e si come della, a, e, alla, e, d, la, a, e, sarà treppia, alla, e, d, si come se propone.

Correlario.

Adonque è necessario che la perpendicolare che cade da alcuno angolo de alcun triangolo equilatero, sopra el lato opposito, transisca per el centro del cerchio che circonscriue quel tal triangolo.

Adonque assoluemo al presente quello che hauemo proposito, & a questo insegneremo la pyramide di quattro base triangolare et equilatere (della quale una delle quattro base di quella sia el triangolo, a, b, c,) esser circonscritto dalla sphera

della

della quale el centro è el punto, d, Et sia protratta la linea, d, e, perpendicolare alla superficie del triangolo, a, b, c, laqual è manifesto cascar in el centro del cerchio che circonscrive el detto triangolo. Dico adonque la linea, d, e, esser la parte del diametro della sphera, che circonscrive la proposta pyramide. Et per dimostrar questo produrò la linea, d, c, & la linea, e, f, perpendicolare alla linea, c, b, laqual, e, f, (per el precedente corelario) è manifesto quella transire per el ponto, e, & (per il premesso antecedente) esser treppia alla, e, f, Et (per la quarta del secondo) è manifesto che quando el quadrato del diametro della sphera (della quale el centro e il ponto, d,) e 36. el quadrato del semidiametro, d, c, è, 9, & (per el corelario della decimaterza del terzodecimo) lo quadrato della, b, c, è 24. & (per la undecima di questo) lo quadrato della, c, f, e, 18, & (per lo precedente antecedente) lo quadrato della, c, e, è 8. Adonque perche quando che il quadrato del diametro della sphera è 36. lo quadrato della, d, c, è 9. & lo quadrato della c, e, è 8. Onde per la penultima del primo lo quadrato della, d, e, vien a rimaner uno per il che seguita che la linea, e, d, è uno quãdo lo diametro della sphera è 6. laqual cosa bisognava dimostrare: & per lo medesimo genere de demonstratione da noi se dimostrarà che el semidiametro della sphera che circonscrive el corpo di otto base triangolare & equilatere, è treppio in potentia alla perpendicolare descendente dal centro della sphera (che circonscrive esso corpo) a cadauna delle sue base. perche (si come è detto per avanti) che quando tutte le base di questo corpo sono equale è simile, li cerchij che circonscriveno quelle saranno equali: E però le perpẽdicolare che cadeno dal centro della sphera in li centri de essi cerchij saranno fra loro equale. Et conciosia che le perpendicolare alli cerchij delle base, siano anchora perpendicolare alle base: seguita che la perpendicolare che veneno dal centro della sphera a cadauna basa siano equale, Essendo adonque provado (quello che havemo detto) de una perpendicolare a una delle sue base, vi marrà esser il vero quello che è proposto. Sia adonque (come prima) lo triangolo, a, b, c, una delle sue base del ottocedron circonscritto dalla sphera della quale el centro, e, d, & siano fatte tutte le altre cose come per avanti. Conciosia adunque che (per el correlario della decimaquinta del terzodecimo libro) lo diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato del ottocedron, seguita che 'l lato del ottocedron sia potentialmente doppio al semidiametro della sphera, e pero quando el quadrato della linea, b, c, è 12. lo quadrato della linea, d, c, (che è el semediametro della spera) sarà. 6. & per la undecima di questo) quando el quadrato della, b, c, è, 12 lo quadrato della, c, f, è, 9, (per lo premesso antecedente) lo quadrato della, c, e, è. 4. & perche per la penultima del primo lo quadrato della, d, c, è equale alli quadrati delle due linee, c, e, & , e, d, seguita che el quadrato della, e, d, è, 2, quando el quadrato della, d, c, è, 6, Adonque è manifesto quello che havemo detto.

Theorema, 18. Propositione 18.

El doppio del quadrato, del diametro della sphera che circonscrive el cubo, è equale a tutte le superficie di quel cubo tolte insieme, anchora la perpendicolare

lare

lare, che vien produtta dal centro della spera a cadauna delle superficie del cubo, el se conuence de necessità esser equale alla metà del lato del medesimo cubo.

Perche egli è manifesto, per el correlario della decimaquarta del 13. che el diametro della spera, che inchiude quel cubo, è treppio in potentia al lato del cubo, cõcissia adonque che el quadrato del diametro della spera sia treppio al quadrato del cubo, & così el doppio del quadrato del diametro della spera è equale al sessuplo del quadrato del lato del cubo, & tutte le superficie del cubo sono sei quadrati liquali sono produtti dal lato del cubo dutto in se medesimo. Adonque el doppio del quadrato del diametro della spera è equale a tutte le superficie del cubo. Et per tanto è manifesto la prima parte, & la seconda facilmente approuerasi per la 18. & 19. & 41. del undecimo libro.

Correlario.

Adonque de queste cose dimostrate è necessario accadere questo, che della metà del lato del cubo in basse del quadrato del diametro della sphera, che circonda quel cubo, sia produtto la solidità del cubo.

Il Tradottore.

Quello che conchiude questo correlario ha debisogno di un poco de dimostratione cioè che 'l dutto della metà del lato del cubo in basse, cioè nelli doi terzi, del quadrato del diametro della spera che circonda quel cubo, produca la quantità corporale del detto cubo, il che se manifesta in questo modo. Se dal centro della sphera, ouer del cubo, a ciascaduno angolo del cubo, liquali sono otto, sia tirata una linea retta mentalmente se vederà il detto cubo esser diuiso in sei pyramide terminante con la cima nel centro del cubo, ouer della spera, & la basa di cadauna verrà a esser una delle superficie quadrate del cubo, & la perpendicolare di cadauna di quelle sarà, per le cose prouate di sopra, la metà del lato del cubo. Et perche il dutto della detta perpendicolare in la quantità della sua basa produrà, per le cose dimostrate sopra la 8. del 12. la quantità corporale di tre pyramide, adonque el dutto della detta perpendicolare nella quantità de due base produrà la quantità corporea di sei pyramide, cioè di tutto il cubo, & perche li doi terzi del quadrato del diametro de la spera, per le cose dimostrate di sopra, è quanto le dette due base el correlario vien a esser manifesto.

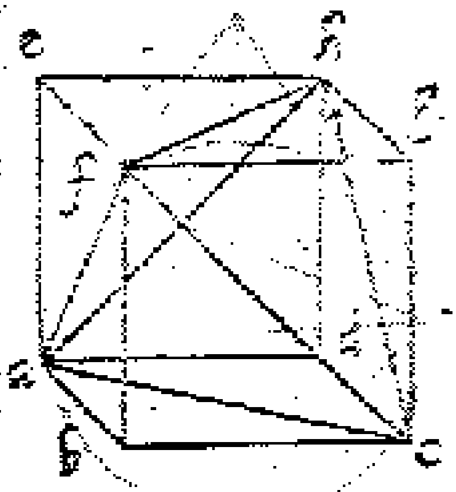
IL FINE DEL DECIMO QVARTO LIBRO.

LIBRO DECIMOQVINTO DI EVCLIDE, DELLA REPLICATA FORMAtione di cinque corpi regolari & della difficillima figuratione & intermissione di l'uno in l'altro.

Problema. 1. Propositione. 1.

1 *Dentro a un proposto cubo, possemo designare el corpo che ha quatro ba-*
1 *se triangole, de lati equali.*

SIA un cubo la basa del quale è il quadrato a.b.c.d. & la suprema superficie, di quello lo quadrato, e, f, g, h, E quello conviensi fabricare con questa arte: el quadrato della basa descritto, per la quadragesima quinta propositione del primo lib. secondo la quantità di quel linea si accgia sopra ca dauno di suoi angoli, sia erigato un catheto, per la duodecima propositione del undecimo libro, secondo la misura del lato de quel quadrato. liquali catheti, per la sesta propositione del undecimo libro è manifesto esser equidistanti. Siano adonque continuati a duoi a duoi de quelli con un coraustro imposto a quelli equidistantemente al lato del quadrato. Adonque è manifesto esser composto il cubo: perche le quatro superficie laterale di quello, sono quadrate, per la 33. propositione del primo libro, & 34. del medesimo, e per la diffinitione del quadrato: & della suprema superficie, e ancora manifesto che quella è quadrata, per la decima propositione anci piu presto per la vigesima quarta del undecimo & per questa commune sententia quelle cose che sono equale a cose equale anchora fra loro sono equale: & per la diffinitione del quadrato.



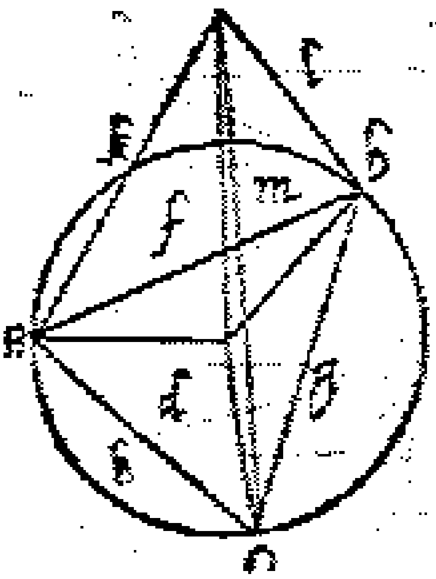
Se adonque desideri de inscrivere a questo cubo, el corpo di quatro base triangolare & equilatere in la basa & in la superficie suprema di quello siano protrati li duoi diametri di quali l'uno continui le due estremità inferiori de duoi catheti, & l'altro continui le supreme delli altri duoi, e l'uno di quali sia il diametro. a. c. e l'altro sia il diametro. h. f. e dapoi, questo delli duoi ponti. h. & f. che terminano lo diametro della superficie suprema tirarai protrhemissalmente duoi e duoi diametri che dividono le quatro superficie laterale delli quali li duoi siano, h, a, & h, c, & li altri duoi siano. f. a. & f. c. e fatto questo in atto over col animo, tu vederai dalle sei linee diagonale, che dividono le superficie del cubo, esser perfettamente fatta la piramide di 4. base triangolare: laqual, per la diffinitione, e manifesto esser inscritta in lo proposto cubo, e le base di questa piramide è manifesto esser equilatere: imperoche per la 4. propositione del 1. tutte queste sei diagonale sono fra loro equale.

Il Tradottore.

La replicata fabricatione del cubo posta nel principio di questa ispositione et similmente delli altri quattro corpi, posta nelle sequenti propositioni si ritrova solamente nella prima tradottione.

Problema. 2. Propositione. 2.

2 Dentro a un dato corpo di quattro base triangolare equilatere, possiamo de-
2 scriuere un corpo di otto base triangolare equilatere.



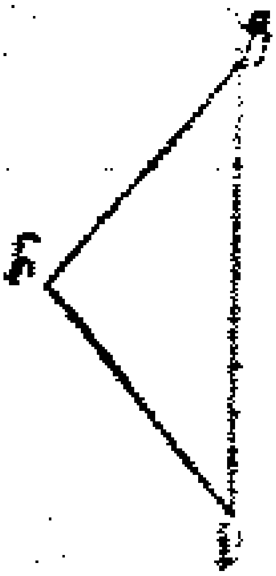
Se dentro una piramide di quattro base triangolare equilatere vorrai descriuere lo ottocedron, prima ti conuien fabricare quella tal piramide la quale con certa ragione, se compone in questo modo. Sia fatto uno triangolo equilatero (secondo la quantità di qual si voglia linea) el qual sia lo triangolo.a.b.c. a torno al quale sia circonscritto un cerchio sopra el centro.d. & tirasi la linea.d.e. perpendicolare alla superficie di esso triangolo (per la duodecima propositione del undecimo laquale sia posta esser doppia in potentia al semidiametro del cerchio che circonscriue el triangolo.a.b.c. & dal ponto.e. siano tirate le tre ypothenuse che cadeno sopra li tre ponti.a.b.c. Adonque e compita la piramide di quattro base triangolare & equilatere: & siano tirate le linee.d.a.d.b.d.c. Conciosia adonque che li angoli (che contiene la linea.e.d. con ciascuna delle linee.d.a.d.b.d.c.) siano retti (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) & conciosia che el quadrato della linea.e.d. sia doppio dal presupposito al quadrato del semidiametro del cerchio.a.b.c. per la penultima propositione del primo, lo quadrato de ciascuna delle tre linee.e.a.e.b.e.c. ypothenusale sara treppio al quadrato del semidiametro del cerchio.a.b.c. ma, per la ottava propositione del terzodecimo. Anchora lo quadrato di cadauno delli tre lati del triangolo.a.b.c. è treppio al quadrato del semidiametro del medesimo cerchio. Adonque tutti li lati della fabricata piramide sono fra loro equali: per laqual cosa quella e de base equilatere. Quando adonque vorremo includere in quella un ottocedron: divideremo ciascuno di sei lati di quella in due parti equali, & continuaremo li ponti di mezzo di ciascuno lato con li ponti di mezzo di ciascuno delli altri duoi lati, con liquali esso contiene angolo superficiale. verbi gratia, divido li lati della basa in li ponti.f.g.h. & le ypothenuse che cadeno dal.e. in li ponti.k.l.m. & continuaro lo ponto.f. col ponto.g. & con.h. & con.k. & con.l. Et lo ponto.m. con li medesimi.g.h.k.l. & g.con.h. & con.l. & k.con li medesimi.h. & l. Ecco adonque el perfetto corpo de otto base triangolare contenuto da queste dodice linee congiongenti li ponti mezzi di lati della fabricata piramide & questo otto base, per la quarta propositione del .1. repetita quante volte bisogna e manifesto esser equilatere ancho

ra

ra è manifesto esso corpo, per la diffinitione, esser inscritto in la ditta piramide si come fu proposito di fare.

Il Tradottore.

Volendo con brevità trovar la linea d.e. cioe una linea che sia doppia in potentia al semidiametro del cerchio che circonscrive el triangolo, a.b.c, farai uno angolo retto con le due linee g.h. & h.i. & che cadauna de dette due linee sia equale al semidiametro del detto cerchio, che circonscrive el detto triangolo a.b.c. da poi tirarai la ypothenusa. g.i. & questa ypothenusa g.i. e quella che cercamo cioe che sarà doppia in potentia al semidiametro del detto cerchio, per la penultima propositione del primo libro, è manifesta, perche se cadauno di dui lati. g.h. & h.i. sono equali fra loro, etiam al semidiametro del detto cerchio è lo quadrato della linea. g.i. è equale alli quadrati delle due linee. g.h. & g.i. tolti insieme, per la detta penultima propositione del primo libro, seguita adonque che il quadrato della detta linea. g.i. sia doppio a uno solo quadrato de una di dette due linee. g.h. over de h.i. è consequentemente, el quadrato del semidiametro del detto cerchio che è il proposito.



Problema.3. Propositione.3

3 Dentro a uno assignato cubo possiamo constituire la figura de otto base triangolare de lati equali cioe intendemo de inscrivere lo ottocedron in el cubo.
3

Come si debbia procedere a componere el cubo, e stato detto, sufficientemente in la prima di questo. Fabricato adonque il cubo in quello, per la prima propositione di questo libro, sia designato la piramide di quattro base triangolare equilatere, & dentro di essa piramide, per la precedente, sia descritto lo ottocedron, & fatto questo, sarà etiam insieme fatto quello che volevamo. Perche, per la argumentatione della prima, tutti li lati di essa piramide inscritta è manifesto esser diagonale delle base del cubo: &, per la argumentatione della precedente, è manifesto tutti li angoli del ottocedron descritti in essa piramide esser in li lati di essa piramide. Per la qual cosa è manifesto, tutte le ponte angolare di questo ottocedron esser in le base del assegnato cubo. Adonque, per la diffinitione, havemo il proposito. A concludere el medesimo altramente: trovato li centri di tutte le base del cubo, si come in la nona del quarto, fu fatto, dal centro della suprema superficie di quello: tira quattro ypothenuse alli cētri delle quattro laterale superficie: & dal cētro della infima, tira quattro altre ypothenuse alli cētri delle medesime quattro laterale superficie: & dal cētro della infima, tira quattr'altre ypothenuse alli cētri delle medesime quattro superficie laterale. Ancora cōtinua li quattro cētri delle dette quattro superficie laterale cō quattro linee rette. cioe talmente che continuano solamente li centri di quelle che fra loro si segano, nelli quali tu giungerai el centro di quella donante con il cen-

centro della destra, & con el centro della sinistra, ancora il centro della ulti-
ma (cioe di quella di dietro) tu lo aggiongerai con li medesimi, cioe con il centro
della destra, & con il centro della sinistra. Tu harrai adonque un corpo de otto ba
se triangolare equilatere contenuto da queste dodeci linee che continuano li cen
tri delle superficie del cubo. Se adonque uorrai prouare queste base esser equilate
re da li centri delle base del cubo tira le perpendicolare a tutti li lati del detto cu
bo, lequale necessariamente diuideranno li lati del cubo in due parti equali (per
la seconda parte della terza propositione del terzo libro) la qual cosa è chiara
se a cadauna delle base del cubo circonscriuerai un cerchio, e pero eglie manifesto
quelle concorrere a due a due sopra uno medesimo ponto in li lati del cubo, e quel
le (per la seconda parte della decimaquinta propositione del terzo libro) è ma-
nifesto esser fra loro equale et equidistante alli lati del cubo (per la seconda par-
te della uigesima ottaua propositione del primo libro.) Et etiam cadauna di quel
le esser equale alla mità del lato del cubo. Adonque (per la decima propositione
del undecimo libro) è manifesto, le due e due di quelle che concorrano sopra un
medesimo lato del cubo in el põto medio di quelle, cõtenere un angolo retto, im-
pero che tutte le superficie del cubo son quadrate. Per laqual cosa adonque quelle
dodeci linee che continuano li centri delle superficie del cubo: & tendono sotto
li angoli che cõtengono queste linee concorrente a due a due sopra li põti di mezzo
delli lati del cubo: quelle saranno (per la quarta propositione del primo, ouer per
la penultima del primo) fra loro equale. Adonque in el proposto cubo è designa
to el corpo de otto base triangolare et equilatere come bisogna fare.

Problema. 4. Propositione. 4.

4 Se dentro a uno dato corpo di otto base triangolare, & equilatere uoi fi-
4 gurare un cubo.

El corpo di otto base triangolare equilatere con dottrina fabricarai in que-
sto modo. Diuide qual si uoglia linea retta in suso perpendicolarmente sopra
alcun piano, in due parti equali, & dal ponto medio di quella, ne cauerai
due linee una di qua e l'altra di là perpendiculare alla prima linea, lequa-
le insieme compongano e faciano una sol linea: & queste due linee che fra lo-
ro si segano: cioe la prima, laquale è retta orthogonalmente sopra el proposto
piano, & l'altra che sega quella orthogonalmente sopra il suo ponto di mezzo,
saranno situade (per la prima parte della seconda propositione del undecimo)
in una medesima superficie. A quella superficie adonque (in laquale sono
situade) sopra el ponto commune della settione di quelle tira una perpendicu-
lare (come insegna la duodecima propositione del undecimo) laqual farai pe-
netrare quella superficie: da l'una a l'altra parte, & pone tutte le sei parti di
queste tre linee dal ponto in el quale fra loro se segano equale, talmente che ca-
dauna diuidi cadauna delle altre orthogonalmẽte in due parti equali, & concio
sia che fra queste tre ciascune due di quelle contegneranno 4 angoli retti al lato-
so e generando segno di croce: adonque dal ponto superiore di quella linea

retta

erettä sopra el ponto primo: tira quattro ypothenuse alle estremità delle due linee che segheno quella per dal ponto, inferiore di quella medesima linea eretta, e desta quattro altre ypothenuse alle medesime estremità delle due linee segate, e dimandi continua ancora le estremità di queste ypothenuse con quattro linee, lequale contegono uno quadrato, & queste dodice linee, cioè le quattro ypothenuse, che descendono dalla superiore estremità over ponto della linea eretta perpendiculare, e le quattro che sono elevate (dalla inferiore estremità over ponto di quella medesima) in suso: Et le altre quattro linee che continuano over coniungano le estremità di queste ypothenuse (per la penultima propositione del primo) seranno altra agiontà (piu volte repetite) seranno equale fra loro. Per laqual cosa è manifesto el corpo terminato da quelle medesime contenere otto basi triangolare, & equilatere. Se adonque te diletta de inscrivere questo corpo in uno cubo, bisogna trovare li centri di quelli otto triangoli che circondano quello (per la quinta propositione del quarto) & da poi trovati, quelli continua con dodeci linee in questo modo, che il centro di cadauno di questi triangoli sia copulato per linea retta con li centri di quelli tre che terminano alli lati di quello, Ma la figura di questa cosa non è molto facile da dipingere in piano, E però resta che quello che se dice, che tu vedi con la mente, & quello se ti pare componi in atto over in opera et vederai le dodeci linee che in tal modo continuando li centri di questi triangoli contenere un cubo, el quale resta che tu dimostri quel esser concluso da superficie equilatere, & rettangole. Perche el non seria cubo se tutte le superficie di quello non fussino quadrate. Adonque condurai da cadauno angolo di triangoli delle superficie del octocedron, una perpendiculare al lato opposito a quel angolo: Et queste perpendiculare (per la undecima propositione del quarto decimo libro) è manifesto esser fra loro equale, & dividere quelli lati alli quali stanno perpendicularmente in due parti equali, Et però è manifesto quelle coniungere a due a due sopra uno medesimo ponto di quel lato sopra il quale stanno perpendicularmente, & quelle medesime (per quelle cose che sono sta dimostrade in la decima sexta propositione del quartodecimo) è manifesto quelle transire per li centri di triangoli, e però è manifesto quelli transire etiam per le estremità di lati del corpo incluso: & le portioni di quelle che se pigliano fra li centri di triangoli & li lati di quelli (per quelle cose anchora che sono state dimostrate in la medesima) è manifesto esser equale, Anchora li angoli contenuti da quelle perpendiculare che se congiongano a due a due, (per la 8 propositione del primo libro è manifesto esser equali.) Et perche queste perpendiculare, & le sue parti tolte fra li centri & li lati circondano li medesimi angoli, sarano anchora li angoli (che contegono le due e due linee che cadono dalli centri di triangoli alli lati perpendicularmente fra loro equali, & conciosia che li lati di quel corpo del qual disputamo tendano sotto quelli angoli. Seguita (per la quarta propositione del primo frequentemente citta) el corpo incluso esser equilatero e rettangolo, perche essendo tirate le diagonale in cadauna superficie, queste diagonale (per la quarta del primo) tu converterai quelle esser fra loro equale mediante li angoli contenuti dalle due perpendiculare che transiscono per le estre-metà di esse diagonale. Se prima approuerai (per la ottaua del primo) quelli angolli esser fra loro equali. Conciosia adonque che li diametri delle base quadrangole di questo corpo siano fra loro equale. Anchora li lati delle medesime base è necessario esser equale (per la ottaua del primo piu volte repetita) quelle base quadrangole è necessario esser equiangole. Et per la trigesimasecunda del primo, tutti li angoli di cadauna di quelle sono equali a quattro angoli retti. Seguenta quelle esser rettangole. Adonque per la diffinitione del quadrato, quelle sono quadrate. adonque lo inscritto corpo è manifesto esser cubo si come intendeuamo di fare.

Il Tradottore.

La descrittione del cubo nel otto base secondo che di sopra è stato fatto patiria oppositione, perche el cubo descritto secondo tal ordine non saria il maggiore che descriuere se puo nel detto otto base, et in tal sorte probleme a me pare che sempre se intende, et se debbe intendere, il maggiore che capir ui possa. Hor per inscriuerui il maggiore che capir ui possa diuiderai cadauno di quatro lati superiori del otto base, et similmente cadauna di quatro lati di sotto in due tal parti inequali talmente che la parte maggiore sia doppia in potentia alla minore, et che le parti maggiori delli superiori restino uerso il ponto ouer angolo supremo del detto otto base, et le parti maggiori delli lati di sotto restino uerso il ponto ouer angolo sotto giacente in piano del detto otto base. Dapoi congiongendo cadauno delli ponti superiori con il suo opposito delli inferiori con una linea retta, et da poi congiongere anchora cadauno di superiori con el ponto che gli è dalla destra, etiam con quello che gli è dalla sinistra nella parte superiore, et da poi congiongere etiam quelli quattro della parte inferiore per el medesimo modo. Et fatto questo se trouerà che le dette dodici linee congiongenti li detti ponti formaranno un cubo, il che essendo tal corpo di otto base [illegible] cosa facile a prouare ouer dimostrare che lo inscritto corpo sia cubo, et che sia anchora molto maggiore di quello inscritto secondo la prima inscrittione, etiam che sia il maggiore che inscriuere si possa che è il proposito.

Ma per uoler diuidere il lato del detto otto base che l'una parte sia doppia in potentia a l'altra, troua prima due linee che l'una sia doppia in potentia a l'altra, il che in molti modi le puoi trouare, ma breuemente piglia il diametro di alcun quadrato, et il lato del medesimo quadrato, et quelle congiongerai insieme direttamente in longo, et hauerai formata una sol linea diuisa nel ponto del congiongimento. Hora diuiderai lo detto lato del detto otto base secondo l'ordine de detta linea diuisa, per il modo che insegna la duodecima ouer la decimaterza del sesto et harai fatto il proposito.

Problema. 5. Propositione. 5.

In uno assignato corpo di otto base triangolare et equilatere se gli puo inscriuere una piramide di quattro base triangolare equilatere.

In lo assignato corpo di otto base, secondo li precetti della precedente inscriue un cubo, et in lo cubo inscritto inscriue la pyramide che si propone, come insegna

la

la prima di questo, concluderemo adonque che li angoli di questa pyramide sono etiam angoli del cubo, si come per demostratione della prima, è manifesto, & tutti li angoli (per la precedente) sono in le superficie del assignato octocedron. Anchora tutti li angoli di questa pyramide sono in le superficie del corpo de otto base, el quale proponemo de inscriuere quella per laqual cosa (per la diffinitione) è manifesto noi hauer fatto quello che se adimanda.

Problema 6. Propositione 6.

6 *Dentro a un dato corpo de vinti base equilatero se puo componere egualmente un corpo di dodici base pentagonale de lati & angoli equali.*

5

Non mostraremo questo in uno assignato corpo de vinti base, perche egli è sufficiente per la decimasettima del terzodecimo, con che arte quello debbia esser fatto. Composto adonque quello come se insegna in la antedita [illegible] se in quello te diletta di inchiudere un corpo de dodici base penthagonale, & equilatero, egli è da procedere per questa via. Perche egli è manifesto li vinti triangoli del detto corpo, hauere .60. angoli superficiali, & perche alla constitutione di cadauno angolo solido del corpo del ycocedro gli concorreno cinque angoli superficiali, si come se apprende dalla demonstratione della decimasesta del terzodecimo, quel corpo adonque è manifesto esser composto da dodeci angoli solidi. Trouati adonque li centri de tutti li triangoli, si come fu fatto in la propositione antedita alla precedente, che terminano uno solo ycocedro, a questi continua con trenta linee rette, talmente che tu congiongi ciascun centro con linee rette con tutti li centri che gli stanno atorno con liquali communica in lato. Quando adonque tu haueraì fatto questo tu uederai da quelle .30. linee esser constituido dodeci penthagoni opposti alli dodici angoli solidi del dato ycocedro.

Adonque tu approuerai quelli penthagoni esser equilateri, si come festi delle base del cubo nella propositione antedita alla precedente. Perche egli è necessario che li centri di ciascuni duoi triangoli, che hanno un medesimo lato commune siano distanti de uno medesimo spacio. Resta adonque che tu approui quelli esser etiam equiangoli, & è manifesto, per la demostratione della decimasesta del terzodecimo, el dato corpo de vinti base esser circonscrittibile dalla medesima sphera della quale il diametro si è come el diametro di questo corpo, cioe la linea che continua li duoi angoli oppositi di quello. Se sia adonque segato esso diametro in due parti equali, el ponto della settione sarà el centro della sphera che circonscriue quello. Sia adonque da quello alle superficie de tutti li penthagoni, per la undecima del undecimo, dutte le perpendiculare, & dal ponto oue che dette perpendiculare caderanno in cadauno penthagono a ciascuno de suoi angoli siano tirate linee rette. Dapoi sia continuato el centro della sphera con cadauno delli angoli de essi penthagoni. Se adonque tu proui in questo modo quelli esser equiangoli, & [illegible]sta che tutti li cerchii che circonscriueno li triangoli del ycocedro sono equali, tutte le perpendiculare che vengono dal centro della sphera a quelli, lequale cadeno in el centro de quelli faranno equale. Adonque tutte le linee che uengono dal centro della sphera a cadauno delli angoli del penthagono sono equali, perche li angoli di penthagoni sono li centri di cerchii che circonscriueno quelli trianguli del ycocedron (dal presupposito.) Adonque (per la penultima propositione del primo) con el medesimo genere de dimostratione con el quale argumentassemo di sopra in la decima quarta propositione) lo settore che perviene in la superficie della sphera quando alcuna superficie piana. Sega la sphera (non sopra el centro di quella (esser una circonferentia che contiene un cerchio) e necessario le cinque linee che uengono dal concorso delle linee dutte perpendicolarmente dal centro della sphera alle superficie de tutti li penthagoni alli cinque angoli di cadauno de quelli penthagoni, esser fra loro equale. Adonque a tutti questi dodeci penthagoni, eglie un cerchio che li circonscriue. Conciosia adonque che quelli siano equilateri ciascuno el se conchiude quelli essere equianguli, laqual cosa bisognaua dimostrare.

Problema.7. Propositione.7.

Se dentro a un dato corpo di dodici base pentagonale equilatere & equiangoli, uoi fabricare un corpo di uinti base triangolare, & equilatere.

Per qual modo sia de bisogno a componere el corpo de dodeci base penthagonale, equilatere & equiangole recorri alla decima settima del terzodecimo. Ma per qual modo conuenga inscriuere a quello lo corpo de uinti base triangolare equilatere, imparalo in questo luoco. Trouati li centri de suoi penthagoni (come fu fatto in la decima quarta del quarto) quelli continua insieme con trenta linee per tal ordine che el centro di cadauno penthagono sia congionto con el centro di cadauno penthagono comunicante con seco in la sua linea talmente che el centro de cadauno di penthagoni sia continuado con li cinque centri di cinque penthagoni terminanti quelli che gli stanno congionti a torno. Quando adonque tu hauerai fatto questo, a te se representaranno uinti trianguli contenuti da queste trenta linee che continuano li centri di penthagoni. Et questi uinti trianguli saranno opposti alli uinti angoli solidi del dodecedron, liquali circonscriueranno un corpo di uinti base triangolare (lequale dimostraremo esser equilatere.) Et li 12 angoli solidi di questo corpo de uinti base saranno terminati in li centri delli dodeci penthagoni del dato corpo dodecedron. Adonque approuarai in questo modo li detti trianguli esser equilateri. Dalli centri di penthagoni, conduse le perpendicolare alli lati, & tutte queste perpendicolare saranno equale. Adonque tu approuarai, per la ottaua del primo, a due a due contenere equali anguli. Et perche le linee che continuano li centri di penthagoni, lequale sotto tendono a quelli anguli contenuti dalle due e due perpendicolare, conciosia che tutte le perpendicolare siano equale, per la quarta del primo, tutte le linee che continuano li centri di penthagoni saranno equale, che e il proposito. Ma le due, & due perpendicolare contenere equali anguli & esser tutte fra loro equale approuerai in questo modo. (per la quinta del primo, & uigesima sesta del medesimo) e manifesto cadauna di quelle, diuidere li lati delli penta goni sopra li quali caggiono in due parti equalmente esser fra loro equale, il che se approua per le linee dutte dalli centri di penthagoni, a tutti li angoli di quelli, per laqual cosa le due e due che cadono in vn medesimo lato: se congiongono di compagnia in vno medesimo ponto del detto lato imperoche l'vna & l'altra diuide quel lato, commune a quelli dui penthagoni (dalli centri di quali vengono) in due parti equale. Produrai adonque queste due e due perpendicolare per el centro di penthagoni per fina alli angoli dalli quali el lato commune (in el quale se congiongano de compagnia) è opposito, & sotto alli medesimi angoli tirarai due linee, lequale, per la demostratione della 17. del 13. è manifesto esser tanto quanto è il lato del cubo, circonscrittibile dalla medesima sphera con el proposto dodecedron, e pero egli e manifesto quelle esser equale imperoche tutti li lati del cubo sono equali, & è manifesto, per la 9. del 11. quelle esser equidistante per questo che ambedue sono equidistante a quel lato commune, in elquale concorrano le due e due perpendicolare, & quelle medesime, è manifesto esser diuise in due parti equale da queste perpendicolare. Adonque per la trigesimaterza del 1. tutte le linee che continuano li ponti in liquali le due e due perpendicolare concorrano sopra quelle linee lequale dicessimo esser tanto quanto el lato del cubo sono fra loro equale, perche tutte sono tanto quanto è il lato del cubo. Adonque per la ottaua del primo, li angoli contenuti dalle due e due perpendicolare sono equali, per la qual cosa per la quarta del medesimo, anchora le linee che continuano li centri di penthagoni sono fra loro equale. Adonque in el proposto dodecedron è inscritto el corpo de vinti base triangolare, & equilatere, come fu proposto di fare.

Problema. 8. Propositione. 8.

Volendo dentro a vno proposto solido de dodice base penthagonale, & equilatere, descriuere vn cubo.

Conciosia che'l dodecedro sia fabricato sopra li lati del cubo è manifesto per la decimasettima del terzodecimo, e quel fabricato poca difficulta vi occorre a inscriuerui el cubo, perche conciosia che siano dodeci penthagoni: se a vno angulo de caduno di quelli tirarai sotto vna corda alla figura del cubo, da dodice corde in mediate se vedera fondarse sei superficie equilatere, & rettangole, lequale abbracciano & contengono el corpo del cubo. Quelle esser equilatere e manifesto per la quarta del primo, & rettangole, per lo medesimo genere di argumentatione, con el quale procedessimo, in la sesta di questo, le base del dodecedro inscritto in el dato ycocedron esser equiangole. Certamente e manifesto per la decimasettima del terzodecimo, el proposto dodecedron esser circonscrittibile da vna sphera. Adonque dal centro di quella sphera a tutte queste superficie quadrilatere tirale perpendiculare come insegna la 11. del vndecimo, & dal ponto del concorso a tutti li angoli di quelle superficie quadrilatere produrai linee rette, & coniongi li medesimi angoli delle dette superficie quadrilatere con el centro della sphera, & queste linee che continuano el centro della sphera con li angoli delle figure quadrilatere, saranno semidiametri della sphera, perche tutto delli

quadrati

quadrati de quelli, lo quadrato della perpendicolare per la penultima del primo) rimane li quadrati delle linee che continuano el ponto del contatto de le perpendicolare con li angoli delle superficie quadrilatere, e necessario tutte queste superficie quadrilatere esser in circoli che li circonscriuono. Et però è necessario quelle esser equiangole conciosia che sono equilatere. Et perche per la 32. del primo, li angoli di cadauna di quelle tutti insieme sono equali a quattro angoli retti: seguita quelle esser rettangole: Adonque al detto corpo inscritto non gli manca niente, della ragion del cubo che è il proposito.

Problema. 9. Propositione. 9.

Volendo finalmente in vn dato dodecedron inscriuere vn ottocedro.

Composito vn dodecedro come se insegna in la decimasettima del terzodecimo, li sei lati delle sue superficie, cioe quelli che congiungeno li cateti sopra le sei linee, che diuidono li lati oppositi delle superficie del cubo in due parti equale tirati come commandi di quelli, diuide in due parti equali, & quelle diuisioni esser ponti, continua li duoi e duoi oppositi con tre linee, lequale per la 41. del 11. se segaranno fra loro sopra el ponto medio del diametro del cubo in due parti equali, Et faranno anchora che le due de quelle tre, se diuidano anchora fra loro ad angoli retti. Adonque se tu continuarai le istremità di queste tre linee con dodece linee rette a te peruenirà vn corpo di otto base triangolare, & equilatere (per la quarta del primo) esser (per la penultima del primo) laqual cosa bisognaua dimostrare.

Il Tradottore.

A chi non ha ben in memoria la qualità over forma del corpo di dodice base non sarà molto capace di questa sopraseritta inscrittione ma volendone esser ben chiaro, bisogna formarse materialmente, il detto corpo & dapoi imaginar in quello il cubo, descritto secondo l'ordine della decimasettima del decimoterzo, & vederasse opposito a cadauna superficie del cubo in aere transcorre vn lato del dodeci base, qual diuiso per mezo, e continuar li ponti di tai diuisioni, liquali saranno sei per esser sei le superficie del cubo, con le linee rette diametralmente, come parla in commento, lequale saranno tre dapoi congiongere le estremità di dette tre linee con altre dodice linee se vederà peruenir il detto corpo di otto base qual facilmente se prouarà esser equilatero & equiangolo.

Problema. 10. Propositione. 10.

Resta al presente de descriuere dentro a vno dodecedron, vna piramide di quattro base triangolare equilatere.

Inscriue in el dato dodecedron per la ottaua di questo, vn cubo. & in el detto cubo (per la prima di questo) inscriue vna pyramide di quattro base triangolare equilatere. Conciosia adonque che li angoli della piramide siano in li angoli del cubo, come è manifesto per el processo della prima, et li angoli del cubo per el processo della ottaua, sono in li angoli del dodecedrō, Anchora li angoli della pyramide, sarāno in li angoli del dodecedron. Adonque è manifesto q̄llo che noi volemo.

Pro-

Problema. 11. Propositione. 11.

Proposto un icocedron, e volendo in quello figurare un cubo.

Essendo inscritto nel ycocedron, un dodecedron, per la 6. & in el dodecedron un cubo, per la [illegible], & per la demonstratione della sesta, è manifesto che tutti li angoli del dodecedron cascano sopra el centro delle base del ycocedron, & li angoli del cubo sono in li angoli del dodecedron. Adonque li angoli del cubo sono in li centri delle base del ycocedron, adonque havemo il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 12.

Volendo in un dato icocedron inscrivere la piramide di quattro base triangolare, & equilatere.

Sia el dato ycocedro, per la precedente, inscriverai un cubo, & in el cubo, per la prima di questo inscriverai la pyramide, non sarà da dubitare che tu non habbia satisfatto alla dimanda del ycocedro. Ma bisogna sapere che conciosia che li corpi regolari siano cinque delli quali in questo 15 lib. [illegible] determinato le loro [illegible] inscrittione, se cadauno de quelli fusse inscrittibile in cadauno delli altri de quelli medesimi accaderia venti inscrittioni, perche cadauno de quelli cinque saria inscrittibile in cadauna delli altri quattro. Et pero quattro fia cinque inscrittioni, che è venti, [illegible]. Ma nella pyramide solamente lo ottocedro puol esser inscritto, perche nella pyramide non gli sono base over angoli over lati in liquali li angoli del cubo over del ycocedro over [illegible] del dodecedro, possano toccare li [illegible] di essa pyramide, [illegible] el cubo è atto a ricevere in se solamente la pyramide & lo ottocedro. Similmente lo ottocedro è atto a ricevere solamente la pyramide & el cubo, & in niun di questi è possibile a collocarvi alcuno delli altri cioè lo ycocedro & lo dodecedro. Ancora che lo ycocedro a tre delli altri [illegible] solamente [illegible] esser [illegible], perche li sei angoli del [illegible] la oppositione fra loro a doi a doi [illegible] & le linee che continuano quelli se dividono fra lor orthogonalmente in due parti equali e pertanto formano quel glorioso segno di croce, che [illegible] fa [illegible], adonque questo segno di croce [illegible] li triangoli [illegible] le base [illegible] triangoli, [illegible] del ycocedro li possono recevere [illegible] al suo sito, perche in quelli non si puol trovare sei base over sei angoli, over sei lati fra loro continuati de questa dimensione & orthogonale oppositione. Ma el dodecedro, è [illegible] delli altri a [illegible] over [illegible] alogiamento, niuno de tutti è [illegible]. E pero non inconvenientemente la figura del dodecedro: li antiqui discipoli: Platone la attribuirno al cielo si come la forma della piramide al fuoco imperoche quella [illegible] figura de pyramide, & la figura del ottocedro al aere, perche li [illegible] in [illegible] del moto, [illegible] la [illegible] del ottocedro seguita la forma della pyramide al moto della [illegible]. Ma la figura del vinti base la [illegible] al acqua. Perche conciosia che quella sia piu circolare in la sphera de tutti li altri per la moltitudine delle sue base, par convenire piu al moto delle cose [illegible], che delle [illegible]. E la figura del cubo

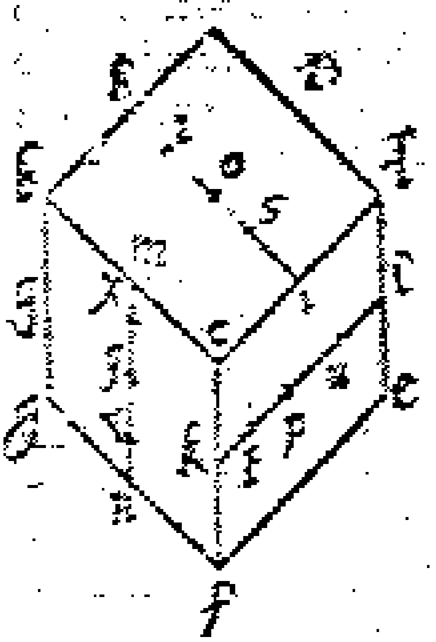
l'attribuirno

l'attribuirno alla terra. Perche quale è quella cosa in le figure che habbia piu de bisogno di maggior violentia al moto che'l cubo, & in li elementi qual se ritroua piu fisso e constante della terra. Adunque se delle vinti inscrittioni se ne togliono le tre che non sostiene la pyramide, & le due, & due che la natura del cubo & del ottocedron non comporta, Et finalmente quella una che repugna la figura del ycocedro. Le rimanente saranno solamente dodici inscrittioni, una sola della pyramide, due del cubo, due del ottocedro, tre del ycocedro, & quatro del dodecedro, De tutte le quale come penso sufficientemente è stato disputado.

Nicolo Tartalea Tradottore.

Quantunque Euclide non habbia a noi assignato over proposto saluo che dodeci inscrittioni, come per auanti è stato disputado. Et che medesimamente il commentatore afferma con certe sue ragioni non poter essere piu delle predette dodeci, Nientedimeno due altre ne hauemo non tacute ritrouate.
La prima è a descriuere in uno proposto cubo, il corpo de vinti base.
La seconda è a inscriuere nel vinti base, il corpo di otto base.
Et qual inscrittione, dal commentatore e assolutamente negata come di sopra appare hor seguendo alla prima dico che

E gli è possibile a inscriuere in un proposto cubo un corpo di vinti base triangolare equilatere.



Sia il proposto cubo, a.f. nel quale voglio inscriuere il vinti base diuido li dui lati a.b, et c.d, della superficie superiore in due parti equali, p la decima propositione del primo libro, nelli duoi pōti, h.i, il medesimo faccio delli altri duoi lati a quelli oppositi & equidistanti della superficie subiacente, nō apparente che e base del cubo, & quelli congiongo cō due linee rette l'una delle qual e la linea, h.i, l'altra a lei equidistāte uie a restar occulta & coperta dal cubo. Da poi diuido anchora li duoi lati, d.e, & c.f. & similmente li altri duoi a quelli oppositi & equidistanti, pur in due parti equali & congiongo pur medesimamente con le due linee rette l'una delle qual e la linea. K, l. l'altra resta occulta del corpo. Similmēte faccio delli duoi lati. b.c. et. g.f. tirādo la linea. m.n. & il medesimo faccio nella supficie occulta, a questa opposite, fatto q̄sto diuido cadauna de le tre linee. h.i. K.l. & m.n. ī due parti equali nelli pōti. o.p.q. il medesimo facio dell'altre tre occulte, a q̄ste opposite & cadauna de queste mitā diuido secōdo la proportione hauēte il mezzo e duoi stremi nelli pōti. r.s.t.u.x.y. talmēte che la maggior parte di cadauna sieno verso il pōto medio cioe che la maggior parte della. h.o. sia la. r.o. et della. o.i. sia la. o.s. & cosi far delle altre tre occulte. fatto questo cōgiongo cadaun di questi pōti diuidēti con cadauno circonstante tò linee rette cioe dal ponto.s. altre quattro linee la pri ma dal.s.al.x.la seconda da.s.al.t.la terza dal.s.al.u.la quarta dal.s.al põto occulto de la linea che termina nel ponto.z. Similmente farò cõ il põto.x.tirã do.x.t.x.[illegible].& .x.al põto della linea occulta terminãte in.9.& cosi procederò in tutti li altri(lequal linee nõ le ho voluto tirare perche generariano confusione ma le imaginaremo che siano tirate) & fatto questo se vederà naturalmente inscrit to nel detto cubo una figura contenuta da vinti triangoli deliquali uno ne sarà sotto a cadauno lato del cubo essempi gratia il triangolo.x.t.y.e sotto giacẽte al lato.e.f.& lo triangolo.s.t.u.e sotto giacẽte al lato.c.d. & cosi si trouarà in ca dauno delli altri lati & per esser li lati del cubo.12.li triangoli adõque sotto gia cẽti alli lati saranno dodeci li altri otto (che manca a udar a uinti) sotto giacera no alli otto angoli solidi del cubo, l'uno di quali sarà il triangolo.s.x.t.& cosi si trouara sotto giacere a cadauno delli altri angoli solidi del cubo. Adõque lo in scritto corpo sarà contenuto da uinti triangoli, hor resta de dimostrare che siano equilateri laqual cosa facilmente se dimostra in q̃sto modo: imaginamo che sia tirata una linea dal ponto.s.al põto.l.laquale (per la diffinitione contenerà an golo retto cõ la linea.s.i. (per esser la.s.i.perpẽdicolare alla superficie.e.f.) adõ que il quadrato della.s.t. (lato del triangolo dello inscritto corpo) sarà equale (p la penultima del primo alli duoi quadrati delle due linee.t.i.& .s.i. Et perche la detta linea.t.i.è equale alla linea che fusse tirata dal.u.al.i.come se manifestarà (per la 4.del.1.) tirando una linea dal.t.al.9. Seguita adõque (per cõmuna scie tia) che le due linee.s.t.& .s.u.lati del triãgolo esser fra loro equale. Et perche el quadrato della linea.s.t.e equal alli duoi quadrati delle due linee.s.i.& .t.i. & il quadrato della.t.i.(per la penultima del 1.è equale alli duoi quadrati del le due linee.t.p.et.p.i. seguita che'l quadrato della.s.t.sia equal a i tre quadrati delle tre linee.s.i.t.p.& p.i.& perche.p.i.e equal alla.p.K.(diuisa, & la.p.t.e la maggior parte di quella & la.s.i. è equale alla minor parte. Et perche il qua drato di tutta la linea.p.K.cioe.p.i. insieme cõ il quadrato della.s.i.(sua minor parte) e triplo per la 5.del 13. al quadrato della.t.p.(sua maggior parte) adõque a tal summa il quadrato della detta.t.p.(sua maggior parte) la sõma de detti tre quadrati sarà quadrupla al quadrato della detta.t.p.(maggior parte) adonque per communa scientia la linea.s.t.lato del triangolo, sarà quadrupla in potentia alla.t.p. Et perche etiam tutta la t.u.per la.4.del 2.e medesimamente quadru pla in potentia alla medesima.t.p. Seguita, per communa scientia la.s.t.esser equale alla.t.u.& di sopra fu dimostrato che la.s.t.era equale alla.s.u.adon que il triangolo.s.t.u.sarà equilatero & per lo medesimo modo se demostrarà de tutti li altri che è il proposito. Et questa inscritione trouai alli 21. di Decem brio che fu il giorno di.S.Thomaso.1542.in Venetia con laqual inscritione lo giorno sequente trouai l'altra seconda detta di sopra cioe che

Eglie possibile inscriuer nel corpo di uinti base, il corpo di otto base.

Perche eglie manifesto, per il conuerso della inscritione per noi di sopra ad dutta, esser possibile de circonscriuere uno cubo, a ogni dato corpo di vinti base.

Sia

Sia adonque il dato yeocedron, nel qual uolemo inscriuere el detto otto base, quello medesimo che di sopra fu inscritto nel cubo circa del quale imaginaremo che gli sia circonscritto il medesimo cubo, a, f, Et perche in ciascaduna delle sei superficie del detto cubo mi si ripose uno lato del dato corpo de uinti base delli quali l'uno è la linea, r, s, della figura precedente, l'altro, x, y, l'altro, z, u, li al tri seno a questi tre opposti et pche li ponti, o, q, p, et similmente li altri tre a que sti oppositi diuidono cadauno di detti lati in due parti equali, et sono etiã centri delle medesime superficie del cubo, congiongendo adonque cadauno di detti cen tri con cadauno di quattro circonstanti con linee rette: si come si fece nella terza propositione di questo a inscriuere le otto base nel cubo, per il secondo modo adut to dal commentatore, si manifestarà il proposito, cioè che il corpo di otto base che sarà inscritto nel detto cubo sarà medesimamẽte inscritto nel uinti base. & pche il lato del cubo, detto di sopra, è equale a tutta la linea, l, k, et la detta l. K. è dop pia alla, p, K, diuisa, diuidendo adonque la detta, l, K, ouer il lato del cubo, secon do la medesima proportione hauente il mezzo e duoi estremi la sua maggior par te sarà etiã doppia alla, p, t, & perche il lato del uinti base inscritto, cioe la, r, s, e etiam doppio alla medesima, t, p, ne seguita lo sottoscritto correlario.

Correlario.

E per questo è manifesto che diuiso il lato del cubo secondo la proportione ha uente il mezzo & duoi estremi la sua maggior parte sarà equale al lato de uin ti base inscritto nel medesimo cubo.

Problema. 13. Propositione. 13.

13 Fabricato qual si uoglia di cinque corpi regolari possemo in quello inscri uere una sphera.

Adonque, per la 13 libro, è manifesto cadauno de questi cinque corpi esser in scrittibile alla sphera. Al presente adonque sarà manifesto el contrario cioe a ca dauno di quelli esser inscrittibile la sphera. Et p dimostrar questo uscischano (ouer siano pertratte mentalmente) le perpendicolare dal centro della circonscribente sphera a tutte le base uniuersale de qual si uoglia de quelli, lequale è necessario cadere dentro li centri di quelli cerchii che circonscriuono esse base, & conciosia che, tutti li cerchii che circonscriuono quelli siano equali: Etiam queste prepen dicolare saranno equale. Adonque se sopra el centro della sphera (che circonscri ue) descriuerai un cerchio secondo la quantità di una di quelle, & essendo circõ dutto la mità di quello per fina a tanto che quel ritorni al loco doue cominciò a esser monesto: & perche quello è necessario transire per le istremità di tutte le prependicolare tu comprenderai (per el correlario della decima sesta del terzo) la sphera descritta da mouimento di questo semicerchio toccare tutte le base dello as signato corpo in li ponti doue concorrano le perpendicolare, perche la sphera non puo toccar più delle base di quel corpo di qual che tocca el semicerchio circo dutto mentre che quello era monesto, per laqual cosa è manifesto noi hauer in scritto una sphera in lo assignato corpo si come era il proposito.

IL FINE DEL DECIMOQVINTO LIBRO.

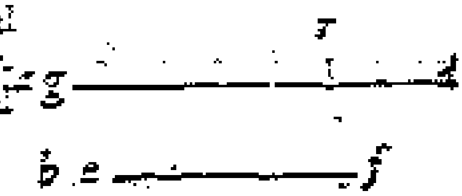
RATICELLA DELLA COSA LEGGIERA ET GRAVE D'EUCLIDE.

1 I CORPI uguali di grandezza sono quelli, che riempiono i luoghi uguali.
2 I corpi diversi di grandezza sono quelli, che riempiono i luoghi non uguali.
3 I corpi maggiori di grandezza si dicono quei, i quali sono di luogo piu ampio.
4 I corpi uguali di potentia sono quelli, i moti de i quali sono uguali, per mezzo e di tempo e d'aria, o d'acqua uguale, & per spatij uguali.
5 I corpi diversi di potentia sono, i moti de i quali sono uguali in diverso tempo.
6 De i corpi diversi di potentia, quello si dice il maggior di potentia, il quale movendosi consuma manco tempo. il menor di potentia è quello, che cõsuma piu tẽpo.
7 I corpi della istessa sorte sono quelli, che essendo uguali di grandezza sono anco di potentia.
8 I corpi di diversa sorte sono quelli, i quali essendo di grandezza uguali, non sono di potentia, benche si movessero per lo medesimo mezo.
9 De i corpi di diversa sorte il piu potente si dice quello, che è piu sodo.

Theorema primo.

De i corpi di diversa potētia quello, che per maggior spatio si move, ha piu potētia.

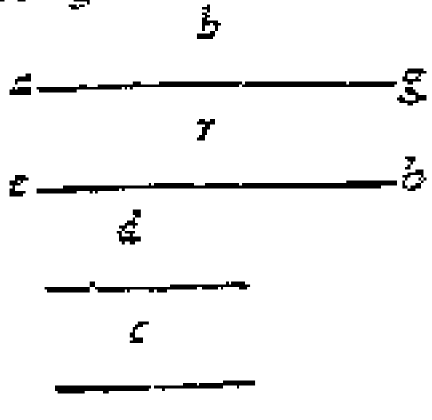
Siano a. e b. due corpi. Siano g. d. & e. f. due spatij, g. d. il maggior, per lo qual lo a. si move, e. f. il menor, per lo qual il b. si move. Ritrovarò dal spatio di g. d. il spatio di g. r. di modo, che sia al spatio di e. f. uguale i. spatio di g. r. il rimanente è chiaro da se.



Theorema secondo.

Se i corpi dell'istessa sorte saranno tra se moltiplici, saranno parimente le loro potentie moltiplici.

Sia il corpo a. g. doppio al corpo d. della medesima sorte, dico esser anco doppio di potētia. Percio del corpo a. g. sia la potētia e. h. Del d. poi il c. a. g. secondo l'eccesso del moltiplice si parta in a. b. & b. g. di maniera che la potētia dell'uno e dell'altro si sia uguale alla potētia del corpo di esso d. la qual era c. Dapoi partimmo il corpo a. g. nelle parti a. b. b. g. pari al corpo d. cosi partiamo la potentia e. h. nelle parti, e. r. & r. h. pari alla potentia del c. egli è manifesto, che la potentia e. h. riesce doppia potentia.



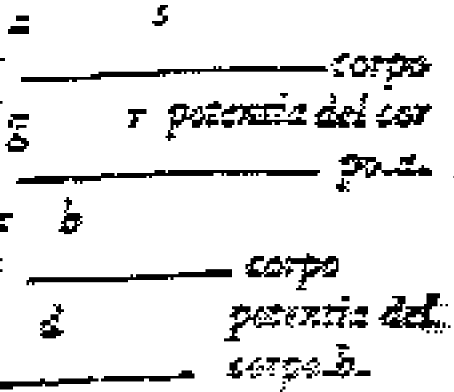
Theorema terzo.

De i corpi dell'istessa sorte è una medesima proportione & di grandezza e di potentia.

Sia il corpo a. doppio del corpo b. della medesima sorte, dico come il corpo a. e al corpo b. cosi il g. potentia del corpo a. sia chiaro esser al d. potentia del corpo b. se al modo, che partiamo i corpi, cosi partiamo parimente le potentie moltiplicevolmente dall'una e dall'altra parte.

Theorema quarto.

I corpi sono dell'istessa sorte tra di se, i quali sono di par potentia al corpo della medesima sorte, perche tolte le ugualità a quel terzo saranno le simili loro parti, percioche sono uguali le potentie del terzo.



Saranno i corpi della sorte medesima, de i quali è una proportione & di grandezza, & di potentia. Si come il corpo a. al corpo b. con la potentia pel corpo a. al d. potentia del corpo b. dico i corpi a. b. essere dell'istessa sorte, percioche poniamo il corpo a. ugual al corpo, la potentia del qual sia lo r. Saranno adonque come il b. allo a. cosi lo r. alla potentia di esso a. laquale è il g. Il resto è manifesto.

IL FINE.

REGISTRO

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq

Tutti sono Quaderni.